ZESZYTY
NAUKOWE
POLITECHNIKI
ŚLĄSKIEJ

LUDWIK MÜLLER

KOMPUTEROWE WSPOMAGANIE PROCESU DIAGNOZOWANIA PRZEKŁADNI ZĘBATYCH DUŻYCH MOCY METODAMI ANALIZY DRGAŃ

TRANSPORT

Z. 18
GLIWICE
1992

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 1125

LUDWIK MÜLLER

KOMPUTEROWE WSPOMAGANIE PROCESU DIAGNOZOWANIA PRZEKŁADNI ZĘBATYCH DUŻYCH MOCY METODAMI ANALIZY DRGAŃ

GLIWICE 1992

Wydano za zgodą

Rektora Politechniki Śląskiej

PL ISSN 0209-3324

Wydawnictwo Politechniki Śląskiej

ul. Kujawska 3, 44-100 Gliwice

Nakł. 150+53 egz., Ark. wyd. 4,25, Ark. druk. 5, Papier offset. kl. III, 70×100, 70 g.
Oddano do druku 14. 01. 1992, Podpisano do druku 14. 01. 1992, Druk ukończ. w lutym 1992.
Zam. 10/92 Cena zł 6.500,—

Fotokopie, druk i oprawę

wykonano w Zakładzie Małej Poligrafii „Kserodruk" w Gliwicach

SPIS TREŚCI

CONTENS

СОДЕРЖАНИЕ

1. WPROWADZENIE

W dotychczasowych metodach obliczeń wytrzymałościowych wyznacza się następujące współczynniki bezpieczeństwa:

X_z - z uwagi na złamanie zęba u podstawy,

X_p - ze względu na przekroczenie bezpiecznych wartości nacisków powierzchniowych, wywołujące zużycie powierzchni, objawiające się najczęściej w postaci jam pittingowych,

X_t - z uwagi na zjawisko zacierania się powierzchni zębów pod wpływem znacznego wzrostu chwilowej lokalnej temperatury zęba.

Praktycznie największe znaczenie ma współczynnik X_z, wskazujący na niebezpieczeństwo złamania zęba, tym bardziej, że przez odpowiedni dobór oleju można uzyskać wysokie wartości współczynnika X_t, a poprzez utwardzanie powierzchni zębów uzyskuje się duże wartości współczynnika X_p. Najczęściej więc o gabarytach i kosztach przekładni decyduje wartość współczynnika X_z, który zarówno ze względów technicznych, jak i ekonomicznych utrzymywany jest w wąskich granicach.

Wszystkie trzy współczynniki zależą od wielkości siły międzyzębnej oraz współrzędnej punktu styku zębów. Najpewniejszym sposobem diagnozowania przekładni, tj. określenia stanu zagrożenia awaryjnego, jest pomiar naprężeń w podstawie zęba za pomocą odpowiednich tensometrów. Analiza czasowego przebiegu naprężeń pozwala metodą analityczną określić zarówno chwilowe wartości sił, jak też współrzędne styku, co umożliwia wyliczenie zmian wartości wszystkich współczynników bezpieczeństwa. Najczęściej można by ograniczyć się do analizy zmian naprężeń w podstawie zęba, mających bezpośredni wpływ na wartość współczynnika X_z.

Niestety, w praktyce znane są tylko bardzo nieliczne przypadki przystosowania kół zębatych przez konstruktorów lub wykonawców do pomiarów tensometrycznych, chociaż obecnie istnieją duże możliwości bezprzewodowego przesyłania sygnałów, jak też bazprzewodowego zasilania mostków tensometrycznych.

W rozdziale 6 podręcznika [1] oraz w rozdziale 3 podręcznika [2] przedstawiono schematy układów pomiarowych przystosowanych do potrzeb przekładni zębatych.

W przypadkach, gdy nie istnieją możliwości prowadzenia tego typu pomiarów, badania stanu technicznego przekładni prowadzi się najczęściej metodami wibroakustycznymi. Metody te spełniają dobrze swoje zadania pod warunkiem, że na podstawie bardzo licznych eksperymentów statystycznie określono:

1) optymalne symptomy wibroakustyczne,
2) ich krytyczne wartości.

W przekładniach dużych mocy najczęściej brak jest możliwości prowadzenia tego rodzaju badań, chociażby ze względu na jednostkowe wykonanie przekładni i potrzebę określenia wartości krytycznych zanim nastąpi awaria nawet jednego egzemplarza. Pozostaje droga analiz teoretycznych, komputerowe symulowanie zjawisk dynamicznych zachodzących w przekładni, teoretyczne poszukiwanie optymalnych symptomów nie tyle zużycia przekładni ile głównie wzrostu sił międzyzębnych i obniżenia wartości omawianych poprzednio współczynników bezpieczeństwa.

W niniejszym opracowaniu przedstawiono koncepcję komputerowego wspomagania diagnozy przekładni zębatych. Wymaga ona dalszego dopracowania, dlatego ograniczono się do podania jednego przykładu.

2. MODEL DYNAMICZNY PRZEKŁADNI ZĘBATEJ

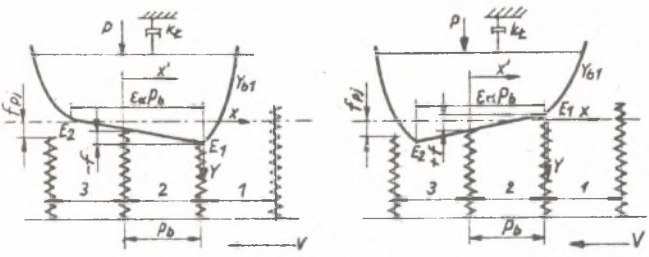
Podstawą analizy komputerowej zjawisk towarzyszących zużywaniu się zębów jest model dynamiczny przekładni rozszerzony o możliwości sukcesywnej zmiany zarysu wg dowolnie przyjętej hipotezy, wywołanej długotrwałą pracą pod obciążeniem dynamicznym. Zadanie podzielono na dwa etapy:

1) w pierwszym etapie analizowane będą koła o zębach prostych,
2) w dalszych etapach przewiduje się rozszerzenie programów na koła o zębach śrubowych i koła stożkowe.

Ad 1) Model przekładni o zębach prostych

W literaturze przedmiotu spotyka się różne modele dynamiki przekładni zębatej. W niniejszym opracowaniu przyjęto model opisany szczegółowo w [1]. Został on szeroko rozpowszechniony w kraju nie tylko dzięki opracowaniu [1], ale także poprzez liczne prace doktorskie i habilitacyjne.

W najprostszym przypadku przybiera on kształt przedstawiony na rys.1.

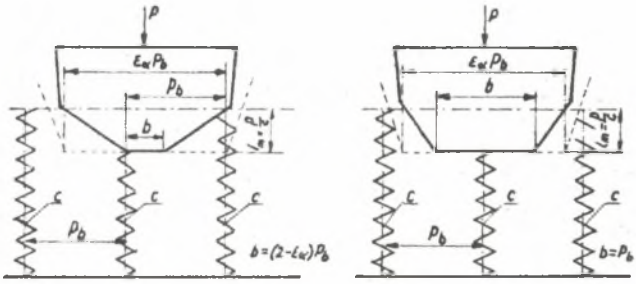


Rys.1. Sposób modelowania odchyłek cyklicznych:
a) ujemna wartość odchyłki podziałki
b) dodatnia wartość odchyłki podziałki

Fig.1. The manner of modeling of cyclic deviations
a) negative value of pitch deviation
b) positive value of pitch deviation

Para kół zębatych badanego stopnia zostaje zastąpiona jedną bryłą o określonych kształtach, zmieniających się na skutek zużycia, dociskaną siłą P do podłoża poprzez sprężyny, które zmieniają swoje położenie pod bryłą, a każda z nich zmienia swoją sztywność w zależności od położenia wzdłuż osi x. Rysunek 1a przedstawia kształt bryły w przypadku ujemnej wartości odchyłki podziałki zasadniczej, a rys. 1b kształt bryły w przypadku dodatniej wartości odchyłki. W drugim przypadku przy oznaczonym na rysunku kierunku ruchu palisady sprężyn czas wchodzenia sprężyny pod bryłę do chwili pełnego obciążenia jest dłuższy, a stąd efekty dynamiczne związane z wejściem nowej sprężyny są mniejsze.

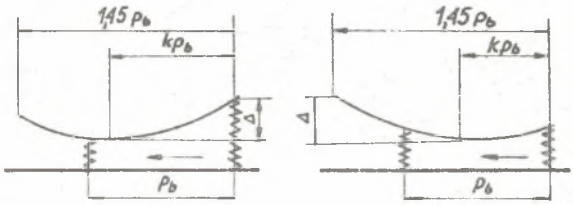
Zróżnicowanie wysokości poszczególnych sprężyn imitują losowe odchyłki podziałki zębów. W przypadku gdy ząb ma prawidłowy zarys ewolwentowy, bryła ograniczona jest od dołu odcinkiem poziomym. Krzywe przejściowe po obu stronach bryły służą do imitowania przedwczesnego lub opóźnionego wejścia w zazębienia. Najczęściej w obliczeniach numerycznych one mogą być pominięte, chyba że dotyczą modyfikacji zarysu zęba na dłuższym odcinku niż to pokazano na rys.2.



Rys.2. Model dynamiczny kół o modyfikowanym zarysie:
a) modyfikacja po długiej ewolwencie
b) modyfikacja po krótkiej ewolwencie

Fig.2. The dynamic model of a gear with modified tooth profile
a) modification by long involute
b) modification by short involute

Na skutek zużywania się powierzchni zęba zarys ewolwentowy zanika, co symbolicznie przedstawiono na rys.3.



Rys.3. Kształt bryły w modelu przekładni o okresowo zużytych zębach
Fig.3. The shape of solid in a model of gear with periodically wear teeth

Kształt nowego zarysu zależy od wielu czynników i jak dotychczas nie daje się dokładnie określić, co nie wyklucza prowadzenia badań symulacyjnych przy różnych założeniach obejmujących szeroki zakres możliwości. Szczegółowe dane dotyczące sposobu określania parametrów modelu dynamicznego zawarte są w pracy [1]. Do dalszych rozważań wystarczy zacytowanie równania (1.23) [1] o następującej postaci:

$$M_b \ddot{Y} + k\dot{Y} + c'(t)u' + c''(t)u'' = P, \qquad (1)$$

gdzie:
- M_b - masa bryły w modelu,
- P - siła obciążająca bryłę,
- $\ddot{Y}$ - przyspieszenie drgań wzdłuż osi Y,
- $\dot{Y}$ - prędkość drgań wzdłuż osi Y,
- Y - przemieszczenie bryły,
- k - współczynnik tłumienia,
- $c'(t)$ - zmienna w czasie sztywność pierwszej pary zębów,
- $c''(t)$ - zmienna w czasie sztywność drugiej pary zębów,
- $u' = Y - b_1$ - ugięcie sprężyny wynikające z przemieszczenia bryły Y oraz zużycia powierzchni b_1 w miejscu aktualnego styku zębów,
- $u'' = Y - b_2$ - ugięcie drugiej sprężyny wynikające z przemieszczenia bryły Y oraz zużycia b_2.

Zarówno u' jak też i u" nie przyjmuje wartości ujemnych, co wynika ze swobody odrywania się od siebie zębów.

Zwykle równanie (1) doprowadza się do postaci bezwymiarowej, co wydatnie ułatwia interpretację wyników i ich uogólnienie. Szczegóły dotyczące równania i jego przekształceń podano w (L.1).

W podanych przykładach i programach obliczeniowych przyjęto następujące równanie różniczkowe:

$$a = \frac{d^2 y}{dt^2} = 1 - 2\,\varphi\,\frac{dy}{dt} - c_1 u' - c_2 u'', \qquad (2)$$

gdzie:

- a - przyspieszenie drgań bryły,
- φ - współczynnik tłumienia,
- c_1 - sztywność pierwszej pary zębów w badanej chwili odniesiona do wartości średniej wyliczonej z całego odcinka przyporu,
- c_2 - sztywność drugiej pary zębów (wychodzącej z zazębienia), również odniesiona do wartości średniej,
- u', u'' - ugięcia sprężyn wywołane przemieszczeniem bryły Y oraz aktualną wartością zużycia w miejscu styku zębów,
- b_1, b_2 - zużycie zęba (dolnej części bryły modelowej) wyliczane wg przyjętych hipotez; najczęściej przyjmowano zużycie b proporcjonalne do nacisków powierzchniowych

$$p_H \sim \sqrt{\frac{P_{całk.}}{\varphi_{śr}}}$$

Dotychczasowe badania wykazały, że ogólne wytyczne diagnozowania zazębienia bardzo mało zależą od przyjętej hipotezy zużycia. Ten problem będzie dokładnie badany w następnych fazach opracowania.

Sposób wyliczania sztywności zazębienia i wartości unormowanej jest dość pracochłonny i opisany jest w rozdziale 2 [1]. W obliczeniach pilotujących można posłużyć się wielomianami podanymi w tablicach 2.2 - 2.6 lub nawet odpowiednio dobraną parabolą zgodnie z rys. 2.11 i 2.12 [1].

Bezwymiarowy współczynnik tłumienia dobiera się w granicach od 0,07 do 0,20, w zależności od prędkości obwodowej kół. Szczegóły podano w rozdziale 4.4 [1].

Rozwiązując równanie (2) przy określonej prędkości obwodowej kół wyznacza się:

1) wartości sił w poszczególnych sprężynach (parach zębów), określonych jako $c_1 u'$ oraz $c_2 u''$,
2) wartości przyspieszenia w poszczególnych chwilach zazębienia.

Do dalszych rozważań należy obliczyć:

1) ekstremalne wartości sił zarówno w okresie jedno- jak też dwuparowego zazębienia,
2) wskaźniki diagnostyczne wskazujące na możliwość oceny poprzednio wyliczonych wartości ekstremalnych sił, są to między innymi:

a) wartość skuteczna przyspieszenia drgań za cały okres zazębienia,
b) wartość szczytowa przyspieszenia w okresie jedno- i dwuparowego zazębienia,
c) wartości amplitud poszczególnych harmonicznych uzyskanych z rozwinięcia przebiegu przyspieszenia w szereg Fouriera,
d) inne wartości rokujące nadzieję na znalezienie korelacji z ekstremalnymi wartościami sił.

Najczęściej kierujemy się możliwościami aparatury pomiarowej i przetwarzającej dane pomiarowe. Tego rodzaju komputerowa analiza pozwoli ocenić przydatność poszczególnych aparatów pomiarowych do celów diagnostyki przekładni zębatych, a także pozwoli rozszerzyć programy komputerowe symulując działanie aparatury pomiarowej.

Badania należy prowadzić w szerokim zakresie ze względu na brak precyzyjnych danych o zachodzących zjawiskach.

1) W pierwszym rzędzie badania muszą być prowadzone w określonym zakresie zmian prędkości obwodowej kół. Chodzi o to, aby zbadać zachodzące zjawiska przy kilku częstotliwościach obrotowych kół, ponieważ dokładność oceny częstości własnych jest mała.

2) Badania należy prowadzić dla kilku hipotez procesu zużycia zębów, ponieważ aktualnie brak jest jednej pewnej hipotezy zużycia kół zębatych. W dalszych przykładach obliczeniowych przyjmowano trzy hipotezy zużycia:

a) zużycie zęba zależne jest od wartości chwilowej temperatury na powierzchni zęba,

b) zużycie zęba zależne jest od głębokości zalegania maksymalnych naprężeń stycznych (punkt Bielajewa),

c) zużycie zęba zależy do nacisków powierzchniowych (Hertz).

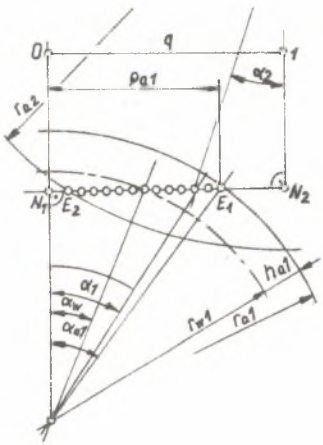
Próbowano też kojarzyć np. hipotezę a) i b).

Różnice jakościowe były mało istotne, stąd można w pierwszym etapie uprościć obliczenia badając zjawiska przy jednej hipotezie, np. hipotezie c) do czasu uzyskania pewnych danych z eksperymentów.

Przedstawione poniżej przykłady obliczeniowe dobrane zostały w sposób dowolny. W I etapie chodziło raczej o wstępne rozeznanie problemu i wstępne opracowanie programów obliczeniowych.

3. PRZYKŁADY OBLICZEŃ

Podane poniżej przykłady obliczeniowe dobrane zostały w sposób dowolny-chodziło głównie o rozbudowę programów obliczeniowych.



Rys.4. Parametry odcinka zazębiania
Fig.4. The parameters of a path of contact

Przykład 1

W tablicy 1 zestawiono wybrane wyniki obliczeń zjawisk dynamicznych w przekładni o zębach prostych, o następujących parametrach: $z_1 = 20$, $x_1 = 0,5$, $z_2 = 60$, $x_2 = 0,5$. W programie wykorzystano wartości wielomianu zawartego w tablicy 2.6 [1], określającego sztywność zęba na odcinku przyporu w funkcji współrzędnej q, zmieniającej się zgodnie z rysunkiem 4 od q_2 do q_1. Skrajne wartości współrzędnej q wynikają z położenia punktów E_2 oraz E_1, a te wynikają z wartości promieni kół r_{a2} oraz r_{a1}. W tych warunkach sztywność zazębienia można wyliczyć ze wzoru:

$$c_z = -0,3 + 78,91\,q + 92,42\,q^2 - 532,06\,q^3. \qquad (3)$$

Dla zakresu zmian q od q_2 do q_1 wyliczono wartość średnią sztywności c_m wprowadzając do dalszych obliczeń unormowaną wartość sztywności $c=c_z/c_m$. Wszystkie szczegóły dotyczące obliczania potrzebnych wielkości geometrycznych zawarte są w [1]. Ich znajomość nie jest konieczna do dalszych rozważań. W omawianym

przykładzie przyjęto, że zużycie zęba jest proporcjonalne do głębokości zalegania maksymalnych naprężeń stycznych (punkt Bielajewa). Wielkość ta zależy od chwilowej wartości siły oraz zastępczego promienia krzywizny obu stykających się zarysów. Badania prowadzono przy prędkości kół odpowiadającej częstotliwości zazębienia $f_z/f_o = 0,225$, tj. pomiędzy 1/4 i 1/5 częstości własnej pary kół. Przeliczono ponad 280 kroków obliczeniowych, a w tablicy zestawiono wartości najbardziej charakterystyczne.

Tablica 1

Wybrane wyniki obliczeń dynamicznych

nr	a_{sk}	P_1	m	P_2	m	a_{min}	m
1.	0,206	1,40	96	0,98	0	-0,403	94
25.	0,480	1,69	109	1,15	0	-0,687	106
50.	0,722	2,29	192	1,18	19	-1,228	190
75.	0,687	2,37	201	1,23	35	-1,290	198
100.	0,830	2,22	125	2,15	67	-1,752	68
125.	1,251	3,15	221	3,38	0	-2,081	222
150.	1,213	2,44	3	2,63	6	-1,609	110
175.	1,158	3,03	125	2,51	16	-2,066	126
200.	0,882	2,76	138	1,15	22	-1,557	135
225.	1,052	2,18	6	1,74	3	-1,274	126
250.	1,719	5,06	160	3,95	29	-3,660	158
275.	1,616	4,81	166	3,03	32	-3,340	164

Tablica zawiera:

1) kolejny numer obliczenia, numerem 1 oznaczono koło nowe,
2) wartość skuteczną przyspieszenia drgań a_{sk},
3) wartość szczytową siły w pierwszej parze, rozpoczynającej pracę w punkcie E_2,
4) miejsce występowania siły oznaczone kolejnym numerem kroku obliczeniowego na podziałce od 0 do 223,
5) wartość szczytową siły w drugiej parze, kończącej pracę w punkcie E_1,
6) miejsce występowania siły oznaczone jest w punkcie 4,
7) ekstremalną (ujemną) wartość przyspieszenia drgań w okresie jednoparowego zazębienia,
8) miejsce występowania ekstremalnej wartości przyspieszenia.

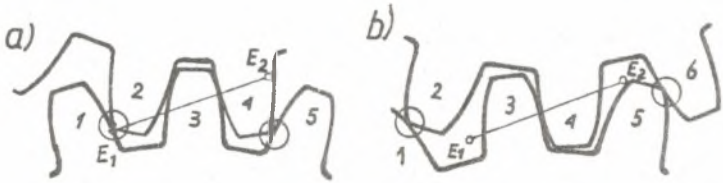
Pierwszy wiersz tablicy dotyczy nowej przekładni, pozbawionej jakichkolwiek błędów (pozioma podstawa bryły), w której

jedyną przyczyną drgań są zmiany sztywności zazębienia, szczególnie duże w chwili wejścia następnej pary zębów w zazębienie. Jak wynika z danych zawartych w tablicy zarówno wartość skuteczna a_{sk}, jak też wartość szczytowa a_{min} nie są w pełni skorelowane z wartościami sił. Ani siła P_1 ani siła P_2 nie zmieniają się monotonicznie z upływem czasu i wielkością zużycia. Maksymalne wartości P_1 występują czasem (poz. 150 i 225) w okresie dwuparowego zazębienia.

Rysunek 5 przedstawia:

a) chwilę, gdy ząb 3 ukończył okres jednoparowego zazębienia, ponieważ do pracy weszła para 1-2,

b) niemodelowane w programie komputerowym przedwczesne zazębienie (1-2) i opóźnioną współpracę zębów 5-6; jeżeli nie wystąpi styk zębów (1-2) oraz (5-6), to występuje okres jednoparowej współpracy zębów (3-4).



Rys.5. Zazębienie: a) prawidłowe, b) poza odcinkiem przyporu E_2 E_1

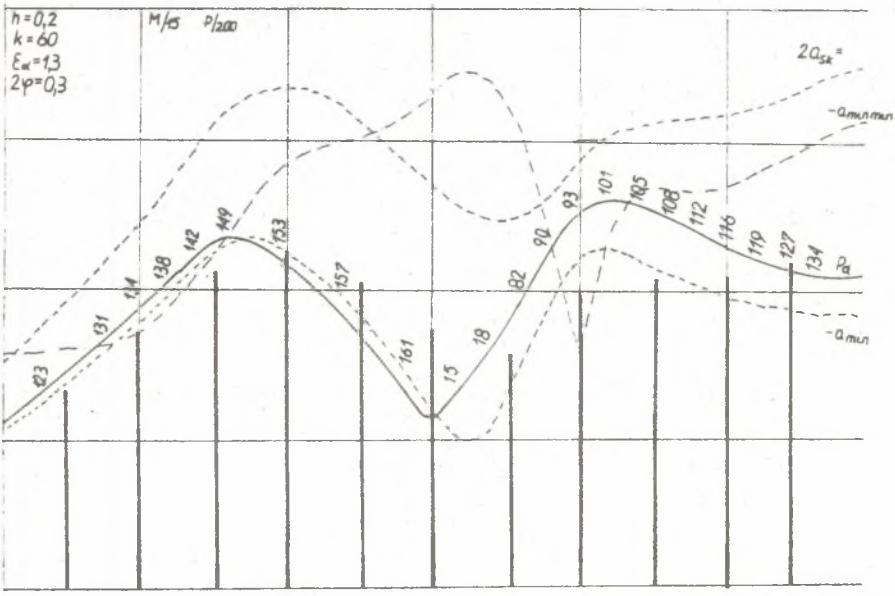
Fig.5. The meshing: a) correct, b) outside the path of contact E_2 E_1

Przy analizie wyników obliczeń zawartych w tablicy 1 należy mieć na uwadze, że:

1) zarówno a_{sk}, jak też a_{min} dotyczą drgań, tzn. przypadku, gdy suma sił $P_1 + P_2$ jest różna od 1, tj. siły obciążającej stale bryłę modelową. Tak więc np. w okresie jednoparowego zazębienia przyspieszenia wywoływane są siłą dynamiczną $P_{dyn} = P_1 - 1$. Biorąc powyższe pod uwagę zauważa się bardzo dobrą korelację pomiędzy a_{min} P_{dyn} w zakresie od 1 do 75 kroków obliczeniowych. Drobne różnice wynikają z błędów kalkulatora i pewnego przesunięcia fazowego pomiędzy prędkością i przyspieszeniem. Jeżeli przyjąć pełną korelację pomiędzy siłą P_1 w

okresie jednoparowego zazębienia a wartością a_{min}, to np. w kroku 275 albo siła powinna wynosić $P_1 = 4,34$ zamiast $P_1 = 4,81$, albo przyspieszenie powinno wynosić $a_{min} = -3,81$ zamiast 3,34. Ewentualna odchyłka obliczeniowa przy wykorzystywaniu a_{min} wynosi około 4,81 - 4,34 = 0,47, tj. 0,47/4,81 = ok. 10 % . Gdyby przyjąć jako podstawę obliczeń zmiany wartości skutecznej, która wynosi 1,616 : 0,206 = ok. 8 razy, to siła P_1 powinna osiągnąć wartość 1 + 8.0,4 = 4,2, podczas gdy osiągnęła ona wartość P_1 = 4,81 = 1 + 3,81. Jak łatwo zauważyć, błąd oceny jest w tym przypadku większy. Analiza komputerowa pozwoli na ocenę kierunku ewentualnych odchyłek.

Rysunek 6 przedstawia wyniki obliczeń w przypadku gdy decydującą rolę w procesie zużycia odgrywa chwilowa wartość temperatury powierzchni zęba.



Rys.6. Zmiany sił i parametrów diagnostycznych w funkcji zużycia

Fig.6. The changes in forces and diagnostic parameters as a function of wear

Wzdłuż osi odciętych przyjęto czas pracy przekładni, a tym samym postępujące zużycie zęba. Na osi rzędnych w odpowiednio dobranych skalach przedstawiono:

1) Wartości siły dynamicznej, tj. różnicy pomiędzy maksymalną siłą międzyzębną a obciążeniem statycznym $P_{stat} = 1$. Jak widać z wykresu, w początkowej fazie zużycia siły dynamiczne wzrastają prawie liniowo, ale następnie bardzo znacznie spadają, prawie do początkowej wartości, pomimo upływu czasu i postępującego zużycia. Po przejściu minimum tylko nieznacznie wyższym od wartości początkowej siły P_{dyn} ponownie rosną, aby po pewnym okresie czasu ponownie opadać. Wyliczone symptomy powinny być skorelowane z przebiegiem siły.

2) Wartości ekstremalne (ujemne) przyspieszenia drgań w okresie jednoparowego zazębienia (a_{min}). W pierwszej fazie zużycia a_{min} bardzo dobrze pokrywa się z wartościami siły dynamicznej, dopiero w drugiej fazie wartości a_{min} są ok. 10 do 15% niższe niż wartości spodziewane na podstawie liczenia siły.

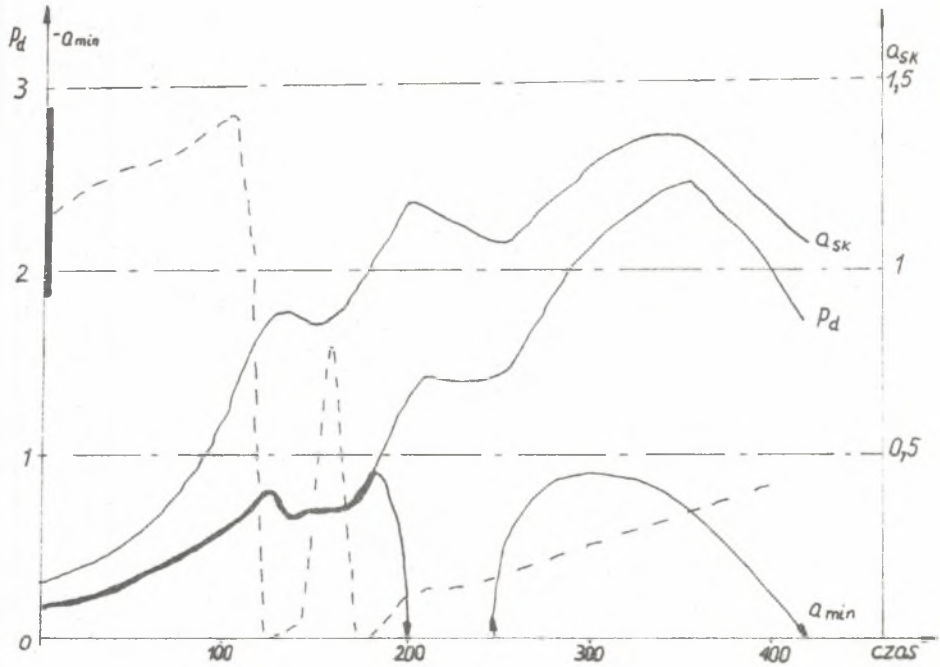
3) Wartości skuteczne przyspieszenia drgań dość dobrze ilustrują zmiany siły tylko w pierwszym okresie zużycia, natomiast w drugiej fazie, gdy siły ponownie maleją, wartości skuteczne rosną, co utrudnia prostą interpretację wyników pomiarów.

4) Wartości ekstremalne przyspieszenia wliczane na całym odcinku zazębienia, tj. także w okresie dwuparowej współpracy ($a_{min\ min}$), dość znacznie odbiegają od wartości sił, szczególnie w tym okresie, gdy siły dynamiczne ponownie maleją.

5) Wartości drugiej harmonicznej drgań wyrysowane w postaci słupków w wybranych odstępach czasu mają przebieg zbliżony do wartości skutecznej przyspieszenia, ponieważ inne harmoniczne pominięte na rysunku są bardzo małe.

Rysunek 7 przedstawia inny przypadek zazębienia, z którego wynika, że:

a) w okresie do ok.180 jednostek czasu siły dynamiczne $P_d = P_1 - 1$ pokrywają się liczbowo bardzo dobrze z wartościami przyspieszenia a_{min} z okresu jednoparowego zazębienia, ale już przy nieco większym zużyciu maksymalne wartości siły P_1 przypadają na okres dwuparowego zazębienia.

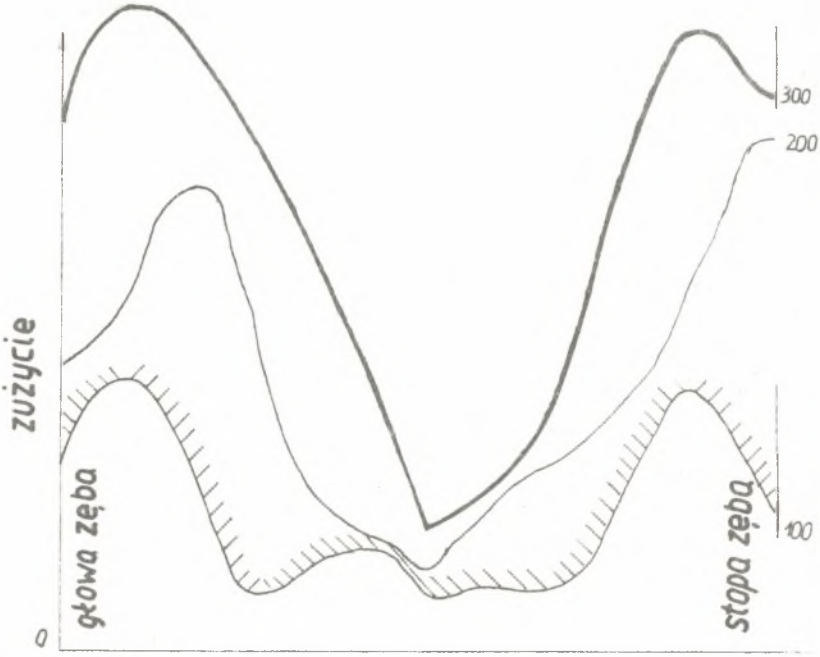


Rys.7. Zmiany sił i parametrów diagnostycznych w funkcji zużycia
Fig.7. The changes in forces and diagnostic parameters as a function of wear

Na odcinku od 200 - 250 jednostek czasu w okresie jednoparowego zazębienia brak jest kontaktu między zębami, stąd przyspieszenie zmienia znak, co na rysunku oznaczono odpowiednimi strzałkami. To nietypowe zachowanie przekładni wynika głównie stąd, że do obliczeń przyjęto dużą wartość wskaźnika przyporu E_{α} = 1,65, a stąd krótki czas jednoparowego zazębienia. Wobec dużych amplitud sił następuje odrywanie się powierzchni zębów i długi czas ponownego opadania. Wartość skuteczna przyspieszenia tylko jakościowo odpowiada zmianom siły P_d.

b) Linią kreskowaną oznaczono współrzędną punktu występowania maksymalnej wartości siły dynamicznej. Jak widać, tylko w pierwszym okresie pracy siła występuje przy końcu jednoparowego zazębienia (zakres oznaczony grubą linią na osi rzędnych od 1,9 do 2,9). W dalszej części wykresu linia przerywana znajduje się

zawsze w zakresie dwuparowego zazębienia. Oznacza to, że przyspieszenie ekstremalne z okresu jednoparowego zazębienia nie stanowi już podstawy do oceny sił dynamicznych.



Rys.8. Kształt zęba w poszczególnych fazach zużycia
Fig.8. The shape of tooth in each phase of wear

Rysunek 8 przedstawia kształt zęba po zużyciu. Linii poziomej (oś odciętych) odpowiada zarys ewolwentowy przyjęty jako baza odniesienia. Przedstawiono zarys w trzech okresach zużycia.

Najniżej leżąca linia (100) wykazuje jeszcze cztery zagłębienia odpowiadające wahaniom siły na odcinku przyporu. Natomiast linia najwyżej leżąca (300) odpowiada silnemu zużyciu, kiedy drgania zmieniły częstotliwość i na odcinku zazębienia widoczne są już tylko dwie fale. Oczywiście te same objawy można wykryć za pomocą analizy spektralnej.

Tablice 2 i 3 przedstawią zmiany wartości poszczególnych harmonicznych dla dwóch przypadków zużycia: tablica 2 dotyczy zużycia wg wzoru Bielajewa, a tablica 3 zużycia wg wzoru Hertza.

Tablica 2

Zmiany amplitudy drgań w funkcji zużycia

zużycie	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8
1	0,012	0,014	0,014	0,038	0,012	0,074	0,018	0,082
50	0,077	0,012	0,163	0,072	0,728	0,248	0,092	0,144
106	0,148	0,063	0,589	0,082	0,353	0;736	0,301	0,342
151	0,206	0,263	0,725	0,592	0,764	0,330	0,367	0,601
170	0,242	0,343	0,614	0,630	1,013	0,145	0,375	0.723

Tablica 3

Zmiany amplitudy drgań w funkcji zużycia

zużycie	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8
1	0,012	0,014	0,014	0,038	0,012	0,074	0,018	0,082
50	0,078	0,071	0,314	0,299	0,741	0,455	0,082	0,378
60	0,148	0,094	0,485	0,328	0,588	0,481	0,359	0,547
104	0,139	0,194	0,620	0,715	0,625	0,278	0,406	0,705
146	0,223	0,388	0,494	0,745	0,881	0,489	0,461	0,396
200	0,264	0,021	0,620	1,081	0,402	0,215	0,787	0,858

W obu tablicach pierwszy wiersz dotyczy nowej przekładni i dlatego zawiera on te same wartości harmoniczne. Pomimo jednakowych parametrów przekładni występują różnice zużycia, co objawia się między innymi zmianą wartości harmonicznych. Ograniczono się do podania wartości pierwszych 8 harmonicznych, chociaż widmo jest w tym przypadku szerokie.

Z tablic wynika, że dla celów diagnostycznych dane o harmonicznych nie dają się w prosty sposób wykorzystać w szczególności w odniesieniu do wartości skutecznej lub ekstremalnej.

W tablicy 4 przedstawiono niektóre parametry drgań dotyczące danych zawartych w tablicy 2, a w tablicy 5 parametry drgań dotyczące danych w tablicy 3.

Z tablicy wynika, że zmiana miejsca występowania maksymalnej wartości siły międzyzębnej powoduje zakłócenie monotoniczności zmian symptomów diagnostycznych. Tak np. w wierszu oznaczonym numerem 60 siła jest nieco mniejsza niż w wierszu o numerze 50, ale zarówno wartość skuteczna a_{ek} jak też wartość minimalna

a_{min} nie zmieniły się w odpowiednim kierunku. Podobne zjawisko obserwuje się pomiędzy wierszami oznaczonymi numerami 146 i 200. Tego typu obserwacje pozwolą na krytyczne oceny wniosków i wskażą na potrzebę badania innych jeszcze symptomów.

Tablica 4

Wybrane wyniki obliczeń dynamioznych

nr	a_{sk}	P_1	m	P_2	m	a_{min}	m
1	0,130	1,20	138	1,00	0	-0,222	133
50	0,614	2,27	176	1,26	112	-1,141	171
106	0,940	2,22	0	2,37	3	-1,164	286
151	1,134	3,53	239	3,40	23	-1,743	234
170	1,328	4,09	256	4,18	0	-2,076	251

Oznaczenie kolumn jak w tablicy 1

Tablica 5

Wybrane wyniki obliczeń dynamicznych

nr	a_{sk}	P_1	m	P_2	m	a_{min}	m
1	0,130	1,20	138	1,00	0	-0,222	133
50	0,769	2,49	196	1,70	12	-1,181	191
60	0,961	2,38	92	2,40	92	-1,202	266
104	1,132	3,57	233	3,57	20	-1,830	228
146	1,314	4,43	271	4,04	46	-2,282	266
200	1,488	3,93	17	5,22	17	-1,511	220

Oznaczenia kolumn jak w tablicy 1

Podobne zjawisko można zaobserwować także w innych tablicach, między innymi w tablicy 6, która zawiera wyniki obliczeń sił i symptomów zmian w przypadku wprowadzenia dodatkowego zakłócenia w postaci zmiany współczynnika tłumienia, wywołanego np. nagłą dużą zmianą temperatury oleju i jego lepkości.

W tablicy ograniczono się do rejestracji tylko siły P_1. Zmiana wartości współczynnika tłumienia z wartości $\varphi = 0,15$ na wartość $\varphi = 0,30$ nastąpiła po wierszu oznaczonym numerem 105. Na skutek znacznego zużycia zarysu zęba po wierszu 135 nastąpiła zmiana położenia siły P_1, z zakresu pracy jednoparej

przeszła siła do obszaru dwuparowego zazębienia. Z tego względu symptom a_{min} wyznaczany w okresie jednoparowego zazębienia może mieć zupełnie mylące wartości, podobnie jak to było pokazane na rysunku 7.

Wartość skuteczna a_{sk} daje dość dobrą korelację w wierszach od 1 do 105, dalej jednak może również prowadzić do fałszywych wniosków. Tak np. w wierszach od 110 do 135 wartość skuteczna monotonicznie wzrasta, podczas gdy siła P_1 maleje.

Tablica 6

Wybrane wyniki obliczeń dynamicznych wpływu zmiany wartości współczynnika tłumienia

nr	a_{sk}	P_1	m	a_{min}	m
1	0,214	1,23	218	-0,239	219
15	0,331	1,37	222	-0,384	219
25	0,535	1,62	226	-0,642	223
35	0,951	2,17	243	-1,186	240
45	0,837	1,60	144	-0,540	203
55	0,839	1,93	226	-1,032	223
65	1,277	3,01	251	-2,020	252
75	1,233	3,05	259	-1,999	256
85	1,155	2,90	263	-1,843	260
95	1,100	2,88	267	-1,779	264
105	1,100	3,21	280	-2,040	277
podwojenie wartości współczynnika tłumienia					
110	0,828	2,65	284	-1,27	277
125	0,939	2,62	284	-1,29	281
135	0,972	2,27	284	-1,21	285
145	0,952	1,90	4	-0,84	285
155	0,921	1,72	4	-0,81	248
165	0,919	1,65	4	-0,797	260
175	0,976	2,01	284	-0,899	277
185	1,082	2,15	0	-1,243	285
195	1,106	2,20	4	-1,205	285
200	1,083	2,20	4	-1,143	285

Pewnego rodzaju pomoc w dalszych rozważaniach stanowić mogą wyniki obliczeń zawarte w tablicach 7 i 8. Dotyczą one szczególnego przypadku zazębienia, w którym przyjęto stałą wartość sztywności zazębienia na odcinku przyporu, zakładając czołowy wskaźnik przyporu $E_\alpha = 1$ oraz stałą wartość sztywności c=1. Obliczenia przeprowadzono przy dwóch prędkościach:

a) zbliżonej do prędkości głównego rezonansu (tablica 7)

b) kilkakrotnie mniejszej prędkości (tablica 8).

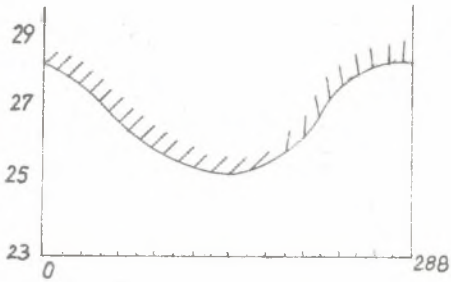
Tablica 7

Wybrane wyniki obliczeń dynamicznych wpływu zmian wypadkowego promienia krzywizny zębów

r	a_{sk}	P_i	m	a_{min}	m	zużycie głowy zęba
1	0,000	1,00		0,000		0,00
10	0,062	1,10	95	-0,097	81	1,83
20	0,065	1,12	118	-0,092	90	3,85
30	0,082	1,15	132	-0,117	90	5,81
40	0,104	1,19	144	-0,147	110	7,71
50	0,124	1,24	158	-0,171	127	9,58
60	0,145	1,29	179	-0,196	148	11,46
70	0,165	1,35	202	-0,226	168	13,40
80	0,185	1,41	213	-0,258	185	15,43
91	0,206	1,49	242	-0,303	208	17,83
100	0,223	1,56	259	-0,348	228	19,95
110	0,242	1,65	276	-0,409	248	22,48
120	0,267	1,70	285	-0,484	269	25,11
130	0,309	1,69	40	-0,570	286	27,15
140	0,379	1,92	60	-0,584	35	30,16
150	0,478	2,18	78	-0,801	53	32,07
160	0,602	2,53	101	-1,058	76	33,13
170	0,765	3,06	130	-1,451	107	33,24

Pomimo dużych wartości sił i bardzo dużego zużycia głowy zęba różnice zużyć na odcinku przyporu były małe. Tak np. w pozycji 132 zużycie głowy zęba wynosiło 28,25 ugięcia statcznego, maksymalna siła wynosiła $P_i = 1,73$ ale najmniejsze zużycie przypadające w okolicy punktu tocznego (gdzie występuje największy promień krzywizny zębów) wynosiło 25,24 ugięcia statycznego.

Rysunek 9 przedstawia zarys zęba w pozycji 132.



Rys.9. Zars zęba na odcinku przyporu
Fig.9. The tooth profile on the path of contact

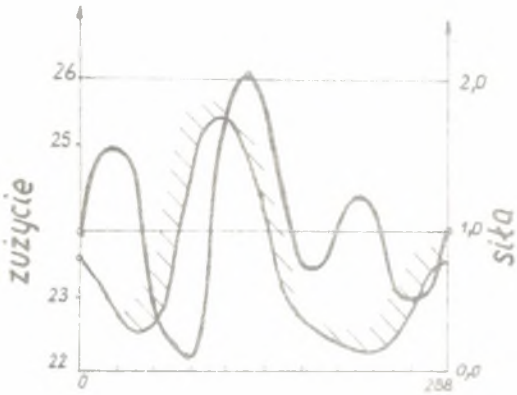
Przy analizie rysunku należy mieć na uwadze bardzo istotnie różniące się skale długości na osi odciętych (wysokość zęba) i osi rzędnch (zużycie zęba wyrażone w jednostkach ugięcia statycznego).

Tablica 8

Wybrane wyniki obliczeń dynamicznch wpływu zmian wypadkowego promienia krzywizny zębów

r	a_{sk}	P_1	m	a_{min}	m	zużycie głowy zęba
1	0,000	1,00		0,000		0,00
10	0,047	1,11	49	-0,109	41	1,83
20	0,060	1,15	63	-0,125	53	3,83
30	0,073	1,19	75	-0,140	64	5,83
40	0,083	1,24	89	-0,148	76	7,87
50	0,095	1,27	101	-0,148	90	9,91
60	0,118	1,30	118	-0,187	214	11,85
70	0,150	1,31	132	-0,242	228	13,62
80	0,187	1,39	253	-0,304	246	15,39
90	0,225	1,49	271	-0,405	79	17,42
100	0,265	1,62	107	-0,549	96	19,83
110	0,322	1,90	121	-0,734	110	22,41
115	0,367	2,06	130	-0,845	119	23,60
120	0,422	2,24	138	-0,970	127	24,63

Z tablicy wynika, że zarówno maksmalna wartość siły P_1, jak i ekstremalna wartość przyspieszenia a_{min} zmieniają skokowo swoje położenie. Na przykład siła w pozycji 80 i 90 osiąga maksimum przy końcu zazębienia, a w innych pozycjach, np.100-120, osiąga maksimum w pobliżu połowy odcinka przyporu. Na rys. 10 przedstawiono obraz zużycia zęba (w granicach 22 do 26 jednostek) oraz przebieg czasowy siły P_1, która tym razem osiąga ekstremum w trzech chwilach, ale wartość największą osiąga prawie w połowie odcinka przyporu, pomimo że w tej okolicy ząb jest silnie zużyty, a więc uchyla się od pracy. Na pewno od tego miejsca występuje ponowne ekstremum o niższej wartości (P_1=1,25), chociaż ząb w tym miejscu jest najmniej wytarty.



Rys.10. Kształt zęba i przebieg sił dynamicznch na odcinku przyporu
Fig.10. The shape of tooth and the course of dynamic forces on the path of contact

Pewne informacje o zmianach przyspieszenia można uzyskać rozwijając przebieg czasowy w szereg Fouriera. W tablicy 9 zestawiono wartości harmonicznych:

a) w górnej części tablicy dla przebiegu przedstawionego w tablicy 7, a w szczególności dla wierszy: 30,91,160,179,

b) w dolnej części tablicy dla przebiegu przedstawionego w tablicy 8, a w szczególności dla wierszy: 20,80 i 115.

Porównując przebieg krzywej przedstawionej na rysunku 10 z wynikami zawartymi w tablicy 9 zauważa się zgodość przebiegu z wynikami analizy harmonicznej, w której trzecia harmoniczna osiągnęła najwyższą wartość.

Trudno jest jednak uzyskać dokładniejszą informację o wielkości i miejscu występowania siły na podstawie analizy harmonicznej. Może być ona jednak pomocna w diagnostyce.

Tablica 9

Amplitudy harmonicznych

nr wiersza tablicy 7	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8
30	0,107	0,025	0,020	0,016	0,013	0,011	0,009	0,008
91	0,279	0,064	0,026	0,020	0,016	0,014	0,012	0,010
160	0,802	0,270	0,042	0,010	0,003	0,002	0,001	0,001
179	1,555	1,108	0,464	0,048	0,101	0,044	0,034	0,032
nr wiersza tablicy 8								
20	0,015	0,039	0,065	0,015	0,012	0,010	0,009	0,008
80	0,055	0,148	0,209	0,004	0,010	0,004	0,008	0,007
115	0,071	0,243	0,440	0,076	0,038	0,030	0,017	0,006

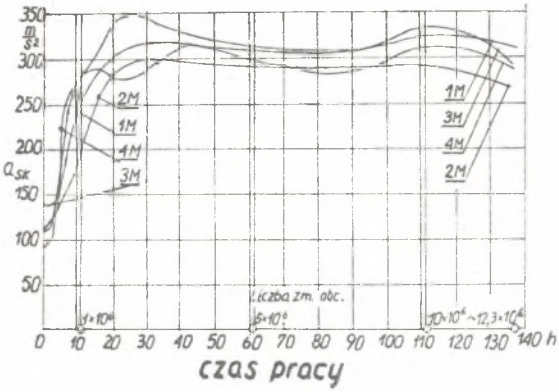
4. BADANIA DOŚWIADCZALNE

W literaturze przedmiotu jest bardzo mało wyników badań eksperymentalnych nad objawami zużycia, fizykalnymi zależnościami pomiędzy wielkością zużycia a parametrami przekładni itp. informacji, które umożliwiłyby numeryczne odtworzenie procesów dynamicznych. Brak jest nawet dostatecznie pełnych informacji o przebiegu doświadczeń i wszystkich okoliczności mogących mieć wpływ na badane zjawisko.

Dlatego konieczne jest przeprowadzenie badań eksperymentalnych zaprogramowanych specjalnie dla celów symulacji komputerowej.

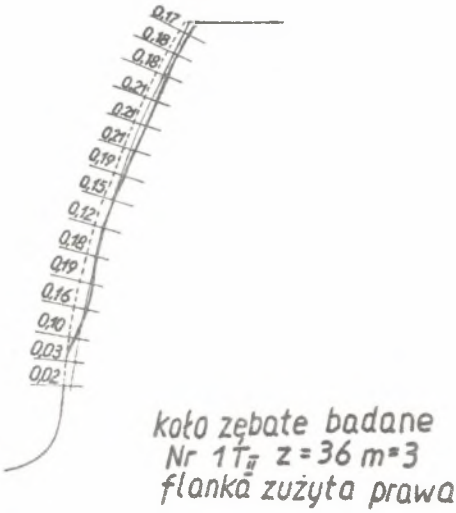
Najbardziej przekonujące dane zawarte są w pracy [3], której istotne fragmenty zacytowano w podręczniku [4].

Z prztoczonego rysunku 11 wynika, że po okresie 2.10^6 zazębień wartość skuteczna drgań przekładni pozostawała praktycznie na stałym poziomie aż do końca badań to jest do 12.10^6 zazębień. Takie zjawisko znane jest z obserwacji praktcznych. Niektóre przekładnie suwnicowe wskazują po wielu latach pracy bardzo znaczne zużucie zębów, pomimo tego siły dynamiczne nie przekraczają wartości krytycznych i przekładnie dopuszczane są w dalszm ciągu do pracy. Nie oznacza to, że podobny przebieg sił dynamicznych będą miały inne przekładnie i dlatego konieczna jest zarówno obserwacja wyników badań ekspermentalnch, jak też symulacyjnch. Z dotchczasowych wyrywkowych i wstępnych badań symulacyjnych wynika, że zmiany sił dynamicznych z upływem czasu pracy nie mają charakteru monotonicznego (por.rys.6 i 7).



Rys.11. Wartość skuteczna drgań w funkcji czasu pracy kół zębatych

Fig.11. The effective value of accelerations as a function of gear worktime



Rys.12. Zarys boku zęba: linia kreskowana - przed zużyciem, linia pełna - po zużyciu

Fig.12. The tooth profile: dashed line - before wear, full line after wear

Rysunek 12 przedstawia kształt zużytej flanki zęba o utwardzanej powierzchni. Z rysunku wynika, że nawet w okolicy punktu tocznego występuje dość znaczne zużycie, co zaprzecza słuszności hipotezy, że jedyną przyczyną zużycia jęst chwilowy wzrost temperatury powierzchni roboczej zęba, wywołany poślizgiem między zębami. Do badań należy stosować złożone procesy użycia.

W większości przypadków badano albo procesy złożone, albo procesy powodujące znaczne zużycie także w punkcie tocznym.

Mało realne jest uzyskanie pełnej zgodności pomiędzy wynikami doświadczeń (ograniczonych do kilku typowych rozwiązań) a wynikami symulacji dającej szerokie możliwości badawcze. Głównym celem jest wykrycie optymalnego zestawu symptomów wzrostu sił dynamicznych stanowiących istotne zagrożenie dla przekładni.

PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono wyniki I etapu badań prowadzonch nad możliwością komputerowego symulowania procesu diagnostycznego przekładni zębatych dużych mocy. Wyniki wskazują na celowość prowadzenia dalszych prac w tym kierunku, zarówno teoretycznych jak i komputerowych, jak też eksperymentalnych. Dalsze prace przewidziano na lata 1991/95, między innymi także jako prace doktorskie.

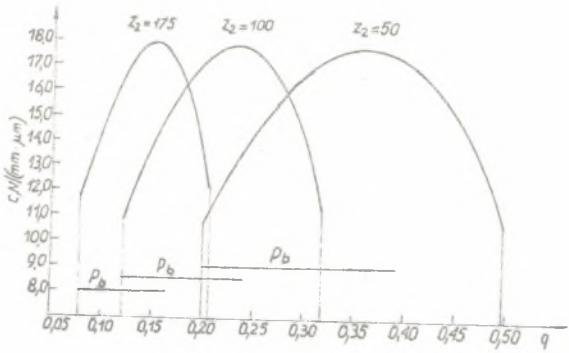
Literatura

1. L.Müller: Przekładnie zębate - dynamika. WNT, Warszawa 1986
2. L.Müller: Przekładnie zębate - badania. WNT, Warszawa 1984
3. J.Myga: Wpływ zużycia zęba na wielkość sił dynamicznych. Praca doktorska - Politechnika Śląska, Gliwice 1977 (niepublikowana)
4. L.Müller: Przekładnie zębate - projektowanie. WNT, Warszawa 1979

6. ANEKS

Wprowadzenie

Podstawową wiekością występującą w równaniach ruchu bryły imitującej zachowanie się kół zębatych jest sztywność zazębienia. Jej obliczenie jest dość pracochłonne, dlatego w obliczeniach wstępnych, mających na celu ogólne rozpoznanie zjawiska drgań w procesie zużywania się zarysu, można posłużyć się gotowymi formułami określającymi zmiany sztywności na odcinku zazębienia. W tablicach A1,A2,A3,A4 i A5 przedstawiono wartości współczynników paraboli opisującej wartości sztywności zazębienia jednej pary zębów na odcinku zazębienia. Tablica A1 dotyczy przełożenia $z_2/z_1 = 1$, parabola jest symetryczna względem punktu tocznego i dlatego wystarczy parabola drugiego stopnia, opisana za pomocą trzech współczynników (k_0, k_1, k_2). Dalsze tablice dotyczą przełożeń u=2, u=4 i u=7, kiedy konieczne jest zastosowanie paraboli trzeciego stopnia, określonej za pomocą czterech współczynników. Interpolacja tablic jest bardzo trudna ze względu na położenie paraboli na odcinku zazębienia. Rysunek A1 przedstawia zmiany sztywności na odcinku zazębienia w funkcji przełożenia dla przpadku $z_1 = 25$ oraz $z_2 = 50$, 100 i 175. Mniejszy błąd popełnia się zastępując badaną przekładnię dwiema sąsiednimi o zbliżonych parametrach. Najczęściej wnioski końcowe w obu granicznych przypadkach mało się różnią między sobą, stąd założenie, że badana przekładnia o zbliżonych parametrach daje się opisać dwoma skrajnymi przypadkami, wydaje się uzasadnione. Jak wynika z rys. A1, ogólne obrazy trzech przypadków mało się różnią między sobą, jeżeli uwzględni się skalę podziałek. Gdyby więc w miejsce współrzędnej q wprowadzić inną współrzę ną uwzględniającą podziałkę P_b, to można by wykorzystać każdą z tych parabol.



Rys.13-A1. Sztywność zazębienia c na odcinku przporu w funkcji liczby zębów koła współpracującego dla pary kół z = 25

Fig.13-A1. The rigidity of mesh c on the pathof contact as a function of a number of teeth of mating gear for the gear couple $z_1 = 25$

Sztywność C wyrażona jest w N/mm μm, tj. określa siłę wyrażoną w N potrzebną do ugięcia koła o szerokości 1 mm o wartość 1 μm. Pozwala to określić siłę potrzebną do ugięcia zęba o dowolną wielkość w (μm) przy złożeniu szerokości koła b(mm).

Wartość sztywności na odcinku zazębienia określa się z zależności:

$$C = k_c + k_1 q + k_2 q^2 + k_3 q^3, \qquad (A.1)$$

gdzie q oznacza współrzędną zmieniającą się zgodnie z rys.4 od q_2, odpowiadającej punktowi E_2, do wartości q_1, odpowiadającej punktowi E_1 przy założeniu, że koło 1 jest kołem napędzającym, a k_0, k_1, k_2, k_3 są współcznnikami zawartymi w tablicach A1-A5. W tablicy A1 dotyczącej przełożenia u=1 współcznnik $k_3 = 0$, stąd do obliczeń przyjmuje się parabolę drugiego rzędu.

Tablica A1

Wartości współczynników wielomianu $c^{1)} = k_0 + k_1 q + k_2 q^2$

z_1	x_1	z_2	x_2	k_0	k_1	k_2
14	0	14	0	6,13	27,09	-27,09
14	0,2	14	0,2	2,39	47,13	-47,13
14	0,4	14	0,4	-1,90	69,31-	-69,39
14	0,5	14	0,5	-4,15	80,69	-80,69
14	0,6	14	0,6	-6,40	92,12	-92,12
17	0	17	0	4,34	38,26	-38,26
17	0,2	17	0,2	-0,62	62,27	-62,27
17	0,4	17	0,4	-6,07	88,52	-88,52
17	0,5	17	0,5	-9,00	102,50	-102,50
17	0,6	17	0,5	-12,07	117,00	-117,00
20	0	20	0	1,85	51,20	-51,20
20	0,2	20	0,2	-4,12	78,73	-78,73
20	0,4	20	0,4	-10,98	110,15	-110,15
20	0,5	20	0,5	-14,92	127,91	-127,91
20	0,6	20	0,6	-17,64	140,52	-140,52
25	0	25	0	-3,79	77,47	-77,47
25	0,2	25	0,2	-11,34	110,43	-110,43
25	0,4	25	0,4	-20,00	148,41	-148,41
25	0,5	25	0,5	-25,07	170,78	-170,78
25	0,6	25	0,6	-30,10	192,76.	-192,76
30	0	30	0	-10,74	107,80	-107,80
30	0,2	30	0,2	-20,87	151,22	-151,22
30	0,4	30	0,4	-30,62	192,44	-192,44
30	0,5	30	0,5	-37,18	220,80	-220,80
30	0,6	30	0,6	-42,79	245,33	-245,33

1) - sztywność jednej pary zębów

2) - współczynniki wielomianu

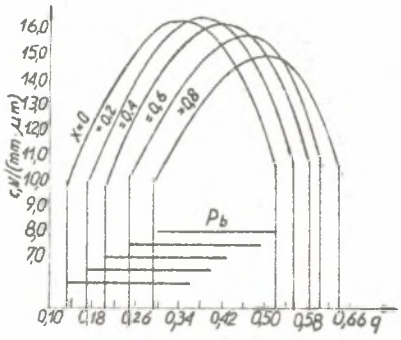
Tablica A2

Wartości współczynników wielomianu
Korekcja P-O przełożenie u=2

z_1	x_1	z_2	x_2	k_0	k_1	k_2	k_3
14	0,2	28	-0,2	6,80	31,16	-14,62	-38,83
14	0,4	28	-0,4	6,14	27,15	0,65	-44,01
14	0,5	28	-0,5	5,86	23,70	10,26	-47,61
14	0,6	28	-0,6	5,79	18,92	21,11	-51,48
14	0,8	28	-0,8	4,05	20,58	14,39	-38,99
17	0,2	34	-0,2	5,26	41,35	-18,59	-57,33
17	0,4	34	-0,4	4,52	35,24	6,14	-69,63
17	0,5	34	-0,5	4,13	32,70	13,59	-70,62
17	0,6	34	-0,6	4,09	26,57	28,86	-77,07
17	0,8	34	-0,8	11,04	-25,38	127,34	-128,18
20	0	40	0	4,33	56,28	-47,39	-66,13
20	0,2	40	-0,2	3,38	51,71	-18,34	-83,96
20	0,4	40	-0,4	3,07	39,75	23,66	-108,97
20	0,5	40	-0,5	3,07	33,03	42,58	-117,97
20	0,6	40	-0,6	2,23	33,45	40,45	-108,86
20	0,8	40	-0,8	13,52	-48,98	206,56	-205,30
25	0	50	0	0,49	77,99	-53,65	-117,20
25	0,2	50	-0,2	-0,72	72,01	-16,39	-140,49
25	0,4	50	-0,4	-0,59	53,18	46,08	-179,13
25	0,5	50	-0,5	-1,80	54,16	48,19	-173,96
25	0,6	50	-0,6	10,94	-42,79	270,28	-329,13
25	0,8	50	-0,8	16,57	-88,91	358,56	-366,30
30	0	60	0	5,00	110,20	-80,87	-159,72
30	0,2	60	-0,2	-6,06	97,38	-17,14	-206,77
30	0,4	60	-0,4	-6,69	80,97	44,48	-243,91
30	0,5	60	-0,5	9,05	-45,05	352,72	-475,66
30	0,6	60	-0,6	10,36	-59,40	380,15	-479,23
30	0,8	60	-0,8	19,77	-125,72	502,05	-529,26

1) - sztwność jednej pary zębów
2) - współczynnik wielomianu

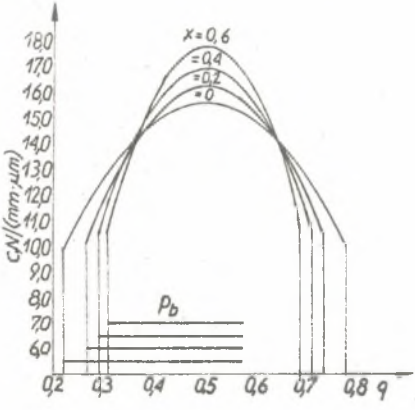
W tablicy A2 podano wartości współczynników wielomianu trzeciego stopnia dla korekcji P-O i przełożenia $u = z_2/z_1 = 2$. Rysunek A2 przedstawia zmiany sztywności zazębienia dla u=2 oraz korekcji P-O w funkcji wartości współczynnika korekcji $x = x_1 = -x_2$. Z rysunku wynika, że koła silnie korygowane (X=0,8) mają mniejsze wahania sztywności na odcinku zazębienia od kół niekorygowanych x=0.



Rys.14-A2. Sztwność zazębienia c na odcinku przyporu w funkcji współczynnika przesunięcia zarysu x =-x dla pary kół $z_1 = 25$, $z_2 = 50$

Fig.14-A2. The rigidity of mesh c on the path of contact as a function of a correction coefficient x= -x for the gear couple $z_1 = 25$, $z_2 = 50$

Inne zjawisko obserwuje się na rys. A3, który dotyczy przełożenia u=1. Im większy współczynnik korekcji $x = x_1 = x_2$, tym większe zmiany sztywności zazębienia na odcinku przyporu.



Rys.15-A3. Sztwność zazębienia na odcinku przyporu w funkcji współczynnika przesunięcia zarysu $x = x_1 = x_2$ dla kół $z_1 = z_2 = 25$

Fig.15-A3. The rigidity of mesh on the path of contact as a function of a correction $x=x_1 = x_2$ for gears $z = z_2 = 25$

Tablica A3

Wartości współczynników wielomianu $c^{1)} = k_0 + k_1 q + k_2 q^2 + k_3 q^3$

Korekcja P-O przełożenie u=4

z_1	x_1	z_2	x_2	k_0	k_1	k_2	k_3
14	0,2	56	-0,2	7,45	45,36	2,21	-247,38
14	0,4	56	-0,4	7,17	33,62	72,45	-308,47
14	0,5	56	-0,5	6,95	28,98	94,04	-316,39
14	0,6	56	-0,6	6,81	22,81	118,93	-327,29
14	0,8	56	-0,8	6,52	12,11	147,34	-315,62
17	0,2	68	-0,2	6,36	53,71	38,74	-410,70
17	0,4	68	-0,4	5,91	41,18	112,13	-462,23
17	0,5	68	-0,5	5,90	31,88	115,65	-494,67
17	0,6	68	-0,6	6,34	16,75	216,14	-542,11
17	0,8	68	-0,8	15,40	-88,92	551,40	-838,82
20	0	80	0	7,75	71,85	-12,43	-497,37
20	0,2	80	-0,2	4,72	67,24	53,87	-553,90
20	0,4	80	-0,4	4,57	45,42	180,90	-682,05
20	0,5	80	-0,5	4,57	34,15	234,20	-721,81
20	0,6	80	-0,6	4,39	26,75	262,94	-722,18
20	0,8	80	-0,8	18,15	-138,02	823,89	-1277,59
25	0	100	0	2,48	100,29	9,15	-803,04
25	0,2	100	-0,2	1,57	84,69	140,92	-945,68
25	0,4	100	-0,4	2,17	47,20	341,46	-1155,17
25	0,5	100	-0,5	2,17	34,95	397,01	-1185,34
25	0,6	100	-0,6	14,87	-127,45	1023,12	-1918,37
25	0,8	100	-0,8	22,55	-222,98	1322,49	-2132,70
30	0	120	0	-3,76	175,40	-232,93	-629,94
30	0,2	120	-0,2	-1,06	83,79	354,06	-1595,84
30	0,4	120	-0,4	-1,14	51,69	533,07	-1752,17
30	0,5	120	-0,5	15,40	-167,30	1419,00	-2050,67
30	0,6	120	-0,6	17,03	-191,60	1482,66	-2830,56
30	0,8	120	-0,8	23,87	-267,41	1675,05	-2858,80

1) - sztywność jednej pary zębów

2) - współczynnik wielomianu

Tablica A4

Wartości współczynników wielomianu
Korekcja P-O przełożenie u=7

z_1	x_1	z_2	x_2	k_0	k_1	k_2	k_3
14	0,2	98	-0,2	7,64	67,82	60,09	-1154,25
14	0,4	98	-0,4	7,45	47,37	249,28	-1412,26
14	0,5	98	-0,5	7,32	37,66	323,19	-1484,12
14	0,6	98	-0,6	7,29	27,10	387,76	-1522,70
14	0,8	98	-0,8	7,50	1,90	508,00	-1551,82
17	0,2	119	-0,2	6,77	75,19	192,41	-1902,85
17	0,4	119	-0,4	6,30	55,85	382,14	-2124,50
17	0,5	119	-0,5	6,63	33,75	538,84	-2339,71
17	0,6	119	-0,6	6,59	20,18	629,43	-2412,74
17	0,8	119	-0,8	16,10	-158,37	1546,49	-3728,05
20	0	140	0	6,18	103,44	75,00	-2321,49
20	0,2	140	-0,2	5,67	81,13	365,64	-2836,29
20	0,4	140	-0,4	5,03	60,66	569,60	-3050,07
20	0,5	140	-0,5	5,78	24,53	840,28	-3509,43
20	0,6	140	-0,6	5,85	9,49	920,51	-3493,99
20	0,8	140	-0,8	19,80	-255,36	2356,94	-5752,93
25	0	175	0	2,33	174,89	-190,22	-2448,62
25	0,2	175	-0,2	2,75	107,62	578,83	-4396,86
25	0,4	175	-0,4	2,91	57,16	1026,20	-5097,40
25	0,5	175	-0,5	3,70	17,75	1323,64	-5589,30
25	0,6	175	-0,6	16,44	-241,72	2909,36	-8519,93
25	0,8	175	-0,8	25,04	-409,82	3756,30	-9523,42
30	0	210	0	-2,12	237,31	-224,73	-3569,01
30	0,2	210	-0,2	-0,33	117,75	1038,49	-6863,73
30	0,4	210	-0,4	-0,01	59,36	1530,98	-7543,93
30	0,5	210	-0,5	15,20	-267,22	3665,08	-11798,17
30	0,6	210	-0,6	19,00	-355,44	4176,68	-12490,10
30	0,8	210	-0,8	24,19	-445,53	4481,55	-12232,45

W tablicy A5 przedstawiono wartości współczynników wielomianu określającego sztywność zazębienia o specjalnej korekcji $x_1 = x_2 = 0,5$. Ten rodzaj korekcji jest zalecany przez niektóre normy dla podwyższenia wytrzymałości zęba przy jednoczesnym

uproszczeniu obliczeń ze względu na zastosowanie tablic dla jednej konkretnej korekcji P, w której $x_1 = x_2 = 0,5$.

Bardzo silne zmiany wartości współczynników wielomianu wynikają ze znacznego przesunięcia wykresów na osi rzędnych, podobnie jak ma to miejsce na rys. A1.

Tablica A5

Wartości współcznników wielomianu

Korekcja P $x_1 = x_2 = 0,5$ przełożenie zmienne

z_1	x_1	z_2	x_2	k_0	k_1	k_2	k_3
14	0,5	21	0,5	0,12	67,36	-48,95	-46,72
14	0,5	28	0,5	2,01	62,68	-24,82	-105,75
14	0,5	42	0,5	4,26	55,07	45,05	-305,41
14	0,5	70	0,5	5,74	54,43	198,03	-1010,06
14	0,5	98	0,5	6,30	58,68	398,01	-2286,21
16	0,5	24	0,5	-2,06	77,30	-52,69	-59,49
16	0,5	32	0,5	-0,07	74,53	-33,16	-122,01
16	0,5	48	0,5	2,76	64,44	51,13	-363,17
16	0,5	80	0,5	4,87	56,87	273,93	-1295,53
16	0,5	112	0,5	5,35	66,44	483,00	-2809,03
18	0,5	27	0,5	-5,28	94,71	-73,42	-60,98
18	0,5	36	0,5	-2,05	83,71	-29,65	-153,47
18	0,5	54	0,5	1,44	69,78	76,54	-449,55
18	0,5	90	0,5	4,07	56,70	369,18	-3632,54
18	0,5	126	0,5	4,91	56,95	717,84	-3725,59
20	0,5	30	0,5	-7,56	103,28	-70,42	-82,32
20	0,5	40	0,5	-3,36	85,93	-5,03	-205,26
20	0,5	60	0,5	-0,30	78,91	92,42	-532,06
20	0,5	100	0,5	3,55	48,79	518,73	-2082,75
20	0,5	100	0,5	4,36	48,17	961,54	-4713,69
24	0,5	36	0,5	-12,72	123,36	-70,69	-120,56
24	0,5	48	0,5	-8,60	113,29	-20,86	-251,48
24	0,5	72	0,5	-2,89	82,41	189,26	-784,72
24	0,5	120	0,5	0,92	57,17	705,44	-2843,76
24	0,5	168	0,5	1,74	59,92	1274,87	-6405,22
30	0,5	45	0,5	-21,09	161,83	-83,19	-177,47
30	0,5	60	0,5	-15,03	130,55	51,88	-436,99
30	0,5	90	0,5	7,77	90,57	354,65	-1235,49
30	0,5	150	0,5	-2,68	52,92	1125,69	-4343,39
30	0,5	210	0,5	-0,66	25,36	2234,00	-10411,26
40	0,5	60	0,5	-46,04	274,08	-188,84	-231,97
40	0,5	80	0,5	-31,93	205,51	58,71	-662,07
40	0,5	120	0,5	-22,54	163,15	477,30	-1900,80
40	0,5	200	0,5	-13,93	95,07	1790,26	-7258,41

W przypadku gdy nie udaje się dobrać gotowego rozwiązania z powodu znacznych różnic wyników obliczeń dynamicznych dla dwóch sąsiednich rozwiązań, konieczne jest wyliczenie sztywności dla

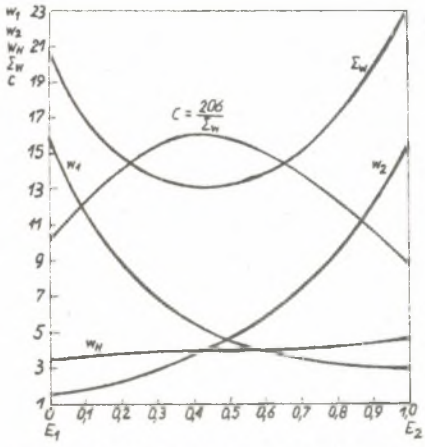
badanego przypadku. Najbardziej celowe jest opracowanie programu wyliczania sztywności, który można sprawdzać za pomocą danych zawartch w tablicach.

6.1. Algorytm postępowania przy wyliczaniu sztywności zazębienia

Ogólny sposób postępowania przy obliczaniu sztywności zazębienia jest następujący:

- określa się ugięcie zęba pod działaniem siły normalnej do zarysu w funkcji stałych materiałowych, geometrii zazębienia i wielkości obciążenia w kilku punktach pracy,
- w analogiczny sposób określa się ugięcie zęba współpracującego, na ogół o innej geometrii, w przyjętych poprzednio punktach pracy w celu zachowania addytwności wyników,
- dodatkowo wylicza się spłaszczenie powierzchni obu zębów w kolejnych punktach styku.

W ten sposób uzyskuje się trzy krzywe nad odcinkiem przyporu, stanowiące podstawę obliczenia sumarycznego odkształcenia pary zębów. W końcowym stadium obliczeń wyznacza się sztywność w poszczególnych punktach pracy na podstawie znajomości poprzednio wyliczonego sumarycznego odkształcenia i przyjętego w obliczeniach obciążenia.



Rys.16-A4. Odkształcenia i sztywność pary zębów

Fig.16-A4. Deformations and rigidity of gear couple

Na rys. A4 przedstawiono wyniki obliczeń odkształceń i sztywności pary kół o następujących parametrach: $z_1 = 16$, $x_1 = 0{,}8635$, $z_2 = 24$, $x_2 = -0{,}5$, wykonanych za pomocą narzędzia o następujących parametrach: wsokość głowy $h_{ao} = 1{,}25$, promień zaokrąglenia głowy narzędzia $\rho_{ao} = 0{,}2$. Ugięcie zęba 1 wchodzącego do pracy przy stopie zęba jest najmniejsze w punkcie E_2 i wzrasta w miarę przybliżenia się siły do wierzchołka zęba, tj. do punktu E_1. Przeciwny przebieg ma ugięcie zęba koła napędzanego, który wchodzi do pracy w punkcie

E_2 wierzchołkiem, stąd największe jego ugięcie; maleje ono w miarę zbliżania się do punktu E_1. Zbliżenie zębów wywołane odkształceniami powierzchni w punkcie styku w_H zmienia się nieznacznie na odcinku przyporu. Stąd sumaryczne odkształcenie (ugięcia i spłaszczenie) wykazuje znaczne minimum w okolicy punktu tocznego, a sztywność proporcjonalna do odwrotności ugięcia wykazuje w tym miejscu maksimum.

Obliczanie ugięć i odkształceń można prowadzić dwoma sposobami:

a) równomiernie podzielić odcinek przyporu zawarty pomiędzy punktami E_1, E_2 np. na 10 części i dla wyznaczonych wartości ws ółczynnika q określającego kolejne położenia zębów poszukiwać odkształceń lub

b) równomiernie podzielić kąt obrotu koła 2 wyszukując odpowiednie parametry koła 1 oraz wartość współczynnika q, który nie będzie równomiernie zmienny.

Dla obranych lub wyliczonych wartości współcznnika q wylicza się współczynniki paraboli oproksymującej sztwność zęba.

6.1.1. *Podstawowe zależności*

W celu rozszerzenia zakresu informacji do obliczeń przyjęto wielkości bezwymiarowe. Tak więc wszystkie wielkości o wymiarze długości odniesiono do modułu zęba, co jest liczbowo jednoznaczne z przyjęciem w znanych wzorach wartości modułu m = 1 mm. Wielkości o wymiarze naprężenia, jak moduł elastyczności itp. odnoszone są najczęściej do obciążenia nominalnego posiadającego również wymiar naprężenia:

$$Q = \frac{P}{bd_{w1}} = \frac{2M_1}{bd_{w1}^2} = \frac{1{,}91\cdot 10^7 N}{bd_{w1}^2\ n_1} = \frac{10^7 N(u+1)^2}{2{,}1\ n_1 ba^2}, \qquad (A.2)$$

gdzie: P - siła obwodowa (N),

b - czynna szerokość kół, (mm)

d_{w1} - średnica toczna małego koła, (mm)

M_1 - moment obrotowy na kole 1, (N.mm)

N - moc przenoszona przez zazębienie, kW

n_1 - prędkość obrotowa wału 1, obr./min

$u = z_2 : z_1$ - przełożenie

a - odległość osi kół (mm)

W razie braku dokładnych danych określających obciążenie Q można w obliczeniach spłaszczenia przyjmować:

- dla kół o utwardzanych powierzchniach $Q = 4\ N/mm^2$,
- dla kół ulepszanych $Q = 1{,}2\ N/mm^2$,

W dalszych obliczeniach konieczna jest znajomość następujących danych wejściowych:

α_{on} - kąt zarysu zęba zywkle $20^o = \Pi/9$,
z_1 - liczba zębów w małym kole,
z_2 - liczba zębów w kole współpracującym,
x_1 - współczynnik przesunięcia zarysu w małym kole,
x_2 - współczynnik przesunięcia zarysu w dużym kole,
$H = h_{ao}$ - wysokość głowy narzędzia (odniesiona do modułu) zwykle $h_{ao} = 1{,}25$,
$\rho = \rho_{ao}$ - promień zaokrąglenia głowy narzędzia (odniesiony do modułu) nie większy od 0,38,
Q - nominalne obciążenie zazębienia wg wzoru (A.2),
E - moduł sprężystości materiału N/mm^2

Na tej podstawie wyznacza się następujące wielkości:

1) Kąt przyporu na średnicy tocznej α_w z zależności:

$$\text{inv}\ \alpha_w = 2 - \frac{x_1+x_2}{z_1+z_2}\ \text{tg}\ \alpha_{on} + \text{inv}\ \alpha_{on}\ , \qquad (A.3)$$

wykorzystując tablice funkcji ewolwentowej lub obliczając za pomocą kalkulatora poprzez iterację w następujący sposób powtarzany 6-krotnie:

Wprowadza się następujące pomocnicze zmienne

$$A = \left[3\text{inv}\ \alpha_w\right]^{1/3}, \qquad B = A + \text{inv}\ \alpha_w$$

Na tej podstawie oblicza się poprawkę C

$$C = \frac{B}{\text{tg}^2 A} - \frac{1}{\text{tg}\ A}$$

Do dalszych obliczeń wprowadza się nowe wartości A' i B'

$$A' = A + C \qquad B' = B + C$$

i ponownie oblicza poprawkę C' ze wzoru jak wyżej, zakładając nowe wartości A' i B'.

Po 6-krotnym przeliczeniu poprawka C zdąża do zera, a liczba A dąży do wartości poszukiwanego kąta α_w.

2) Następnie korzstając z oznaczeń na rys:4 (pierwsza część opracowania) wylicza się następujące wielkości:

a) kąty przyporu na wierzchołkach zębów z zależności

$$tg\ \alpha_a = \sqrt{(\frac{d_a}{d_b})^2 - 1}$$

gdzie: d_a - zewnętrzna średnica koła, (wierzchołkowa),
d_b - średnica koła zasadniczego,

Ponieważ stosunek średnic d_a/d_b nie zależy od jednostek miar, to można wstawić wielkości zapisane w dokumentacji lub w razie ich braku pominąć skrócenie głowy zęba przyjmując:

$$\frac{d_a}{d_b} = \frac{z+2+2x}{z\ \cos\alpha_{on}}, \qquad (A.5)$$

b) skrajne wartości współcznnika q, będącego miarą położenia punktu pracy kół zgodnie z rys.4

$$q_1 = \frac{1}{u+1} \cdot \frac{tg\alpha_{a1}}{tg\alpha_w},$$

$$q_2 = 1 - \frac{u}{u+1} \cdot \frac{tg\alpha_{a2}}{tg\alpha_w} \qquad (A.6)$$

c) długość odcinka $N_1\ N_2 = e$

$$e = \frac{z_1 + z_2}{2} \cdot \cos\alpha_{on}\ tg\ \alpha_w, \qquad (A.7)$$

d) kąty przyporu dla dowolnej wartości q mierzonej od punktu N_1

$$tg\alpha_1 = \frac{q \cdot e}{r_{b1}} \qquad tg\alpha_2 = \frac{(1-q)e}{ur_{b1}} \qquad (A.8)$$

gdzie: $u = z_2 : z_1 \geq 1$

e) zastępczy promień krzywizny w punkcie styku zębów

$$\rho = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$$

Podstawiając $\rho_1 = qe$ oraz $\rho_2 = (1-q)e$
otrzymuje się:

$$\rho = q(1-q)(1+u)r_{w1} \sin\alpha_w \; ; \qquad (A.9)$$

f) kąt działania siły mierzony od podstawy zęba

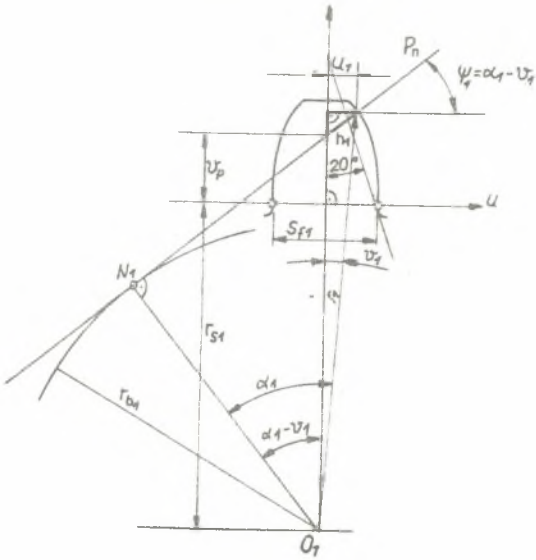
$$\psi = tg\alpha - inv\alpha_{on} - \frac{1}{z}\left(\frac{\Pi}{2} + 2xtg\alpha_{on}\right), \qquad (A.10)$$

po podstawieniu za α odpowiednio kąt α_1 lub α_2

g) kąt ϑ wg rys.A5 z zależności:

$$\vartheta = \frac{1}{z}\left(\frac{\Pi}{2} + 2xtg\alpha_{on}\right) + inv\alpha_{on} - inv\alpha \; , \qquad (A.11)$$

po podstawieniu za α kąt α_1 lub α_2



Rys.17-A5. Parametry zęba
Fig.17-A5. Tooth parameters

W dalszych obliczeniach potrzebne będą wielkości pomocnicze

h) $$f = h_{ao} - \rho_{ao} - x \,, \tag{A.12}$$

i) kąty pomocnicze

$$\gamma_o = \frac{0,5 + 2(h_{ao} - \rho_{ao})tg\alpha_{on} + \frac{2\rho_{ao}}{\cos\alpha_{on}}}{z} \tag{A.13}$$

$$\varphi = -(0,5 + \frac{f}{z})tg(\frac{\Pi}{9} + \gamma_o) + \sqrt{(0,5 + \frac{f}{z})^2 tg^2(\frac{\Pi}{9} + \gamma_o) + 2\frac{f}{z}} \tag{A.14}$$

Jeżeli kąt $\rho<0$, to oznacza brak stycznej pod kątem $20^o = \Pi/9$. Mając kąty pomocnicze i poprzednio ustalone wielkości oblicza się grubość zęba u podstawy w miejscu, gdzie styczna osiąga kąt 20°

j) $$s_f = (z-2f)\sin(\gamma_o + \varphi) - \varphi z\cos(\gamma_o + \varphi) - 2\rho_{ao}\cos\frac{\Pi}{9}, \tag{A.15}$$

k) odległość podstaw zęba od osi koła

$$2r_s = d_s = (z-2f)\cos(\gamma_o + \varphi) + \varphi z\sin(\gamma_o + \varphi) - 2\rho_{ao}\sin\frac{\Pi}{9}, \tag{A.16}$$

Dalej oblicza się:

l) pomocniczą wielkość

$$Y_p = \frac{z\cos\alpha_{on}}{2\cos\psi} \tag{A.17}$$

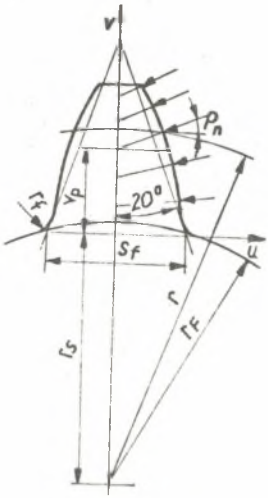
oraz poszukiwaną wartość

m) $$v_p = Y_p - r_s \,. \tag{A.18}$$

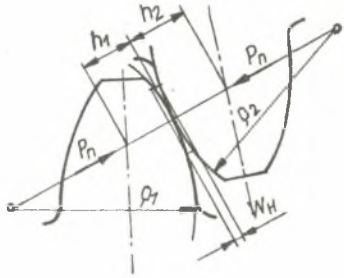
Dodatkowo zgodnie z rys.A5 wylicza się:

n) $$h = u = \frac{u}{\cos\psi} \quad \text{dla obu zębów.} \tag{A.18a}$$

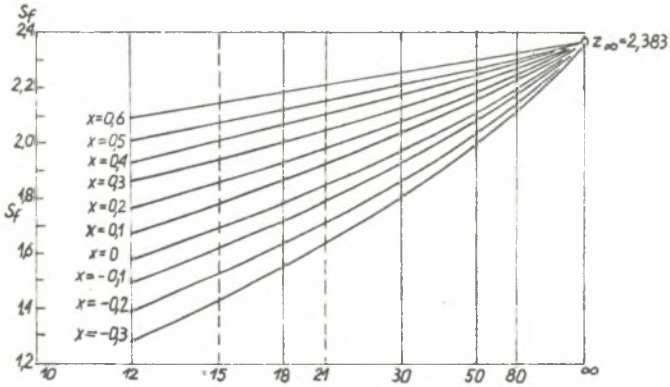
Rysunki A6 oraz A7 przedstawiają jeszcze raz parametry potrzebne do wyliczenia ugięcia zęba i spłaszczenia w miejscu styku. Dla umożliwienia kontroli uzyskanych wyników przedstawiono na rys. A8 wartości s_f określone za pomocą wzoru A.15, natomiast na rys. A9 wartości v_p. Obie wielkości wyliczono dla szczególnego przypadku $h_{ao} = 1,25$ $\rho_{ao} = 0,2$ w funkcji liczby zębów w kole oraz wartości współczynnika przesunięcia zarysu.



Rys.18-A6. Parametry zęba
Fig.18-A6. Tooth parameters

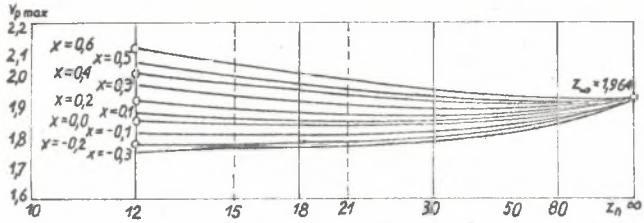


Rys.19-A7. Parametry zęba
Fig.19-A7. Tooth parameters



Rys.20-A8. Grubość zęba u podstawy s w funkcji liczby zębów z oraz współczynnika przesunięcia zarysu x obliczona dla zębatki h = 1,25, ρ = 0,2, odniesiona do modułu

Fig.20-A8. The tooth thickness at the base s as a function of the number of teeth and the correction coefficient x counted for a rack h= 1,25 , o= 0,2 , refered to a module



Rys.21-A9. Wartość ramienia siły v_{pmax} w funkcji liczby zębów oraz współcznnika przesunięcia zarysu x

Fig.21-A9. The value of force arm v_{pmax} as a function of the number of teeth and the correction coefficient x

Wyliczone poprzednio wielkości pomocnicze umożliwiają określenie ugięcia zęba w_1' oraz w_2' oraz ich wspólnego spłaszczenia w_H' z następujących wzorów:

$$w' = \frac{wE}{Qd_{t1}} = \frac{\cos^2}{\cos\alpha_w}\left[10{,}92\int_0^p \frac{(v_p-v)^2}{(2u)^3}\,dv + \right.$$

$$+ 3{,}1(1+0{,}29\mathrm{tg}^2\psi)\int_c^{v_p}\frac{dv}{2u} +$$

$$\left. + 5{,}2\,\frac{v_p}{s_f^2} + \frac{v_p}{s_f} + 1{,}4(1+0{,}29\mathrm{tg}^2\psi)\right] \qquad (A.19)$$

Spłaszczenie powierzchni obu stykająccch się zębów, zgodnie z rys. A7 doprowadzone do postaci addytywnej z poprzednim wzorem, określa się z zależności:

$$w_H' = \frac{w_H E}{Qd_{t1}} = \frac{2}{\Pi}\cdot\frac{1-\nu^2}{\cos\alpha_w}\left[\ln\frac{h_1h_2\Pi E\cos\alpha_w}{\rho d_{t1}2Q(1-\nu^2)} - \frac{\nu}{1-\nu}\right] \qquad (A.20)$$

W powyższych wzorach:

w'- ugięcie bezwymiarowe, w - ugięcie rzeczywiste, E - moduł sprężystości materiału, Q - nominalne obciążenie wg wzoru (A.2), d_{t1} - średnica toczna zębnika, b - szerokość kół, kąt wg rysunku A5, α_w - kąt przyporu na średnicy tocznej, v_p - ramię

działania siły mierzone na osi zęba, v - współrzędna w kierunku osi zęba, u - współrzędna zarysu wg rys. A5, s_f - grubość zęba u podstawy.

Dwa pierwsze człony wzoru (A.19) uwzględniają ugięcia zęba, a trzy pozostałe odkształcenie wieńca. Wzór (A.19) służy do wyznaczania kolejno ugięcia obu zębów, przy czym wielkość Q jest wspólna, chociaż wyrażona za pomocą parametrów zębnika.

We wzorze (A.20) występują dodatkowo:

w'_H - bezwymiarowe spłaszczenie zębów, w_H - rzeczywiste spłaszczenie zębów, ν - współczynnik Poissona, ρ - zastępczy promień krzywizny obu zębów w punkcie styku (A.9), h_1, h_2 - odcinki jak na rys. (A.7). We wzorze tym mimo sprowadzenia go do postaci bezwymiarowej, pozostała wielkość obciążenia jednostkowego 8. Wielkość ta może być określona w sposób przbliżony dla dwóch podstawowch przypadków: zębów utwardzanych i ulepszanych.

Przykłady obliczeń

P.1. W tablicy A6 przedstawiono wybrane wyniki obliczeń:

- ugięcie w'_1 oraz w'_2 ,
- spłaszczenia w'_H przy założeniu utwardzanych zębów Q=4 N/mm,
- oraz wielkości pomocniczych: współczynników paraboli a,b, kąta ψ_1 oraz ψ_2, ramienia działania siły v_{p1}, v_{p2},
- sumarcznego odkształcenia zw',
- sztywności zęba c obliczonego z zależności c = E/Σw', przy założeniu E w jednostkach N/mm μm,
- wyliczonej wartości sztywności ze wzoru aproksymacyjnego (A.1), w którym k_o= -0,130, k_1= 67,970, k_2= -32,292, k_3= - 86,731, oznaczonej symbolem $\tilde{c}$,
- procentowego błędu oceny sztywności.

Wyniki dotyczą następujących parametrów zazębienia i narzędzia:

- liczba zębów z_1= 20, z_2= 35,
- współczynniki przesunięcia zarysu x_1= 0,3 , x_2= 0,1 ,
- parametry narzędzia α_{on}= 20°, h_{ao}= 1,25 , ρ_{ao}= 0,2 ,
- obciążenie Q = 4N/mm^2,
- moduł sprężystości E = 206 N/mm μm.

Podczas obliczeń uzyskano między innymi:

- grubość zęba s_{f1}= 2,033 s_{f2}= 2,077,
- długość odcinka N_1N_2 = e = 10,467,

- w tej samej skali podziałka $p_b = \frac{\Pi\cos 20}{e} = 0,282$,
- w tej samej skali podziałka $q_1 = 0,600$ $q_2 = 0,170$,
- stąd wskaźnik przporu

$$E_\alpha = \frac{q_1 - q_2}{p_b} = 1,525$$

Na podstawie danych tablicy należy wyliczyć wartość średnią sztywności $c_{śr} = 13,856$. Podczas obliczeń dynamicznych wyliczone chwilowe wartości za pomocą wzoru aproksymacyjnego dzieli się przez wartość średnią, co powoduje, że sztywność zęba waha się około 1, co ułatwia dalszą interpretację wyników.

Tablica A7

Wyniki obliczeń sztywności dla przekładni o parametrach jak w tablicy A6, przy równomiernej zmianie kąta przyporu na kole 1

kąt α_1	współrzędna q	Σw	c	$\bar{c}$
0,5888	0,5996	19,2732	10,6880	10,5618
0,5388	0,5367	15,2547	13,5041	13,7527
0,4888	0,4775	13,2922	15,4978	15,5386
0,4388	0,4214	12,5652	16,3945	16,2404
0,3888	0,3678	12,6944	16,2277	16,0954
0,3388	0,3164	13,4450	15,3217	15,2821
0,2888	0,2668	14,9463	13,7827	13,9378
0,2388	0,2186	17,1185	12,0337	12,1650
0,1888	0,1716	20,2501	10,1728	10,0491
0,1388	0,1255	24,7361	8,3279	nie dotyczy
0,0888	0,0800	31,0260	6,6396	

Dodatkowe informacje dotyczące obliczania sztywności podano w literaturze [1].

W tablicy A7 przedstawiono niektóre wyniki obliczeń za pomocą programu, w którym kąt przyporu jest zmieniany o wartość stałą 0,05 , a wyliczane są pozostałe wielkości, w tym wartość współrzędnej q oraz sumarycznego odkształcenia. Z danych zawartych w poprzedniej tablicy wynika, że współczynnik q nie schodzi poniżej q = 0,170, z tego względu ograniczono wyliczanie do tej

okolicy. Następnie opisano wyniki za pomocą paraboli trzeciego stopnia uzyskując następujące wartości współczynników paraboli:

$k_o = -0{,}0667$, $k_1 = 66{,}6767$, $k_2 = -30{,}3502$, $k_3 = -85{,}5383$

Pomimo znacznej różnicy w porównaniu z parabolą opisującą rezultaty z tablicy A6, wartości sztywności są również bardzo dokładnie odtworzone.

Wybór sposobu wyliczania i kolejności poszczególnych operacji uzależniony jest od komputera.

Tablica A8

Wyniki obliczeń sztywności dla przekładni o parametrach jak w tablicy A6 i A7 przy równomiernej zmianie kąta przyporu o 0,1 rad.

kąt α_1	współrzędna q	Σw	c	$\tilde{c}$
0,5888	0,5996	19,5864	10,5175	10,4993
0,4888	0,4775	13,400	15,5731	15,4581
0,3888	0,3678	12,8171	16,0722	15,9265
0,2888	0,2668	15,0634	13,6755	13,7844
0,1888	0,1716	20,2909	10,1523	10,1223

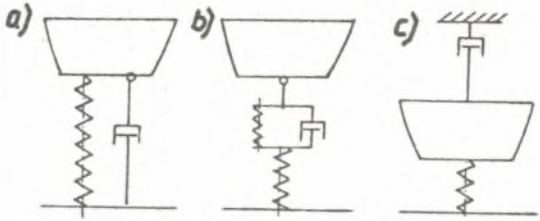
Większy krok kątowy wpłynął na wyniki obliczeń sumarycznego odkształcenia i sztywności. Współczynniki paraboli opisującej sztywność wynoszą:

$k_o = 1{,}3087$, $k_1 = 54{,}7211$, $k_2 = -1{,}0871$, $k_3 = -107{,}7584$.

Dokładność wyliczenia sztywności jest wystarczająca.

6.2. Dobór wielkości tłumienia

Tłumienie odgrywa bardzo istotną rolę w dynamice przekładni zębatej. Zilustrowano to między innymi w tablicy 6. W obliczeniach przekładni zębatych stosuje się trzy sposoby modelowania tłumienia przedstawione symbolicznie na rys. A.10. Szczegółowy opis problemu znajduje się w [1]. Do obliczeń symulacyjnych przyjmuje się model c dobierając odpowiednio wartość współczynnika tłumienia.

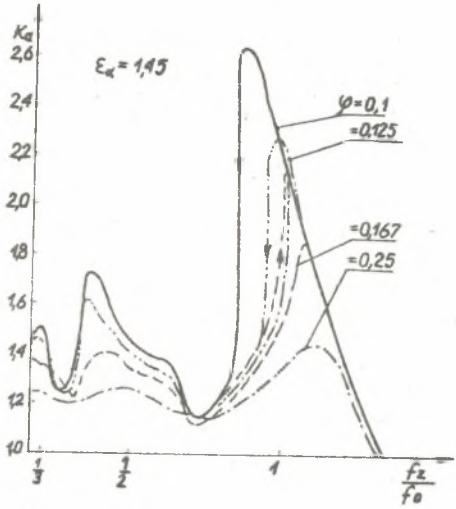


Rys.22-A10. Sposoby modelowania tłumienia
Fig.22-A10. The manners of modeling of damping

Bezwymiarowy współczynnik tłumienia φ zależny jest od prędkości obwodowej kół. Przy prędkości v powyżej 30 m/s przyjmuje się najczęściej $\varphi = 0,1$, przy mniejszych prędkościach współczynnik φ jest większy a jego wartość można obliczyć ze wzoru:

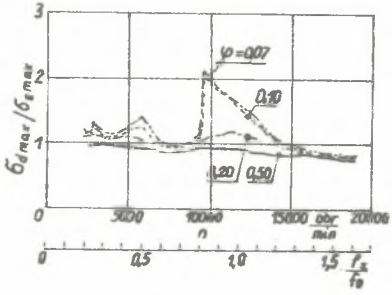
$$\varphi = 0,553 - 0,0352\ v^2 + 0,00106\ v^2 - 0,000012\ v^3 \qquad \text{(A. 21)}$$

Wpływ wartości współczynnika tłumienia jest szczególnie istotny w pobliżu głównego rezonansu. Aczkolwiek przekładnie o zębach prostych pracują z reguły przy małych prędkościach, to jednak na skutek zużycia się zarysu częstotliwość drgań zbliża się do częstotliwości rezonansowej, tj. na jedno zazębienie przypada jedna istotna zmiana siły. Rysunek A11 przedstawia wpływ wartości współczynnika tłumienia na wartość współczynnika sił dynamicznych K_d . Jak wnika z rysunku, szczególnie duże znaczenie ma wartość współczynnika tłumienia w okolicy stanów rezonansowych, tj. gdy stosunek częstotliwości zazębienia do częstotliwości własnej wynosi 1 , 1/2 , 1/3. W innych przypadkach różnice są małe, ale małe są też siły dynamiczne.
Podobne wnioski można sformułować na podstawie rys. A12, dlatego badania symulacyjne należy prowadzić przy kilku prawdopodobnych wartości współczynnika tłumienia, jak to pokazano w tablicy 6.



Rys.23-A11. Wpływ współczynnika tłumienia na K_d

Fig.23-A11. The effect of a damping coefficient on K_d



Rys.24-A12. Wpływ współczynnika tłumienia na wartość naprężeń u podstawy zęba

Fig.24-A12. The effect of a damping coefficient on a value of stresses at the tooth base

6.3. Wpływ zużycia zęba

Dla celów diagnostycznych najważniejsze są badania wpływu zużycia zębów na wielkości dynamiczne, a więc siły dynamiczne i towarzyszące im przyspieszenia drgań. Zbyt mało jest dotychczas danych empirycznych, aby można było jednoznacznie opisać zarys zęba w funkcji czasu pracy. Dlatego w dalszej części opracowania zaleca się badanie procesu diagnostycznego przy założeniu kilku prawdopodobnych rodzajów zużycia i wysnuwanie wniosków wspólnych. Omówione bę ą trzy rodzaje zużcia.

6.3.1. Zużycie zęba proporcjonalne do nacisków powierzchniowych

Podstawą obliczeń jest wzór określający naciski międzyzębne

$$P_H = \sqrt{\frac{P_n}{2\rho b} \cdot \frac{E}{\Pi(1-\nu)}} , = \text{const} \sqrt{\frac{P_n}{\rho}} , \qquad (A.22)$$

gdzie: P_n - chwilowa wartość siły międzyzębnej

$$\rho = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1+\rho_2} = q_1(1-q_1), \qquad (A.23)$$

ρ - promień krzywizny,

q - współrzędna na odcinku N_1N_2, (rys.4)

Tak więc do obliczeń wprowadza się wzór określający ubytek lokalny grubości zęba g

$$g = \text{const} \sqrt{\frac{Pn}{\rho}} = (0,05 \div 0,1) \sqrt{\frac{P}{\rho}} , \qquad (A.24)$$

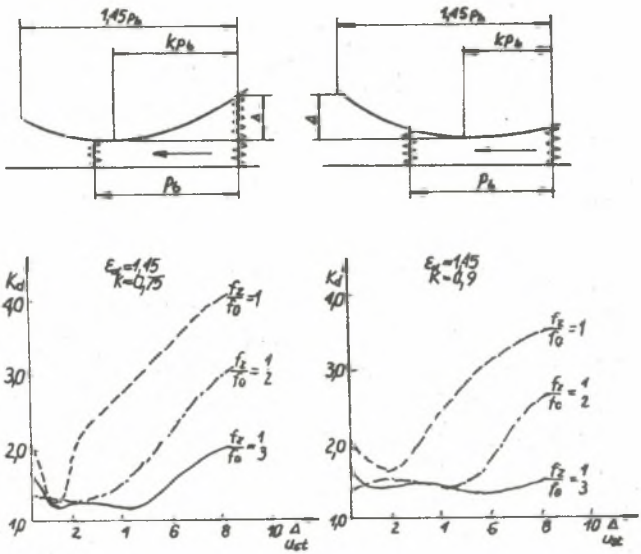
Stałą we wzorze (A.24) dobiera się w ten sposób, aby maksymalna wartość ubytku g nie przekraczała 0,20 ugięcia statycznego. Ponieważ siła P_n nie przekraczała na ogół liczby 2, a promień krzywizny określony wzorem (A.23) w tym okresie osiąga wartość ok. 0,2, to podane wyżej wartości stałej spełniają ten warunek. W dokładniejszych obliczeniach, kiedy wstępnie znane są wartości ubytków g, należy odpowiednio zmniejszyć stałą.

Ponieważ wypadkowy promień krzywizny pary zębów osiąga maksimum dla q=0,5 , co przy przełożeniu u=1 występuje w połowie odcina przyporu, przeto najmniejsze zużycie wypada na środku odcinka, a im bliżej głowy, tym zużycie większe przy stałej sile. W okolicy dwuparowego zazębienia siła jest na ogół mniejsza i dlatego tam zużycie ponownie spada (por. rys. 10).

Pomimo tego pewien pogląd na zachodzące zjawiska można uzyskać nawet przy tak uproszczonym zarysie, jak to przedstawia rys. (A13). Przyjęto tam zarys paraboliczny, który może występować przy głównym rezonansie $f_z/f_o = 1$ i przedstawiono wartości sił określonych za pomocą współczynnika K_d w funkcji wielkości ubytku zęba oznaczonego symbolicznie na rysunku. Jak widać,

przebieg siły zależy od kierunku ruchu w stosunku do miejsca maksymalnego zużycia lub, jak to pokazano na rysunku, od asymetrii zużycia w stosunku do środka bryły.

Z wielkością zużycia łączy się liczba kroków obliczeniowych na podziałce względnie na odcinku przyporu. Chodzi o to, aby skokowe zmiany kształtu zęba pomiędzy poszczególnymi krokami były możliwie małe. Ten problem omawiany będzie w dalszej części opracowania.



Rys.25-A13. Wartości współczynnika sił dynamicznych w funkcji zużycia w kilku stanach rezonansowych

Fig.25-A13. The values of dynamic forces coefficient as a function of wear at several resonance states

6.3.2. Zużycie zęba proporcjonalne do głębokości zalegania maksymalnych naprężeń stycznych

Podstawą obliczeń jest wzór:

$$g = \text{const}\sqrt{\rho P} = (0,2 + 0,3)\sqrt{\rho P} \qquad \text{(A.25)}$$

Bliższe informacje o wzorach (A.24 i A.25) można znaleźć w [4], rozdział 2.4.1. Także i w tym przypadku ostateczną wartość współczynnika proporcjonalności można określić po przeprowadzeniu wstępnych obliczeń i określeniu stopnia zużycia zęba w każdym kroku obliczeniowym.

6.3.3. Zużcie zęba proporcjonalne do wartości chwilowej przyrostu temperatury powierzchni zęba

Zgodnie z danymi zawartymi w rozdziale 3.8.3. [4] przyrost temperatury, a stąd i zużycie jest proporcjonalne do:

$$g = \text{const } B.\ p^{3/4} = (0,1 + 0,3)\ B.P^{3/4}, \qquad (A.26)$$

gdzie: P - chwilowa wartość siły międzyzębnej,

B - współczynnik zależny od przełożenia $u=z_2:z_1$ oraz współrzędnej q,

$$B = \frac{\frac{u+1}{u}\left|q(u+1)-1\right|}{\left(\sqrt{q(u+1)} + \sqrt{(1-1)\frac{u+1}{u}}\right)\sqrt[4]{(u+1)(1-q)q}} \qquad (A.27)$$

Także w tym przypadku należy dobrać odpowiednią wartość stałej we wzorze (A.26), aby uzyskać małe przyrosty zużycia zęba.
W tablicach A.9, A10 i A11 przedstawiono wyniki obliczeń zjawisk dynamicznych za pomocą trzech wzorów: (A.24), (A.25) i (A.26). W celu skrócenia zapisów i czasu obliczeń stosowano względnie wysokie wartości współczynników proporcjonalności, co uwydatniło się w wartościach zużycia głowy zęba (początek pracy zazębienia).

W poszczególnych kolumnach ujęto:

1) kolejny numer obliczenia,
2) zużycie głowy zęba po zakończeniu obliczenia,
3) wartość skuteczną przyspieszenia drgań,
4) wartość szczytową siły międzyzębnej,
5) miejsce występowania siły,
6) wartość szczytową w drugiej parze zębów,
7) miejsce występowania siły w drugiej parze,
8) ektremalne przyspieszenie w zazębieniu jednoparowym,
9) ektremalne przyspieszenie w zazębieniu dwuparowym.

Tablica A9

Wyniki obliczeń przy stosowaniu wzoru (A.24)

nr	g	a_{sk}	P_1	m	P_2	m	a_{min}	a_{minmin}
1	0,20	0,178	1,27	180	0,92	0	-0,278	-0,504
2	0,38	0,164	1,34	183	0,72	4	-0,344	-0,183
3	0,56	0,181	1,38	187	0,74	0	-0,383	-0,181
4	0,74	0,202	1,41	187	0,79	0	-0,415	-0,251
5	0,94	0,231	1,44	190	0,88	0	-0,445	-0,368
6	1,14	0,271	1,48	194	0,99	0	-0,474	-0,523
7	1,36	0,326	1,51	194	1,11	0	-0,507	-0,699
8	1,59	0,398	1,57	197	1,22	0	-0,557	-0,882
9	1,83	0,489	1,65	197	1,33	0	-0,640	-1,062
10	2,07	0,609	1,78	201	1,44	0	-0,765	-1,242
11	2,33	0,796	2,09	201	1,55	0	-1,072	-1,431
12	2,60	0,953	2,43	212	1,74	0	-1,374	-1,743
13	2,89	1,050	2,26	222	2,07	4	-1,160	-2,357
14	3,10	1,070	2,13	166	2,05	11	-1,252	-2,679
15	3,27	1,024	1,93	169	2,00	14	-1,093	-2,701
16	3,39	0,997	1,88	187	1,99	18	-0,991	-2,530
17	3,46	0,997	2,10	187	1,99	21	-1,204	-2,449
18	3,51	1,020	2,33	194	1,98	25	-1,420	-2,544
19	3,63	0,981	2,40	197	1,84	28	-1,451	-2,387
20	3,79	0,942	2,49	201	1,66	28	-1,516	-2,181
21	4,00	0,886	2,51	204	1,45	32	-1,510	-1,780
22	4,22	0,896	2,74	208	1,31	109	-1,699	-1,532
23	4,46	0,922	2,98	212	1,41	4	-1,905	-1,404
24	4,60	1,174	3,35	219	1,86	18	-2,219	-2,152
25	4,60	1,527	4,05	240	2,68	28	-2,868	-3,670
26	4,60	1,514	3,83	240	2,91	42	-2,644	-3,735
27	4,60	1,486	3,73	240	2,82	42	-2,534	-3,517
28	4,60	1,430	3,64	240	2,75	42	-2,429	-3,496
29	4,60	1,394	3,55	240	2,76	46	-2,333	-3,414
30	4,60	1,360	3,55	243	2,74	46	-2,300	-3,522

Tablica A10

Wyniki obliczeń przy stosowaniu wzoru (A.25)

nr	g	a_{sk}	P_1	m	P_2	m	a_{min}	a_{minmin}
1	0,20	0,178	1,27	180	0,92	0	-0,278	-0,504
2	0,38	0,182	1,36	183	0,63	14	-0,369	-0,218
3	0,57	0,205	1,43	190	0,63	0	-0,432	-0,183
4	0,79	0,250	1,47	194	0,79	0	-0,465	-0,431
5	1,05	0,336	1,48	197	1,01	0	-0,465	-0,816
6	1,32	0,483	1,52	278	1,23	0	-0,513	-1,237
7	1,62	0,727	1,79	197	1,38	0	-0,794	-1,583
8	1,94	0,972	2,40	208	1,49	0	-1,356	-1,842
9	2,29	1,088	2,23	222	1,95	0	-1,233	-2,782
10	2,58	1,088	2,01	95	1,82	95	-1,121	-2,829
11	2,80	1,031	2,03	102	1,79	18	-1,096	-2,721
12	2,99	1,028	2,39	190	1,84	25	-1,440	-2,561
13	3,17	1,011	2,51	197	1,72	25	-1,572	-2,294
14	3,41	0,833	2,30	201	1,24	28	-1,334	-1,643
15	3,68	0,830	2,69	208	1,08	0	-1,667	-1,131
16	3,99	0,960	3,27	215	1,54	0	-2,164	-2,021
17	4,14	1,250	3,54	222	1,77	21	-2,393	-2,442
18	4,14	1,549	4,45	243	2,27	32	-3,141	-3,759
19	4,14	1,513	4,15	243	2,52	42	-2,998	-3,625
20	4,14	1,439	3,97	247	2,34	46	-2,806	-3,407
21	4,14	1,395	3,81	247	2,29	46	-2,645	-3,429
22	4,14	1,351	3,65	250	2,05	46	-2,532	-3,496
23	4,14	1,304	3,63	254	1,97	56	-2,487	-3,380
24	4,14	1,279	3,62	257	2,06	60	-2,403	-2,923
25	4,30	1,285	3,80	261	2,04	67	-2,457	-2,953
26	4,54	1,262	3,91	264	1,90	71	-2,506	-2,826
27	4,85	1,189	3,82	268	1,78	81	-2,371	-2,614
28	5,20	1,165	3,89	268	2,18	0	-2,440	-2,422
29	5,59	1,324	4,58	275	2,62	0	-3,078	-2,614

Tablica A11

Wyniki obliczeń przy stosowaniu wzoru (A.26)

nr	g	a_{sk}	P_1	m	P_2	m	a_{min}	a_{minmin}
1	0,13	0,178	1,27	180	0,92	0	-0,278	-0,504
2	0,25	0,161	1,29	180	0,85	0	-0,290	-0,347
3	0,36	0,166	1,30	183	0,85	0	-0,299	-0,311
4	0,47	0,174	1,31	183	0,85	0	-0,304	-0,283
5	0,57	0,182	1,31	183	0,86	0	-0,303	-0,263
10	1,03	0,221	1,32	194	0,94	0	-0,299	-0,399
20	1,92	0,375	1,55	148	1,12	4	-0,456	-0,920
30	2,47	1,003	2,66	180	1,55	99	-1,622	-2,419
40	3,47	0,997	2,72	194	1,59	0	-1,648	-2,510
45	4,16	0,989	2,54	194	1,79	0	-1,582	-2,429
50	4,81	0,908	2,25	130	1,82	4	-1,240	-2,005
55	5,38	0,834	1,77	92	1,96	7	-0,797	-2,136
60	5,77	1,002	2,29	109	2,13	18	-0,676	-2,518
65	6,02	1,049	2,64	194	1,74	25	-1,58	-2,621
70	6,58	1,051	2,64	123	1,80	7	-1,212	-2,431
75	6,76	1,448	3,78	137	2,78	28	-1,309	-4,345
80	6,76	1,322	3,83	148	2,73	32	-2,403	-3,864
85	6,76	1,387	4,03	162	3,14	39	-2,904	-3,527
90	7,11	1,365	3,94	166	3,16	46	-2,797	-3,609
95	7,84	1,293	3,80	166	2,77	43	-2,614	-3,147
100	8,47	1,147	3,47	162	2,25	56	-2,238	-2,349
105	8,84	0,952	2,78	162	1,72	60	-1,521	-1,791
106	8,88	0,917	2,54	159	1,59	60	-1,354	-1,929
107	8,88	0,903	2,42	159	1,60	21	-1,302	-1,942
108	8,91	0,887	2,33	159	1,60	21	-1,255	-1,928
109	8,93	0,870	2,28	145	1,59	21	-1,210	-1,892
110	8,98	0,853	2,27	145	1,57	21	-1,146	-1,889
111	9,02	0,840	2,26	145	1,56	25	-1,091	-1,884
112	9,07	0,836	2,25	145	1,55	25	-1,064	-1,855
113	9,13	0,833	2,23	145	1,51	28	-1,051	-1,813
114	9,20	0,837	2,22	145	1,48	28	-1,080	-1,761
115	9,27	0,848	2,27	159	1,43	28	-1,142	-1,697

Pomimo zasadniczych różnic we wzorach określająccch zużycie zależności pomiędzy siłami a symptomami zużycia, tj. a_{min} i a_{sk}

są w przybliżeniu zbieżne. Przy analizie danych zawartych w tablicach należy analizować korelację pomiędzy symptomami a_{min} i a_{sk} a nadwyżką dynamiczną $P_{dyn} = P_1-1$ w okresie jednoparowego zazębienia lub $P_{dyn} = P_1+P_2-1$ w okresie dwuparowego zazębienia.

W szerokim zakresie zmian zarysu zęba korelacja jest bardzo dobra pomimo dość dowolnego przyjęcia procesu ścierania. Analizując tablice należy mieć na uwadze, że wiersz nr 1 jest we wszystkich przypadkach taki sam, ponieważ dotyczy tej samej przekładni w stanie nowym. Obliczenia dotyczą przekładni opisanej w tablicy A6 i A7, numer punktu na odcinku obliczeniowym (podziałce) zmieniał się od m=0 do m=284, przy czym w zakresie od m=0 do m=148 występowało zazębienie dwuparowe.
W tablicy A12 przedstawiono wyniki analizy harmonicznej wybranych fragmentów tablic A9, A10 i A11.

Tablica A12

Wartości harmoniczne

pozycja	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8
A 9/1	0,013	0,012	0,023	0,067	0,086	0,133	0,066	0,081
A 9/19	0,123	0,049	1,034	0,526	0,176	0,481	0,467	0,070
A 9/29	0,149	0,148	1,497	0,320	0,327	0,929	0,282	0,318
A10/19	0,146	0,408	1,407	0,579	0,723	0,754	0,533	0,533
A10/29	0,190	0,639	1,306	0,475	0,712	0,508	0,339	0,336
A11/4	0,021	0,013	0,084	0,115	0,184	0,029	0,030	0,016
A11/24	0,053	0,074	0,169	0,488	0,193	0,077	0,025	0,022
A11/34	0,108	0,063	0,681	1,013	0,350	0,277	0,355	0,31[illegible]
A11/80	0,211	0,865	1,051	0,711	0,776	0,192	0,482	0,265
A11/110	0,274	0,926	0,499	0,184	0,074	0,235	0,281	0,185

Wyniki te są o wiele trudniejsze w interpretacji aniżeli poprzednio omawiane symptomy, ale wskazują na zmianę charakteru drgań, co wpływa bezpośrednio na ich postać.

Przykład obliczeniowy P2

W laboratoriach naukowych spotyka się maszynę o nazwie FZG, przeznaczoną do badania olejów przekładniowych na zatarcie. Może ona służyć także do innych badań kół zębatych, o ile dobierze się odpowiednio parametry kół, w tym także parametry

materiałowe. Tablica A13 zawiera podstawowe parametry kół; najistotniejsze są: odległość osi a= 91,5 mm, przełożenie u= 24/16 (ze względu na przekładnię zamykającą). Współczynniki przesunięcia zarysu mogą być w szerokich granicach dowolnie dobierane.

Tablica A13

Parametry kół w maszynie FZG

Odległość osi kół	$a = 91,5$ mm
Szerokość kół (czynna)	$b = 20$ mm
Średnica toczna zębnika	$d_{w1} = 73,2$ mm
Średnica toczna koła	$d_{w2} = 109,8$ mm
Średnica wierzchołkowa zębnika	$d_{a1} = 88,77$ mm
Średnica wierzchołkowa koła	$d_{a2} = 112,50$ mm
Moduł	$m_n = 4,5$ mm
Liczba zębów w zębniku	$z_1 = 16$
Liczba zębów w kole	$z_2 = 24$
Współczynnik przesunięcia zarysu	$x_1 = 0,8635$
Współczynnik przesunięcia zarysu	$x_2 = -0,5$
Kąt zarysu	$\alpha_{on} = 20^o$
Kąt przyporu na średnicy tocznej	$\alpha_w = 22,44^o$
Prędkość obwodowa	$v = 0,00383n_1$ m/s
Silnik napędza koło duże z prędkością	$n_2 = 1500$ obr./min
Materiał kół do badania zatarcia :	20MnCr5 (DIN 17210) nawęglany do 60-62 HRC, dokładność wykonania kół 5 DIN 3962 B4.

Do badań eksperymentalnych, których wyniki opublikowane będą oddzielnie, przyjęto koła nieutwardzane w celu umożliwienia dużego zużycia, jak to ma miejsce najczęściej w dużych kołach zębatych. Stosując poprzednio opisaną metodę wyznaczania sztywności zębów aproksymowano wyniki obliczeń za pomocą wielomianu 3 stopnia

$$c = -0,0667 + 66,6767q - 30,3502q^2 - 85,5383q^3 \qquad (A.28)$$

Jako wartość średnią przyjęto $c_m = 1/,2$

W obliczeniach dynamicznych przyjęto:

początek pracy kół $q_2 = 0,3064$,

koniec pracy kół $q_1 = 0,8202$,

podziałka na kole zasadniczym $P_b = 0,3792$,

wskaźnik przyporu

$$\varepsilon = \frac{g_1 \quad g_2}{p_b} = 1,355 \ ,$$

Powyższe dane wyliczono przy założeniu narzędzia o $h_{ao} = 1,25$ oraz $\rho_{ao} = 0,2$ i kącie $\alpha_{on} = 20^o$.
W celu zilustrowania problemu doboru współczynnika charakteryzującego wielkość zużycia do obliczeń przyjęto dwie wartości występujące we wzorze (A.24). W tablicyy A14 zawarto wyniki obliczeń przy założeniu wzoru:

$$g = 0,3 \sqrt{\frac{P}{\rho}} \ , \qquad (A.29)$$

natomiast w tablicy A15 wyniki obliczeń ze wzoru:

$$g = 0,1 \sqrt{\frac{P}{\rho}} \ , \qquad (A.30)$$

tj. w zakresie podanym przy wzorze (A.24).

Tablica A14

Wyniki obliczeń przy stosowaniu wzoru (A.29)

nr	g	a_{sk}	p_1	m	p_2	m	a_{min}	$a_{min\ min}$
1.	0,56	0,157	1,18	174	0,99	0	-0,208	-0,753
2.	0,91	0,141	1,17	182	0,76	23	-0,185	-0,374
3.	1,39	0,107	1,16	190	0,60	0	-0,161	-0,256
4.	2,15	0,125	1,18	190	0,75	0	-0,203	-0,443
5.	2,65	0,161	1,25	190	0,86	0	-0,285	-0,538
6.	3,20	0,197	1,34	193	0,92	0	-0,363	-0,648
7.	3,78	0,229	1,41	201	0,95	0	-0,416	-0,764
8.	4,37	0,258	1,47	205	0,96	0	-0,444	-0,836
9.	4,98	0,288	1,52	212	0,95	0	-0,456	-0,871
10.	5,58	0,327	1,54	216	0,93	4	-0,447	-0,862
11.	6,17	0,377	1,55	224	0,92	11	-0,423	-0,789
12.	6,73	0,445	1,52	228	0,92	19	-0,428	-1,052
13.	7,26	0,527	1,52	230	1,05	114	-0,567	-1,347
14.	7,76	0,606	1,99	224	1,18	121	-0,979	-1,582
15.	8,26	0,660	2,34	225	1,31	129	-1,213	-1,856
16.	8,78	0,669	2,57	246	1,29	133	-1,361	-2,021

Tablica A15

Wybrane wyniki obliczeń przy stosowaniu wzoru (A.30)

nr	g	a_{sk}	P_1	m	P_2	m	a_{min}	$a_{min\ min}$
1.	0,19	0,157	1,18	174	0,99	0	-0,208	-0,753
5.	0,89	0,132	1,16	182	0,83	0	-0,177	-0,547
8.	1,45	0,158	1,16	190	0,88	0	-0,174	-0,663
11.	2,04	0,190	1,17	190	0,92	0	-0,197	-0,754
14.	2,64	0,229	1,21	190	0,94	0	-0,252	-0,818
17.	3,25	0,271	1,28	193	0,95	0	-0,331	-0,852
20.	3,87	0,319	1,38	197	0,94	0	-0,431	-0,860
22.	4,28	0,353	1,46	197	0,93	0	-0,508	-0,856
25.	4,89	0,410	1,60	201	0,92	4	-0,639	-0,886
28.	5,50	0,476	1,80	209	0,92	110	-0,811	-1,041
32.	6,30	0,560	2,07	220	1,03	118	-1,012	-1,261
35.	6,88	0,613	2,23	231	1,11	125	-1,118	-1,438
38.	7,41	0,656	2,37	239	1,20	129	-1,201	-1,587
40.	7,74	0,677	2,44	243	1,27	133	-1,261	-1,730
43.	8,25	0,694	2,57	254	1,17	133	-1,353	-1,974
46.	8,89	0,737	2,65	262	1,30	0	-1,407	-0,982
49.	9,69	0,818	2,64	269	1,96	0	-1,383	-2,109
52.	10,58	0,898	2,66	277	2,15	0	-1,373	-2,856
58.	12,14	0,916	2,70	292	2,01	15	-1,343	-2,199
61.	12,53	0,909	2,80	296	2,22	23	-1,419	-2,416
80.	12,53	1,135	3,22	337	2,83	57	-1,694	-3,331
90.	13,60	1,182	3,17	72	2,88	72	-1,631	-3,553
100.	16,83	1,245	3,05	91	2,97	0	-1,523	-3,844
108.	19,28	1,214	2,71	102	2,74	15	-1,397	-2,969
114.	19,84	1,205	2,81	303	2,90	27	-1,492	-3,268
125.	19,84	1,119	3,00	322	2,78	42	-1,451	-3,144
137.	19,84	1,144	3,48	341	2,89	57	-1,800	-3,399
147.	21,50	1,219	3,63	356	3,18	76	-1,828	-3,918
160.	23,84	1,266	3,75	368	3,37	0	-1,857	-3,573
167.	25,20	1,357	3,88	375	4,11	0	-1,903	-4,852

Porównując wyniki zawarte w obu tablicach zauważa się większą dokładność oceny zachodzących zjawisk, szczególnie w okolicy punktów 12-15 w tablicy A14 i 32-46 w tablicy A15, kiedy wartości zużcia głowy zęba są porównywalne, ale zmiany wartości sił

przebiegają inaczej. Świadczy to o celowości stosowania małego kroku zużcia, aby uniknąć nagłych zmian wyników miarodajnych dla procesu diagnostycznego.

Uwagi praktyczne

Gdy opanowano sposoby wyliczania sztywności w funkcji kroku obliczeniowego i przjęto określony sposób zużywania się zębów, można przystąpić do rozwiązywania równania różniczkowego przedstawiającego zmiany przyspieszenia w funkcji czasu. Jest to równanie (1) lub (2), które zostanie powtórzone dla jasności wywodu.

$$a = \frac{d^2y}{dt^2} = 1 - 2\varphi \frac{dy}{dt} - c_1u' - c_2u'' \qquad (A31)$$

Równanie to rozwiązuje się numerycznie np. metodą Runge-Kutty. W tym celu należy: - przyjąć wartości początkowe dla y oraz $\frac{dy}{dt}$; najczęściej jako wielkość początkową przyjmuje się zero, ale pierwsze 5-10 wyników należy odrzucić jako obarczone znacznym błędem (okres rozruchu przekładni). Zwykle po 5 krokach całkowania interesujące nas wartości stabilizują się. Numerację kroków rozpoczyna się w tych warunkach od wartości ujemnych, np. -10 i tak przygotowuje się algorytm obliczeń, aby w okresie rozruchu nie następowało zużwanie się zębów i nie były notowane żadne wielkości. Dopiero od n=0 lub n=1 w zależności od programu notowane są wyniki (lub wprowadzane do statystyki) i wyliczany jest nowy kształt zęba (bryły modelowej).

a) Liczba kroków obliczeniowych na podziałce

Od liczby kroków obliczeniowych zależy dokładność obliczeń. Uzależnia się liczbę kroków od liczby spodziewanch fal (siły, prędkości, przspieszenia, zużycia). Liczba ta ulega podczas zużywania się zęba zmianie, ale największą wartość osiąga na początku procesu zużycia. Orientacyjnie można przyjąć ok. 20 kroków dla jednej fali względnie wstępnie ok. 100 kroków na podziałce dla przekładni o zębach prostch, gdzie częstotliwość zazębienia jest mała w porównaniu z częstotliwością drgań własnych. Po wyliczeniu przebiegu i wyznaczeniu liczby fal na podziałce można ewentualnie zmienić założenia obliczeniowe. Wstępnie można też kierować się uwagami zawartymi w [4], rozdziale 2.2.2.3 lub wynikami obliczeń przeprowadzanych za pomocą wzorów (1.16) - (1.19), zawartymi w [1]. Orientacyjnie można

przyjąć, że prędkość krytyczna dla przekładni o zębach prostych wynosi:

$$v_{kr} = \frac{800}{z_1} \sqrt{\frac{1 + u^2}{u^2}}, \quad m/s \qquad (A32)$$

gdzie: z_1 - liczba zębów w zębniku,
$u = z_2/z_1 \geq 1$ - przełożenie

Znając rzeczywistą prędkość obwodową kół v dobiera się wstępnie liczbę kroków na podziałce

$$k = 20 \frac{v_{kr}}{v} \qquad (A33)$$

Liczba kroków na podziałce decyduje o liczbie pamięci, jaką trzeba zarezerwować dla zapamiętania kształtu zęba. Jest ona większa od wartości iloczynu εk, gdzie ε - stopień zazębienia. Ma ona oczywisty wpływ na czas obliczeń.

Celowe jest rozpoczęcie obliczeń od sytuacji przedstawionej na rys. 5, tj. od chwili wejścia nowej pary zębów w zazębienie (punkt E_2 na rys. 4). Wtedy w pierwszym okresie, proporcjonalnym do czasu dwuparowego zazębienia (ε -1), wylicza się siły P_1 oraz P_2, co oznacza, że we wzorze (A31) występuje zarówno u', jak też u". Przy czym należy pamiętać, że ugięcia u' i u" zamiast wartości ujemnych otrzymują wartość zerową. W okresie dwuparowego zazębienia oblicza się zużycie także drugiej pary, tj. zębów (3) i (4) na rys. 5. Po okresie dwuparowego zazębienia występuje tylko siła P_1 oraz ugięcie u', które również nie przyjmuje wartości ujemnych ze względu na luz międzyzębny umożliwiający oderwanie się bryły od sprężyn imitujących zęby.

Odpowiednio do liczby kroków na podziałce k dobiera się krok czasowy: Δt. Wstępnie można przyjąć krok czasowy

$$\Delta t = \frac{2\Pi}{k} \cdot \frac{v_{kr}}{v} \qquad (A34)$$

Ponieważ v_{kr}/v nie jest dostatecznie dokładnie określone, celowe jest badanie kół przy kilku zbliżonych wartościach, aby uniknąć utraty lokalnego rezonansu.

b) Ugięcie sprężyn w modelu

Całkując równanie (A31) otrzymuje się między innymi informację o prędkości dy/dt, która ma bezpośredni wpływ na siłę

tłumienia oraz przemieszczenie bryły, od którego zależy ugięcie sprężyn. Od wielkości y, oznaczanej też przez Y, odejmuje się wielkość zużycia na ogół zmiennego w każdym kroku. Wartości zużycia w odpowiedniej do innych wielkości skali przechowywane są w tablicach oddzielnie dla pierwszej i drugiej pary zębów. Budując tablice należy zabezpieczyć się przed pomyłkami wyboru wielkości zużycia. Celowe jest wyświetlanie numeru miejsca w tablicach 1 i 2. Przy założeniu liczby kroków k=100 numery pozycji różnią się w okresie dwuparowego zazębienia o stałą wartość 100. Dalej natomiast numer dotyczący drugiej pary, która wyszła już z zazębienia, nie ulega zmianie i zależy od wielkości współczynnika przyporu (ε -1). Celowe jest też zabezpieczenie przed przekroczeniem granicy tablicy np. przez wstawienie w odpowiednie miejsce liter zamiast liczb, co kalkulator natychmiast zaalarmuje. Przy wyliczaniu sztywności dla drugiej pary zębów należ pamiętać, że współczynnik q dla drugiej pary jest większy od wartości współczynnika dla pierwszej pary o stałą wartość podziałki na kole zasadniczym P_b.

c) Zakres obliczeń zużycia

Zużycie zęba wyliczane jest w odniesieniu do ugięcia statycznego. Rzeczywiste zużycie można wyliczyć, gdy znane jest ugięcie statyczne.

Ugięcie statyczne zależy od:

Q - obciążenia kół wyrażonego za pomocą wzoru (A.2),

d_{t1} - średnicy tocznej zębnika,

E - modułu sprężystości

i może być zgodnie ze wzorami (A19) i (A20) wyliczone z zależności

$$u_{st} = \frac{Qd_{t1}}{c} \qquad \text{(A35)}$$

Dla kół utwardzanych można w pierwszym przybliżeniu przyjąć Q = 4 N/mm^2 a dla kół ulepszanych Q = 1 N/mm^2. Przyjmując zgodnie z rys. A.1 do A.3 wartość średnią sztywności ok. 12 N/mm μm, otrzyma się dla d_{t1} = 100 mm w przypadku kół hartowanych u_{st}= około 33 μm, co praktycznie oznacza, że gdy zużcie g wynosi około 20, to rzeczywiste zużycie dochodzi do grubości warstwy utwardzonej. Tym samym dalsze wyliczanie zużycia jest już bezcelowe.

Tablica A16

Wyniki z tablicy A15 (procentowe)

nr	P_{dyn}	a_{sk}	a_{min}	a_{minmin}
podstawa:	0,18	0,157	-0,208	-0,753
1	100%	100%	100%	100%
5	89	84	85	73
8	89	101	84	88
11	94	121	95	100
14	117	146	121	109
17	156	173	159	113
20	211	203	207	114
22	256	225	244	114
25	333	261	307	118
28	444	303	390	138
32	594	357	487	167
35	683	390	538	191
38	761	418	577	211
40	800	431	606	230
43	872	442	650	262
46	917	469	676	130
49	911	521	665	280
52	922	572	660	379
58	944	583	646	292
61	1000	579	682	321
80	1233	723	814	442
90	1206	753	784	472
100	1139	793	732	510
108	950	773	672	394
114	1006	768	717	434
125	1111	713	698	418
137	1378	729	865	451
147	1461	776	879	520
160	1528	806	893	475
167	1600	864	915	644

Tablica A17

Wyniki analizy harmonicznej

amplituda	numer wiersza w tablicy 15 i 16				
c_i	1	81	108	149	169
c_1	0,0091	0,2221	0,2708	0,3740	0,3763
c_2	0,0270	0,3919	0,2495	0,1661	0,0612
c_3	0,0062	0,5917	0,4330	0,8017	0,8586
c_4	0,0739	1,0286	1,1471	0,8370	1,0710
c_5	0,0302	0,4539	0,5699	0,7562	0,5304
c_6	0,1002	0,2759	0,3253	0,2386	0,0886
c_7	0,1131	0,5408	0,3149	0,4016	0,6218
c_8	0,0522	0,4108	0,5944	0,4163	0,5705
c_9	0,0550	0,3224	0,4967	0,4524	0,4038
c_{10}	0,0568	0,2016	0,2207	0,5078	0,0931

Jak wynika z przytoczonych tablic A15, A16 i A17, najłatwiejsza w interpretacji jest tablica A16, zawierająca procentowe zmiany obciążenia zęba $P_1-1 = P_{dyn}$ i. procentowe zmiany różnych wskaźników diagnostycznych. Z tablicy A16 wynika, że najlepszą korelację wskazuje wartość szczytowa przspieszenia w okresie jednoparowego zazębienia, tj. gdy liczba m wpisana w tablicy A15 przy P_1 jest większa od 135. Warunkowi temu nie odpowiadają wiersze 90, 100, 108 i w tych wierszach zauważa się największe zaburzenia korelacji. W tych przypadkach największa wartość siły P_1 występuje w okresie dwuparowego zazębienia, podczas gdy a_{min} wyznaczane jest w późniejszym okresie, kiedy P_1 osiąga mniejsze wartości. Dalej z tablicy A16 wynika, że prosta zależność pomiędzy siłą dynamiczną a przyspieszeniem a_{min} zachodzi w zakresie sił $P_1<2$, w przypadku większych sił, gdy następuje odrywanie się zębów i silna zmiana charakteru drgań, przyrost sił jest wyższy od przyrostu przyspieszenia, co można uwzględnić w procesie diagnostycznym.

W tablicach A15 i A16 ograniczono się do trzech wskaźników diagnostcznych: a_{sk}, a_{min} i a_{minmin}. W miarę posiadania odpowiedniej aparatury należy rozszerzać zakres badań.

Tablica A18

Wybrane wyniki obliczeń

nr	P_{dyn}	a_{sk}	a_{min}	a_{minmin}
podstawa	0,18	0,157	-0,208	-0,753
1	100%	100%	100%	100%
10	111	106	109	94
20	128	136	125	110
30	167	174	168	120
40	244	220	240	122
50	389	276	357	117
60	594	339	485	147
65	672	370	535	163
70	739	399	573	179
75	794	424	600	196
80	844	442	619	217
85	883	447	648	237
90	933	451	670	250
95	972	478	685	234
100	1000	531	702	340
105	1017	576	701	411
110	1033	592	702	403
117	1078	584	714	318
125	1156	611	761	329
130	1161	625	755	356
140	1156	624	720	382
146	1161	649	708	398
155	1328	706	836	427
160	1383	724	870	443
165	1411	729	888	446

Zarowno z tablicy A16 jak i A18 wynika duża rozbieżność pomiędzy zmianami wartości a_{sk} a zmianami sił międzyzębnych. Znacznie lepsza korelacja występuje pomiędzy siłami a a_{min}, tj. przyspieszeniem ektremalnym (przy przjętej konwencji znaków ujemnych) występującym przy największym obciążeniu zęba w okresie jednoparowego zazębienia.

Tablica A19

Wyniki analizy harmonicznej

amplituda	numer wiersza w tablicy A18			
c_i	1	117	146	165
c_1	0,0091	0,1184	0,2334	0,2647
c_2	0,0270	0,0637	0,2203	0,3007
c_3	0,0062	0,6216	0,8291	0,6139
c_4	0,0739	0,8170	0,7307	1,0668
c_5	0,0302	0,4759	0,4616	0,4005
c_6	0,1002	0,3432	0,3047	0,2563
c_7	0,1131	0,3389	0,4372	0,5465
c_8	0,0522	0,1338	0,3463	0,4246
c_9	0,0550	0,1900	0,2322	0,3024
c_{10}	0,0568	0,2160	0,1811	0,2279

Należy mieć na uwadze, że podane wartości amplitud drgań (przyspieszenia) dotyczą bryły modelowej. Wartości mierzone na korpusie będą miały inne wartości. Można się jednak spodziewać, że wpływ zużycia będzie się objawiał podobnie.

6.4. Postępowanie diagnostyczne

Podstawą rozważań diagnostycznych jest analiza drgań przekładni uzyskana za pomocą komputera. Każdy stopień przekładni traktuje się oddzielnie, mając na uwadze zmiany prędkości obrotowej kół. W wyniku takiej analizy otrzymuje się dane analogiczne do zawartych w tablicach A16 i A18, tj. doprowadzone do wartości procentowych zmian. Mogą one być opisane za pomocą krzywej

$$y = a \cdot x^b, \tag{A36}$$

gdzie: y - procentowa zmiana nadwyżki dynamicznej,
x - procentowa zmiana symptomu drganiowego,
a,b - współczynniki

Oczywiście, zamiast procentowch zmian można obliczać względne zmiany, przyjmując zawsze wyniki dla nowej przekładni za wartość odniesienia.

Tak np. wyniki zawarte w tablicy A18 dają się opisać za pomocą zależności:

$$y = a.x^b = P_d = 0,320 \cdot (a_{min})^{1,23} , \qquad (A37)$$

przy czym współczynnik korelacji $R^2 = 0,994$. Mimo wysokiej wartości współczynnika korelacji zdarzają się dość znaczne odstępstwa od wartości zawartych w tablicy. Tak np. dla $a_{min} = 888$ otrzymuje się $P_{dyn} = 1353$ zamiast 1411, jak to podano w tablicy. Odchyłka wynosi około 4% wartości oczekiwanej. Niższe wartości współczynnika korelacji R^2 otrzymuje się dla wartości (a_{sk}) i jeszcze niższe dla wartości (a_{minmin}). Ten ostatni symptom w ogóle nie nadaje się do diagnozowania. Współczynnik korelacji wynosi około $R^2 = 0,8$, przy czym wiadomo, że a_{minmin} występuje w okresie dwuparowego zazębienia, a więc odnosi się do obydwu zębów, co uniemożiwia ocenę przeciążenia pojedyńczego zęba w chwili jednoparowego zazębienia, jak to ma miejsce przy wykorzystaniu a_{min}.

W wielu praktycznych przypadkach istnieje możliwość włączenia pomiaru a_{sk}. Wtedy podobieństwo uzyskania poprawnego wyniku jest mniejsze niż przy a_{min}. Wyniki zawarte w tablicy A18 można opisać za pomocą zależności:

$$y = ax^b = P_d = 0,158 \cdot (a_{sk})^{1,391} , \qquad (A38)$$

współczynnik korelacji wynosi $R^2 = 0,982$. W tych warunkach dla wartości $a_{sk} = 729\%$ otrzymuje się $P_{dyn} = 1516\%$ zamiast spdziewanej wartości 1411, tj. o około 7% więcej.

Główna jednak trudność polega na rozstrzygnięciu problemu wyboru wielkości odniesienia. Siła dynamiczna P_d względnie odpowiadający jej współczynnik dynamiczności $K_d = 1+P_d$ może być wyliczana poprzednio podaną metodą (nie uwzględniającą odchyłek wykonawczch) lub odczytana z projektu przekładni, gdzie konstruktor przyjął pewną wartość K_d (oznaczaną wg ISO i DIN symbolem K_v). W tym przypadku najczęściej wzór określa siłę dynamiczną wywołaną nie tylko zmianą sztywności zazębienia ale także odchyłkami wykonania. Ponieważ przy znacznym zużyciu odchyłki wykonania są pomijalnie małe (zwykle rzędu u_{st} - statycznego ugięcia zębów), można by w obliczeniach diagnostycznych kierować się wartościami wyliczonymi dla bezbłędnej przekładni. Ale nadal pozostaje problem czy przyjmować wartości komputerowe uwzględniające szereg istotnych czynników dynamicznych, jak np.

zmienną sztywność zazębienia, wskaźnik przyporu czołowego, czy też kierować się gotowymi formułami zaczerpniętymi z norm lub literatury.

Do wstępnych obliczeń sił dynamicznych w nowych przekładniach z pominięciem odchyłek wykonawczych można przyjąć zależności:

$$P_{dyn} = K_d - 1 = \frac{4\sqrt{D^3}}{1+\sqrt{D^3}}, \qquad (A39)$$

$$D = \frac{v\, z_1}{800}\sqrt{\frac{u^2}{1+u^2}}, \qquad (A40)$$

gdzie:

v - prędkość obwodowa kół (m/s),

z_1 - liczba zębów w mniejszym kole,

u - $z_2 : z_1 \geq 1$ - przełożenie

Dla przykładu, przjmując z_1=16 zębów, u=1,5 , v=7 m/s otrzymuje się:

$$D = 0{,}116 \quad \text{a stąd } P_{dyn} = 0{,}16 ,$$

a więc wartość niższą niż podano w tablicy A18, gdzie nowa przekładnia w badanych warunkach ma wartość P_{dyn} = 0,18.

Znacznie większe trudności występują przy wyznaczaniu granicznej wartości P_{dyn} lub granicznej wartości $P = 1 + P_{dyn}$, bowiem konieczna jest znajomość wartości współczynnika bezpieczeństwa na złamanie X_z względnie S_F (według oznaczeń ISO-DIN). W tym przypadku nie udaje się ominąć procedury obliczeń wytrzymałościowych. W obliczeniach można pominąć te współczynniki, których wartości zależą od dokładności wykonania, wobec najczęściej bardzo dużych wartości zużycia w porównaniu z odchyłkami wykonawczymi. Od wartości granicznych sił zależne są graniczne wartości symptomów drganiowych i decyzja o zatrzymaniu ruchu. Dlatego obliczenia X_z względnie S_F muszą być prowadzone przez konstruktora lub dostawcę przekładni.

Przy pomiarze symptomów zużycia, w szczególności symptomów wzrostu sił dynamicznych, trzeba mieć na uwadze warunki powstawania sił i warunki pomiaru symptomów. Obliczenia komputerowe dotyczą bryły modelowej względnie drgań kół zębatych, a w szczególności zmian sił międzyzębnych. Pomiary drgań prowadzone

są na obudowie, której drgania pochodzą nie tylko od sił międzyzębnych ale także od niewyważenia kół, drgań łożysk, silnika itd. Dlatego bez względu na to, jaki symptom drganiowy będzie mierzony, konieczne jest odfiltrowanie zakłóceń. Jak wynika z tablic A17 i A19, pierwsza harmoniczna c_1 o częstotliwości zazębienia niesie ze sobą mało energii w przpadku przekładni wolnoobrotowych, a więc o zębach prostych. W badaniach symptomów można więc za pomocą filtra górnoprzepustowego odciąć niskie częstotliwości związane z prędkością obrotową wałów, a jako dolną wartość graniczną filtra przyjąć częstotliwość f_z (zazębienia):

$$f_z = z_1 \; f_{n1} = z_2 \cdot f_{n2} \, , \qquad \text{(Hz)} \qquad \text{(A41)}$$

gdzie: z_1, z_2 - liczby zębów w kołach,
f_n - częstotliwość obrotów kół (Hz).

Wiele kłopotów i niedokładności unika się stosując w diagnostyce przekładni zębatych pomiary tensometrczne, pozwalające bezpośrednio wyznaczyć naprężenia w stopie zęba, a tym samym znacznie ułatwić określenie zapasu bezpieczeństwa w odniesieniu do wytrzymałości zmęczeniowej materiału.

Bardzo przydatne jest wyposażenie przekładni zębatej dużej mocy w czujniki wytwarzające sygnały o częstotliwości zazębienia f_z na każdym stopniu. Najlepiej nadają się do tego celu przetworniki ektromagnetyczne. Są bowiem bardzo proste, nie wymagające żadnego nadzoru, składają się ze stałego magnesu i cewki. Zbliżanie się zęba lub jakiegoś występu żelaznego do czujnika wywołuje zmianę strumienia magnetycznego i wzbudza w cewce siłę elektromotoryczną. Wzbudzone napięcie jest proporcjonalne do prędkości ruchu zęba przed czujnikiem. W przypadku kół zębatych otrzymuje się wystarczająco duże napięcie do przenoszenia nawet na znaczne odległości. Konstrukcja jest tak prosta, że może być wykonane we własnym zakresie. Czułość przetwornika zależna jest między innymi od odległości magnesu od zęba koła zębatego. Ale już przy odległości 5 mm uzyskuje się dostateczny sygnał elektryczny.

Czujniki mogą być zabudowane na stałe wewnątrz przekładni po jednym dla każdej pary kół, co wynika ze wzoru (A.41). W przypadku zabudowy zewnętrznej na wale trzeba zabudować tarczę z występami imitującymi zęby w liczbie odpowiadającej wymogom diagnostcznym, zgodnie ze wzorem (A.41) i w bezpośrednim są-

siedztwie tarczy (nie dalej jak 5 mm) zabudować czujnik, który może być przenoszony z tarczy na tarczę w przypadku przekładni wielostopniowych.

W przypadku łatwego dostępu można zastosować inny rodzaj czujnika wytwarzającego napięcie elektryczne zdatne do sterowania podstawą czasu oscyloskopu. Pewną trudność sprawia wybór punktu odpowiadającego chwili wejścia nowej pary w zazębienie, tj. chwili wyzwolenia podstawy czasu oraz biegunowości poszczególnych ekstremów w celu wyróżnienia sygnału odpowiadającego poszukiwanej wartości a_{min} względnie a_{minmin}. Pomocne mogą być wartości przyspieszeń wyliczone w poszczególnych chwilach, dające ogólny obraz sygnału drganiowego.

Koła o zębach skośnych i daszkowych

Wiele problemów kół o zębach skośnych nie zostało dotchczas wystarczająco pewnie rozwiązanych. Nawet wyznaczenie sztywności zazębienia jest kontrowersyjne pomimo stosowania bardzo rozbudowanych metod obliczeniowych, o których mowa w [1] w rozdziale 2.2. Aktualnie dla celów diagnostycznych można przyjąć następujący sposób postępowania.

Koła o zębach skośnych zastępuje się pakietem kół o zębach prostych. Liczbę tarcz o zębach prostych wg obecnego rozeznania wybiera się w zależności od wartości poskokowego wskaźnika przyporu wg zależności:

$$T = 10\ \varepsilon_{\beta}\ , \qquad (A.42)$$

gdzie: T - liczba tarcz o zębach prostych,

ε_{β} - poskokowy wskaźnik przyporu.

W tych warunkach tarcze 1, 11 i 21 są w identycznym położeniu, co można wykorzystać w programie sumowania sił działających na koła od strony zębów. Pozostałe parametry dobiera się jak w przypadku zębów prostych. Podobnie jak w przypadku zębów prostych wyniki obliczeń dynamicznych sprowadzają się do wyliczania sił, przyspieszeń i przetworzenia danych do postaci odpowiednich symptomów, zgodnie z możliwościami posiadanej lub pożądanej aparatury.

Wyniki przedstawia się w postaci związku pomiędzy siłami a symptomami, w szczególności ich względnymi wartościami w odniesieniu do wartości wyznaczonych dla nowej przekładni po wstępnym dotarciu zębów.

KOMPUTEROWE WSPOMAGANIE PROCESU DIAGNOZOWANIA PRZEKŁADNI ZĘBATYCH DUŻYCH MOCY METODAMI ANALIZY DRGAŃ

S t r e s z c z e n i e

Przekładnie zębate dużych mocy budowane są w małych seriach lub nawet jednostkowo, co wyklucza zgromadzenie w wyniku eksperymentu odpowiednio pewnch materiałów dotyczących zależności pomiędzy zmianami obciążenia zębów a dającymi się zmierzyć symptomami zużycia.

Przedstawiono w pracy metodę komputerowego symulowania wpływu zużycia się powierzchni roboczych zębów na wielkość ich obciążenia oraz towarzyszące im sygnały diagnostyczne. Podstawą obliczeń jest model dynamiczny przekładni zębatej, pozwalający określić siły międzyzębne w funkcji wielkości zużycia i towarzyszące im drgania układu.

Omówiono sposób budowania modelu dynamicznego, między innymi sposób wyliczania sztywności zazębienia w funkcji parametrów kół zębatych. Jako podstawę procesu diagnostcznego przyjęto wartości momentów wyższych rzędów przyspieszenia drgań. Wskazano na konieczność poszukiwania optymalnych symptomów dla każdej przekładni oddzielnie, ponieważ wyniki obliczeń w poszczególnych okresach pracy przekładni bardzo silnie zależą od jej parametrów.

Celowe jest jednoczesne badanie zmian kilku różnych symptomów zużycia, np. wartości skutecznej przyspieszenia drgań, wartości szczytowej z okresu jedno- i dwuparowego zazębienia itd. Umożliwia to istotne zwiększenie trafności diagnozy o stanie przekładni, w szczególności o zmianach współczynnika bezpieczeństwa pracy przekładni.

Model pozwala ocenić przydatność poszczególnych metod pomiarowych i wyspecjalizowanej aparatury do konkretnych zadań diagnostycznych w dziedzinie przekładni zębatych.

W pracy wskazano na sposób adaptowania omawianej metody dla kół o zębach śrubowych. Szczegółowy opis metody przedstawiony będzie w następnych publikacjach.

THE COMPUTER AID OF THE PROCESS OF DIAGNOSING OF HIGH POWER TOOTHED GEARS BY METHODS OF VIBRATION ANALYSIS

S u m m a r y

The high power toothed gears are made in small series or even singly what exludes the accumulation by way of experiment of the properly trustworthy materials relating to the dependence between tooth load changes and possible to measure wear symptoms.

The work presents a method of computer simulation of the effect of wear of an active tooth face on tooth loading and concurrent diagnostic signale. The base of calculation is a dynamic model of a gear which makes possible to determine forces between the teeth as a function of wear and to determine concurent vibrations of the system.

One describes the manner how to construct the dynamic model, among other things the manner of counting of mesh rigidity as a function of gear parameters. The values of higher orders moments of acceleration of vibrations ware taken as a base of a diagnostic process. One indicates that it is necessary to look for the optimum symptoms separately for each gear because count results depend very strongly on parameters of gear in each period of its work.

It is advisable to investigate simultaneously the changes in a few different symptoms of wear, e.g. in the effective value of acceleration of vibrations, in the peak value when one or two couples of teeth are in mesh etc; thus it is possible to make more trustworthy diagnosis of gear condition, especially of changes in a safety factor of gear work.

The model makes possible to appreciate the usefulness of each measuring method and measuring apparatus to solve specific diagnostic problems of gears.

The work determines the way how to adapt the a.m. method for helical gears. A detailed description of the method will be given in next publications.

КОМПЬЮТЕРНАЯ ПОДДЕРЖКА ПРОЦЕССА ДИАГНОЗИРОВАНИЯ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ БОЛЬШОЙ МОЩНОСТИ МЕТОДАМИ АНАЛИЗА КОЛЕБАНИЙ

Р е з ю м е

Малосерийное или даже единичхое произведство зубчатых передач большой мощности является причиной нехватки достаточно вероятных экспериментальных данных касающихця зависимости между изменениями нагрузки зубов и измеряемыми признаками износа.

В работе представлен метод компьютерного моделирования влияния износа рабочих поверхностей зубов на их нагрузку и связяные с ним диагностические сигналы. Основой расчета является динамическая модель зубчатой передачи позволяющая определить межзубные силы в зависимости от величины износа, а также связахые с ними колебания системы.

Рассмотрен способ построения динамической модели, в частности способ расчета жесткости зацепления в зависимости от параметров зубчатых колес. Как основание динамического процесса приняты значения моментов высших степеней ускорения колебаний. Из-за того, что результаты расчета паботы передачи для определенного времени очень сильно зависят от ее параметров, указана необходимость поиска оптимальных признаков для каждой передачи в отдельности.

Целенаправленным явяется одновременное исследование нескольких различных признаков износа например: эффективного значения ускорения колебаний, амплитудного значения за время одно- и двухпарного зацепления итд. Это позволяет значительно повысит удачность диагноза состояния передачи, в частности по отношению к изменениям коэффициента безопасности работы передачи.

Модель позволяет провести оценку отдельных измерительных методов и специализированной аппаратуры для конкретных диагностических задач в области зубчатых передач.

В работе обращается внимание на способ адаптации рассматр
ваемого метода для колес с винтовыми зубами. В следующих раб
тах будет представлено детальное описание метода.