

## SYMPOZJUM "MODELOWANIE W MECZANICE"

POLSKIE Towarzystwo MECHANIKI TEORETYCZNEJ I STOSOWANEJ

Beskid Śląski, 1989

Валентин Иванович Киселев

Ташкентский институт инженеров  
железнодорожного транспорта СССРАНАЛИТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ ВАЛОВ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ  
ТРАНСПОРТНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

**Резюме.** Представлен метод математического описания изгибо-  
крутильных колебаний валов яркой электродвигателей транс-  
порных машин. Решение уравнений выполнено с использованием  
метода операционного исчисления по одной переменной.

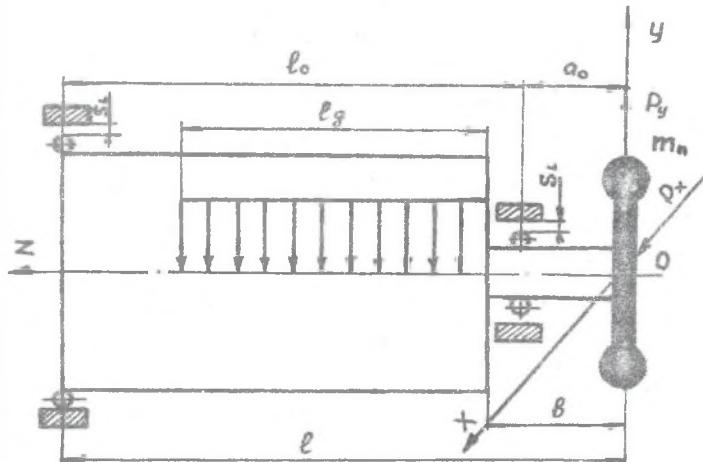


Рис. Расчетная схема колебания вала тягового электродвигателя

1. Интенсивность распределенной массы  $m(z)$ , распределенных массовых моментов инерции полярного  $i_z(z)$  и экваториального  $i(z)$ , моментов инерции площади поперечного сечения выбраны в пределах участков  $z_1 = 0 \div b$  и  $z_2 = b \div l$  и постоянными и равными  $m_1, i_{z1}, i_1, I_1$  и соответственно  $m_2, i_{z2}, i_2, I_2$ .

2. За обобщенные координаты приняты:

- а)  $\phi = \omega$ ,  $\dot{\phi} = \varepsilon$  – угол поворота, угловая скорость и ускорение вращения вала,
- б)  $x$  и  $y$  – упругие деформации (прогибы) нейтральной оси в плоскости  $XOY$ ,  $YOZ$ ,
- в)  $\beta$  – упругие крутильные деформации вала.

3. Закономерность внешнего силового нагружения вала ТЭД:

- а) на участке  $z_2 = b \div l$  действует распределенный крутящий момент с интенсивностью

$$m(l - \alpha\omega),$$

где:  $m$  и  $\alpha$  – постоянные для заданного диапазона скоростей, определенные по тяговой характеристике тепловоза.

- б) участок  $z_1 = 0 \div b$  нагружается постоянным крутящим моментом

$$m \cdot l_g (l - \alpha\omega).$$

- в) переменная составляющая сопротивления вращению вала в виде крутящего момента  $M_n(t)$  и радиальных усилий  $P_x(t)$ ,  $P_y(t)$ , действующих на шестерни вала, считалась изменяющейся по гармоническому закону.

4. Сопротивление упругим крутильным колебаниям  $K_k$  пропорционально скорости угловой деформации этого вала  $\frac{d\phi}{dt}$ .

Интенсивность сил сопротивления изгибным колебаниям  $K_n$  учитывается в пределах участка якоря  $z_2 = b \div l$  и принимается пропорциональной величинам упругих деформаций  $x, y$ .

С учетом изложенного системы уравнений колебаний вала:

$$z_1 = 0 \div b \text{ (I участок вала)}$$

$$m_1 \left( \frac{\partial^2 x_1}{\partial t^2} - \omega^2 x_1 + 2\omega \frac{\partial x_1}{\partial t} + \varepsilon y_1 \right) - i_1 \frac{\partial^4 x_1}{\partial z_1^2 \partial t^2} + EI_1 \frac{\partial^4 x_1}{\partial z^4} = 0 \quad (1)$$

$$m_1 \left( \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} - \omega^2 y_1 - 2\omega \frac{\partial y_1}{\partial t} + \varepsilon x_1 \right) - i_1 \frac{\partial^4 y_1}{\partial z_1^2 \partial t^2} + EI_1 \frac{\partial^4 y_1}{\partial z^4} = 0 \quad (2)$$

$$i_{z1} \left( \varepsilon + \frac{\partial^2 \beta_1}{\partial t^2} \right) - 2GI_1 \frac{\partial^2 \beta_1}{\partial z_1^2} K_k \frac{\partial \beta_1}{\partial t} = m \cdot l_g (l - \alpha\omega) \sigma_1 (z_1) \quad (3)$$

$$z_1 = b + l \text{ (II участок вала)}$$

$$m_2 \left[ \frac{\partial^2 x_2}{\partial t^2} - \omega^2 x_2 + 2\omega \frac{\partial y_2}{\partial t} + \epsilon y_2 \right] - i_2 \frac{\partial^4 x_2}{\partial z_2^2 \partial t^2} + EI_2 \frac{\partial^4 x_2}{\partial z_2^4} + K_n x_2 = 0 \quad (4)$$

$$m_2 \left[ \frac{\partial^2 y_2}{\partial t^2} - \omega^2 x_2 - 2\omega \frac{\partial x_2}{\partial t} - \epsilon x_2 \right] - i_2 \frac{\partial^4 y_2}{\partial z_2^2 \partial t^2} + EI_2 \frac{\partial^4 y_2}{\partial z_2^4} + K_n y_2 = 0 \quad (5)$$

$$i_{22} \left[ \epsilon + \frac{\partial^2 \beta_2}{\partial t^2} \right] - 2GI_2 \frac{\partial^2 \beta_2}{\partial z_2^2} + K_k \frac{\partial \beta_2}{\partial t} = (i - \alpha\omega)m[\sigma_c(z_2) - \sigma_o(z_2 - l_g)] \quad (6)$$

где:  $\sigma_c(z)$  и  $\sigma_o(z)$  – импульсивные функции первого рода  
и единичная.

Решения системы уравнений (1+6) рассматриваются для периодов установившихся колебаний системы, когда влиянием ее собственных колебаний можно пренебречь, а начальные условия принять нулевыми.

Решение этих уравнений представляется в виде тригонометрических рядов с коэффициентами гармонии, функциями только координаты  $z$ :

$$x_1(z_1, t) = x_c(z_1) + \sum_{n=1}^{n_1} x_n(z_1) \cos n\omega_1 t, \quad (7)$$

$$y_1(z_1, t) = y_c(z_1) + \sum_{n=1}^{n_1} y_n(z_1) \sin n\omega_1 t, \quad (8)$$

$$\beta_1(z_1, t) = \beta_c(z_1) + \sum_{n=1}^{n_1} [\beta_{n0}(z_1) \sin n\omega_1 t + \beta_n(z_1) \cos n\omega_1 t], \quad (9)$$

$$x_2(z_2, t) = x_s(z_2) + \sum_{k=1}^k x_k(z_2) \cos k\omega_1 t, \quad (10)$$

$$y_2(z_2, t) = y_s(z_2) + \sum_{k=1}^k y_k(z_2) \sin k\omega_1 t, \quad (11)$$

$$\beta_2(z_2, t) = \beta_s(z_2) + \sum_{k=1}^k [\beta_{ks}(z_2) \sin k\omega_1 t + \beta_k(z_2) \cos k\omega_1 t]. \quad (12)$$

где:  $x(z)$ ,  $y(z)$ ,  $\beta(z)$  – уравнения форм колебаний сечений вала,  
 $\omega_1$  – наименьшая круговая частота колебаний  
 $n, k = 1, 2, \dots$  – целое число.

Для отыскания функции формы колебания сечений вала с осредненными значениями  $\omega_c$  и  $\varepsilon_c$  ряды (7-12) подставлялись в вариационные уравнения типа Б.Г. ГАЛЕРКИНА, составленные на базе уравнений (1-6).

Решение полученных уравнений колебаний сечений вала выполнялось с использованием метода операционного исчисления по одной переменной с учетом граничных и дополнительных условий связи, получаемых из рассмотрения физической картины явлений, возникающих в вале при его деформации.

Полученные по изложенной методике уравнения форм колебаний сечений вала ТЭД содержат неизвестные коэффициенты, для нахождения которых используется система алгебраических уравнений, вытекающих из граничных условий. Приравнивая нулю определитель этой системы, можно рассчитать частоты собственных колебаний вала ТЭД и найти области возбуждения колебаний его при различных режимах работы тепловозов (аналогично для крутых колебаний).

Коэффициенты, полученные в результате решения этой системы, дают возможность получить полные уравнения изгибных колебаний вала с каждой гармонической составляющей, а затем и всего сложного колебательного движения вала в форме рядов (7-12).

#### ANALITYCZNE BADANIA DRGAŃ WAŁÓW SILNIKÓW ELEKTRYCZNYCH MASZYN TRANSPORTOWYCH

##### Streszczenie

W pracy przedstawiono metodę matematycznego opisu giętno-skrętnych drgań zamocowań wałów silników elektrycznych maszyn transportowych. Równania rozwiązano wykorzystując rachunek operatorowy dla jednej zmiennej.

#### ANALYTIC EXAMINATIONS OF THE SHAFT VIBRATIONS OF THE ELECTRIC ENGINES OF TRANSPORT MACHINES

##### Summary

This paper presents a method of mathematical description of transversal-torsional vibrations of shaft fixings of the electric engines of the transport machines. Equations have been solved according to operational calculus for one variable.