ZESZYTY
NAUKOWE
POLITECHNIKI
ŚLĄSKIEJ

LESZEK S. CZARNECKI

INTERPRETACJA, IDENTYFIKACJA I MODYFIKACJA WŁAŚCIWOŚCI ENERGETYCZNYCH OBWODÓW JEDNOFAZOWYCH Z PRZEBIEGAMI ODKSZTAŁCONYMI

ELEKTRYKA

Z. 91
GLIWICE
1984

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 793

LESZEK S. CZARNECKI

INTERPRETACJA, IDENTYFIKACJA I MODYFIKACJA WŁAŚCIWOŚCI ENERGETYCZNYCH OBWODÓW JEDNOFAZOWYCH Z PRZEBIEGAMI ODKSZTAŁCONYMI

GLIWICE 1984

OPRACOWANIE REDAKCYJNE
Anna Błażkiewicz

Wydano za zgodą Rektora Politechniki Śląskiej

PL ISSN 0072—4688

Dział Wydawnictw Politechniki Śląskiej
ul. Kujawska 3, 44-100 Gliwice

Nakł. 150+85 Ark. wyd. 8,0 Ark. druk. 8,125 Papier offset. kl. III 70x100, 70 g
Oddano do druku 13.02.1984 Podpis. do druku 27.03.1984 Druk ukończ. w kwietniu 1984
Zamówienie 262/84 U-23 Cena zł 80,-

Skład, fotokopie, druk i oprawę
wykonano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach

SPIS TREŚCI

1. WSTĘP

Przedmiotem opracowania są trzy grupy zagadnień dotyczących obwodów jednofazowych z okresowymi przebiegami odkształconymi. Pierwsza z nich dotyczy wyboru wielkości i sposobu opisu właściwości energetycznych obwodu, tak aby umożliwiał on wyjaśnianie tych właściwości w oparciu o znajomość elektrycznych właściwości źródła i odbiornika. Będą one nazywane zagadnieniami interpretacji właściwości energetycznych obwodu. Druga grupa zagadnień dotyczy metod pomiaru i konstrukcji mierników pewnych wielkości, charakteryzujących właściwości energetyczne obwodu. Są to więc zagadnienia identyfikacji tych właściwości. Ostatnia grupa tematyczna dotyczy modyfikacji właściwości energetycznych obwodu pod kątem zwiększenia efektywności wykorzystania źródeł. Motywem podjęcia i prowadzenia prac nad tymi zagadnieniami jest istnienie wśród elektryków, zajmujących się problematyką obwodów o przebiegach odkształconych, głębokich różnic interpretacyjnych, wynikających z różnych sposobów opisu właściwości energetycznych obwodu. Utrudniona jest także pomiarowa identyfikacja tych właściwości. Nie może to być oczywiście bez wpływu na sposób rozwiązywania zagadnień technicznych, takich jak poprawa współczynnika mocy źródeł, czy redukcja odkształceń przebiegów. Rozbieżności dotyczące opisu właściwości energetycznych obwodów o przebiegach odkształconych, zapoczątkowane przed półwieczem pracami C.I. Budeanu i S. Fryzego, nie tylko utrzymały się do chwili obecnej, lecz zostały nawet pogłębione wskutek pojawienia się od tego czasu innych jeszcze sposobów ich opisu. Istnienie tych rozbieżności jest naturalnym rezultatem trudności, na jakie napotyka w obwodach o przebiegach odkształconych identyfikacja i modyfikacja właściwości energetycznych czy też problem rozliczeń między wytwórcą a użytkownikiem energii elektrycznej. Poszczególne teorie mocy różnią się bowiem wzajemnie pod względem ich przydatności w zagadnieniach praktycznych. Zmniejszaniu się rozbieżności interpretacyjnych i podejmowaniu ostatecznych decyzji odnośnie do sposobu opisu właściwości energetycznych obwodów o przebiegach odkształconych nie sprzyja także presja rewolucji technologicznej w elektronice. Umożliwia ona co prawda pokonanie szeregu trudności, dotyczących identyfikacji czy modyfikacji właściwości energetycznych , lecz wprowadzając jednocześnie nowe rodzaje nieliniowych odbiorników dużej mocy, zwiększa wagę użytecznego opisu właściwości energetycznych tych odbiorników i ich współpracy z systemem elektroenergetycznym.

Presja potrzeb powoduje nasilanie się w ostatnich latach prób sformułowania teorii mocy, narzucającej możliwie najmniejsze ograniczenia na strukturę obwodu i charakter przebiegów. Różne koncepcje takiej teorii zaproponowali ostatnio W. Shepherd i P. Zakikhani [SZ 2], D.Sharon [SH 1] M. Depenbrock [DE 1], N.L. Kusters i W.J.M. Moore [KM 1], C.H. Page [PA 1], Z. Nowomiejski [NO 1-8], G. Fodor i G. Tevan [FT 1]. Wyników tych prób nie można wciąż uznać za zadowalające, jeśli zauważy się, że już w najprostszym obwodzie jednofazowym z przebiegami okresowymi żadna z tych teorii nie jest w stanie rozwiązać tak na pozór prostego zagadnienia, jakim jest pojemnościcwa minimalizacja wartości skutecznej prądu źródła wtedy, gdy nie jest ono idealne, a bardziej złożonych metod niemal się nie podejmuje. Podobnie, już w przypadku tak prostego obwodu, jego właściwości energetyczne opierają się próbom ich interpretacji i każda koncepcja teorii mocy czyni to wprowadzając inne wielkości. Trzeba też zauważyć, że rozwiązanie w obwodzie jednofazowym o przebiegach okresowych zagadnień pomiarowych, wynikających z tak bardzo rozpowszechnionej teorii mocy Budeanu, wymagało niemal 50 lat i nie jest jeszcze zupełne, a trudności metrologiczne ciążą także i na innych koncepcjach teorii mocy.

Tak więc, oceniając istniejące teorie mocy w obwodach o przebiegach odkształconych w aspekcie ich użyteczności w zagadnieniach interpretacji, identyfikacji i modyfikacji właściwości energetycznych obwodów, można wysunąć tezę, że nie nadążają one za potrzebami współczesnej elektrotechniki przemysłowej. Jeśli się zauważy, że mocą bierną w obwodach o przebiegach odkształconych nazywa się sześć zupełnie różnych wielkości, to nie zaspokajają one jej potrzeb nawet w zakresie nazewnictwa.

W sytuacji, gdy jednocześnie rozwój elektrotechniki przemysłowej, w tym energoelektroniki, rodzi coraz bardziej złożone problemy, sposób w jaki może na nie odpowiedzieć elektrotechnika teoretyczna, można uznać za swoisty stan impasu.

Takie jest, w najogólniejszych zarysach, tło prac prowadzonych przez autora niniejszego opracowania, a także motywacja ich podjęcia i wreszcie, powody bardzo wyraźnego ograniczenia się do problemów dotyczących wyłącznie obwodu jednofazowego z przebiegami okresowymi. Wobec złożoności problemów, wynikających z rozwoju elektrotechniki przemysłowej, takie ograniczenie zakresu badań może spotkać się z zarzutem archaizacji zagadnienia bądź ze sceptycyzmem co do użyteczności otrzymanych wyników. Autor uważa jednak, że bez opanowania wszystkich problemów dotyczących interpretacji, identyfikacji i modyfikacji właściwości energetycznych na poziomie obwodu jednofazowego z przebiegami okresowymi nie można liczyć na rozwiązanie tych problemów w bardziej złożonych sytuacjach. Ponadto, teoria mocy obwodów o bardziej złożonej strukturze i bardziej złożonych przebiegach musi zawierać w sobie akceptowalną teorię mocy obwodu jednofazowego o przebiegach okresowych.

2. UKŁAD PRACY

Niniejsze opracowanie spina w jedną całość prace autora dotyczące interpretacji, identyfikacji i modyfikacji właściwości energetycznych obwodów jednofazowych z przebiegami okresowymi, a także, inspirowane tą problematyką, prace pochodne. Obejmują one kilka mniej lub bardziej spójnych wątków tematycznych, tak że niekiedy ich wspólnym mianownikiem jest tylko tytuł opracowania. Ponadto wyniki tych prac były już w większości w różnej formie publikowane. Dlatego przedstawione opracowanie ma pewną szczególną strukturę. Mianowicie, poszczególne wątki tematyczne spina rozdział zatytułowany "Zarys problematyki", w którym autor, zachowując w zarysie chronologię prowadzonych badań, wyjaśnia motywy podejmowania poszczególnych zagadnień i istotne elementy rozumowania oraz omawia uzyskane rezultaty. Wyniki szczegółowe, porozrzucane na ogół w różnych publikacjach autora i przedstawione tam w sposób dostosowany do charakteru czasopisma czy konferencji, zostały umieszczone, z zachowaniem jednolitej symboliki, na końcu opracowania, w formie 13 aneksów. Ich kolejność odpowiada w zarysie kolejności podejmowania poszczególnych tematów i stopniowego krystalizowania się poglądów autora na temat obwodów z przebiegami odkształconymi. Mają one charakter autonomiczny w tym sensie, że nie wymagają sięgania do cytowanych publikacji autora, z wyjątkiem pierwszego z nich A, który streszcza pewną liczbę tych publikacji i bez ich pomocy może nie być w pełni zrozumiały. Osobnego spisu symboli i oznaczeń w opracowaniu nie umieszczono, gdyż wydaje się, że Czytelnik przeciętnie obyty z literaturą elektrotechniczną i matematyczną nie powinien napotkać z tego powodu na jakiekolwiek niejasności.

Numeracja wzorów jest w każdym aneksie odrębna, co skraca tekst przy powoływaniu się na wzory wewnątrz aneksów. Przy powoływaniu się na wzory z innych aneksów, numer wzoru uzupełnia się wskaźnikiem literowym aneksu. Na przykład (F. 104) oznacza (wzór 104 z aneksu F).

3. ZARYS PROBLEMATYKI

3.1. Konstrukcja miernika mocy biernej (Budeanu)

Zainteresowanie autora przepływem energii w obwodach o przebiegach okresowych dotyczyło pierwotnie (od 1967 r.) zagadnienia konstrukcji miernika mocy biernej, zdefiniowanej w 1927 r. przez C.I. Budeanu [BU 1] wyrażeniem

$$Q_B \triangleq \sum_{n=1}^{\infty} U_n I_n \sin\varphi_n \qquad (3.1)$$

gdzie: U_n, I_n są wartościami skutecznymi harmonicznych napięcia i prądu odbiornika, a φ_n jest ich wzajemnym przesunięciem fazowym.

Jakkolwiek celowość wprowadzenia tej wielkości do teorii mocy była od początku kontrowersyjna [FR 1,2,3], rozprzestrzeniła się ona w elektrotechnice, wchodząc do teorii mocy rozwijanych przez H. Rissika [RI 1], Z. Nowomiejskiego [NO 1-8], A. Emanuela [EM 2], H. Fishera [FI 1], tak że jeszcze w 1977 r. A. Emanuel określał tę definicję jako "powszechnie uznawaną".

W chwili podjęcia przez autora prac nad konstrukcją miernika mocy biernej (Budeanu) jedną ze słabości koncepcji Budeanu widziano w tym, że w ciągu czterdziestu lat od jej sformułowania nie znaleziono sposobu pomiaru ani mocy biernej, ani mocy deformacji. Pierwsze, znane autorowi próby budowy miernika mocy Q_B, sygnalizowane przez I.S. Antoniu i M. Leona w 1967 r. [AL 1], doprowadziły do opracowania koncepcji takiego miernika w 1973 r. [AL 2]. Rozwiązanie to było bardzo złożone, dlatego też prac nad tym zagadnieniem nie zaniechano [SA 1-3, LO 1, MO 1] i do chwili obecnej znaleziono już kilka, zasadniczo różnych rozwiązań tego problemu.

Autor prowadził prace nad trzema, nie znanymi uprzednio, następującymi koncepcjami miernika mocy biernej (Budeanu).

1. Według najwcześniejszej koncepcji miernik ma działać zgodnie z całkową wersją [NO 1-8, FI 1] definicji Budeanu [aneks A], tj. uśredniać iloczyn napięcia i transformaty Hilberta, $\mathcal{H}\{i\}$, prądu odbiornika lub odwrotnie. Sprowadza to problem jego budowy niemal całkowicie do zagadnienia syntezy obwodu, przekształcającego przebieg okresowy $x(t)$ w jego transformatę Hilberta $\mathcal{H}\{x(t)\}$. Poszczególne etapy prac nad tą ideą przedstawiały się następująco. Zbadano warunki, jakie musi spełniać pewien

sygnał, aby jego przekształcenie Hilberta mógł realizować układ fizyczny [CZ 1] i udowodniono [CZ 2] twierdzenie o istnieniu dwójników reaktancyjnych, realizujących przekształcenie Hilberta przebiegów okresowych, przy czym obwody przekształcające przebiegi okresowe w ich transformaty Hilberta nazywano obwodami ortonormalnymi. Okazało się niebawem, że mierniki mocy biernej z reaktancyjnymi dwójnikami ortonormalnymi, zawierającymi induktory z rdzeniem ferromagnetycznym [CZ 5], wskutek ich niskiej dobroci i nieliniowości mają małą dokładność, a ich konstrukcja jest uciążliwa. Zwiększenie dokładności miernika wymagało wyeliminowania induktorów pasywnych, tj. rozwiązania zagadnienia syntezy aktywnych, ortonormalnych czwórników RC, o transmitancji będącej funkcją reaktancyjną [CZ 10, 12]. Synteza takich czwórników pociągnęła za sobą konieczność zbadania czynników determinujących wrażliwość transmitancji [CZ 21] i minimalizację tej wrażliwości. Zagadnienia te inspirowały dodatkowo prace o nieco szerszym charakterze, a dotyczące syntezy wielowrotników RC [CZ 8, 16]. Ponieważ w miarę podwyższania dobroci elementów reaktancyjnych, modelowanych obwodami aktywnymi, czwórnik o transmitancji aproksymującej funkcję reaktancyjną staje się obwodem warunkowo-stabilnym, stało się konieczne znalezienie czwórników, które by były czwórnikami ortonormalnymi, mając przy tym bieguny transmitancji w lewej półpłaszczyźnie zmiennej zespolonej [CZ 13, 17]. Ostatnim z zagadnień dotyczących omawianej koncepcji było znalezienie sposobu zmniejszania błędu pomiarowego miernika, związanego z dewiacją częstotliwości przebiegów w systemach elektroenergetycznych [CZ 21, 17, aneks A]. Przeprowadzone badania nie wyczerpują jednak wszystkich kwestii. W szczególności winny być one uzupełnione badaniami cech statystycznych błędu przekształcenia czwórników, a nie tylko jego wartości maksymalnej. Otwarta jest także kwestia wyboru optymalnych czwórników ortonormalnych. Zagadnienia te nie zostały podjęte z uwagi na pojawienie się w międzyczasie innych idei działania miernika.

2. Według drugiej koncepcji [CZ 7, 23 aneks B], moc bierna Q_B jest proporcjonalna do wartości średniej iloczynu sygnałów wyjściowych dwóch szerokopasmowych przesuników fazy, o różnicowym przesunięciu fazy $\pi/2$, przesuwających, osobno, fazę prądu i napięcia odbiornika. Synteza takich przesuwników, o błędzie różnicowego przesunięcia fazowego aproksymowanym wielomianami Czebyszewa jest w literaturze dobrze opracowana, uzupełnienia wymagały natomiast pewne zagadnienia dotyczące parametrycznej wrażliwości tych obwodów. Były one analizowane w pracach [CZ 19, 25] oraz w rozprawie doktorskiej A. Lasicz [LA 1].

3. Według ostatniej z tych trzech koncepcji [CZ 20, 34, aneks C], widma częstotliwościowe prądu i napięcia odbiornika przekształcane są w widma dwuwstęgowe z jednoczesnym wzajemnym przesunięciem fazowym składowych widm o $\pi/2$, co się uzyskuje mnożąc oba przebiegi przez parę napięć kwadratowych, o stałej częstotliwości. Z napięć wyjściowych układów mnożących usuwa się, parą symetrycznych filtrów górno- lub dolnoprzepustowych, jed-

ną ze wstęg bocznych i wówczas wartość średnia iloczynu napięć otrzymanych na wyjściu filtrów jest proporcjonalna do mocy biernej Q_B.

Przedstawione koncepcje umożliwiają rozwiązanie problemu pomiaru mocy Q_B, chociaż budowa miernika o dobrych właściwościach metrologicznych, działającego według powyższych koncepcji, może wymagać jeszcze dalszych badań. Najprostszy do realizacji technicznej, szczególnie dla przebiegów odkształconych o gęstym widmie, jest miernik z szerokopasmowymi przesuwnikami fazy. Miernik z obwodami realizującymi przekształcenie Hilberta może z nim konkurować tylko wtedy, gdy ma on mierzyć moc bierną przebiegów o bardzo rzadkim widmie. Wyeksponowanie tej koncepcji, jak na to wskazuje liczba dotyczących jej publikacji, ma dwie przyczyny. Była to w momencie podjęcia prac nad pomiarem mocy biernej, jedyna, jak się autorowi wydawało, możliwa zasada działania miernika. Drugim powodem wyeksponowania tej właśnie koncepcji było to, że pozostałe z nich umożliwiają zbudowanie miernika mocy biernej poprzez zestawienie go z kilku dobrze znanych podzespołów, takich jak filtry, szerokopasmowe przesuwniki fazy czy generatory napięć kwadraturowych, wskutek czego ich ciężar zawarty jest w samym pomyśle wtedy, gdy pierwsza z nich wymagała rozwiązania pewnych zagadnień nie znanych uprzednio w elektrotechnice, a dotyczących syntezy dwójników i czwórników ortonormalnych. Wyniki tych prac zostały wykorzystane przez P. Filipskiego [FL 1] w metodzie pomiaru mocy deformacji T, zdefiniowanej wraz z mocą Q_B przez C.I. Budeanu. Prowadzenie dalszych badań nad budową miernika mocy biernej (Budeanu) powinno być jednak uzależnione od wyników rewizji teorii mocy Budeanu z punktu widzenia jej użyteczności w elektrotechnice. Mimo że w pewnych publikacjach z ostatnich nawet lat [NO 1-8, EM 2, FI 1] moc bierna Budeanu jest jedną z centralnych wielkości, wielu badaczy wyraża sceptycyzm co do celowości stosowania w elektrotechnice teorii Budeanu [SZ 2-3, SH 1, IN 1, PA 1], proponując odmienne koncepcje [aneks F].

3.2. Pojemnościowa poprawa współczynnika mocy źródeł

Zainteresowanie autora ideą optymalnej kompensacji pojemnościowej której warunki zostały określone przez W. Shepherda i P. Zakikhaniego [SZ 1, 3], było następstwem uświadomienia sobie faktu, że redukcji mocy biernej (Budeanu) źródła nie musi towarzyszyć poprawa jego współczynnika mocy, a więc warunek minimalizacji mocy biernej (Budeanu) nie jest warunkiem wystarczającym na to, aby współczynnik mocy miał wartość maksymalną.

Wyznaczenie pojemności kompensującej C_{opt}, przy której współczynnik mocy źródła ma wartość maksymalną, na podstawie wyrażenia podanego przez W. Shepherda i P. Zakikhaniego [SZ 3] w postaci

$$C_{opt} \triangleq \frac{\sum_{n=1}^{\infty} nU_nI_n\sin\varphi_n}{\omega_1 \sum_{n=1}^{\infty} n^2U_n^2} \tag{3.2}$$

napotykało od chwili sformułowania tego warunku na trudności, gdyż pojemność ta wyrażona jest przez wielkości trudno dostępne zarówno na drodze pomiarowej, jak i obliczeniowej. Między innymi, badania nad takim sformułowaniem teorii mocy, które pozwoliłoby na możliwie najprostsze wyznaczanie pojemności C_{opt}, doprowadziły do teorii mocy N.L. Kustersa i W.J.M. Moore'a [KM 1], rekomendowanej przez Int. Electr. Commission, (IEC) [IN 1]. Wprowadzili oni nową, łatwą do mierzenia wielkość, nazwaną "pojemnościową mocą bierną" Q_c, (F. 28), której znajomość miała umożliwić obliczanie pojemności C_{opt} ze wzoru

$$C_{opt} = -\frac{Q_c}{\|u\|\|\dot{u}\|} \tag{3.3}$$

gdzie $\|u\|$ i $\|\dot{u}\|$ są, odpowiednio, wartością skuteczną napięcia i pochodnej napięcia odbiornika.

Trudności związane z wyznaczeniem pojemności C_{opt} inspirowały autora do podjęcia prac nad pomiarem wielkości, umożliwiających bezpośrednie korzystanie z wyrażenia (3.2), a w szczególności nad pomiarem mocy biernej indywidualnych harmonicznych Q_n [CZ 32] oraz nad pomiarem susceptancji B_n odbiornika dla częstotliwości harmonicznych [CZ 36, aneks L], gdyż licznik wyrażenia (3.2) może być przedstawiony w postaci

$$\sum_{n=1}^{\infty} nU_nI_n\sin\varphi_n = \sum_{n=1}^{\infty} nQ_n = -\sum_{n=1}^{\infty} nB_nU_n^2. \tag{3.4}$$

Pośrednie wyznaczanie pojemności C_{opt} ze wzorów (3.2) lub (3.3) traci jednak swą przydatność wtedy, gdy parametry odbiornika bądź napięcie źródła podlegają zbyt szybkim i szerokim zmianom. Utrzymanie w takich warunkach maksymalnej wartości współczynnika mocy wymaga rozwiązania zagadnienia bezpośredniego pomiaru pojemności C_{opt}. Układ taki, przetwarzający bezpośrednio prąd i napięcie odbiornika w napięcie stałe, proporcjonalne do pojemności C_{opt}, przedstawiony jest w pracy [CZ 27] [aneks D].

Przetwornik ten pozwala wyznaczyć pojemność C_{opt} w prostszy sposób niż jest to możliwe w oparciu o koncepcję Kustersa i Moore'a, tj. ze wzoru (3.3), jednak umożliwia on jedynie realizację idei optymalnej kompensacji pojemnościowej według Shepherda i Zakikhaniego, która podlega istotnemu ograniczeniu. Mianowicie, podany przez nich warunek (3.2) maksymalizacji współczynnika mocy źródła włączonym na jego zaciski kondensatorem jest prawdziwy tylko wtedy, gdy napięcie źródła nie zależy od prądu obciążenia Co więcej, gdy źródło ma impedancję o charakterze indukcyjnym, to pominięcie tej impedancji i traktowanie warunku (3.2) jako przybliżonego może prowadzić do błędów wielokrotnie większych, niż by to wynikało z prostego oszacowania proporcji impedancji źródła i odbiornika. Zagadnienie to jest nieco dokładniej analizowane w aneksie M i ilustrowane w przykładzie M.3.

Niezależnie od kwestii, czy podany przez Shepherda i Zakikhaniego sposób obliczania optymalnej pojemności kompensującej pozwala pojemność tę wyznaczyć, kompensacja pojemnościowa ma w obwodach o przebiegach odkształconych szereg wad, spośród których najlepiej jest znane i badane przez wielu autorów [MI 1, HO 1, JA 1, GO 1, 2, SR 2] przeciążenie kondensatorów wskutek przypływu prądów harmonicznych, a także powiększanie przez te kondensatory deformacji w systemie elektroenergetycznym [BI 1, LI 1, SD 1, PR 1]. Stosunkowo najsłabiej rozpoznanym zagadnieniem jest skuteczność poprawy współczynnika mocy źródła [CI 1, 2]. Aby zasygnalizować, jak bardzo skuteczność kompensacji pojemnościowej może być zmniejszona wskutek nawet nieznacznego odkształcenia napięcia, w aneksie E przedstawiono wyniki analizy skuteczności takiej kompensacji dla kilku obwodów,których parametry i stopień odkształcenia napięcia wybrano w ten sposób, aby otrzymane wyniki mogły w pewnym stopniu odnosić się do sytuacji rzeczywistych. Potwierdzają one potrzebę znacznej ostrożności przy instalowaniu kondensatorów kompensujących, ujawniają ograniczoną skuteczność takiej kompensacji, a także wskazują na konieczność stosowania środków zaradczych w rodzaju na przykład włączania szeregowo z kondensatorem tzw. dławików ochronnych.

3.3. Zagadnienia dotyczące teorii mocy

Jedną ze znamiennych cech współczesnej elektrotechniki jest szybkie zwiększanie się liczby odbiorników deformujących przebiegi oraz wzrost ich mocy jednostkowych. Powoduje to coraz większą złożoność problemów techniczno-ekonomicznych, gdyż przebiegi elektryczne w obwodach z takimi odbiornikami są nie tylko niesinusoidalne, lecz często niestacjonarne czy nawet stochastyczne. Towarzyszy temu brak ogólnie uznanego aparatu pojęciowego, dotyczącego opisu właściwości energetycznych takich układów, co nie może być bez wpływu na wyniki minimalizacji negatywnych skutków deformacji przebiegów. Rozbieżności dotyczące tego aparatu pojęciowego widać z całą wyrazistością wtedy, gdy istniejące teorie mocy, formułowane przy mniej lub bardziej ogólnych założeniach, zastosuje się do opisu jednofazowego obwodu liniowego ze źródłem napięcia okresowego, tak jak to uczyniono w aneksie F.

Centralnym zagadnieniem teorii mocy w obwodach z przebiegami odkształconymi jest wyjaśnienie zjawiska zmniejszania się, wskutek deformacji przebiegów, stopnia wykorzystania źródeł energii a także znalezienie metody określania środków technicznych, zapobiegających temu zjawisku. Zjawisko to wyjaśniają poszczególne teorie, wprowadzając różnie zdefiniowane wielkości, których nazwy są obecnie bardzo wieloznaczne, jednak kwestia w jakim stopniu motywacje leżące u podstaw poszczególnych koncepcji oraz interpretacje wprowadzonych wielkości są przekonywające, jest kwestią zbyt subiektywną, aby można było podejmować nad nią dyskusję. Można natomiast stwierdzić, że żadna z tych teorii nie określa środków technicznych umożliwiających redukcję mocy pozornej źródła do wartości jego mocy czynnej, a nawet żadna z nich nie udziela odpowiedzi na pytanie, czy jest to możliwe, a jeśli nie, to dlaczego.

Wśród istniejących teorii mocy szczególną pozycję zajmuje obecnie teoria sformułowana przez N.L. Kustersa i W.J.M. Moore'a [KM 1], gdyż, nie licząc jej uogólnienia przez C.H. Page'a [PA 1], jest to najnowsza z zaproponowanych koncepcji, a ponadto jest ona zalecana do stosowania w elektrotechnice ostatnim raportem Międzynarodowej Komisji Elektrotechnicznej (IEC) [IN 1], której Grupa Robocza WG7/TC25 pracuje nad wyborem i ustaleniem definicji wielkości elektrycznych w obwodach o przebiegach odkształconych. Zaletą tej koncepcji jest to, że poszczególne wielkości są zdefiniowane w dziedzinie czasowej, a więc opis właściwości energetycznych obwodu nie wymaga analizy częstotliwościowej przebiegów, a ponadto są one, według autorów, łatwo dostępne pomiarowo i umożliwiają maksymalizację współczynnika mocy źródła. Jednak koncepcja ta została sformułowana pod kątem poprawy współczynnika mocy rozumianej w sposób bardzo wąski. Mianowicie, w przypadku odbiorników rezystancyjno-indukcyjnych tworzy ona podstawy teoretyczne wyłącznie dla pojemnościowej poprawy współczynnika mocy, nad którą ciążą wady omówione w p. 3.2 i aneksie E i jest bezużyteczna przy innych sposobach poprawy współczynnika mocy. Ponadto, jak to wykazano w pracy [CZ 33, 40] i aneksie G, nawet w odniesieniu do kompensacji pojemnościowej koncepcja ta nie posiada pewnych właściwości przypisywanych jej przez autorów oraz IEC, co w zasadniczy sposób podważa jej znaczenie.

Koncepcja Kustersa i Moore'a została rozszerzona przez C.H. Page'a [PA 1], który określił warunki minimalizacji wartości skutecznej prądu źródła kondensatorem i induktorem, włączonymi równolegle względem odbiornika (rys. H.1a). W obwodach z przebiegami sinusoidalnymi poprawa współczynnika mocy tak włączonymi elementami reaktancyjnymi może być równie skuteczna jak jego poprawa samym tylko kondensatorem. Ponieważ w układach przemysłowych może być dogodniej zmieniać indukcyjność niż pojemność, dlatego istnieje tendencja stosowania takiej kompensacji także w obwodach z przebiegami odkształconymi [KL 1, DM 1, SO 1, GY 1]. Jeśli jednak przebiegi są odkształcone, a odbiornik jest odbiornikiem rezystancyjno-indukcyjnym, to taki sposób kompensacji nie jest tak skuteczny [aneks H] jak kompensacja pojemnościowa, co więcej, współczynnik mocy źródła nie ma w ogóle ekstremum dla dodatnich wartości LC. Gdy ponadto impedancja źródła ma charakter rezystancyjno-indukcyjny, to przy kompensacji LC, według Page'a, mogą wystąpić te same niekorzystne zjawiska, które pojawiają się przy kompensacji pojemnościowej, tj. gwałtowne zmniejszanie się skuteczności kompensacji i przeciążenie kondensatora kompensującego oraz wzrost deformacji przebiegów. Tak więc kompensacja LC, według Page'a, źródeł zasilających odbiorniki rezystancyjno-indukcyjne nie prowadzi do wyników lepszych niż kompensacja pojemnościowa.

Rozważania nad sensem definicji mocy biernej wg Budeanu i przyczynami powodującymi, że nie ma związku między tą mocą a współczynnikiem mocy źródła, doprowadziły [aneks I] do koncepcji minimalizacji mocy pozornej źródła [CZ 26] poprzez kompensację mocy biernej indywidualnych harmonicznych prądu i napięcia źródła. Idea ta nie jest całkowicie nowa, w tym sensie, że można ją wyprowadzić z warunku koniecznego i wystarczającego na to, aby współczynnik mocy źródła był równy jedności, mającego postać

$$\left.\begin{aligned} \frac{U_n}{I_n} &= \frac{U_k}{I_k} && \text{(warunek modułu)} \\ \operatorname{Arg}\{\underline{U}_n\} &= \operatorname{Arg}\{\underline{I}_n\} && \text{(warunek fazy)} \end{aligned}\right\} \qquad (3.4a,b)$$

dla każdego $n,k \in \mathcal{N}$ i podanego już w 1931 r. przez L. Staniewicza [ST 1]. Jednak Staniewicz ani nie określił środków technicznych umożliwiających spełnienie tego warunku, ani nie wykazał, czy jest to w ogóle możliwe.

Pewien nietrywialny sposób spełnienia tego warunku podali w 1968 roku M.A. Erlicki i A. Emanuel [EE 1]. Jest to jednak sposób kształtowania właściwości odbiornika tak, aby spełniał warunek (3.4). Gdy struktura i parametry odbiornika są już określone, wówczas poprawa współczynnika mocy odbywa się kosztem dodatkowego obciążenia źródła mocą czynną. Sposób spełnienia warunku fazy (3.4b), którego istota jest identyczna z koncepcją autora, podał w r. 1974 A.E. Emanuel [EM 1]. Według Emanuela spełnienie tego warunku wymaga włączenia na zaciski odbiornika pewnego dwójnika reaktancyjnego, który dla przebiegów mających M harmonicznych zbudowany jest z M(2M-1) elementów, jednak z uwagi na złożoność dwójnika kompensującego sposób taki nie ma w zasadzie technicznego znaczenia. Tymczasem, jak to wynika z aneksu I, niezbędna liczba N elementów reaktycyjnych dwójnika kompensującego mieści się już w przedziale $M \leqslant N \leqslant 2M-1$. Jakkolwiek może być on nadal dość złożony, jednak, jak na to wskazują przykłady liczbowe (aneksy G, I), może on tak radykalnie poprawiać współczynnik mocy źródła i zmniejszać deformacje przebiegów, że taki sposób kompensacji może już być brany pod uwagę. Taki sposób kompensacji ma w stosunku do optymalnej kompensacji pojemnościowej dodatkowo tę zaletę, że przy określonym zbiorze numerów harmonicznych $\mathcal{M}$ parametry dwójnika kompensującego są

niezależne od napięcia źródła, a ponadto minimalizuje on wartość skuteczną i odkształcenie prądu źródła niezależnie od wartości jego impedancji wewnętrznej.

Aby omawianą metodę poprawy współczynnika mocy źródła można było stosować także w sytuacjach, gdy moc bierna indywidualnych harmonicznych bądź susceptancja odbiornika dla częstotliwości harmonicznych nie może być określona obliczeniowo, musi być rozwiązane zagadnienie ich pomiaru. Pewien sposób pomiaru mocy biernej indywidualnych harmonicznych przedstawiono w pracy [CZ 32], zaś sposób pomiaru susceptancji odbiornika dla częstotliwości harmonicznych przedstawiono w pracy [CZ 36] [aneks L].

W aneksie I niniejszej pracy omawia się tylko ideę poprawy współczynnika mocy poprzez kompensację mocy biernej indywidualnych harmonicznych i podstawy syntezy dwójników kompensujących, pozostawiając otwartymi szereg pochodnych zagadnień. W szczególności przy ustalonym zbiorze numerów harmonicznych $\mathcal{N}$ zbiór admitancji dwójników, kompensujących określony odbiornik, jest zbiorem mocy continuum. Również wszystkie dwójniki realizujące określoną funkcję reaktancyjną tworzą zbiór mocy continuum. Potrzebne jest więc kryterium wyboru dwójnika i procedura poszukiwania dwójnika optymalnego ze względu na przyjęte kryterium.

Kompensacja mocy biernej indywidualnych harmonicznych nie pozwala jednak, poza szczególnymi przypadkami, zwiększyć współczynnika mocy źródła do wartości $\lambda = 1$. Zjawisko zmniejszania się wartości współczynnika mocy źródeł w obwodach o przebiegach odkształconych spowodowane jest więc nie tylko wzajemnym przesunięciem fazowym harmonicznych prądu i napięcia, lecz ma bardziej złożony charakter. S. Fryze, starając się wyjaśnić to zjawisko, wprowadził koncepcję [FR 1, 2] ortogonalnego rozkładu prądu źródła na składowe, różniące się charakterem swego udziału w przenoszeniu energii między źródłem a odbiornikiem. Zdefiniowana przez niego składowa czynna i_a prądu [aneks F, wzór (9)] została także adaptowana przez kilka innych koncepcji teorii mocy, lecz druga składowa $i_b \triangleq i - i_a$ nie dostarcza innych informacji o energetycznych właściwościach obwodu oprócz informacji o stopniu bezużytecznego, prądowego przeciążenia źródła, którego pewną miarą jest wartość $\|i_b\|$. W szczególności, rozkład ten nie ujawnia przyczyn powodujących, że wartość $\|i_b\|$ może być większa od zera, ani wpływu na nią parametrów obwodu, a tym samym rozkład ten nie dostarcza żadnych wskazówek co do jej kompensacji. S. Fryze wysunął też postulat, aby definiując poszczególne wielkości nie posługiwać się szeregami Fouriera, lecz definiować je jako pewne funkcjonały w dziedzinie czasowej Jest to idea bardzo pociągająca, podejmowana przez wielu autorów [NO 1-8, DE 1, KM 1, PA 1], jednak w kwestii poprawy współczynnika mocy źródeł nie pozwoliła ona, jak dotąd, wyjść poza wyniki uzyskane przez Kustersa i Moore'a [KM 1], Page'a [PA 1] oraz te, przedstawione w pracy [CZ 27]. W. Shepherd i P. Zakikhani, korzystając z szeregów Fouriera, wyodrębnili [SZ 2] w 1972 r. z prądu źródła składową bierną i_r [aneks F, wzór (24)].

Badania nad sposobem minimalizacji wartości skutecznej tej składowej, doprowadziły autorów do koncepcji optymalnej pojemności kompensującej. W obwodach o skończonej liczbie harmonicznych składowa i_r jest całkowicie kompensowalna [EM 1, CZ 40] czwórnikiem reaktancyjnym. Jest to więc składowa o dużym znaczeniu dla zagadnienia poprawy współczynnika mocy, niestety nie jest dotąd znany sposób jej zdefiniowania bez użycia szeregów Fouriera. Ponadto nie jest jasny sens pozostałej składowej prądu źródła $i_R \hat{=} i-i_r$ ani też mocy S_R. Starając się połączyć zalety obu rozkładów tj. Fryzego oraz Shepherda i Zakikhaniego, autor zaproponował [CZ 30] [aneks J] nowy rozkład prądu odbiornika, rozszerzający poprzednie propozycje, gdyż oprócz wzajemnie ortogonalnych składowych i_a, i_r ujawnia on istnienie trzeciej składowej i_s, ortogonalnej do dwu poprzednich, która w koncepcji Fryzego ukryta była w składowej i_b, zaś w koncepcji Shepherda i Zakikhaniego ukryta była w składowej i_R. Wartość skuteczna tej składowej jest miarą bezużytecznego, prądowego przeciążenia źródła wskutek rozrzutu konduktancji odbiornika dla częstotliwości harmonicznych napięcia (dlatego nazwano ją roboczo składową lub prądem rozrzutu) i nie jest ona kompensowalna dwójnikiem pasywnym, włączonym na zaciski odbiornika. Przedstawiony rozkład umożliwia wyodrębnienie z mocy Q_F, która w koncepcji Fryzego jest tylko bezużyteczną składową mocy pozornej źródła, mocy Q_r, kompensowalnej dwójnikiem reaktancyjnym oraz mocy Q_s, która nie jest kompensowalna dwójnikiem pasywnym, włączonym na zaciski źródła.

Rozkład ten może być rozszerzony tak, aby obejmował także odbiorniki nieliniowe [CZ 31] [aneks K], przez wyodrębnienie z prądu odbiornika jako odrębnej ortogonalnej składowej i_g, sumy harmonicznych o numerach, które nie występują w napięciu źródła. Jeśli w miejsce admitancji $\underline{Y}_n$, która nie istnieje dla odbiorników nieliniowych, wprowadzi się iloraz formalny $\underline{\Lambda}_n$ zespolonych współczynników szeregu Fouriera prądu i napięcia odbiornika, to reszta $i-i_g$ prądu odbiornika może być rozłożona na składowe i_a, i_s, i_r tak, jak prąd odbiornika liniowego, i składowe te mają takie same właściwości, jak w obwodzie liniowym, z tym że rozkład taki opisuje stan obwodu tylko przy tym napięciu u, przy którym wyznaczono ilorazy $\underline{\Lambda}_n$. Mimo to rozkład ten całkowicie wyjaśnia przyczyny zmniejszania się efektywności wykorzystania źródeł zasilających odbiorniki nieliniowe, a także pozwala określić środki techniczne, które przy określonym napięciu u zwiększają wartość współczynnika mocy źródła.

3.4. Zagadnienie pomiarowe, wynikające z proponowanego rozkładu prądu odbiornika

Chociaż przedstawiony rozkład prądu wyjaśnia przyczyny zwiększania się wartości skutecznej prądu źródła w obwodzie z przebiegami odkształconymi, jednak jego praktyczna użyteczność w elektrotechnice zależy od metrologicznej dostępności parametrów, z pomocą których definiuje się poszczególne wielkości i od możliwości ich bezpośredniego pomiaru. Mierzalność wielkości, na których zbudowane są poszczególne teorie mocy, jest w dyskusji nad nimi jedną z zasadniczych kwestii, szczególnie że często formułowane są one bez podania sposobu ich pomiaru. Trudności związane z pomiarami w obwodach o przebiegach odkształconych odciskają się też negatywnie na dyskusji nad teorią mocy, naruszając hierarchię ważności różnych stawianych jej wymagań. Mianowicie, kwestia mierzalności może stać się niejako centralnym zagadnieniem teorii mocy, a jest ona tylko warunkiem koniecznym jej praktycznej użyteczności. Znamiennym tego przykładem wydaje się być dyskusja wokół koncepcji Budeanu i Fryzego. Ponieważ upłynęło kilka dekad, zanim znaleziono pierwsze sposoby pomiaru proponowanych w tych teoriach wielkości [AL 1, SA 1, LO 1, CZ 6, 7, US 1, SC 1], istniała tendencja do ich oceny głównie przez pryzmat mierzalności, ze szkodą dla bardziej zasadniczych zagadnień. Ciężar problemu mierzalności zmalał zresztą obecnie wskutek postępu w teorii syntezy obwodów i rozwoju elektroniki. Podukłady, będące rezultatem rozwoju tych dwóch dziedzin, takie jak filtry, szerokopasmowe przesuwniki fazy, generatory napięć kwadraturowych, układy mnożące, przetworniki wartości skutecznej, dają w obwodach z przebiegami odkształconymi możliwości pomiarów wielkości, o których nie mogło być mowy w pierwszych dziesiątkach lat po sformułowaniu teorii Budeanu i Fryzego. Zupełnie nowe możliwości stwarza tu niewątpliwie dyskretna analiza przebiegów z użyciem systemów mikroprocesorowych.

Według przedstawionej w aneksie K koncepcji rozkładu ortogonalnego, aby móc scharakteryzować odbiornik pod względem jego właściwości energetycznych, mając do dyspozycji tylko prąd i napięcie na jego zaciskach, trzeba mieć możliwość określenia wartości czterech funkcjonałów, tj. wartości $\|i_a\|$, $\|i_s\|$, $\|i_r\|$, $\|i_g\|$. Dla celów projektowania obwodów poprawiających współczynnik mocy źródła znajomość wartości tych funkcjonałów jeszcze nie wystarcza. Trzeba mieć jeszcze możliwość wyznaczenia susceptancji B_n bądź też, gdy odbiornik nie jest liniowy, możliwość wyznaczenia wartości β_n. Może być także pożyteczną możliwość pomiaru konduktancji G_s i G_e oraz części rzeczywistej ilorazu $\underline{\Lambda}_n$, pozwalająca wyznaczać wartości funkcjonałów $\|i_a\|$, $\|i_s\|$ na drodze obliczeniowej. Każdy z wymienionych wyżej parametrów może być wyznaczony na drodze numerycznej, odpowiadającej sposobowi jego definiowania, przedstawionemu w aneksie K. Organizacja systemu mikroprocesorowego i procedury obliczeniowej wymaga jednak odrębnych badań, dość odległych od zasadniczego zagadnienia, dlatego w niniejszej pracy przedstawiono tylko analogową metodę przetwarzania wartości wymienionych powyżej funkcjonałów i parametrów na napięcie stałe. Sposób pomiaru wartości skutecznej $\|i_a\|$ składowej czynnej prądu podał w 1961 r. Usatin [US 1]. Polega on na równoważeniu momentu obrotowego watomierza różnicowego prądem gałęzi rezystancyjnej, zasilanej napięciem odbiornika. Metoda ta wymaga jednak ręcznego lub - co ją jeszcze komplikuje - automatycznego nastawiania rezystancji gałęzi kompensującej. Znacznie prościej można przetworzyć wartość skuteczną $\|i_a\|$ na napięcie stałe z pomocą układu przedstawionego na rys. K.3 w aneksie K. Trzeba tylko w tym celu włączyć na jego wyjściu przetwornik wartości skutecznej na napięcie stałe, z tym że na wejście B nie musi być włączone napięcie $u_1 = r(i-i_r)$, lecz wystarczy włączyć napięcie $u_1 = ri$. Ten sam układ, z uwagi na wyrażenie K.26 jest też przetwornikiem konduktancji równoważnej G_e na napięcie stałe. Metoda przetwarzania wartości skutecznej $\|i_r\|$ składowej biernej prądu odbiornika na napięcie stałe [CZ 28, 35], dająca się adaptować także jako metoda przetwarzania wartości skutecznej $\|i_s\|$ składowej rozrzutu, przedstawiona jest w aneksie L. Przetwornik, działający wg przedstawionej zasady, jest dość złożony i niewiele można powiedzieć o jego dokładności bez wnikania w szczegółowe rozwiązanie technologiczne poszczególnych podzespołów. Długi jest także czas przetwarzania, proporcjonalny do liczby M harmonicznych napięcia, gdyż każda z nich wymaga w cyklu przetwarzania zwłoki czasowej, dostatecznie długiej dla zniknięcia przebiegów przejściowych. Dla przykładu, miernik wartości skutecznej $\|i_r\|$ dla przebiegów o gęstym widmie, obejmującym do 64 kolejnych harmonicznych, zbudowany w oparciu o przedstawioną zasadę przez M. Firlejczyka [FJ 1], wymaga czasu przetwarzania rzędu 0,3 s na jedną harmoniczną. Czas ten może być jednak skrócony wtedy, gdy można zmniejszyć wymagania co do szerokości pasm tranzycji filtrów, co jest możliwe dla przebiegów o rzadszym widmie. Znacznie łatwiejszy jest natomiast pomiar konduktancji G_n i susceptancji B_n [CZ 36] odbiornika dla częstotliwości harmonicznych. Przetwornik tych parametrów na napięcie stałe otrzymuje się przez nieznaczne przekształcenie struktury przetwornika wartości skutecznej $\|i_s\|$ składowej rozrzutu [aneks L], przy czym wtedy, gdy odbiornik jest nieliniowy, otrzymane na wyjściu przetowrnika napięcie stałe jest proporcjonalne, alternatywnie, do wartości γ_n lub β_n.

3.5. Minimalizacja wartości skutecznej prądu źródła równolegle włączonym dwójnikiem LC, utworzonym z szeregowo połączonych induktora i kondensatora

Analizowana w aneksie I kompensacja mocy biernej indywidualnych harmonicznych reprezentuje graniczne możliwości minimalizacji wartości skutecznej prądu źródła dwójnikiem pasywnym. Wymaga ona jednak dwójników kompensujących na tyle złożonych, że celowe jest poszukiwanie prostszych sposobów poprawy współczynnika mocy, lecz nie obarczonych wadami kompensacji pojemnościowej czy kompensacji pojemnościowo-indukcyjnej wg Page'a [aneks H].

Jeśli pozostaje się przy kompensacji równoległej dwójnikiem reaktancyjnym, to po wykluczeniu kompensacji pojemnościowej oraz pojemnościowo -indukcyjnej według Page'a najprostszym dwójnikiem kompensującym jest dwójnik, utworzony przez szeregowe połączenie induktora i kondensatora.

Włączenie induktora w szereg z kondensatorem kompensującym jest znanym sposobem [SD 1, SG 1, GY 1, LI 1, SU 1] jego ochrony przed przeciążeniami rezonansowymi bądź też tworzy się w ten sposób filtry harmonicznych. Prowadzono także badania nad skutecznością poprawy w ten sposób współczynnika mocy źródła [CI 1, 2]. Nie są jednak jak dotąd znane warunki minimalizacji wartości skutecznej prądu źródła, a wzór Shepherda i Zakikhaniego przy takiej pojemnościowo-indukcyjnej minimalizacji traci prawdziwość. Warunek konieczny na to, aby wartość skuteczna prądu źródła, przy równoległej kompensacji szeregowym dwójnikiem LC, miała minimum, określony w dziedzinie częstotliwości został podany w pracy [CZ 29] [aneks M], z tym że podobnie jak warunek Shepherda i Zakikhaniego jest on prawdziwy tylko w obwodach z idealnym źródłem napięcia. Obliczanie w oparciu o ten warunek pojemności minimalizującej wartość skuteczną prądu źródła jest nieco bardziej uciążliwe, gdyż wymaga procedury iteracyjnej, jednak podstawowe parametry techniczne kompensacji, charakteryzujące jej efektywność i skutki uboczne, tj. uzyskiwalny współczynnik mocy źródła i towarzyszący jego poprawie wzrost deformacji przebiegów zdecydowanie przemawiają na korzyść takiej właśnie kompensacji. Wyznaczenie pojemności kompensującej w oparciu o warunek określony w dziedzinie częstotliwości jest jednak trudne do instrumentalizacji i czasochłonne, gdyż wymaga analizy harmonicznej i pomiaru susceptancji odbiornika dla częstotliwości harmonicznych i jako takie traci użyteczność w obwodach niestacjonarnych. Aby wyeliminować konieczność pomiaru wartości skutecznych U_n harmonicznych napięcia i susceptancji B_n odbiornika, warunek konieczny na to, aby wartość skuteczna prądu źródła miała minimum, został w pracy [CZ 37] [aneks M] sformułowany nie w dziedzinie częstotliwości, lecz w dziedzinie czasu. W takiej postaci umożliwia on względnie prostą instrumentalizację czynności związanych z wyznaczeniem pojemności minimalizującej wartość skuteczną prądu źródła, a przede wszystkim skraca czas podejmowania decyzji dotyczącej jej wartości. Ponadto, w odróżnieniu od odpowiadającego mu warunku w dziedzinie częstotliwości, zachowuje on swoją prawdziwość także i wtedy, gdy źródło napięcia nie jest źródłem idealnym. Jak to ilustrują podane w aneksie M przykłady, kompensacja równoległa szeregowym dwójnikiem LC może być zdecydowanie skuteczniejsza niż kompensacja pojemnościowa, większa jest jednak złożoność i koszt urządzeń kompensujących. Analizując taką kompensację, autor brał pod uwagę wyłącznie aspekt teoretyczny i techniczny zagadnienia. O celowości jej stosowania rozstrzyga natomiast, rozumiany bardzo ogólnie, aspekt ekonomiczny. Aspekt taki wymaga jednak odpowiedzi na pytanie, "jaki jest koszt deformacji przebiegów w systemie elektroenergetycznym"?, a jest to, niestety, pytanie trudne i wykraczające poza zakres pracy.

4. ZAKOŃCZENIE

Przedstawione opracowanie porządkuje i spina w jedną całość publikowane i niepublikowane prace autora nad różnymi zagadnieniami dotyczącymi, określając to bardzo ogólnie, przepływu energii w obwodach o przebiegach odkształconych, a także osadza w określonych miejscach tej ogólnej tematyki prace autora nad zagadnieniami pochodnymi. Nie wychodzą one jednak poza tematykę związaną z przepływem energii w obwodzie jednofazowym o przebiegach okresowych. Myślą przewodnią prowadzonych badań był bowiem pogląd autora, że w sytuacji, gdy wokół zagadnienia przepływu energii w obwodach o przebiegach odkształconych od pięćdziesięciu lat narastają różnorodne koncepcje, czyniąc je zagadnieniem wyjątkowo kontrowersyjnym, warunkiem uzyskania postępu w tej dziedzinie jest dogłębne zrozumienie i interpretacja właściwości energetycznych takich właśnie, jednofazowych obwodów o przebiegach okresowych. Dopiero na takim fundamencie można budować użyteczną w elektrotechnice teorię mocy obwodów o bardziej złożonej strukturze i bardziej złożonych przebiegach. Inaczej mówiąc, obwód jednofazowy o przebiegach okresowych jest w badaniach nad teorią mocy obwodów z przebiegami odkształconymi etapem, którego nie wolno, w przekonaniu autora, przeskoczyć i od takiego obwodu musi się zaczynać weryfikacja każdej ogólniejszej koncepcji.

Problematyka aneksów A,B,C jest podporządkowana potrzebom tej linii rozwojowej teorii mocy, która zaczyna się od Budeanu i podsumowuje wkład autora w rozwiązanie zagadnienia pomiaru mocy biernej Budeanu. Rozwiązanie tego zagadnienia uaktualnia jednak potrzebę rewizji tej koncepcji, a w szczególności konieczność uzasadnienia przez jej zwolenników motywów, dla których moc tę należy mierzyć. Podobnie aneks D ma charakter usługowy względem koncepcji optymalnej kompensacji pojemnościowej, według Shepherda i Zakikhaniego, lecz już w aneksie E podkreśla się ograniczoną skuteczność kompensacji pojemnościowej, pokazując, jak gwałtownie mogą ją pogorszyć znikomo małe, rzędu ułamka procentu, harmoniczne napięcia źródła.

W aneksie F zestawiono rozbieżności poszczególnych teorii mocy w sposobie opisu właściwości energetycznych obwodów jednofazowych z przebiegami okresowymi, zaś w aneksach G, H, I przedstawiono analizy krytyczne pewnych teorii i oceny użyteczności w elektrotechnice wprowadzanych przez te teorie wielkości. Pozostałe aneksy prezentują koncepcje autora odnośnie nowego sformułowania teorii mocy obwodów jednofazowych z przebiegami okresowymi. Wyjaśnia ona właściwości energetyczne takich obwodów i

tworzy podstawy teoretyczne dla konstrukcji obwodów poprawiających współczynnik mocy źródeł. Na tę część opracowania składają się następujące zasadnicze wyniki:

1. Dowód błędności, rekomendowanej przez IEC, teorii mocy Kustersa i Moore'a [aneks G], a także dowód, że jej uogólnienie przez Page'a nie może, w przypadku odbiorników rezystancyjno-indukcyjnych, prowadzić do lepszych wyników kompensacji niż kompensacja pojemnościowa [aneks H].

2. Wskazanie przyczyn, dla których kompensacja mocy biernej Budeanu nie ma związku z poprawą współczynnika mocy źródeł, oraz rozwinięcie idei kompensacji mocy biernej indywidualnych harmonicznych [aneks I].

3. Wprowadzenie dla prądu odkształconego nowego rozkładu ortogonalnego, zawierającego w sobie zarówno rozkład Fryzego, jak i rozkład Shepherda i Zakikhaniego. Spinając oba te rozkłady, ujawnia on istnienie w prądzie odkształconym jeszcze jednej składowej ortogonalnej, nazwanej roboczo "składową rozrzutu". Wprowadzenie tej składowej umożliwia interpretację fizyczną składowej i_b w rozkładzie Fryzego i składowej i_R w rozkładzie Shepherda i Zakikhaniego. Ponadto, rozkład ten wyjaśnia całkowicie przyczyny zmniejszania się przy przebiegach odkształconych efektywności wykorzystania źródeł oraz umożliwia określenie środków technicznych mogących temu przeciwdziałać [aneksy J, K].

4. Rozwiązanie zasadniczych problemów metrologicznych związanych z identyfikacją właściwości energetycznych obwodów jednofazowych z przebiegami okresowymi, a także rozwiązanie zagadnienia pomiaru tych parametrów odbiornika, których znajomość umożliwia modyfikację właściwości energetycznych obwodu [aneks L].

5. Sformułowanie w dziedzinie częstotliwości i w dziedzinie czasu warunku koniecznego na to, aby przy kompensacji równoległej szeregowym dwójnikiem LC wartość skuteczna prądu źródła miała minimum oraz wykazanie, że kompensacja taka pozwala uzyskiwać znacznie większą wartość współczynnika mocy źródeł niż kompensacja pojemnościowa [aneks M].

LITERATURA

AL 1 Antoniu S.I., Leon M.: Linear electronic model for the determination of active and reactive powers in nonsinusoidal state. Acta IMEKO 1967, Budapeszt.

AL 2 Antoniu S.I., Leon M., Tuduce R.: P, Q D-metre apparait pour la mesure des puissances et energies actives,reactives et deformantes dans un regime energetique deformant. Congres MESUCORA Paris 1973.

AN 1 Antoniu A.: Realizations of gyrators using operational amplifiers and their use in RC-active-network synthesis. Proc. IEE, Vol. 116, No 11, 1969.

BE 1 Bedrosian S.D.: Normalized design of 90^{o} phase-difference networks. IRE Trans. on Circuit Theory, June, 1960.

BI 1 Białkiewicz Z.: Wpływ impedancji odbiorników i systemu elektroenergetycznego na wartości wyższych harmonicznych prądu i napięcia. Biuletyn Inst. Energ., Nr 3/4, Nr 5/6, 1971.

BU 1 Budeanu C.I.: Puissances reactives et fictives. Institut Romain de l'Energie, Bucarest 1927.

CA 1 Cauer W.: Teorie der Linearen Wechselstrom Schaltungen.Berlin 1958

CH 1 Cholewicki T.: Rodzaje mocy przy przebiegach odkształconych, stan obecny badań. Przegląd Elektrotechniczny, R. IV, z 3/1980.

CI 1 Cichowska Z.: Podstawy teoretyczne projektowania filtrów mocy.Rozprawa doktorska, Pol. Śl., Gliwice 1965.

CI 2 Cichowska Z.: Poprawa współczynnika mocy w obecności wyższych harmonicznych napięcia zasilającego. Zesz. Nauk. Pol. Śl. "Elektryka" z. 20, 1966.

CZ 1 CZARNECKI L.S.: Theoretical problems of the realizability of the Hilbert transformation. Acta IMEKO, Budapeszt 1967.

CZ 2 Czarnecki L.S.: Synteza modelu przekształcenia Hilberta. Rozprawa doktorska.Pol. Śl., Gliwice 1969.

CZ 3 Czarnecki L.S.: Synteza dwójników ortonormalnych z rzeczywistych elementów reaktancyjnych. Zesz. Nauk. Pol. Śl., "Elektryka", z. 27 Gliwice 1970.

CZ 4 Czarnecki L.S.: O liczbie niepowtarzalnych realizacji funkcji reaktancyjnej. Zesz. Nauk. Pol. Śl., "Elektryka", z. 35, Gliwice 1972.

CZ 5 Czarnecki L.S.: Konstrukcja miernika mocy biernej w układach z przebiegami odkształconymi. Zesz. Nauk. Pol. Śl., "Elektryka", z. 36, Gliwice 1973.

CZ 6 Czarnecki L.S.: Miernik mocy biernej dla przebiegów odkształconych. Patent PRL 75834, 1972.

CZ 7 Czarnecki L.S.: Miernik mocy biernej dla układów z przebiegami odkształconymi. Patent PRL 85524, 1974.

CZ 8 Czarnecki L.S.: An extension of the Cederbaum's symbolic notation and its application. Proc. of 1976 European Conf. on Circuit Theory and Design, Geneva 1976.

CZ 9 Czarnecki L.S.: Układ do realizacji funkcji reaktancyjnej. Patent PRL 105403, 1977.

CZ 10 Czarnecki L.S.: Reactive filter simulation presserving the directed graph of the ladder network. Proc. of the Summer Symp. on Circuit Theory, Praga 1977.

CZ 11 Czarnecki L.S.: 1-ports with orthonormal properties. Int. Journ. on Circuit Theory and Appl..Vol. 6, 1978.

CZ 12 Czarnecki L.S.: R, FDNR orthonormal two-port realization. Proc.of the 1978 IEEE Int. Symp. on Circuit and Systems, New York 1978.

CZ 13 Czarnecki L.S.: Orthonormal two-port realization. Proc. of the 1978 European Conf. on Circuit Theory and Design, Louzanne 1978.

CZ 14 Czarnecki L.S.: Układ do przekształcania napięć okresowych w ich transformaty Hilberta. Patent PRL 119260 , 1978.

CZ 15 Czarnecki L.S.: Układ do przesuwania o 90^{o} fazy składowych harmonicznych przebiegu okresowego. Patent PRL P-205671, 1978.

CZ 16 Czarnecki L.S.: Układ do przekształcania napięć okresowych w ich transformaty Hilberta. Patent PRL 119264 , 1978.

CZ 17 Czarnecki L.S.: Synteza czwórników ortonormalnych dla przebiegów okresowych. Materiały II Krajowej Konferencji "Teoria Obwodów i Układy Elektroniczne", Wrocław 1978.

CZ 18 Czarnecki L.S.: Symbolic calculation of the RC network functions with some discriminated elements. Proc. of the 4th Int. Symp. on the Mathematical Theory of Networks and Systems, Delft Univ. of Techn., Holland 1979.

CZ 19 Czarnecki L.S., Lasicz A.: Wrażliwość aktywnych korektorów fazy II rzędu strukturalnie równoważnych pasywnemu korektorowi RLC. Zesz. Nauk. Pol. Śl., "Elektryka", z. 64, Gliwice 1979.

CZ 20 Czarnecki L.S.: Sposób przetwarzania mocy biernej przenoszonej przez niesinusoidalne przebiegi okresowe na napięcie stałe. Patent PRL 222 113, 1980.

CZ 21 Czarnecki L.S.: The accuracy of the 1-ports realization. Archiwum Elektrotechniki, No 2, 1981, Warszawa.

CZ 22 Czarnecki L.S.: The tolerance of the reactance one-port realization. IEEE Trans. on Circuit and Systems, Vol. CAS-28, No. 10 Oct. 1981, New York.

CZ 23 Czarnecki L.S.: Measurement principle of a reactive power meter for nonsinusoidal systems. IEEE. Trans. Instr. Meas., Vol. IM-30, No. 30, 1981.

CZ 24 Czarnecki L.S.: Mierniki mocy biernej przebiegów odkształconych z szerokopasmowymi przesuwnikami fazy. Zesz. Nauk. Pol. Śl., "Elektryka", z. 75, Gliwice 1981.

CZ 25 Czarnecki L.S.: Wrażliwość szerokopasmowych przesuwników fazy. IV Krajowa Konferencja "Teoria Obwodów i Układy Elektroniczne, Zielona Góra 1981.

CZ 26 Czarnecki L.S.: Minimisation of distortion power of nonsinusoidal sources applied to linear loads. IEE Proc., Vol. 128, Pt. C No 4, July 1981.

CZ 27 Czarnecki L.S.: Convertor of optimal capacitance for nonsinusoidal systems compensation to DC voltage. Electronic Letters, Vol. 17, No 12, July 1981.

CZ 28 Czarnecki L.S.: Przetwornik wartości skutecznej składowej biernej niesinusoidalnego prądu odbiornika na napięcie stałe. Wniosek patentowy nr 227940, z dnia 17.II.1980.

CZ 29 Czarnecki L.S.: Pojemnościowo-indukcyjna kompensacja mocy biernej obwodów z przebiegami odkształconymi. Zesz. Nauk. Pol. Śl. "Elektryka", z. 86, Gliwice 1983.

CZ 30 Czarnecki L.S.: Ortogonalne składniki prądu odbiornika liniowego zasilanego napięciem odkształconym. Zesz. Nauk. Pol. Śl., "Elektryka", z. 86, Gliwice 1983.

CZ 31 Czarnecki L.S.: An orthogonal decomposition of the current of nonsinusoidal voltage source applied to nonlinear loads. Int. Journ. on Circuit Theory and Appl., Vol. 11, No.2, 1983.

CZ 32 Czarnecki L.S.: Measurement of the individual harmonics reactive power in nonsinusoidal systems. IEEE Trans. on Instr. Meas. 1983 Vol. IM-32, No 2.

CZ 33 Czarnecki L.S.: Additional discussion to "Reactive power under nonsinusoidal conditions". IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-102, No 4, April 1983.

Cz 34 Czarnecki L.S.: Metoda pomiaru mocy biernej obwodów o przebiegach odkształconych wykorzystująca modulację jednowstęgową, Zeszyty Naukowe Pol. Śl., "Elektryka", z. 88, Gliwice 1984.

CZ 35 Czarnecki L.S.: Measurement principle of the reactive current RMS value meter for nonsinusoidal systems. Proc. Int. Conf. EMISCON 83, Slov. Akad. Vied., Bratislava 1983.

CZ 36 Czarnecki L.S.: Measurement principle of the load susceptance for harmonic frequencies meter for nonsinusoidal systems. Proc. Int. Conf. EMISCON 83, Slov. Akad. Vied., Bratislava 1983.

CZ 37 Czarnecki L.S.: On a new definition of powers and the continuous maximization of the power-factor of variable non-sinusoidal systems. 2nd Int. Symp. "Theory of Electrical Eng.", Ilmenau 1983.

CZ 38 Czarnecki L.S.: Dwójniki realizujące przekształcenie Hilberta i ich zastosowanie w miernikach mocy biernej obwodów o przebiegach odkształconych. Archiwum Elektrotechniki, 1984 (w druku).

CZ 39 Czarnecki L.S.: Metoda pomiaru mocy biernej indywidualnych składowych harmonicznych w obwodach z przebiegami odkształconymi. Zesz. Nauk. Pol. Śl. "Elektryka", z. 86, Gliwice 1983.

CZ 40 Czarnecki L.S.: Uwagi o definicjach mocy biernej Kustersa i Moore'a obwodów o przebiegach odkształconych. Rozprawy Elektrotechniczne, 1984 (w druku).

DE 1 Depenbrock M.: Wirk-und Blindleistung. ETG-Fachtagung "Blindleistung", Aachen, October, 1979.

DM 1 Dąbrowski W., Markiewicz H.: Kompensacja mocy biernej obciążeń szybkozmiennych przy występowaniu przebiegów odkształconych prądu i napięcia. Przegląd Elektrotechniczny, R. LIV z. 3/1978.

EE 1 Erlicki M.S., Emanuel-Eigels A.: New aspects of power factor improvement. IEEE Trans. on Industry and Gen. Appl., Vol. IGA-4, No 4, July/Aug. 1968.

EM 1 Emanuel A.E.: Suggested definition of reactive power in nonsinusoidal systems. Proc. IEEE, Vol. 121, No 7, July 1974.

EM 2 Emanuel A.E.: Energetical factors in power systems with nonlinear loads. Archiv für Elektrotechnik, 59(1977).

FI 1 Fisher H.D.: Bemerkungen zu Leistungsbegriffen bei Stromen und Spannungen mit Oberschwingungen. Archiv für Elektrotechnik, (64), 1982

FJ 1 Firlejczyk M.: Miernik wartości skutecznej składowej biernej prądu niesinusoidalnego. Praca dyplomowa. Inst. Podst. Probl. Elektrotechniki i Energoelektroniki Pol. Śl., Gliwice 1983.

FL 1 Filipski P.: The measurement of distortion current and distortion power. Materiały Konferencji EMISCON 81: Measurement theory and practical application, Praga 1981.

FR 1 Fryze S.: Moc czynna, bierna i pozorna w obwodach o przebiegach odkształconych prądu i napięcia, Przegląd Elektrotechniczny, 1931 nr 7, 8.

FR 2 Fryze S.: Wirk-, Blind-, und Scheinleistung in Elektrisch Stromkreisen mit nichtsinusformigen Verlauf von Strom und Spannung. ETZ Bd. 53, 1932.

FR 3 Fryze S.: W sprawie określenia mocy w obwodach elektrycznych o przebiegach odkształconych prądu i napięcia. Przegląd Elektrotechniczny nr 22, 1932.

FT 1 Fodor G., Tevan G.: Powers and compensation in networks in periodic state. Archiv für Elektrotechnik (65), 1982.

GO 1 Gosztowt W.: Kondensatory czy filtry do kompensacji mocy biernej w sieciach średniego napięcia. Przegląd Elektrotechniczny, z. 3, 1964.

GO 2 Gosztowt W.: Dobór baterii kondensatorów ze względu na przeciążenie wyższymi harmonicznymi. Gosp. Pal i En., 8/1966.

GY 1 Gyugyi L.: Reactive power generation and control by thyrystor circuits. IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. IA-15, No 5, Sept/Oct., 1979.

HO 1 Hoffmann M.: Die Belastung des Kondensators durch Oberschwingungen. Elektrizitätswirtschaft, Heft 4. Febr. 1957.

IN 1 International Electrotechnical Commission (IEC). Technical Committee No 25, Working Group 7, Report: Reactive power and distortion power, document 25 (Secr.) 113, grudzień 1979.

JA 1 Jasicki J.: Wpływ dobowych wahań napięcia i wyższych harmonicznych w sieci na starzenie się kondensatorów, Energetyka 8/1966.

KI 1 Kimbark E.W.: Direct current transmission. Vol. 1, Wiley-Interscience, 1971.

KL 1 Klinger G.: L-C Kompensation und Symmetrierung für Mehrphysensysteme mit belibigen Spannungsverlauf. ETZ Archiv H. 2, 1979.

KM 1 Kusters N.L., Moore W.J.M.: On the definition of reactive power under nonsinusoidal conditions. IEEE Trans. Power Appl. Syst. Vol. PAS-99, Sept. 1980.

KU 1 Kubisa S.: Nowe definicje mocy i energii elektrycznej do rozdziału kosztów energii. Przegląd Elektrotechniczny, nr 2, 1977.

LA 1 Lasicz A.: Analiza wrażliwości wieloparametrowej funkcji przejścia szerokopasmowych przesuwników fazy. Praca doktorska. Pol. Śl., Gliwice 1981.

LI 1 Linders J.R.: Electric Wave Distortion: Their Hidden Costs and Containment. IEEE Trans., IA, Vol. IA-15, No 15 Sept/Oct. 1979.

LL 1 Lloyd A.G.: 90-degree phase-difference networks..., Electron Des., Vol. 19, Sept. 1976.

LO 1 Lopez R.A., Asquerino J.C.M., Rodrigez-Izguierdo G.: Reactive power meter for nonsinusoidal systems. IEEE Trans. Instr. Meas., Vol., IM-26, No 3, 1977.

MI 1 Miedwiediew S.W.: Pieriegruzki i potieri w kondensatorach pri naliczii wyssich garmoniczeskich. Elektrotechn. 12/1966.

MO 1 Moskowicz S.: Zastosowanie filtrów wszechprzepustowych drugiego rzędu do budowy waromierza. PAK 8/79, 1979.

NO 1 Nowomiejski Z.: Moc i energia elektryczna w układach o dowolnych ustalonych przebiegach. Zesz. Nauk. Pol. Śl., "Elektryka", z. 15, Gliwice 1963 (Praca habilitacyjna).

NO 2 Nowomiejski Z.: Filtry mocy. Zesz. Nauk. Pol. Śl., "Elektryka", z. 18, Gliwice 1964.

NO 3 Nowomiejski Z.: Moszcznost aktiwnaja, reaktiwnaja i moszcznost iskażenija w elektriczeskich sistiemach s pieriodiczeskimi niesinusoidalnymi processami. Izviestia Wysszich Uczebnych Zawiedienij, Elektromechanika Nr 6/1964.

NO 4 Nowomiejski Z.: O pewnych zagadnieniach dotyczących mocy deformacji w układach o przebiegach odkształconych. Zesz. Nauk. Pol. Śl. "Elektryka", z. 22, Gliwice 1967.

NO 5 Nowomiejski Z.: Teoria kompensacji mocy biernej. Zesz. Nauk. Pol. Śl., "Elektryka", z. 42, Gliwice 1973.

NO 6 Nowomiejski Z.: Uogólniona teoria mocy. Zesz. Nauk. Pol. Śl. "Elektryka", z. 46, Gliwice 1974.

NO 7 Nowomiejski Z., Sowa E.: Teoria mocy układów elektrycznych. Zesz. Nauk. Pol. Śl., "Elektryka", z. 49, Gliwice 1977.

NO 8 Nowomiejski Z.: Generalized theory of electric power. Archiv für Elektrotechnik, 63/1981.

OR 1 Orchard H.: Synthesis of wide-band two-phase networks. Wireless Engineer, March, 1959.

PA 1 Page C.H.: Reactive power in nonsinusoidal situations. IEEE Trans. Instr. and Meas., Vol. IM-29, No 4, Dec. 1980.

PD 1 Priedka J.: Określenie udziału wyższych harmonicznych w napięciach sieci średnich napięć w warunkach rezonansowych. Praca doktorska, Pol. Śl. 1979.

PR 1 Przemycki O.: Series for calculating more precise values of modular elliptic function q=q(k) as applied to electrical filters. Rozpr. Elektr., Tom XXV, No 4, 1979.

RI 1 Rissik H.: The influence of mercury-arc rectifiers upon the power-factor of the supply system. J. IEE, London, Vol. 72, pp.435--455, May 1935.

SA 1 Sawicki J.: Urządzenie do pomiaru mocy reaktywnej $\sum U_k I_k \sin\varphi_k$.Patent PRL nr 111781, 1977.

SA 2 Sawicki J.: The measurement of reactive power $\sum UI\sin\varphi$.Acta IMEKO, Budapeszt 1977.

SA 3 Sawicki J.: Przetwornik mocy biernej przebiegów odkształconych. Prace Nauk. Inst. Metrologii Elektr. Pol. Wrocł., nr 19, Wrocław 1979.

SC 1 Szczepaniak Cz.: Synteza układów analogowych przetworników pomiarowych wielkości elektrycznych. Prace Inst. Elektrotechniki, nr 97, Warszawa 1976.

SD 1 Spirydonow W.: Ochrona odbiorów typu pojemnościowego od przeciążenia wywołanego wyższymi harmonicznymi napięcia sieci. Wiadomości Elektrotechniczne, nr 8, 1964.

SG 1 Stackegard H.: Kondensatorbaterie mit Oberwellenfilter. ASEA Zeitschrift, Heft 2, 1962.

SH 1 Sharon D.: Reactive power definitions and power-factor improvement in nonlinear systems. Proc. IEE, Vol. 120, No 6, June 1973.

SO 1 Sowa E.: Minimalizacja mocy dystorsji w układach o przebiegach odkształconych. Rozprawa doktorska, Pol. Śl. Gliwice 1982.

SP 1 Shipp D.D.: Harmonic Analysis and Suppresion for Electrical Systems Supplying Static Power Converters and Other Nonlinear Loads. IEEE Trans. IA, Vol. IA-15, No 5, Sept./Oct. 1979.

SR 1 Strojny J.: Filtry wyższych harmonicznych do kompensacji mocy biernej. Zesz. Nauk. AGH, nr 399, 1973

SR 2 Strojny J.: Wyższe harmoniczne a kondensatory elektroenergetyczne. Biuletyn Elektroprojektu, 11/1961.

ST 1 Staniewicz L.: W sprawie określenia mocy w obwodach elektrycznych o przebiegach odkształconych prądu i napięcia. Przegląd Elektrotechniczny, Nr 9, 1931.

SD 1 Stratford R.P.: Analysis and control of harmonic current in systems with static power converters. IEEE Trans. IA, Vol. IA-17 No 1, Jan/Febr. 1981.

SU 1 Supronowicz H.: Poprawa współczynnika mocy układów przekształtnikowych. WNT, Warszawa 1981.

SZ 1 Shepherd W., Zakikhani P.: Capacitive compensation in systems with nonsinusoidal voltage. University of Bradford Postgraduate School of Electrical and Electronic Engineering Research Report 88, 1971.

SZ 2 Shepherd W., Zakikhani P.: Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems. Proc. IEE, Vol. 119, No 9, Sept. 1972.

SZ 3 Shepherd W., Zakikhani P.: Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems. Proc. IEE, Vol. 120, No 7, July 1973.

SZ 4 Shepherd W., Zakikhani P.: Energy flow and power factor in nonsinusoidal circuits. Cambridge University Press, 1979.

TI 1 Titchmarsh E.C.: Introduction to the Theory of Fourier Integrals. Oxford Univ. Press, 1938.

TU 1 Tutlle D.F.: Network Synthesis. Mc Graw Hill Book Co,1969.

US 1 Usatin F.B.: Izmierienija rieaktiwnoj moszcznosti i koeficjenta moszcznosti pri niesinusoidalnom tokie i napriażenji. Akta IMEKO 1961, Budapest 1961.

ZE 1 Zeżelenko I.V.: Wysszyje garmoniki w elektriczeskich sietijach. Elektriczestwo, No 11, 1974.

Ze 2 Zeżelenko I.V.: Rezonansnyje filtry w elektriczeskich sietijach. Elektriczestwo, No 7, 1974.

ANEKS A

MIERNIKI MOCY BIERNEJ (BUDEANU) Z OBWODAMI REALIZUJĄCYMI PRZEKSZTAŁCENIE HILBERTA

1. Moc bierna (Budeanu) a przekształcenie Hilberta

Jeśli napięcie i prąd odbiornika mają okres $T \triangleq 2\pi/\omega_1$ oraz szeregi Fouriera

$$u \triangleq U_0 + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} \underline{U}_n \exp\{jn\omega_1 t\} \tag{1}$$

$$i \triangleq I_0 + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} \underline{I}_n \exp\{jn\omega_1 t\} \tag{2}$$

gdzie U_0, I_0 są wartościami średnimi napięcia i prądu, natomiast

$$\underline{U}_n \triangleq U_n e^{j\alpha_n} \triangleq \frac{\sqrt{2}}{T}\int_0^T u \exp\{-jn\omega_1 t\}\,dt \tag{3}$$

$$\underline{I}_n \triangleq I_n e^{j\beta_n} \triangleq \frac{\sqrt{2}}{T}\int_0^T u\ \mathrm{esp}\{-jn\omega_1 t\}\,dt \tag{4}$$

to moc bierna (Budeanu) definiowana jest [BU 1] jako

$$Q_B \triangleq \sum_{n=1}^{\infty} U_n I_n \sin(\alpha_n - \beta_n). \tag{5}$$

Przekształcenie Hilberta [TI 1] funkcji $x(t)$

$$\mathcal{H}\{x\} \triangleq \frac{1}{\pi}\,\mathrm{V.P.}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{\tau - t}\,d\tau \tag{6}$$

gdzie symbol V.P. oznacza wartość główną całki, ma w odniesieniu do mocy biernej (Budeanu) znaczenie ze względu na następującą właściwość

$$\mathcal{H}\left\{e^{j\omega t}\right\} = \begin{cases} 0, & \text{dla} \quad \omega = 0 \\ j\, e^{j\omega t}, & \text{dla} \quad \omega \neq 0. \end{cases} \tag{7}$$

Ponieważ przekształcenie Hilberta jest przekształceniem liniowym, zatem

$$\mathcal{H}\{i\} = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} j\,\underline{I}_n \exp\left\{jn\omega_1 t\right\}. \tag{8}$$

Z porównania szeregów (2) i (8) wynika, że w odniesieniu do przebiegów okresowych "przekształcenie Hilberta" jest synonimem określenia "przesunięcie fazowe każdej harmonicznej przebiegu o kąt $\pi/2$, bez zmiany jej wartości skutecznej, z jednoczesną eliminacją składowej stałej przebiegu".

Właściwość (8) umożliwia [NO 1-8] przedstawienie mocy biernej (Budeanu) w postaci jednego z następujących iloczynów skalarnych

$$Q_B = (u, \mathcal{H}\{i\}) = -\,(i, \mathcal{H}\{u\}) \tag{9}$$

gdyż

$$(u, \mathcal{H}\{i\}) \triangleq \frac{1}{T}\int_0^T u\,\mathcal{H}\{i\}\,dt = \mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} \underline{U}_n (j\underline{I}_n)^* =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} U_n I_n \sin(\alpha_n - \beta_n) = Q_B. \tag{10}$$

Podobnie można wykazać prawdziwość drugiej części wyrażenia (9). Tak więc zagadnienie pomiaru mocy biernej (Budeanu) może być sprowadzone do zagadnienia syntezy obwodu realizującego przekształcenie Hilberta prądu lub napięcia odbiornika

2. Dwójniki ortonormalne

Przekształcenie Hilberta (6) jest splotem wielkości x z impulsową funkcją przejścia

$$h(t) \triangleq -\frac{1}{\pi t}. \tag{11}$$

Ponieważ dla $t < 0$, $h(t) \neq 0$, zatem impulsowa funkcja przejścia nie spełnia zasady przyczynowości. Nie może więc istnieć układ fizyczny, realizujący przekształcenie Hilberta dowolnej, posiadającej transformatę $\mathcal{H}\{x\}$,

wielkości x. Ograniczenie to, natury informacyjnej, nie obowiązuje jednak wtedy, gdy wielkość x nie przenosi informacji [CZ 1], a takimi wielkościami są przebiegi okresowe.

Dla przebiegów okresowych o ograniczonym widmie, tj. dla przebiegów mających harmoniczne o numerach z pewnego, skończonego zbioru liczb naturalnych $\mathcal{M}$ i znormalizowanej pulsacji $\omega_1 = 1\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, przekształcenie Hilberta realizuje układ [CZ 2, 11] o operatorowej funkcji przejścia

$$H_o(s) = s\,\frac{\sum\limits_{k\in\mathcal{M}}\ \prod\limits_{n\in\mathcal{M}} \xi_k (s^2+k^2)^{-1}(s^2+n^2)}{\sum\limits_{k\in\mathcal{M}}\ \prod\limits_{n\in\mathcal{M}} \xi_k k (s^2+k^2)^{-1}(s^2+n^2)} \tag{12}$$

gdzie ξ_k są różnymi od zera liczbami rzeczywistymi, gdyż

$$H_o(jn) = \begin{cases} 0, & \text{dla} \quad n = 0 \\ j1, & \text{dla} \quad n \in \mathcal{M} \end{cases} \tag{13}$$

przy czym dla dodatnich liczb ξ_k, $H_o(s)$ jest funkcją reaktancyjną. Ponieważ zbiór liczb ξ_k, dla których $H_o(s)$ jest funkcją reaktancyjną, jest zbiorem mocy continuum, zatem zbiór operatorowych funkcji przejścia $H_o(s)$ układów przekształcających pewien przebieg okresowy o numerach harmonicznych ze zbioru $\mathcal{M}$, w jego transformatę Hilberta jest także zbiorem mocy continuum.

Wielkość okresowa x oraz jej transformata $\mathcal{H}\{x\}$ są wzajemnie ortogonalne, gdyż iloczyn skalarny

$$(x, \mathcal{H}\{x\}) \triangleq \frac{1}{T}\int_0^T x\,\mathcal{H}\{x\}\,dt \tag{14}$$

jest równy zeru [TI 1]. Ponadto gdy wielkość x ma wartość średnią równą zeru, wówczas norma transformaty $\mathcal{H}\{x\}$ jest równa normie wielkości x, tj.

$$\|\mathcal{H}\{x\}\| = \|x\| \tag{15}$$

gdzie $\|x\| \triangleq \sqrt{(x,x)}$. Dlatego obwody przekształcające okresową wielkość elektryczną x w wielkość proporcjonalną do jej transformaty Hilberta będą nazywane poniżej obwodami, a w szczególności - dwójnikami lub czwórnikami ortonormalnymi. W przypadku dwójników ortonormalnych prąd i napięcie dwójnika stanowią parę transformat Hilberta w tym sensie, że jedna wielkość jest transformatą Hilberta pozostałej.

Immitancja dwójnika zbudowanego z elementów reaktancyjnych o ograniczonej dobroci i ograniczonej dokładności może jednak jedynie aproksymować funkcję $H_o(s)$, a zatem prąd i napięcie dwójnika są tylko w przybliżeniu parą transformat Hilberta [CZ 3, 21]. Immitancja takiego dwójnika, $H_r(s)$, ma dla $n \in \mathcal{M}$ wartości

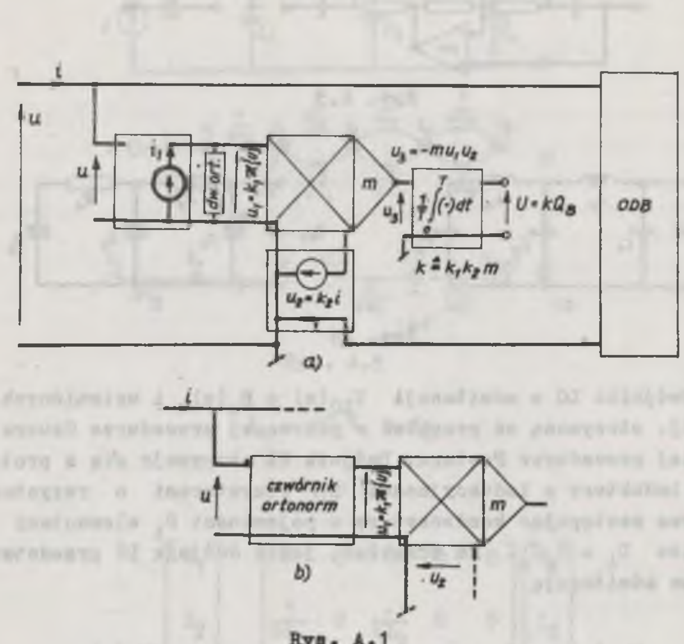
$$H_r(jn) = k(1 + \delta_n)e^{j(\frac{\pi}{2} - \varepsilon_n)} \qquad (16)$$

gdzie k jest współczynnikiem wymiarowym, zaś liczby δ_n oraz ε_n są odpowiednio błędem modułowym i błędem fazowym realizacji funkcji $H_o(jn)$. Synteza pasywnych dwójników ortonormalnych dla przebiegów o częstotliwości 50 Hz wymaga użycia induktorów o tak dużej indukcyjności, że konieczne jest stosowanie induktorów z rdzeniem ferromagnetycznym, a więc nieliniowych, o dobroci i dokładności nie tylko niskiej, lecz zależnej od napięcia na zaciskach induktora. Dlatego prototypy dwójnika otrzymywane w różnych procedurach syntezy [CZ 4], równoważne ze względu na immitancję $H_o(s)$, nie muszą prowadzić, po ich technicznej realizacji, do dwójników równoważnych ze względu na immitancję $H_r(s)$. Aproksymacja immitancji $H_o(r)$ immitancją $H_r(s)$ może być poprawiona przez wybór takiego prototypu [CZ 5], w którym wewnętrzne przepięcia rezonansowe, ujawniające nieliniowość induktorów i zwiększające straty mocy czynnej, mają najmniejszą wartość. Mimo takiej procedury dwójnik ortonormalny skonstruowany dla $\mathcal{M} = \{1,3,5,7\}$ miał dla pewnych wartości $n \in \mathcal{M}$ błąd modułowy δ_n większy niż 0,02 oraz błąd fazowy ε_n większy niż $0{,}027\pi$. Dokładność realizacji funkcji $H_o(jn)$ może być zwiększona [CZ 5], jeśli aproksymuje ją transmitancja pewnego czwórnika, utworzonego z pary przeciwstawnych dwójników ortonormalnych. Jednak ze względu na induktory z rdzeniem ferromagnetycznym synteza takiego czwórnika pozostaje uciążliwa i nie daje możliwości zwiększenia dokładności aproksymacji ponad wartość wynikającą z pasożytniczych parametrów induktorów.

Uzyskanie większej dokładności aproksymacji wymaga eliminacji induktorów z rdzeniem ferromagnetycznym, co w przypadku przebiegów o częstotliwości 50 Hz jest możliwe tylko w obwodach aktywnych. Ponadto, aby przekształcić miernik mocy biernej w bardziej uniwersalny w zastosowaniach przetwornik tej mocy na napięcie stałe, wskazane jest zastąpienie miernika elektrodynamicznego monolitycznym układem mnożącym i układem uśredniającym.

Wprowadzenie elementów aktywnych, zasilanych możliwie najmniejszą liczbą źródeł, wymagających wspólnej masy, a także napięciowy charakter wejść układu mnożącego, ogranicza swobodę wyboru struktury przetwornika. W szczególności, jeśli przekształcenie Hilberta ma realizować aktywny dwójnik ortonormalny, to jego wielkością wejściową musi być prąd, wymuszony w dwójniku przez sterowane źródło prądu (rys. A.1a). Źródło to, kłopotliwe

w realizacji oraz wprowadzające dodatkowe błędy przekształcenia, może być wyeliminowane przez zastąpienie ortonormalnego dwójnika ortonormalnym czwórnikiem (rys. A.1b).

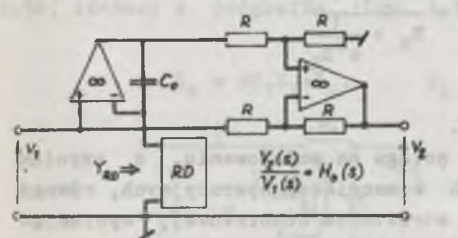


Rys. A.1

3. Czwórniki ortonormalne

Synteza czwórników aktywnych, których transmitancja napięciowo-napięciowa jest funkcją reaktancyjną, nie może być tu omówiona w stopniu odpowiadającym rozległości zagadnienia. Przedstawione zostaną jedynie dwie następujące, zaproponowane przez autora, metody.

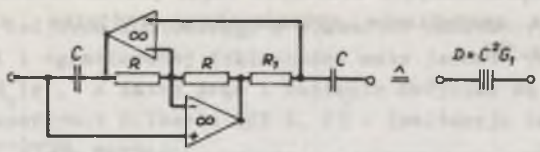
Funkcję reaktancyjną $H_o(s)$ jako transmitancję aproksymuje czwórnik aktywny [CZ 9, 12], przedstawiony na rys. A.2, na którym element oznaczony symbolem RD jest dwójnikiem aktywnym o admitancji



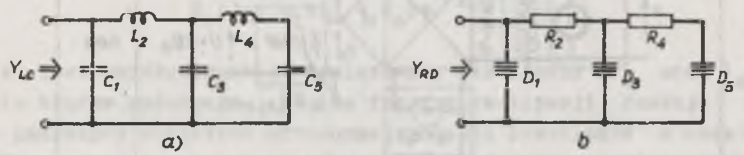
Rys. A.2

$$Y_{RD}(s) \triangleq s\, C_o H_o(s) \qquad (17)$$

zbudowanym z rezystorów i elementów FDNR o admitancji $Y(s) = s^2 D$, które mogą mieć strukturę [AN 1] przedstawioną na rys. A.3. Dwójnik ten ma



Rys. A.3



Rys. A4

strukturę dwójnika LC o admitancji $Y_{LC}(s) = H_o(s)$ i uziemionych kondensatorach, tj. otrzymaną na przykład w pierwszej procedurze Cauera [TU 1] lub w drugiej procedurze Fostera. Dwójnik RD otrzymuje się z prototypu LC zastępując induktory o indukcyjności L_i rezystorami o rezystancji $R_i = L_i/C_o$ oraz zastępując kondensatory o pojemności C_i elementami FDNR o współczynniku $D_i = C_iC_o$. Na przykład, jeśli dwójnik LC przedstawiony na rys. A.4a ma admitancję

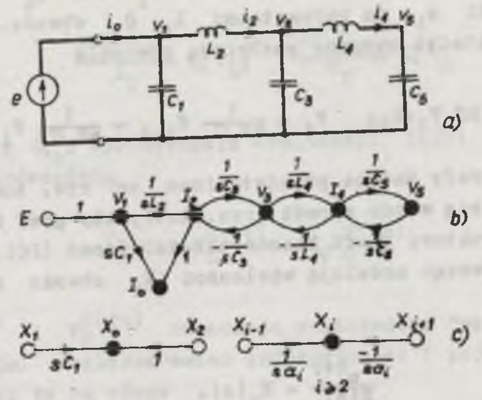
$$Y_{LC}(s) = sC_1 + \cfrac{1}{sL_2 + \cfrac{1}{sC_3 + \cfrac{1}{sL_4 + \cfrac{1}{sC_5}}}} = H_o(s) \tag{18}$$

to dwójnik RD ma admitancję

$$Y_{RD}(s) = s^2D_1 + \cfrac{1}{R_2 + \cfrac{1}{s^2D_3 + \cfrac{1}{R_4 + \cfrac{1}{s^2D_5}}}} = sC_oH_o(s) \tag{19}$$

i strukturę przedstawioną na rys. A.4b.

Druga z proponowanych metod [CZ 10] polega na modelowaniu, z użyciem rezystorów, kondensatorów i różnicowych wzmacniaczy operacyjnych, równań dwójnika o admitancji $Y(s) = H_o(s)$ i strukturze drabinkowej, wynikającej z I procedury Cauera, zasilanego ze źródła napięcia, przy czym obwód ten opisuje się układem równań, który na przykład dla dwójnika przedstawionego na rys. A.5a ma postać



Rys. A.5

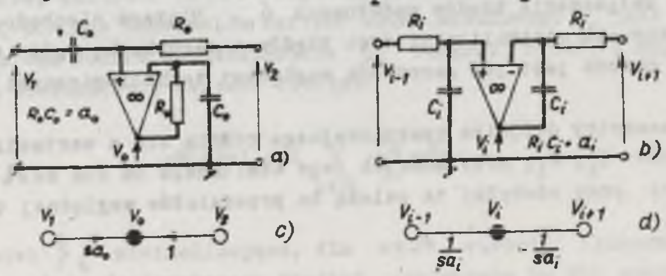
$$I_o = sC_1V_1 + I_2$$

$$V_1 = E$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \\ V_3 \\ I_4 \\ V_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{sL_2} & 0 & \frac{-1}{sL_2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{sC_3} & 0 & \frac{-1}{sC_3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{sL_4} & 0 & \frac{-1}{sL_4} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{sC_5} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \\ V_3 \\ I_4 \\ V_5 \end{bmatrix} \tag{20}$$

Równaniom (20) można przyporządkować graf Masona, przedstawiony na rys. A.5b, złożony z podgrafów (rys. A.5c) relacji

$$X_o = sC_1X_1 + X_2, \qquad X_i = \frac{1}{sa_i}X_{i-1} - \frac{1}{sa_i}X_{i+1} \tag{21}$$



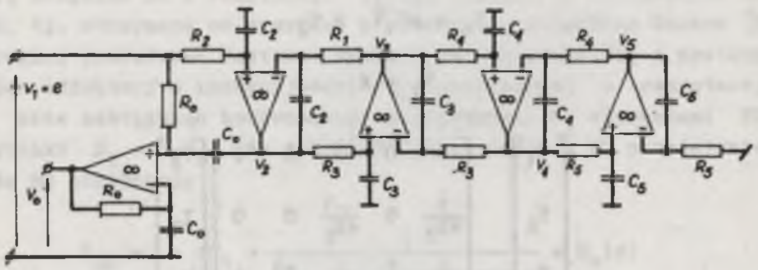
Rys. A.6

gdzie wielkości X_i są zmiennymi zależnymi V_i lub I_i układu równań (20), a współczynniki a_i są parametrami L_i, C_i obwodu. Przedstawione na rys. A.6a,b 3-wrotniki aktywne spełniają równania

$$V_o = s\,RC\,V_1 + V_2; \quad V_i = \frac{1}{sR_iC_i} V_{i-1} - \frac{1}{sR_iC_i} V_{i+1} \tag{22}$$

którym odpowiadają grafy Masona przedstawione na rys. A.6c,d. Jeśli 3-wrotniki te połączy się w ten sposób (rys. A.7), aby graf Masona utworzonego obwodu miał strukturę grafu Masona układu równań (20), to napięcia V_i tego obwodu aktywnego modelują wielkości X_i obwodu opisanego układem równań (20) oraz

$$\frac{V_o(s)}{E(s)} = H_o(s). \tag{23}$$



Rys. A.7

Obie przedstawione metody umożliwiają syntezę czwórników o transmitancji napięciowo-napięciowej, która aproksymuje funkcję $H_o(s)$ z dokładnością odpowiadającą dokładności jej aproksymacji immitancją dwójnika reaktancyjnego, o średniej dobroci elementów rzędu $Q = 2.10^3$. Ponieważ średnia dobroć elementów dwójnika z induktorami pasywnymi jest dla f = 50 Hz rzędu Q = 40, zatem zastąpienie dwójnika pasywnego czwórnikiem aktywnym umożliwia w przybliżeniu 50-krotne zmniejszenie błędów fazowych ε_n realizacji transmitancji $H_o(s)$. Złożoność takiego czwórnika może natomiast spowodować zwiększenie błędów modułowych δ_n. Dlatego niezbędne jest określenie sposobu minimalizacji tych błędów w warunkach, gdy tolerancja parametrów obwodu jest już narzucona względami technologicznymi lub kosztem.

Jeśli parametry dwójnika reaktancyjnego różnią się o wartości ΔL_i, ΔC_i od parametrów L_i, C_i, przy których jego admitancja ma dla $n \in \mathcal{M}$ wartości $Y(jn) = H(jn)$ oraz odchyłki te należą do przedziałów względnej tolerancji t_L, t_C, tj.

$$\frac{|\Delta L_i|_{max}}{L_i} \leqslant t_L; \quad \frac{|\Delta C_i|_{max}}{C_i} \leqslant t_C \tag{24}$$

to błąd modułowy δ_n aproksymacji admitancji $Y(jn)$ jest ograniczony [CZ 21, 22] nierównością

$$\delta_n \leqslant t_L W_L^{H(jn)} + t_C W_C^{H(jn)}. \tag{25}$$

Symbole $W_L^{H(jn)}$ i $W_C^{H(jn)}$ oznaczają wrażliwości "najgorszego przypadku" admitancji $H(j\omega)$ względem zmian indukcyjności i pojemności dwójnika dla $\omega = n$. Wrażliwości te są równe

$$W_L^{H(jn)} = \frac{1}{2}\left[nH'(jn) + 1\right], \quad W_C^{H(jn)} = \frac{1}{2}\left[nH'(jn) - 1\right] \tag{26}$$

gdzie

$$H'(jn) \triangleq \frac{d}{d(j\omega)} H(j\omega)\Big|_{\omega=n} \tag{27}$$

W szczególności, gdy $t_L = t_C = t$, a dwójnik ma admitancję $Y(s) = H_o(s)$, wówczas

$$\delta_n \leqslant tnH_o'(jn). \tag{28}$$

Przy ustalonej tolerancji parametrów t, maksymalna wartość błędu modułowego δ_n określona jest wartością pochodnej $H_o'(jn)$, zależnej od wartości współczynników ξ_n funkcji $H_o(s)$ i równej [CZ 21]

$$H_o'(jn) = 2 \sum_{k \in \mathcal{M}} \frac{\xi_k}{\xi_n} \frac{1}{k+n}. \tag{29}$$

Gdy dla żadnej wartości $n \in \mathcal{M}$ dopuszczalna wartość błędu δ_n nie jest wyróżniona, wówczas maksymalna wartość błędu modułowego δ_n jest najmniejsza dla takiego zbioru współczynników ξ_k funkcji $H_o(s)$, który dla każdego $n \in \mathcal{M}$ minimalizuje wartość iloczynu

$$nH_o'(jn) = 2 \sum_{k \in \mathcal{M}} \frac{\xi_k}{\xi_n} \frac{n}{k+n}. \tag{30}$$

Współczynniki ξ_k minimalizujące, dla $n \in \mathcal{M}$, wartości iloczynów $nH_o'(jn)$ wyznaczone metodą "najszybszego spadku", zestawione są dla pewnych zbiorów $\mathcal{M}$ w tabeli A.1.

Tabela A.1

$\mathcal{M}$	ξ_k	$nH'_o(jn)$
1; 2; 3	1; 1,47; 1,75	2,86
1; 2; 3; 4	1; 1,52; 1,84; 2,08	3,76
1; 2; 3; 4; 5	1; 1,55; 1,92; 2,18; 2,38	4,66
1; 3; 5	1; 1,89; 2,34	2,72
1; 3; 5; 7	1; 2,00; 2,55; 2,91	3,58
1; 3; 5; 7; 9	1; 2,09; 2,75; 3,17; 3,49	4,44
1; 5; 7; 11; 13	1; 3,03; 3,62; 4,44; 4,73	4,33

Gdy funkcja $H_o(s)$ jest aproksymowana transmitancją czwórnika aktywnego, to nierówność (28) ogranicza błąd modułowy aproksymacji, jeśli t jest tolerancją modelowania parametrów L_iC_i obwodu pasywnego.

W miarę zwiększania dobroci elementów reaktancyjnych modelowanych obwodami aktywnymi ujawnia się istotna wada obwodów, których transmitancja $H_r(s)$ aproksymuje funkcję reaktancyjną $H_o(s)$. Funkcja reaktancyjna $H_o(s)$ ma bieguny na osi urojonej płaszczyzny s, zatem czwórnik o transmitancji napięciowo-napięciowej równej $H_o(s)$, zasilany z idealnego źródła napięcia, jest obwodem warunkowo-stabilnym, tj. mogą w nim występować niegasnące oscylacje o częstotliwościach biegunów transmitancji. Czwórnik o transmitancji $H_r(s)$, zbudowany z modelujących elementy reaktancyjne podobwodów, o ograniczonej dobroci Q, ma bieguny transmitancji wewnątrz lewej półpłaszczyzny s. Zakłócenie stanu ustalonego tego czwórnika powoduje pojawienie się w obwodzie zanikających oscylacji. Zwiększaniu dobroci Q, niezbędnemu dla zmniejszenia błędu fazowego ε_n, towarzyszy zbliżanie się biegunów transmitancji do osi urojonej płaszczyzny s i zwiększanie się stałej czasowej τ zanikania przebiegów przejściowych. W szczególności, gdy wszystkie obwody modelujące mają taką samą dobroć Q, wówczas [CZ 13]

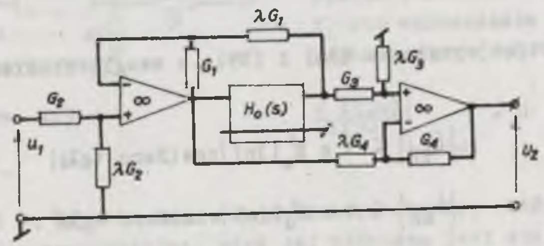
$$\tau = \frac{1}{n} H'_o(jn)\,\mathrm{ctg}\,\varepsilon_n. \tag{31}$$

Redukcja błędu fazowego ε_n pociąga za sobą zwiększenie stałej czasowej τ. Obie te wielkości można zmniejszyć jednocześnie, wybierając współczynniki ξ_k funkcji $H_o(s)$ tak, aby minimalizowały one wartość $\frac{1}{n} H'_o(jn)$, lecz wówczas wzrasta wartość iloczynu $nH'_o(jn)$, a więc błąd modułowy δ_n. Tak więc zagadnienie jednoczesnej wartości δ_n, ε_n, τ wydaje się nie mieć rozwiązania, jeśli transmitancja czwórnika ortonormalnego jest funkcją reaktancyjną.

4. Czwórniki ortonormalne o transmitancji nie będącej funkcją reaktancyjną

Dla przebiegów przemiennych, o numerach harmonicznych ze zbioru $\mathcal{M}$, właściwości czwórnika ortonormalnego ma czwórnik [CZ 13, 14] przedstawiony na rys. A.8 o transmitancji

$$K_o(s) \triangleq \frac{H_o(s) - \lambda}{1 + \lambda H_o(s)} \tag{32}$$



Rys. A.8

gdyż dla $n \in \mathcal{M}$ $K_o(jn) = j1$, przy czym transmitancja ta nie jest funkcją reaktancyjną. Ponieważ obwód ten może zawierać w sobie czwórnik ortonormalny, którego transmitancja $H_r(s)$ jedynie aproksymuje funkcję $H_o(s)$ zatem obwód ten ma transmitancję

$$K_r(s) = \frac{H_r(s) - \lambda}{1 + \lambda H_r(s)} \tag{33}$$

aproksymującą funkcję $K_o(s)$, tj. dla $n \in \mathcal{M}$ oraz $|\delta_{kn}| \ll 1$, $|\varepsilon_{kn}| \ll \frac{\pi}{2}$

$$K_r(jn) = (1 + \delta_{kn})\, e^{j(\frac{\pi}{2} - \varepsilon_{kn})} \approx j(1 + \delta_{kn} - j\varepsilon_{kn}). \tag{34}$$

Rozwijając funkcję $K_r(jn)$ w szereg potęgowy wokół $K_o(jn)$ i biorąc dwa początkowe wyrazy szeregu otrzymamy

$$K_r(jn) = K_o(jn) + \left.\frac{dK_r(jn)}{dH_r(jn)}\right|_{H_r = H_o} \left[H_r(jn) - H_o(jn)\right] =$$

$$= j\left[1 + \frac{\Delta H_o(jn)}{H_o(jn)} S^{K_o(jn)}_{H_o(jn)}\right] \tag{35}$$

gdzie:

$$S_{H_o(jn)}^{K_o(jn)} \triangleq \frac{dK_o(jn)}{dH_o(jn)} \cdot \frac{H_o(jn)}{K_o(jn)} = \frac{1-j\lambda}{1+j\lambda} = \cos(2\mathrm{arc\ tg}\lambda) - j\sin(2\mathrm{arc\ tg}\lambda). \tag{36}$$

Przyjmując, że błąd fazowy ε_n aproksymacji funkcji $H_o(jn)$ jest znacznie mniejszy od błędu modułowego δ_n, na podstawie nierówności (28) otrzymujemy

$$\frac{\Delta H_o(jn)}{H_o(jn)} \approx \delta_n < tnH_o'(jn) \tag{37}$$

zatem, porównując wyrażenia (34) i (35), z uwzględnieniem (36) i (37) otrzymamy

$$\begin{aligned} |\delta_{kn}| &< t\ n\ H_o'(jn)\ |\cos(2\mathrm{arc\ tg}\lambda)| \\ |\varepsilon_{kn}| &< t\ n\ H_o'(jn)\ |\sin(2\mathrm{arc\ tg}\lambda)|\ . \end{aligned} \tag{38}$$

Jak wynika z pracy [CZ 21], względny błąd pomiarowy δ_Q miernika mocy biernej Budeanu ograniczony jest nierównością

$$|\delta_Q| < \frac{Q_B}{Q_{Bzn}} \delta_M + \frac{P}{Q_{Bzn}} \varepsilon_M \tag{40}$$

gdzie P i Q_B są mocą czynną i mocą bierną odbiornika, natomiast

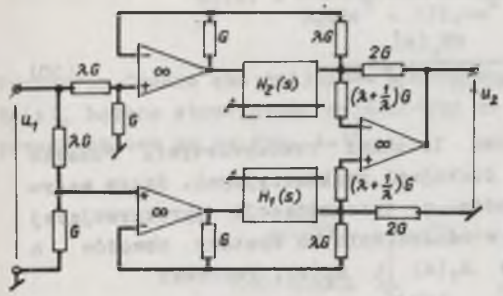
$$Q_{Bzn} \triangleq \sum_{n \in \mathcal{M}} U_n I_n \tag{41}$$

jest mocą znamionową miernika, zaś

$$\delta_M \triangleq \mathrm{Max}\left\{|\delta_{kn}|\right\}, \quad \varepsilon_M = \mathrm{Max}\left\{|\varepsilon_{kn}|\right\}. \tag{42}$$

Tak więc, zależnie od wzajemnych proporcji mocy P i Q_B odbiornika, na błąd pomiarowy δ_Q miernika może mieć większy wpływ bądź błąd modułowy, bądź też błąd fazowy obwodu ortonormalnego. Ponieważ, jak to wynika z nierówności (38) i (39), przy określonej dokładności aproksymacji funkcji $H_o(jn)$ błąd fazowy i błąd modułowy aproksymacji funkcji $K_o(jn)$ zależą od wartości współczynnika λ czwórnika, zatem, jeśli znane są proporcje mocy P i Q_B odbiornika, to dokładność pomiaru mocy Q_B może być zwiększona przez właściwy wybór współczynnika λ.

Obwody ortonormalne o transmitancji K(s), określonej wyrażeniami (12) i (32), realizują przekształcenie Hilberta pod warunkiem, że częstotliwość przebiegów f_1 ma wartość stałą. Niespełnienie tego warunku, tak jak to ma miejsce w systemach elektroenergetycznych, powoduje pojawienie się błędu przekształcenia, związanego ze zmianą transmitancji czwórnika przy zmianie częstotliwości. Warunkiem koniecznym na to, aby zmiana częstotliwości przebiegów w pewnym otoczeniu częstotliwości f_1 nie wprowadzała błędu przekształcenia, jest



Rys. A.9

$$\left.\frac{d\ K(j\omega)}{d(j\omega)}\right|_{\omega=n\omega_1} = 0 \tag{43}$$

dla każdego $n \in \mathcal{M}$. Warunku tego nie spełniają obwody, których transmitancja jest funkcją reaktancyjną, gdyż jej pochodna jest stale dodatnia. Nie spełnia tego warunku także czwórnik o transmitancji zdefiniowanej wyrażeniem (32), gdyż dla znormalizowanej pulsacji $\omega_1 = 1\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$

$$\left.\frac{dK_o(j\omega)}{d(j\omega)}\right|_{\omega=n} = \frac{1-j\lambda}{1+j\lambda} H_o'(jn). \tag{44}$$

Warunek (43) może spełniać, w przybliżeniu, dla $\lambda \gg 1$, czwórnik ortonormalny [CZ 17] przedstawiony na rys. A.9, o transmitancji

$$K_1(s) = \frac{1}{2}(\lambda^2 + 1)\left[\frac{H_1(s)}{1+\lambda H_1(s)} - \frac{H_2(s)}{1+\lambda H_2(s)}\right] \tag{45}$$

gdzie $H_1(s)$ i $H_2(s)$ są funkcjami takimi, że

$$H_1(0) = H_1(\infty) = H_2(0) = H_2(\infty) = 0 \tag{46}$$

oraz dla $n \in \mathcal{M}$

$$H_1(jn) = j1, \qquad H_2(jn) = -j1. \tag{47}$$

Jeśli przez $L_o(s)$ oznaczy się wielomian licznika funkcji $H_o(s)$ a przez $M_o(s)$ wielomian mianownika tej funkcji oraz

$$P(s) \triangleq \prod_{n \in \mathcal{M}} (s^2 + n^2) \tag{48}$$

to właściwości (46) i (47) mają funkcje wymierne

$$H_1(s) \triangleq \frac{L_0(s)}{M_0(s) + \alpha_1 P(s)} \tag{49}$$

$$H_2(s) \triangleq \frac{sM_0(s)}{sL_0(s) + \alpha_2 P(s)} \tag{50}$$

gdzie α_1, α_2 są dowolnymi, dodatnimi liczbami rzeczywistymi. Ponadto [CZ 21] tak zdefiniowane funkcje są funkcjami reaktancyjnymi. Zatem wszystkie wnioski dotaczące syntezy obwodów o transmitancji aproksymującej funkcję $H_0(s)$ pozostają prawdziwe w odniesieniu do syntezy obwodów o transmitancji aproksymującej funkcje $H_1(s)$ i $H_2(s)$. Ponieważ

$$\left.\frac{dK_1(j\omega)}{d(j\omega)}\right|_{\omega=n} = \frac{1-\lambda^2}{1+\lambda^2}\left[H_2'(jn) - H_1'(jn)\right] - j\frac{\lambda}{1+\lambda^2}\left[H_1'(jn) + H_2'(jn)\right] \tag{51}$$

zatem pochodna (51) dąży do zera, gdy $\lambda \to \infty$ oraz gdy dla każdego $n \in \mathcal{M}$

$$H_1'(jn) = H_2'(jn) \tag{52}$$

przy czym, na podstawie [CZ 21]

$$H_1'(jn) = 2\sum_{k\in\mathcal{M}} \frac{\xi_k}{\xi_n}\cdot\frac{1}{k+n} + 2\frac{\alpha_1}{\xi_n} \tag{53}$$

$$H_2'(jn) = 2\sum_{k\in\mathcal{M}} \frac{\xi_k}{\xi_n}\cdot\frac{1}{k+n} + 2\frac{\alpha_2}{n\xi_n}. \tag{54}$$

Jeśli pochodne $H_1'(jn)$ i $H_2'(jn)$ są wzajemnie równe, to przy skończonej wartości współczynnika λ warunek (43) może być spełniony, dla $\lambda \gg 1$, tylko w przybliżeniu.

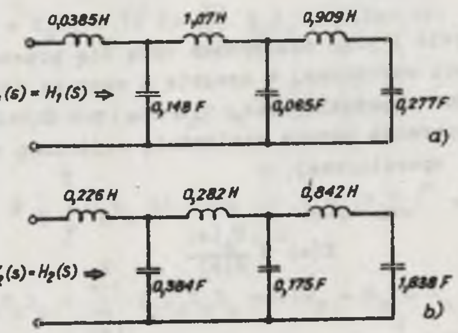
Warunek minimalizacji pochodnej funkcji $K_1(s)$ w punktach $s = jn, n\in\mathcal{M}$ może być spełniony jednocześnie z warunkiem minimalizacji iloczynów $nH_1'(jn)$ oraz $nH_2'(jn)$, tj. warunkiem minimalizacji błędu modułowego δ_n, przez wybór współczynników ξ_k funkcji $H_1(s)$ i $H_2(s)$ oraz współczynników α_1 i α_2.

Na przykład, jeśli $\mathcal{M} = \{1,5,7\}$, to $H_1'(jn) = H_2'(jn)$ wtedy, gdy dla $H_1(s)$ współczynniki te są równe: $\xi_1 = 1.00$, $\xi_5 = 3.05$, $\xi_7 = 3.73$, $\alpha_1 = 0.30$, natomiast dla $H_2(s)$, równe są: $\xi_1 = 1.00$, $\xi_5 = 1.89$, $\xi_7 = 2.10$ $\alpha_2 = 0.70$; i wówczas, dla $n\in\mathcal{M}$, $nH_1'(jn) = nH_2'(jn) = 3.55$ oraz

$$H_1(s) = \frac{7,78s^5 + 323,48s^3 + 1467,7s}{0,3s^6 + 64,86^4 + 1905,06s^2 + 2992,5}$$

$$H_2(s) = \frac{25,15s^5 + 928,7s^3 + 2055,55s}{5,69s^6 + 275,6s^4 + 2279,41s^2 + 857,5}$$

Prototypy Cauera obu dwójników o admitancji równej, odpowiednio, $H_1(s)$ i $H_2(s)$, będące strukturami wyjściowymi do syntezy czwórników aktywnych, przedstawione są na rys. A.10.



Rys. A.10

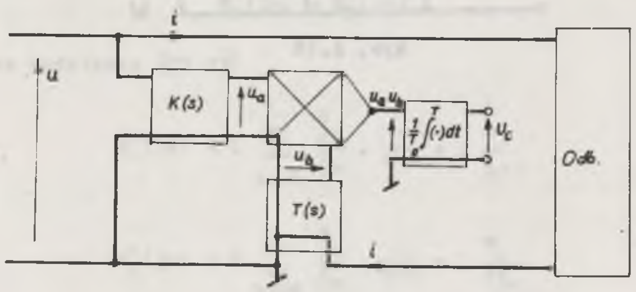
ANEKS B

MIERNIKI MOCY BIERNEJ (BUDEANU) Z SZEROKOPASMOWYMI PRZESUWNIKAMI FAZY

1. Zasada działania miernika

Załóżmy, że napięcie i prąd odbiornika dają się przedstawić jako szeregi Fouriera o postaci określonej w aneksie A wzorami (A.1), (A.2) oraz mają ograniczone widmo częstotliwości, tj. dla $n > N$, $U_n = 0$, $I_n = 0$. Niech napięcie u odbiornika będzie wielkością wejściową czwórnika (rys. B.1) o transmitancji operatorowej

$$K(s) \triangleq \frac{U_a(s)}{U(s)} \tag{1}$$



Rys. B.1

Jeśli oznaczymy

$$K(jn\omega_1) \triangleq \underline{K}_n \triangleq K_n \exp\{j\varkappa_n\} \tag{2}$$

to napięcie wyjściowe tego czwórnika jest równe

$$u_a = K_oU_o + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n=1}^{N} \underline{K}_n\underline{U}_n \exp\{jn\omega_1 t\} \tag{3}$$

Niech prąd i odbiornika będzie wielkością wejściową czwórnika o transmitancji operatorowej

$$T(s) \triangleq \frac{U_b(s)}{I(s)}. \tag{4}$$

Oznaczając

$$T(jn\omega_1) \triangleq \underline{T}_n \triangleq T_n \exp\{j\tau_n\} \tag{5}$$

napięcie wyjściowe tego czwórnika można przedstawić w postaci

$$u_b = T_oI_o + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n=1}^{N} \underline{T}_n\underline{I}_n \exp\{jn\omega_1 t\}. \tag{6}$$

Wartość średnia iloczynu napięć u_a, u_b jest równa

$$U_c \triangleq \frac{1}{T}\int_0^T u_a u_b\, dt = \mathrm{Re}\sum_{n=0}^{N} \underline{K}_n\underline{U}_n(\underline{T}_n\underline{I}_n)^* =$$

$$= K_oT_oU_oI_o + \sum_{n=1}^{N} K_nT_nU_nI_n \cos(\alpha_n - \beta_n + \varkappa_n - \tau_n). \tag{7}$$

Jeśli

$$K_oT_o = 0 \tag{8}$$

oraz dla każdego $n \in \{1,2,\ldots N\}$

$$K_nT_n = k \tag{9}$$

$$\tau_n - \varkappa_n = \frac{\pi}{2} \tag{10}$$

wówczas

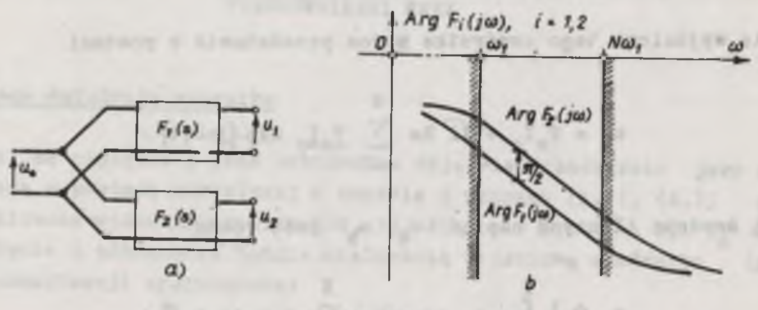
$$U_c = \sum_{n=1}^{N} k\, U_nI_n \sin\varphi_n = kQ_B. \tag{11}$$

Tak więc, jeśli transmitancje K(s) i T(s) mają właściwości (8), (9), (10), to średnia wartość iloczynu napięć u_a i u_b jest proporcjonalna do mocy biernej (Budeanu) odbiornika [CZ 7]. Warunek (9) spełniają czwórniki wszechprzepustowe, o transmitancji operatorowej

$$F(s) \triangleq \pm\frac{M(-s)}{M(s)} \tag{12}$$

gdzie M(s) jest wielomianem Hurwitza. Warunek (10) w przedziale pulsacji (ω_1, $N\omega_1$) spełnia, z pewnym błędem ε, para czwórników wszechprzepustowych o transmitancjach $F_1(s)$ i $F_2(s)$, tworząca szerokopasmowy przesuwnik fazy o przesunięciu $\pi/2$ (rys. B.2a) tj. o charakterystykach fazy (rys. B.2b) takich, że dla $\omega_1 < \omega < N\omega_1$

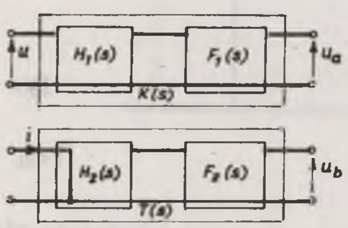
$$\left|\frac{\pi}{2} - \mathrm{Arg}F_2(j\omega) + \mathrm{Arg}F_1(j\omega)\right| < \varepsilon \qquad (13)$$



Rys. B.2

Jednak czwórniki takie nie mogą spełniać warunku (8). Wszystkie trzy warunki (8), (9), (10) mogą spełniać, w przybliżeniu, czwórniki o transmitancji (rys. B.3)

$$K(s) \triangleq H_1(s)F_1(s), \qquad T(s) \triangleq H_2(s)F_2(s) \qquad (14)$$



Rys. B.3

gdzie $F_1(s)$ i $F_2(s)$ są transmitancjami czwórników wszechprzepustowych spełniających warunek (13), natomiast $H_1(s)$, $H_2(s)$ są transmitancjami korektorów górnoprzepustowych, równymi, na przykład

$$H_1(s) \triangleq k_1 \frac{s}{s+\sigma_1}, \qquad H_2(s) \triangleq k_2 \frac{s}{s+\sigma_2} \qquad (15)$$

gdzie $k_1k_2 \triangleq k$. Jeśli $\sigma_1 = \sigma_2 \triangleq \sigma$, to korektory takie nie powiększają błędu, z jakim może być spełniony warunek (10), zaś warunek (9) może być spełniony z błędem nie większym niż $2\sigma/\omega_1$, tj. poprzez wybór wartości σ, dowolnie małym.

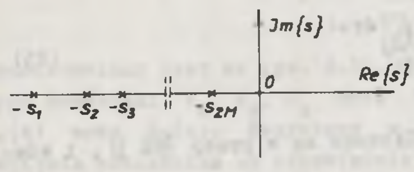
W ten sposób zagadnienie konstrukcji miernika mocy biernej (Budeanu) zostało niemal całkowicie sprowadzone do zagadnienia syntezy przesuwnika fazy, który w przedziale pulsacji $<\omega_1, N\omega_1>$ powiększa wzajemne przesunięcie fazowe dwóch napięć o kąt $\pi/2$.

2. Zarys syntezy szerokopasmowych przesuwników fazy

Synteza szerokopasmowych przesuwników fazy o błędzie przesunięcia fazowego aproksymowanym wielomianami Czebyszewa jest obecnie dzięki pracom Cauera [CA 1], Orcharda [OR 1] i innych [BE 1, LL 1] gruntownie opracowana. Polega ona, w zarysie, na tworzeniu funkcji

$$F_1(s) \triangleq \prod_{i=1} \frac{s-s_{2i-1}}{s+s_{2i+1}}, \qquad F_2(s) \triangleq \prod_{i=1} \frac{s-s_{2i}}{s+s_{2i}} \qquad (16)$$

o biegunach $s = -s_i$, $s_i > 0$ leżących na ujemnej półosi rzeczywistej płaszczyzny zmiennej zespolonej s (rys. B.4) tak rozmieszczonych, aby różnica argumentów



Rys. B4

$$\mathrm{Arg}\, F_2(j\omega) - \mathrm{Arg}\, F_1(j\omega) = 2\sum_{i=1}^{2M} (-1)^i \mathrm{arc\,tg}\left\{\frac{\omega}{s_i}\right\} \qquad (17)$$

aproksymowała w przedziale pulsacji $<\omega_1, N\omega_1>$ kąt $\pi/2$ w sensie Czebyszewa. Funkcja

$$2\sum_{i=1}^{2M} (-1)^i \mathrm{arc\,tg}\left\{\frac{\omega}{s_i}\right\} - \frac{\pi}{2} \triangleq \varepsilon(\omega) \qquad (18)$$

jest wielomianem Czebyszewa, stopnia 2M, jeśli liczby s_i są elementami zbioru $\{s_1, s_2, \ldots, s_{2M}\}$ uporządkowanego w ten sposób, że $s_1 = \mathrm{Max}\{s_i\}$, utworzonym z wartości p_r i $\frac{1}{p_r}$ funkcji eliptycznej

$$p \triangleq \frac{1}{\sqrt{k}} \cdot \frac{\mathrm{sn}(u,k)}{\mathrm{cn}(u,k)} \qquad (19)$$

w M punktach $u = u_r$, równych

$$u_r \triangleq \frac{4r+1}{M} K, \qquad r = 0,1,2,\ldots(M-1) \qquad (20)$$

gdzie funkcja eliptyczna $\mathrm{sn}(u,k)$ zdefiniowana jest wyrażeniem

$$u = \int_0^{\mathrm{sn}(u,k)} \left[(1-x^2)(1-k^2x^2)\right]^{-\frac{1}{2}} dx \qquad (21)$$

$$k' \triangleq \frac{\omega_a}{\omega_b}, \quad k \triangleq \sqrt{1 - k'^2} \tag{22}$$

$$K \triangleq \int_0^1 \left[(1-x^2)(1-k^2x^2)\right]^{-\frac{1}{2}} dx \tag{23}$$

$$cn(u,k) \triangleq \sqrt{1 - sn^2(u,k)}. \tag{24}$$

Określenie stopnia wielomianu Czebyszewa, 2M, niezbędnego dla uzyskania w pasmie $\langle \omega_a, \omega_b \rangle$ błędu aproksymacji nie większego niż ε_m, wymaga obliczenia stałej modularnej q, równej [OR 1]

$$q = \sum_{r=0}^{\infty} C_r \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1-\sqrt{k'}}{1+\sqrt{k'}}\right)^{4r+1} \tag{25}$$

gdzie współczynniki C_r, do $r = 14$, obliczone są w pracy [PR 1], i wówczas

$$\varepsilon_m = 2 \text{ arc tg}\left\{2q^{2M}\right\}. \tag{26}$$

Wartości względnej szerokości pasma ω_b/ω_a, w którym przesunięcie fazowe przesuwnika aproksymuje kąt $\pi/2$ z błędem nie większym niż ε_m, zestawione są dla pewnych stopni wielomianu Czebyszewa, 2M, w tabeli B.1.

Tabela B.1

2M \ ε_m	0°10'	0°15'	0°30'	0°45'	1°00'
4	3,88	4,60	6,30	7,90	9,45
6	15,1	19,2	31,4	44,2	58,1
8	59,0	81,8	157,1	248,1	357,0

Oprócz błędu aproksymacji, ograniczonego wartością ε_m, przesunięcie fazy może być obarczone doatkowym błędem, spowodowanym niedokładnością realizacji biegunów i zer s_i w określonym układzie fizycznym. Wieloparametrowe miary wrażliwości przesunięcia fazowego przesuwnika na niedokładności realizacji biegunów i zer przesuwników o parametrach zestawionych w tabeli B.1 obliczone zostały w pracy [CZ 25], natomiast wrażliwość parametryczna pewnych aktywnych przesuników fazy analizowana jest w pracach [CZ 19] oraz [LA 1].

PRZYKŁAD B.1. Szerokopasmowy przesuwnik fazy o kąt $\pi/2$, w pasmie częstotliwości $\langle$ 47,5 Hz, 472,5 Hz $\rangle$, tj. dla dziewięciu harmonicznych przebiegu o częstotliwości (50±2,5) Hz, ma dla 2M = 6 transmitancje

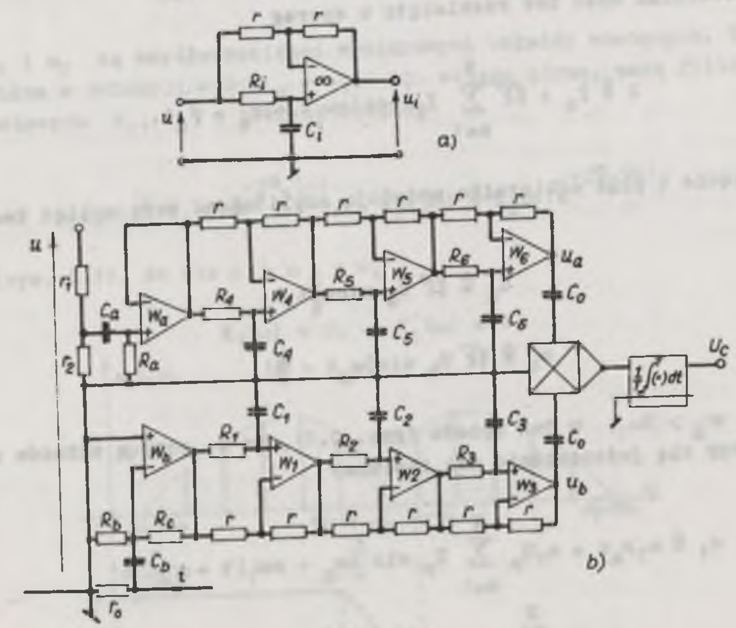
$$F_1(s) = \frac{(s - 9537{,}8)(s - 1327{,}2)(s - 317{,}36)}{(s + 9537{,}8)(s + 1327{,}2)(s + 317{,}36)} \tag{27}$$

$$F_2(s) = \frac{(s - 2806{,}7)(s - 671{,}11)(s - 93{,}385)}{(s + 2806{,}7)(s + 671{,}11)(s + 93{,}385)} \tag{28}$$

i umożliwia przesunięcie fazy dwóch przebiegów o kąt $\pi/2$, z błędem nie większym niż 0°05'. Przykład realizacji miernika mocy biernej (Budeanu) z szerokopasmowym przesuwnikiem fazy, o transmitancjach określonych wyrażeniami (27) i (28), zbudowanym z aktywnych korektorów RC (rys. B.5a), o transmitancji

$$K_i(s) = \frac{s-s_i}{s+s_i}; \quad s_i \triangleq \frac{1}{R_iC_i} \tag{29}$$

przedstawiony jest na rys. B.5b. Podobwody utworzone z elementów oznaczonych symbolami W_a, R_a, C_a oraz W_b, R_b, C_b, R_c realizują transmitancje $H_1(s)$ oraz $H_2(s)$. Rezystory r_0, r_1, r_2 służą do przetworzenia prądu i napięcia odbiornika na odpowiednie wartości napięcia wejściowe miernika.



Rys. B.5

ANEKS C

POMIAR MOCY BIERNEJ (BUDEANU) Z WYKORZYSTANIEM MODULACJI JEDNOWSTĘGOWEJ

1. Zasada pomiaru

Załóżmy, że napięcie odbiornika jest przemienne, tj. $U_o = 0$; o widmie ograniczonym, tj. dla $n > N$, $U_n = 0$ i może być rozwinięte w szereg Fouriera, który przedstawimy w postaci

$$u \triangleq \sqrt{2} \sum_{n=1}^{N} U_n \cos(n\omega_1 t + \alpha_n) \tag{1}$$

a prąd odbiornika może być rozwinięty w szereg

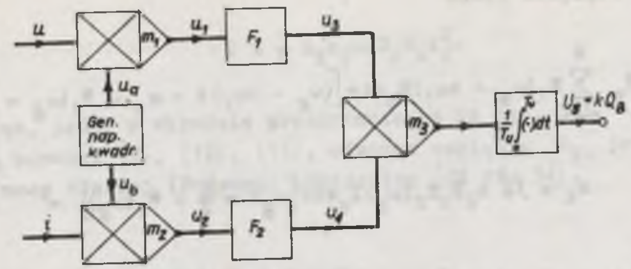
$$i \triangleq I_o + \sqrt{2} \sum_{n=1}^{N} I_n \cos(n\omega_1 t + \alpha_n - \varphi_n). \tag{2}$$

Niech napięcie i prąd odbiornika modulują amplitudowo parę napięć kwadraturowych

$$\begin{aligned} u_a &\triangleq \sqrt{2}\, U_a \sin\omega_g t \\ u_b &\triangleq \sqrt{2}\, U_b \sin(\omega_g t - \tfrac{\pi}{2}) \end{aligned} \tag{3}$$

o pulsacji $\omega_g > N\omega_1$, w ten sposób (rys. C.1), że z pomocą układów mnożących tworzy się jednocześnie dwa iloczyny

$$\begin{aligned} u_1 \triangleq m_1 u_a u = m_1 U_a \sum_{n=1}^{N} U_n \sin\left[(\omega_g + n\omega_1)t + \alpha_n\right] + \\ + m_1 U_a \sum_{n=1}^{N} U_n \sin\left[(\omega_g - n\omega_1)t - \alpha_n\right] \end{aligned} \tag{4}$$



Rys. C.1

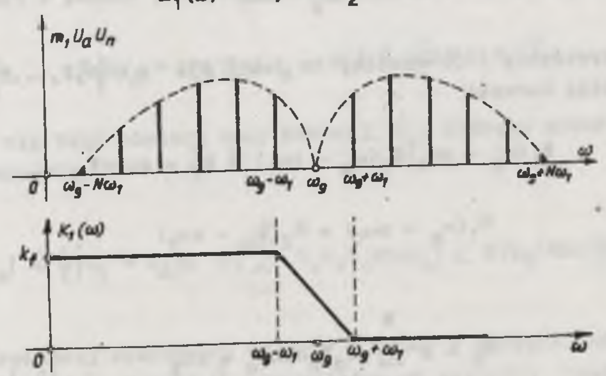
$$\begin{aligned} u_2 \triangleq m_2 u_b i = m_2 \sqrt{2}\, U_b I_o \sin(\omega_g t - \tfrac{\pi}{2}) + \\ + m_2 U_b \sum_{n=1}^{N} I_n \sin\left[(\omega_g + n\omega_1)t + \alpha_n - \varphi_n - \tfrac{\pi}{2}\right] + \\ + m_2 U_b \sum_{n=1}^{N} I_n \sin\left[(\omega_g - n\omega_1)t - \alpha_n + \varphi_n - \tfrac{\pi}{2}\right] \end{aligned} \tag{5}$$

gdzie m_1 i m_2 są współczynnikami wymiarowymi układów mnożących. Tłumiąc wstęgą widma o pulsacji $\omega > \omega_g + \omega_1$, tj. wstęgę górną, parą filtrów dolnoprzepustowych F_1, F_2 o transmitancjach

$$K_1(j\omega) \triangleq K_1(\omega) e^{-j\Theta_1(\omega)}, \qquad K_2(j\omega) \triangleq K_2(\omega) e^{-j\Theta_2(\omega)} \tag{6}$$

takich (rys. C.2), że dla $\omega \geqslant \omega_g + \omega_1$

$$K_1(\omega) = 0, \qquad K_2'(\omega) = 0 \tag{7}$$



Rys. C.2

otrzymuje się napięcie równe

$$u_3 = m_1 U_a \sum_{n=1}^{N} K_1(\omega_g - n\omega_1) U_n \sin\left[(\omega_g - n\omega_1)t - \alpha_n - \Theta_1(\omega_g - n\omega_1)\right] \quad (8)$$

$$u_4 = \sqrt{2}\, m_2 U_b K_2(\omega_g) I_o \sin\left[\omega_g t - \frac{\pi}{2} - \Theta_2(\omega_g)\right] +$$

$$+ m_2 U_b \sum_{n=1}^{N} K_2(\omega_g - n\omega_1) I_n \sin\left[(\omega_g - n\omega_1)t - \alpha_n + \varphi_n - \frac{\pi}{2} - \Theta_2(\omega_g - n\omega_1)\right] \quad (9)$$

Średnia wartość iloczynu obu napięć jest równa

$$U_5 \triangleq m_3 \overline{u_4 u_3} \triangleq \frac{m_3}{T_u} \int_0^{T_u} u_3 u_4 \, dt =$$

$$= \frac{1}{2} m_1 m_2 m_3 U_a U_b \sum_{n=1}^{N} K_1(\omega_g - n\omega_1) K_2(\omega_g - n\omega_1) U_n I_n \cos\left[\varphi_n - \frac{\pi}{2} + \Theta_1(\omega_g - n\omega_1) - \right.$$

$$\left. - \Theta_2(\omega_g - n\omega_1)\right] \quad (10)$$

gdzie T_u jest czasem uśredniania. Ponieważ poza szczególnym przypadkiem gdy pulsacja ω_g spełnia równanie $\omega_g - N\omega_1 = \omega_1$, napięcia u_3, u_4 nie są przebiegami okresowymi, zatem czas uśredniania T_u musi być znacznie większy od okresu zmienności składników napięć u_3, u_4 o najmniejszej częstotliwości, tj.

$$T_u \gg \frac{2\pi}{\omega_g - N\omega_1}. \quad (11)$$

Z postaci wyrażenia (10) wynika, że jeśli dla $n \in \{1,2,\ldots N\}$, filtry F_1 i F_2 spełniają warunki

$$K_1(\omega_g - n\omega_1) K_2(\omega_g - n\omega_1) \triangleq k_f^2 = \text{const} \quad (12)$$

$$\Theta_1(\omega_g - n\omega_1) = \Theta_2(\omega_g - n\omega_1) \quad (13)$$

wówczas

$$U_5 = k \sum_{n=1}^{N} U_n I_n \sin\varphi_n = kQ_B \quad (14)$$

$$k \triangleq \frac{1}{2} m_2 m_2 m_3 U_a U_b k_f^2. \quad (15)$$

Tak więc, jeśli w układzie przedstawionym na rys. C.1, filtry F_1, F_2 spełniają warunki (7), (12), (13), wówczas napięcie U_5 jest proporcjonalne do mocy biernej (Budeanu) odbiornika [CZ 20, 34].

2. Ograniczenia dokładności metody

Czynniki determinujące dokładność metody, takie jak dokładność mnożenia, dokładność przesunięcia fazowego napięć u_a i u_b o kąt $\pi/2$ i stałość ich amplitud, czy też symetria charakterystyk fazowych $\Theta_1(\omega)$ i $\Theta_2(\omega)$ filtrów, nie narzucają ograniczeń na dokładność metody, gdyż zależne są tylko od technologicznego poziomu wykonania miernika. Ograniczenia takie narzuca natomiast brak możliwości dokładnego spełnienia przez filtry o ograniczonej złożoności warunków (7), (12). Mianowicie, gdy nie jest spełniony warunek tłumienia górnej wstęgi widma, tj. dla $\omega = \omega_g + n\omega_1$

$$K_1(\omega_g + n\omega_1) K_2(\omega_g + n\omega_1) \triangleq \varkappa_n^2 k_f^2 > 0 \quad (16)$$

to pojawia się błąd pomiaru mocy biernej, δ_t, którego moduł ograniczony jest nierównością

$$|\delta_t| \triangleq \left|\frac{1}{k} U_5 - Q_B\right| = \left|\sum_{n=1}^{N} \varkappa_n^2 U_n I_n \cos(\varphi_n + \frac{\pi}{2})\right| \leqslant |Q_B| \operatorname{Max}\{\varkappa_n^2\}. \quad (17)$$

Podobnie, jeśli stałość charakterystyki modułu transmitancji filtru utrzymana jest w paśmie przepuszczania z pewnym błędem $d_n \ll 1$, tj.

$$K_1(\omega_g - n\omega_1) K_2(\omega_g - n\omega_1) \triangleq k_f^2 (1 + d_n)^2 \quad (18)$$

to pojawia się błąd pomiaru mocy biernej, δ_m, którego moduł ograniczony jest nierównością

$$|\delta_m| \triangleq \frac{1}{k}\left|U_5 - Q_B\right| \approx 2\left|\sum_{n=1}^{N} d_n U_n I_n \sin\varphi_n\right| \leqslant 2|Q_B| \operatorname{Max}\{|d_n|\} \quad (19)$$

Przy określonej szerokości widma $\langle \omega_1, N\omega_1 \rangle$ napięcia odbiornika, wartości $\operatorname{Max}\{\varkappa_n^2\}$ i $\operatorname{Max}\{|d_n|\}$ są zależne od kształtu częstotliwościowej charakterystyki modułu transmitancji filtru i jego złożoności. W szczególności, dla filtrów o charakterystyce w paśmie przepuszczania równomiernie falistej, tj. dla filtrów Czebyszewa, niezbędny stopień złożoności filtru określony liczbą elementów reaktancyjnych prototypu, można oszacować w sposób następujący. Przyjmujemy jako pulsację graniczną pasma przepuszczania filtru, pulsację $\omega_g - \omega_1$ i normalizujemy względem niej jego transmitancję, wprowadzając częstotliwość względną $\lambda \triangleq \omega/(\omega_g-\omega_1)$. Charakterystyka modułu transmitancji filtrów jest w pasmie przepuszczania równomiernie falista, jeśli

$$K_i(\lambda) \triangleq \frac{\sqrt{1+\varepsilon}}{\sqrt{1+\varepsilon T_k^2(\lambda)}}, \quad i = 1,2 \tag{20}$$

gdzie $T_k(\lambda)$ jest wielomianem Czebyszewa stopnia k, równym

$$T_k(\lambda) \triangleq \begin{cases} \cos(k \arc\cos\lambda), & \text{dla} \quad \lambda \leqslant 1 \\ \mathrm{ch}(k\, \mathrm{ar\,ch}\lambda), & \text{dla} \quad \lambda > 1 \end{cases} \tag{21}$$

a ε jest liczbą rzeczywistą. Ponieważ w pasmie przepuszczania $K_1(\lambda)K_2(\lambda) \leqslant 1+\varepsilon$ oraz zwykle $\varepsilon \ll 1$, zatem

$$\mathrm{Max}\left\{|d_n|\right\} = \frac{\varepsilon}{2} \quad \text{oraz} \quad |\delta_m| < |Q_B|\,\varepsilon. \tag{22}$$

Aby wyznaczyć wartość $\mathrm{Max}\left\{\varkappa_m^2\right\}$, oznaczmy przez λ_1 częstotliwość względną tej składowej górnego pasma widma napięć u_1 i u_2, która ma najmniejszą częstotliwość, tj.

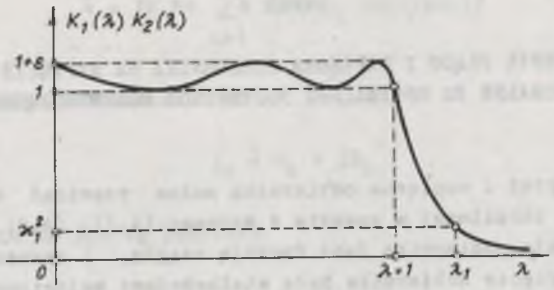
$$\lambda_1 = \frac{\omega_g + \omega_1}{\omega_g - \omega_1}. \tag{23}$$

W szczególności, jeśli się przyjmie, że $\omega_g = (N+1)\omega_1$, to $\lambda_1 = \frac{N+2}{N}$ i wówczas (rys. C.3)

$$\mathrm{Max}\left\{\varkappa_n^2\right\} = \varkappa_1^2 = \frac{1+\varepsilon}{1+\varepsilon T_k^2(\frac{N+2}{N})}. \tag{24}$$

Jeśli maksymalna wartość błędu pomiaru δ_t, spowodowanego niezupełnym tłumieniem górnej wstęgi, ma być na przykład, nie większa niż maksymalna wartość błędu δ_m, spowodowanego falistością charakterystyki modułu transmitancji filtru w pasmie przepuszczania, to stopień wielomianu Czebyszewa k, równy liczbie elementów reaktancyjnych prototypu filtru, musi zapewniać spełnienie nierówności

$$\frac{1+\varepsilon}{1+\varepsilon\left\{\mathrm{ch}\left[k\, \mathrm{ar\,ch}(\frac{N+2}{N})\right]\right\}^2} \leqslant \varepsilon. \tag{25}$$



Rys. C.3

Niezbędne dla spełnienia tego warunku stopnie złożoności filtrów k zestawione są dla pewnych wartości N i ε w tabeli C.1.

Tabela C.1

N \ ε	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01
5	5	5	5	6	7
10	6	7	7	8	9
15	8	8	9	9	11
20	9	9	10	11	12

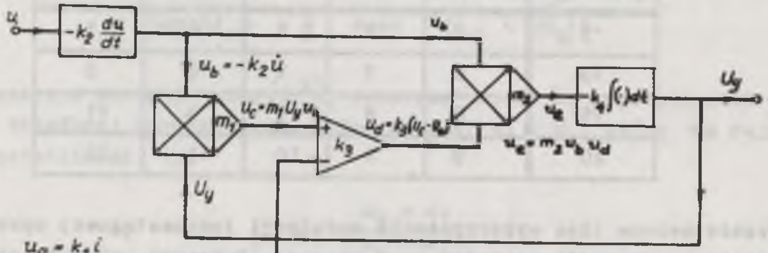
Przedstawiona idea wykorzystania modulacji jednowstęgowej sprowadza zagadnienie konstrukcji miernika mocy biernej (Budeanu) niemal całkowicie do zagadnienia eliminacji górnej wstęgi widma napięć kwadraturowych, modulowanych prądem i napięciem odbiornika, tj. do zagadnienia syntezy pary symetrycznych filtrów dolnoprzepustowych. Taki sam efekt uzyskuje się eliminując nie górną, a dolną wstęgą tego widma, lecz przedstawiony wariant, prowadząc do miernika mniej wrażliwego na sygnały zakłócające, wydaje się być bardziej korzystny.

ANEKS D

PRZETWORNIK PRĄDU I NAPIĘCIA ODBIORNIKA NA NAPIĘCIE STAŁE, PROPORCJONALNE DO OPTYMALNEJ POJEMNOŚCI KOMPENSUJĄCEJ C_{opt} x)

Załóżmy, że prąd i napięcie odbiornika można rozwinąć w szeregi Fouriera o postaci określonej w aneksie A wzorami (A.1), (A.2), a ponadto załóżmy, że napięcie odbiornika jest funkcją ciągłą, i oznaczmy $du/dt \triangleq \dot{u}$. Niech prąd i napięcie odbiornika będą wielkościami wejściowymi układu, którego schemat blokowy przedstawiony jest na rys. D.1. Układ ten znajduje się w stanie ustalonym, tj. $U_y = \text{const.}$, gdy średnia wartość napięcia wejściowego u_e układu całkującego jest równa zeru, tj. wtedy, gdy

$$\frac{1}{T}\int_0^T (-m_1k_2U_y\dot{u} - k_1i)k_3m_2(-k_2\dot{u})dt = 0. \tag{1}$$



Rys. D.1

Jeśli oznaczymy

$$\frac{1}{T}\int_0^T \dot{u}^2dt \triangleq \|\dot{u}\|^2, \quad \frac{1}{T}\int_0^T i\,\dot{u}\,dt \triangleq (i,\dot{u}) \tag{2}$$

to układ jest w stanie ustalonym wtedy, gdy jego napięcie wyjściowe ma wartość

x) W niniejszej pracy zachowana jest nazwa "optymalna pojemność kompensująca" C_{opt}, wprowadzona przez Shepherda i Zakikhaniego, gdyż pod tą nazwą pojemność ta znana jest w literaturze tego przedmiotu, jakkolwiek jest to jedynie pojemność maksymalizująca współczynnik mocy źródła.

$$U_y = -\frac{k_1}{m_1k_2}\cdot\frac{(i,\dot{u})}{\|\dot{u}\|^2}. \tag{3}$$

Ponieważ

$$\dot{u} = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} jn\omega_1\,\underline{U}_n\,\exp\{jn\omega_1t\} \tag{4}$$

a przy admitancji odbiornika

$$\underline{Y}_n \triangleq G_n + jB_n \tag{5}$$

prąd odbiornika ma szereg Fouriera

$$i = G_oU_o + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty}(G_n + jB_n)\underline{U}_n\,\exp\{jn\omega_1t\} \tag{6}$$

zatem

$$(i,\dot{u}) = \mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty}(G_n + jB_n)\underline{U}_n(jn\omega_1)^*(\underline{U}_n)^* = \omega_1\sum_{n=1}^{\infty} nB_nU_n^2 \tag{7}$$

$$\|\dot{u}\|^2 = \omega_1^2\sum_{n=1}^{\infty} n^2U_n^2 \tag{8}$$

i stąd

$$U_y = -\frac{k_1}{m_1k_2}\cdot\frac{(i,\dot{u})}{\|\dot{u}\|^2} = -k\,\frac{\sum_{n=1}^{\infty} n\,B_nU_n^2}{\omega_1\sum_{n=1}^{\infty} n^2U_n^2} = k\,C_{opt} \tag{9}$$

gdzie

$$k = \frac{k_1}{m_1k_2}$$

Tak więc napięcie wyjściowe tego układu jest proporcjonalne do optymalnej pojemności kompensującej, C_{opt} i może być użyte do sterowania pojemnością baterii kondensatorów kompensujących. Napięcie to wyznaczone jest przez przekształcenie prądu i napięcia odbiornika w sposób bezpośredni tj. bez konieczności analizy harmonicznej napięcia odbiornika i nie wymaga znajomości jego susceptancji. Dlatego przetwornik taki może być szczególnie przydatny w układach automatycznej poprawy współczynnika mocy źródeł zasilających odbiorniki niestacjonarne.

ANEKS E

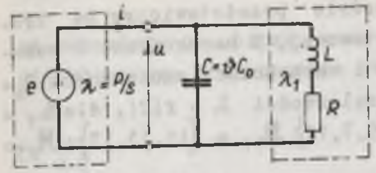
WPŁYW ODKSZTAŁCENIA NAPIĘCIA NA SKUTECZNOŚĆ POJEMNOŚCIOWEJ POPRAWY WSPÓŁCZYNNIKA MOCY ŹRÓDŁA

Rozpowszechnione w elektroenergetyce stosowanie kompensacji pojemnościowej w celu poprawy współczynnika mocy źródeł, w warunkach gdy można przyjąć sinusoidalny model przebiegów, powoduje naturalną skłonność do stosowania kompensacji pojemnościowej także i wtedy, gdy model sinusoidalny przestaje być właściwym modelem przebiegów, tym bardziej że granica stosowalności modelu sinusoidalnego jest granicą umowną. Zdarza się także, że obwody kompensacji pojemnościowej, projektowane i pracujące pierwotnie w warunkach, w których model sinusoidalny przebiegów był modelem poprawnym, wskutek włączenia odbiorników deformujących, muszą pracować w warunkach zasilania napięciem odkształconym. Jednym z następstw odkształcenia napięcia jest zmniejszanie się skuteczności poprawy współczynnika mocy źródła, będące rezultatem wzrostu odkształcenia przebiegów prądu i napięcia. Efekt ten może być szczególnie wyraźny, gdy źródło ma impedancję o charakterze indukcyjnym i pojawia się w obwodzie rezonans napięciowy. Jego dokładna analiza musi uwzględniać strukturę systemu, jest zagadnieniem obszernym i wychodzi poza zakres przedstawionego opracowania. Niniejszy aneks nie pretendując do takiej analizy, ma jedynie zasygnalizować, na podstawie kilku przykładów, jak wielki wpływ może mieć odkształcenie napięcia na skuteczność kompensacji.

Poniżej przedstawione są, w postaci graficznej[x)], wyniki analizy obwodu jednofazowego, złożonego z liniowego odbiornika RL i źródła o napięciu odkształconym. Model ten wybrano na tyle prosty, aby łatwa była interpretacja zachodzących w nim zjawisk, dobierając parametry o dostatecznie realnych proporcjach, tak aby otrzymane wyniki mogły być użyte do oszacowania wyników w realnych obwodach.

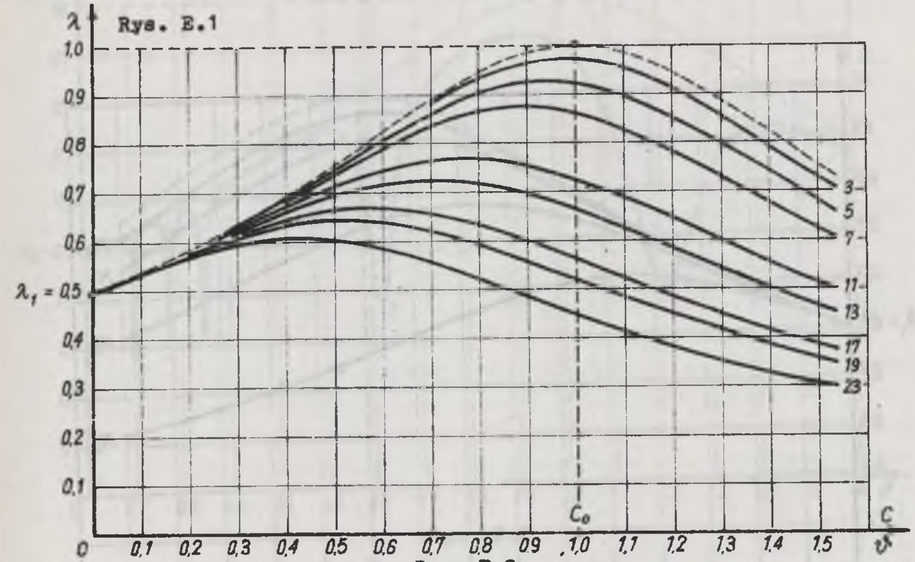
1. Bezimpedancyjne źródło napięcia w obwodzie przedstawionym na rys. E.1, ma w napięciu, oprócz harmonicznej podstawowej, tylko jedną harmoniczną o numerze ze zbioru $\{3,5,7,11,13,17,19,23\}$, i takiej samej wartości skutecznej $E_n = 5\% \; E_1$.

x) Linia przerywana na wszystkich wykresach przedstawia wyniki, odpowiadające zasilaniu napięciem sinusoidalnym, zaś C_0 oznacza pojemność, przy której współczynnik mocy w takim obwodzie jest równy jedności.

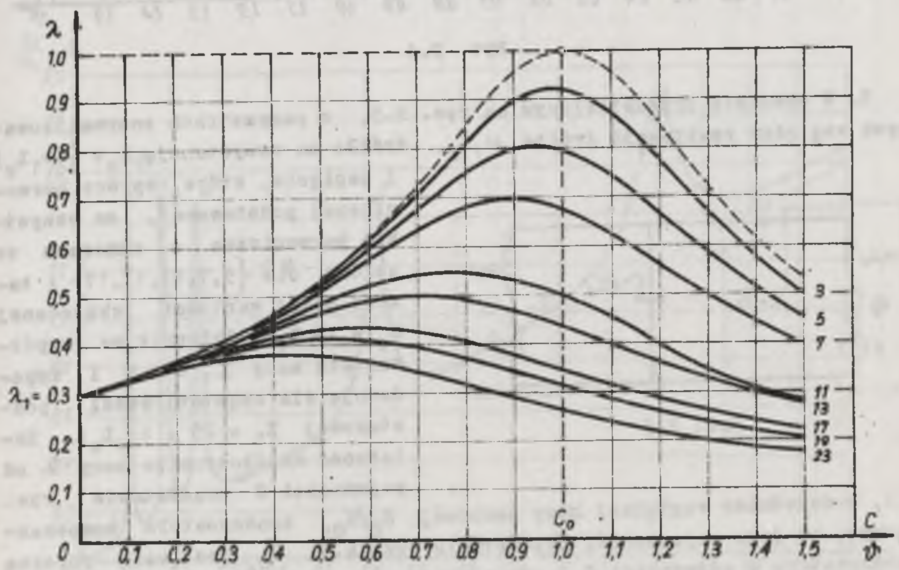


Odbiornik jest scharakteryzowany określoną wartością współczynnika mocy $\lambda_1 \triangleq P/S$. Wykres zależności współczynnika mocy źródła λ od pojemności kompensującej C przedstawiony jest, dla $\lambda_1 = 0,5$ na rys. E.2 i dla $\lambda_1 = 0,3$ na rys. E.3.

Rys. E.1

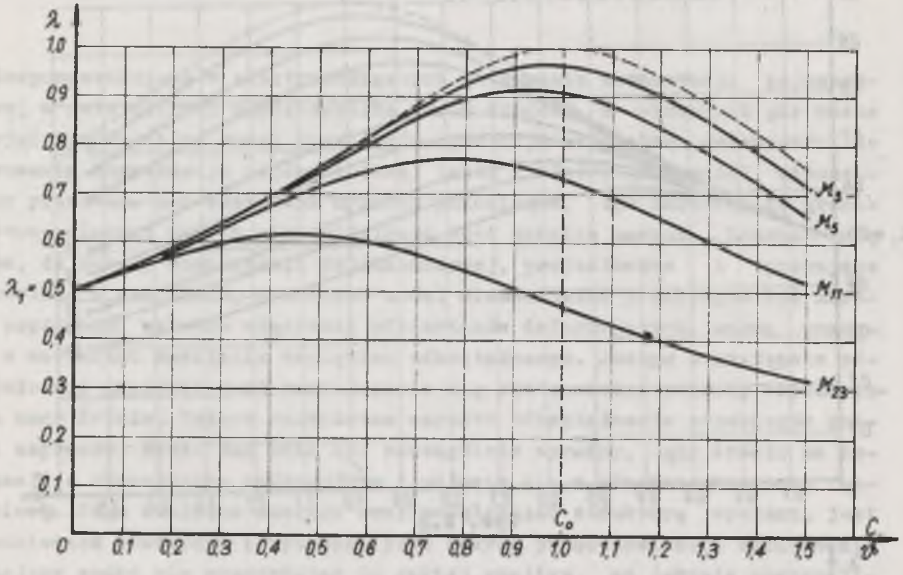


Rys. E.2



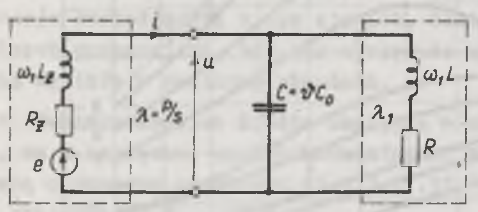
Rys. E.3

2. Bezimpedancyjne źródło napięcia w obwodzie przedstawionym na rys. E.1 ma w napięciu, oprócz harmonicznej podstawowej, 3 harmoniczne o numerach z uporządkowanego zbioru $\mathcal{M}_k \hat{=} \{k,l,m\}$ i wartościach skutecznych $E_k = 4\%\, E_1$, $E_l = 2\%\, E_1$, $E_m = 1\%\, E_1$. Wykresy zależności $\lambda = f(C)$, dla $\lambda_1 = 0{,}5$ oraz zbiorów $\mathcal{M}_3 = \{3,5,7\}$; $\mathcal{M}_5 = \{5,7,11\}$ $\mathcal{M}_{11} = \{11,13,17\}$; $\mathcal{M}_{23} = \{23,25,29\}$, przedstawia rys. E.4.



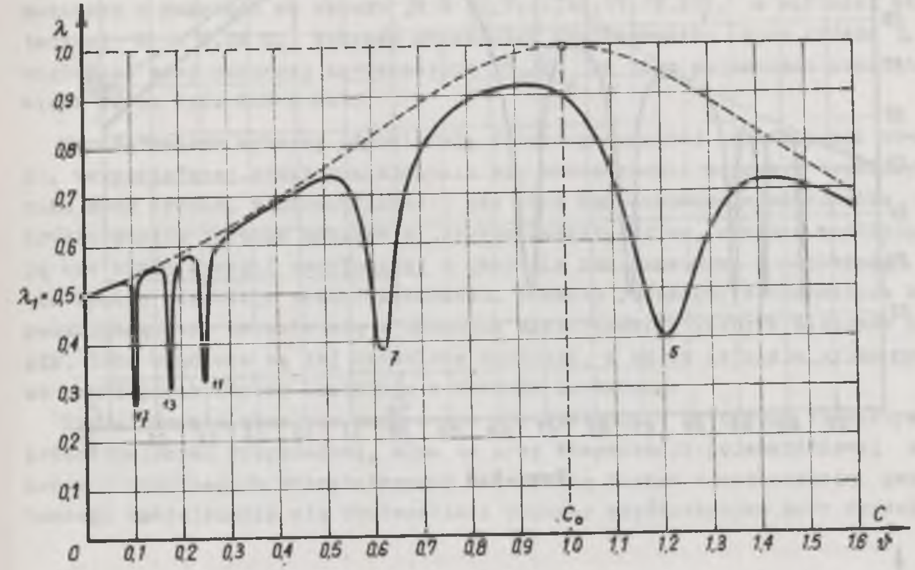
Rys. E.4

3. W obwodzie przedstawionym na rys. E.5, o parametrach znormalizowanych względem reaktancji źródła $\omega_1 L_z$, źródło ma rezystancję $R_z = \frac{1}{5}(\omega_1 L_z)$ i napięcie, które, oprócz harmonicznej podstawowej, ma wszystkie harmoniczne o numerach ze zbioru $\mathcal{M} \hat{=} \{5,7,11,13,17\}$ i takiej samej wartości skutecznej $E_n = 1\%\, E_1$. Odbiornik ma współczynnik mocy $\lambda_1 = 0{,}5$ i impedancję dla częstotliwości podstawowej $Z_1 = 25 \cdot (\omega_1 L_z)$. Zależność współczynnika mocy λ od pojemności C przedstawia rys. E.6, a zależność względnej mocy pozornej S_C/S_{C_0} kondensatora kompensującego, od jego pojemności, przedstawia rys. E.7. S_{C_0} jest mocą pozorną kondensatora o pojemności C_0, gdy przebiegi w rozpatrywanym obwodzie nie

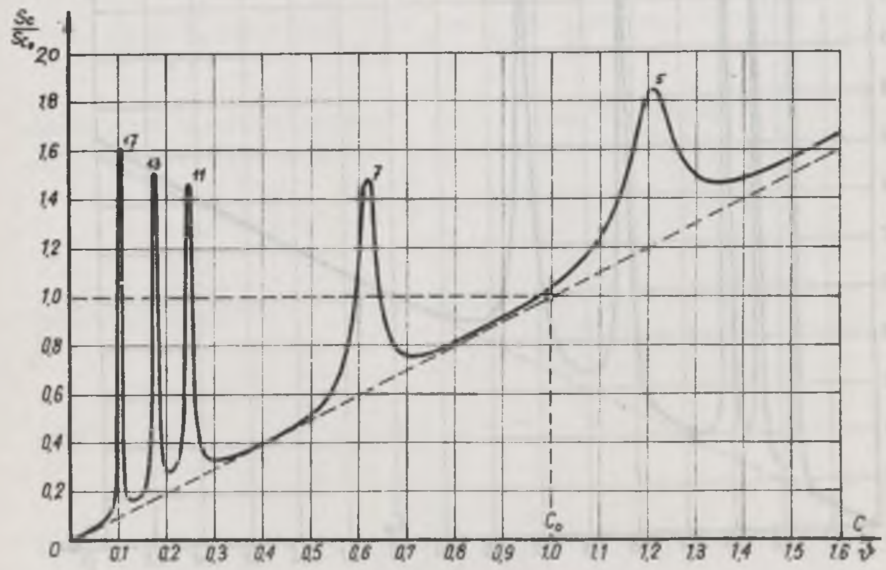


Rys. E.5

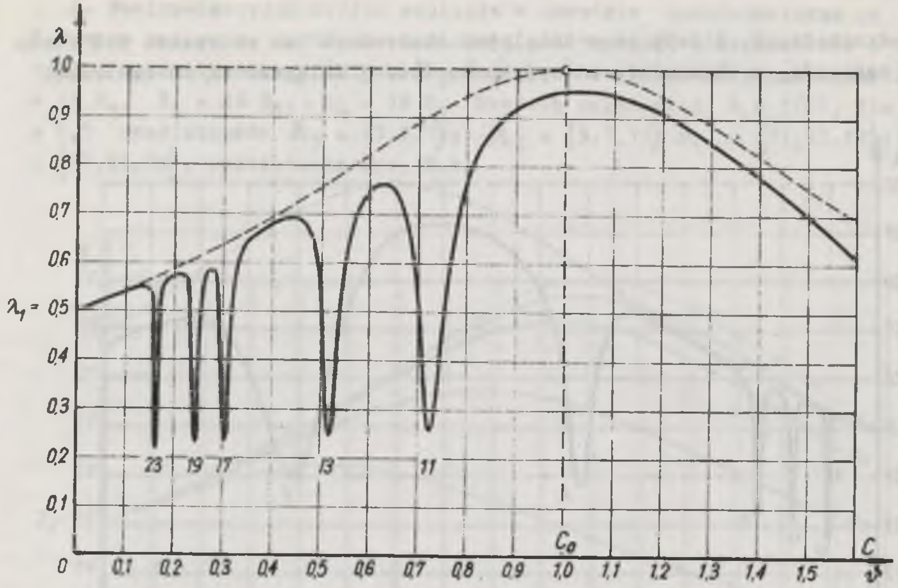
są odkształcone. Liczby przy lokalnych ekstremach na wykresach obu funkcji wskazują, z obecnością której harmonicznej związane są te ekstrema.



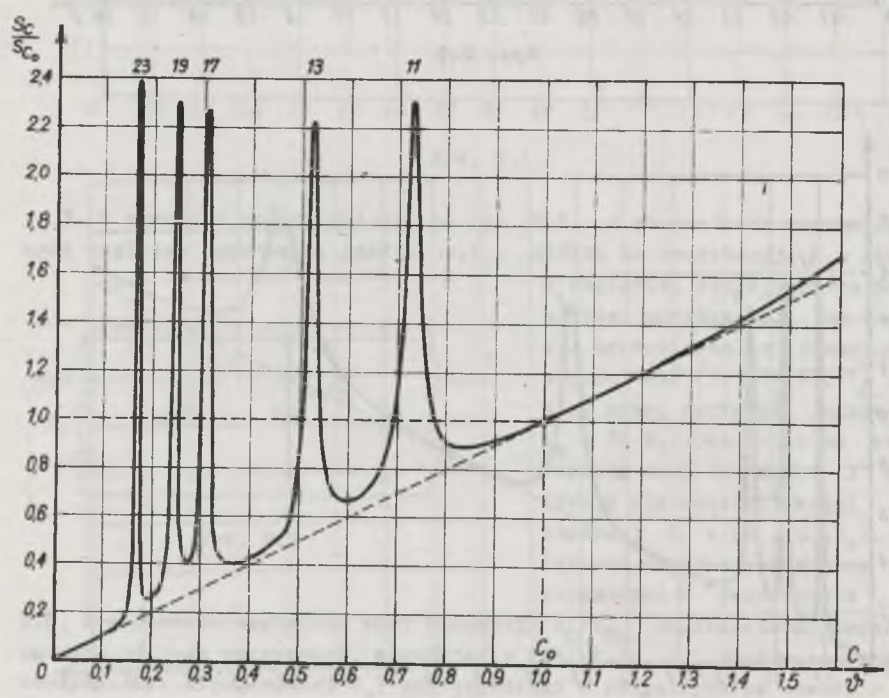
Rys. E.6



Rys. E.7



Rys. E.8



Rys. E.9

4. Obwód ma strukturę i parametry takie jak obwód w p. 3, z tą różnicą, że impedancja odbiornika dla częstotliwości podstawowej jest równa $Z_1 = 75(\omega_1 L_z)$, a napięcie źródła ma, oprócz harmonicznej podstawowej harmoniczne o numerach ze zbioru $\mathcal{N} \triangleq \{5,7,11,13,17,19,23\}$, o wartości skutecznej $E_n = 0,5\%\ E_1$. Wykresy zależności współczynnika mocy źródła λ i względnej mocy pozornej kondensatora S_C/S_{C_0} od jego pojemności przedstawione są na rys. E.8 i E.9.

Przedstawione wykresy odpowiadają daleko posuniętej idealizacji obwodu, uwypuklającej efekt zmniejszania się skuteczności poprawy współczynnika mocy źródeł. W szczególności, gdy obok kompensowanego odbiornika RL źródło zasila jeszcze odbiorniki czysto rezystancyjne, wówczas pochłaniają one część energii oscylującej w obwodzie rezonansowym, osłabiając w ten sposób wszystkie skutki rezonansu. Ponadto pojemność kondensatora kompensującego nie zmienia się w układach elektroenergetycznych w sposób ciągły, lecz włączone są jej określone wartości, a zatem istnieje tylko pewne prawdopodobieństwo trafienia w wartość krytyczną.

Sygnalizowane zjawiska mogą zatem nie wystąpić z ostrością ilustrowaną przedstawionymi przykładami, mimo to przy kompensacji pojemnościowej obwodów o przebiegach odkształconych należy się liczyć z możliwością gwałtownego zmniejszenia się skuteczności poprawy współczynnika mocy źródeł.

ANEKS F

PRZEGLĄD RÓWNAŃ MOCY LINIOWEGO OBWODU JEDNOFAZOWEGO Z PRZEBIEGAMI OKRESOWYMI

W poniższym aneksie zestawione są, proponowane przez różnych autorów, równania mocy w postaci, w jakiej opisują one liniowy obwód jednofazowy ze źródłem napięciowym o napięciu okresowym. Równania opisujące bardziej złożone sytuacje zostały, z zaznaczeniem tego, zredukowane. Aby ułatwić ich porównanie, tam gdzie było to możliwe, podane są one nie w oryginalnej symbolice, lecz w symbolice stosowanej w niniejszej pracy oraz zostały przekształcone do możliwie najbardziej wzajemnie zbliżonej formy. Ponieważ w syntetycznym zestawieniu tych równań, bez oryginalnych komentarzy autorów, pewne zawarte w ich koncepcjach idee mogą być zagubione, w przypadku wątpliwości Czytelnik winien sięgać do prac oryginalnych. Wszystkie teorie mocy zgodne są jedynie co do mocy czynnej P, definiowanej jako wartość średnia mocy chwilowej w okresie T i określanej alternatywnie jako

$$P \triangleq \frac{1}{T}\int_0^T u\,i\,dt \triangleq (u,i) = \sum_{n=0}^{\infty} U_n I_n \cos\varphi_n = \sum_{n=0}^{\infty} G_n U_n^2 = \mathrm{Re}\sum_{n=0}^{\infty} \underline{U}_n \underline{I}_n^* \qquad (1)$$

oraz co do mocy definiowanej jako iloczyn formalny wartości skutecznych napięcia i prądu, nazywanej mocą pozorną S lub mocą modułową [NO 1 - 8], mianowicie

$$S \triangleq \|u\|\,\|i\| \qquad (2)$$

Według poszczególnych autorów, równania mocy i definicje pozostałych wielkości mają postać następującą

1. C.I. Budeanu [BU 1] :

$$S^2 = P^2 + Q_B^2 + T^2 \qquad (3)$$

gdzie

$$Q_B \triangleq \sum_{n=1}^{\infty} U_n I_n \sin\varphi_n \qquad (4)$$

$$T \triangleq \sqrt{S^2 - P^2 - Q_B^2} \qquad (5)$$

Znaczącą cechą mocy Q_B jest spełnianie przez nią zasady bilansu.

2. S. Fryze [FR 1, 2] :

$$S^2 = P^2 + Q_F^2 \qquad (6)$$

przy czym

$$Q_F \triangleq \sqrt{S^2 - P^2}. \qquad (7)$$

Prąd źródła może być rozłożony na dwa wzajemnie ortogonalne składniki

$$i = i_a + i_b \qquad (8)$$

gdzie

$$i_a \triangleq \frac{P}{\|u\|^2}\,u; \qquad i_b \triangleq i - i_a. \qquad (9)$$

Rozkład ten pozwala zdefiniować moc Q_F jako iloczyn wartości skutecznych napięcia źródła i składowej i_b prądu, tj.

$$Q_F = \|u\|\,\|i_b\|. \qquad (10)$$

Dla teorii S. Fryzego znamienne jest to, że wszystkie występujące w niej wielkości wyznaczone są bez potrzeby stosowania analizy harmonicznej.

3. Z. Nowomiejski [NO 1-8] :

$$S^2 = P^2 + D^2 \qquad (11)$$

gdzie

$$D \triangleq \sqrt{\frac{1}{T^2}\int_0^T\int_0^T \frac{1}{2}\left|u(t)i(\tau) - i(t)u(\tau)\right|^2 dt\,d\tau} = Q_F. \qquad (12)$$

Definiuje się tu także moc zespoloną

$$\underline{S}_c \triangleq P + jQ \qquad (13)$$

gdzie

$$Q \triangleq \frac{1}{T}\int_0^T u(t)\,\mathcal{H}\{i(t)\}\,dt = Q_B \qquad (14)$$

oraz stosuje się rozkład prądu na dwa ortogonalne składniki, zdefiniowane tak jak u S. Fryzego. Teoria ta zawiera zarówno elementy koncepcji Budeanu jak i Fryzego, przy czym wszystkie wielkości określone są relacjami całkowymi.

4. E.W. Kimbark [KI 1] :

$$S^2 = P^2 + Q_1^2 + D_k^2 \tag{15}$$

gdzie

$$Q_1 \triangleq U_1 I_1 \sin\varphi_1 \tag{16}$$

$$D_k \triangleq \sqrt{S^2 - P^2 - Q_1^2} \tag{17}$$

Według Kimbarka wszystkie składniki mocy pozornej, nie związane z przenoszeniem mocy czynnej, a zwiększające moc pozorną źródła w obwodzie z przebiegami okresowymi ponad jej wartość w obwodzie z przebiegami sinusoidalnymi, skomasowane są w mocy D_k.

5. W. Shepherd, P. Zakikhani [SZ 2-4]

$$S^2 = S_R^2 + S_x^2 \tag{18}$$

gdzie

$$S_R \triangleq \|u\| \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} I_n^2 \cos^2\varphi_n} \tag{19}$$

$$S_x \triangleq \|u\| \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} I_n^2 \sin^2\varphi_n} \tag{20}$$

Znamienną cechą tego równania mocy jest brak w nim mocy czynnej P.

Prąd źródła o napięciu

$$u \triangleq \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} U_n \cos(n\omega_1 t + \alpha_n) \tag{21}$$

może być rozłożony na dwa wzajemnie ortogonalne składniki

$$i = i_R + i_r \tag{22}$$

gdzie

$$i_R \triangleq \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} I_n \cos\varphi_n \cos(n\omega_1 t + \alpha_n) \tag{23}$$

$$i_r \triangleq \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} I_n \sin\varphi_n \sin(n\omega_1 t + \alpha_n). \tag{24}$$

Zaproponowane w tej teorii równanie mocy pozwoliło jej autorom podać sposób wyznaczania pojemności kompensującej, przy której współczynnik mocy źródła osiąga największą wartość.

6. D. Sharon [SH 1] :

$$S^2 = P^2 + S_x^2 + S_c^2 \tag{25}$$

przy czym wielkość S_x określona jest relacją (20), zaś

$$S_c \triangleq \sqrt{S^2 - P^2 - S_x^2} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} (U_r I_s \cos\varphi_s - U_s I_r \cos\varphi_r)^2}\,. \tag{26}$$

7. N.L. Kusters i W.J.M. Moore [KM 1] . Równanie mocy może być przedstawione w dwóch następujących wariantach[x)]

I	II	
$S^2 = P^2 + Q_c^2 + Q_{cr}^2$	$S^2 = P^2 + Q_l^2 + Q_{lr}^2$	(27)

gdzie

$Q_c \triangleq \frac{\|u\|}{\|\dot{u}\|} (\dot{u}, i)$	$Q_l \triangleq \frac{\|u\|}{\|\bar{u}\|} (\bar{u}, i)$	(28)
$Q_{cr} \triangleq \sqrt{S^2 - P^2 - Q_c^2}$	$Q_{lr} \triangleq \sqrt{S^2 - P^2 - Q_l^2}$	(29)

Prąd źródła rozkłada się na składniki ortogonalne, alternatywnie, w sposób następujący

$i = i_a + i_{qc} + i_{qcr}$	$i = i_a + i_{ql} + i_{qlr}$	(30)

gdzie

$i_{qc} \triangleq \frac{(\dot{u}, i)}{\|\dot{u}\|} \dot{u}$	$i_{ql} \triangleq \frac{(\bar{u}, i)}{\|\bar{u}\|} \bar{u}$	(31)
$i_{qcr} \triangleq i - i_a - i_{qc}$	$i_{qlr} \triangleq i - i_a - i_{ql}$	(32)

x) Symbol $\dot{u}$ oznacza pochodną napięcia $\frac{du}{dt}$, a symbol $\bar{u}$ oznacza składową przemienną całki $\int u\, dt$.

Według autorów, gdy $Q_c < 0$, składowa i_{qc} może być całkowicie skompensowana przez kondensator włączony na zaciski źródła, gdy zaś $Q_l < 0$, wówczas składowa i_{ql} może być całkowicie skompensowana przez podobnie włączony induktor. Ponadto składowe i_{qcr} oraz i_{qlr} mają być niekompensowalne dwójnikiem pasywnym włączonym na zaciskach źródła. Prawdziwość powyższych tez jest weryfikowana w pracach [CZ 33, 40] oraz aneksie G.

8. M. Depenbrock [DE 1]:

$$S^2 = P^2 + Q_D^2 + V^2 + N^2 \tag{33}$$

Równanie to otrzymuje się wyodrębniając z napięcia źródła u harmoniczną podstawową $u_1 \triangleq u_g$ oraz składową $u_k \triangleq u - u_g$; definiując wielkości

$$P_g \triangleq (u_g, i), \quad P_k \triangleq (u_k, i), \quad G_g \triangleq \frac{(u_g, i)}{\|u\|^2}, \quad G_k \triangleq \frac{(u_k, i)}{\|u_k\|^2}, \quad G \triangleq \frac{(u, i)}{\|u\|^2} \tag{34}$$

$$\triangle G_g \triangleq G_g - G; \qquad \triangle G_k \triangleq G_k - G \tag{35}$$

i rozkładając prąd źródła na następujące składowe

$$i = i_{ga} + i_{ka} + i_Q + i_{gV} + i_{kV} + i_N \tag{36}$$

gdzie

$$i_{ga} \triangleq \frac{(u, i)}{\|u\|^2}\, u_g; \quad i_k \triangleq \frac{(u, i)}{\|u\|^2}\, u_k \tag{37}$$

$$i_Q \triangleq \frac{(i, u_g(t - T/4))}{\|u_g\|^2}\, u_g\left(t - \frac{T}{4}\right) \tag{38}$$

$$i_{gV} \triangleq \triangle G_g u_g; \qquad i_{kV} \triangleq \triangle G_k u_k \tag{39}$$

$$i_N \triangleq i - (i_{ga} + i_{ka} + i_Q + i_{gV} + i_{kV}). \tag{40}$$

Składowe mocy równania (33) są zdefiniowane, jak następuje

$$P = P_g + P_k, \quad Q_D \triangleq \|u\|\,\|i_Q\|, \quad V \triangleq \|u\|\sqrt{\|i_{gV}\|^2 + \|i_{kV}\|^2}, \quad N \triangleq \|u\|\,\|i_N\|. \tag{41}$$

Koncepcja Depenbrocka znamienna jest tym, że poszczególne wielkości definiowane są w dziedzinie czasowej, jednak z częściowym zachowaniem ujęcia częstotliwościowego, gdyż do definicji poszczególnych wielkości wchodzi harmoniczna podstawowa napięcia. Bardzo sztuczna jest definicja wielkości Q_D, mianowicie: jest ona iloczynem wartości skutecznej składowej biernej podstawowej harmonicznej prądu i_1 oraz wartości skutecznej napięcia odkształconego u.

W zestawieniu tym nie uwzględnione są te koncepcje, które są pochodnymi względem powyżej podanych bądź tylko uściślają ich aparat matematyczny. Takimi są, między innymi, koncepcja Fishera [FI 1] w stosunku do koncepcji Budeanu, teoria mocy Fodora i Tevana [FT 1] oraz koncepcja Page'a [PA 1] w stosunku do koncepcji Kustersa i Moore'a.

ANEKS G

UWAGI O "POJEMNOŚCIOWEJ MOCY BIERNEJ"
WG KUSTERSA I MOORE'A

1. Zarys koncepcji Kustersa i Moore'a

N.L. Kusters i W.J.M. Moore zaproponowali [KM 1] w 1980 r. dwa alternatywne sposoby rozkładu prądu i mocy pozornej źródła, przy czym wybór konkretnego rozkładu zależy od tego, czy wartość współczynnika mocy źródła może być zwiększana włączonym na zaciski odbiornika kondensatorem czy też induktorem. Analiza tej koncepcji będzie tu ograniczona do tego wariantu, który może mieć w elektrotechnice większe znaczenie, tj. użytecznego przy kompensacji pojemnościowej, lecz otrzymane wnioski mogą być przeniesione w całości na wariant pozostały.

Prąd źródła jest wg Kustersa i Moore'a sumą trzech składowych

$$i = i_a + i_{qC} + i_{qCr} \tag{1}$$

przy czym

$$i_a \triangleq \frac{P}{\|u\|^2}\, u \tag{2}$$

jest składową czynną prądu, zdefiniowaną przez Fryzego [FR 1]; składową

$$i_{qC} \triangleq \frac{(\dot{u}, i)}{\|\dot{u}\|^2}\, \dot{u} \tag{3}$$

gdzie $\dot{u} \triangleq du/dt$, autorzy nazywają "pojemnościowym prądem biernym" (ang. a capacitive reactive current), natomiast

$$i_{qCr} \triangleq i - i_a - i_{qC} \tag{4}$$

autorzy nazywają "resztkowym prądem biernym" (ang. a residual reactive current).

Jakkolwiek w pracy [KM 1] dowód tej właściwości nie jest przedstawiony, jednak z relacji

$$\|i\|^2 = \|i_a\|^2 + \|i_{qC}\|^2 + \|i_{qCr}\| \tag{5}$$

można wnioskować, że autorzy przypisują składowym i_a, i_{qC}, i_{qCr} wzajemną ortogonalność, tj.

$$(i_a, i_{qC}) = (i_{qC}, i_{qCr}) = (i_a, i_{qCr}) = 0 \tag{6}$$

Moc pozorna źródła może być, według Kustersa i Moorea, rozłożona na składniki P, Q_c, Q_{cr} takie, że

$$S^2 = P^2 + Q_c^2 + Q_{cr}^2 \tag{7}$$

przy czym P jest mocą czynną odbiornika; wielkość

$$Q_c \triangleq \frac{\|u\|}{\|\dot{u}\|}\, (\dot{u}, i) \tag{8}$$

autorzy nazywają "pojemnościową mocą bierną" (ang. a capacitive reactive power), natomiast

$$Q_{cr} \triangleq \sqrt{S^2 - P^2 - Q_c^2}. \tag{9}$$

Gdy pojemnościowa moc bierna Q_c jest ujemna, to może ją kompensować kondensator włączony na zaciski odbiornika. Kompensacja ta jest zupełna, gdy pojemność tego kondensatora jest równa

$$C = -\frac{Q_c}{\|u\|\|\dot{u}\|}. \tag{10}$$

Dla zagadnienia poprawy współczynnika mocy źródeł zasadnicze znaczenie mają dwa następujące wnioski Kustersa i Moore'a [KM 1], cytowane poniżej w oryginalnym brzmieniu+):

W1. "The various components x) can be segregated and measured with relatively simple instrumentation and the results can be readily applied by power engineers to realize the maximum obtainable compensation for reactive power using (...) shunt capacitors".

W2. "The residual reactive component (9) is always positive and compensations by means of passive components is not possible".

+) W.1. Poszczególne składniki x) mogą być wyodrębniane i mierzone względnie prostymi przyrządami, a wyniki mogą być bezpośrednio wykorzystane przez energetyków do uzyskania maksymalnej, osiągalnej mocy biernej z użyciem kondensatorów bocznikujących.
W.2. Pozostałościowa składowa bierna (9) jest zawsze dodatnia i jej kompensacja za pomocą elementów pasywnych nie jest możliwa

x) Wyrażeń (1) i (7).

Powyższe wnioski oraz to, że przedstawiona idea nie wymaga analizy częstotliwościowej przebiegów, były powodem jej rekomendowania przez międzynarodową Komisję Elektrotechniczną (IEC) [IN 1]. Pewne uogólnienie tej koncepcji, tworzące podstawy optymalnej kompensacji pojemnościowo-indukcyjnej, podał C.H. Page [PA 1], natomiast ściślejszą postać matematyczną nadali jej G. Fodor i G. Tevan [FT 1], jednak, jak zostanie to poniżej wykazane, wnioski W1 i W2, którym koncepcja ta zawdzięcza swoją atrakcyjność, nie są ogólnie prawdziwe [CZ 33, 40].

2. Weryfikacja wniosku W1

Niech napięcie na zaciskach odbiornika, o admitancji dla częstotliwości harmonicznych $\underline{Y}_n \hat{=} G_n + jB_n$, ma szereg Fouriera

$$u \hat{=} U_o + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} \underline{U}_n \exp\{jn\omega_1 t\} \tag{11}$$

i niech prąd źródła ma szereg

$$i = G_o U_o + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} \underline{Y}_n \underline{U}_n \exp\{jn\omega_1 t\}. \tag{12}$$

Jeśli oznaczymy

$$\frac{P}{\|u\|^2} \hat{=} G_e; \quad \frac{(\dot{u},i)}{\|\dot{u}\|^2} \hat{=} C \tag{13}$$

to składowe i_a, i_{qC}, i_{qCr} są odpowiednio równe

$$i_a \hat{=} G_e U_o + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} G_e \underline{U}_n \exp\{jn\omega_1 t\} \tag{14}$$

$$i_{qC} \hat{=} \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} jn\omega_1 C \underline{U}_n \exp\{jn\omega_1 t\} \tag{15}$$

$$i_{qCr} \hat{=} (G_o - G_e)U_o + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} (\underline{Y}_n - G_e - jn\omega_1 C)\underline{U}_n \exp\{jn\omega_1 t\}. \tag{16}$$

Ich iloczyny skalarne mają wartość

$$(i_a, i_{qC}) = \mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} G_e \underline{U}_n (jn\omega_1 C \underline{U}_n)^* = 0 \tag{17}$$

$$(i_a, i_{qCr}) = G_e U_o (G_o - G_e) U_o + \mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} G_e \underline{U}_n (\underline{Y}_n - G_e - jn\omega_1 C)^* \underline{U}_n^* =$$

$$= G_e (G_o - G_e) U_o^2 + \sum_{n=1}^{\infty} G_e (G_n - G_e) U_n^2 =$$

$$= G_e \Big[\sum_{n=0}^{\infty} G_n U_n^2 - G_e \sum_{n=0}^{\infty} U_n^2\Big] = G_e (P - P) = 0 \tag{18}$$

$$(i_{qCr}, i_{qC}) = \mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} (\underline{Y}_n - G_e - jn\omega_1 C)\underline{U}_n (jn\omega_1 C \underline{U}_n)^* =$$

$$= C \sum_{n=1}^{\infty} n\omega_1 B_n U_n^2 - C^2 \sum_{n=1}^{\infty} n^2\omega_1^2 U_n^2 = C(\dot{u}, i) - C^2 \|\dot{u}\|^2 \tag{19}$$

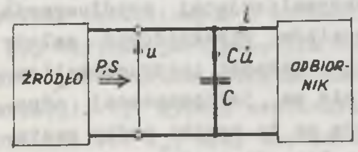
gdyż

$$(\dot{u}, i) = \mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} jn\omega_1 \underline{U}_n (G_n + jB_n)^* \underline{U}_n^* = \sum_{n=1}^{\infty} n\omega_1 B_n U_n^2. \tag{20}$$

Składowe i_a, i_{qC}, i_{qCr} są wzajemnie ortogonalne tylko wtedy, gdy

$$C = C_e = \frac{(\dot{u}, i)}{\|\dot{u}\|^2} \tag{21}$$

i tylko wtedy składowe te spełniają relację (5).



Rys. G.1

Moc pozorna kondensatora o pojemności C_e, uzupełniona znakiem iloczynu skalarnego $(\dot{u}, i)$, jest wielkością nazwaną przez Kustersa i Moore'a "pojemnościową mocą bierną", Q_c. Gdy $Q_c < 0$, wówczas, według Kustersa i Moore'a, współczynnik mocy źródła można powiększyć do maksymalnej możliwej wartości, włączając na zaciski odbiornika (rys. G.1) kondensator o pojemności $C = -C_e$ kompensujący prąd i_{qC} oraz moc Q_c, minimalizując tym samym wartość skuteczną prądu źródła i jego moc pozorną równą

$$S = \|u\|\|i + C\dot{u}\| = \|u\|\sqrt{\|i\|^2 + 2C(\dot{u},i) + C^2\|\dot{u}\|^2} \tag{22}$$

Warunek konieczny minimum mocy pozornej źródła

$$\frac{\partial S}{\partial C} = 0 \tag{23}$$

ma jednak rozwiązanie

$$C = -\frac{(\dot{u},i)}{\|\dot{u}\|^2} = -C_e \tag{24}$$

tylko wtedy, gdy

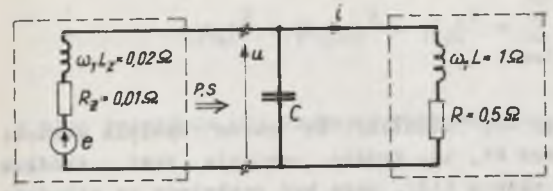
$$\frac{\partial\|u\|}{\partial C} = 0, \quad \frac{\partial\|i\|}{\partial C} = 0 \tag{25}$$

tj., gdy napięcie źródła jest niezależne od pojemności C, a więc wtedy gdy źródło jest idealnym źródłem napięciowym.

Tak więc, jeśli w obwodzie ze źródłem rzeczywistym zostaną wyznaczone wartości Q_c, $\|u\|$, $\|\dot{u}\|$, obliczy się pojemność $-C_e$ i na zaciski źródła włączy się kondensator o takiej pojemności, to nie minimalizuje on mocy pozornej źródła. Jego włączeniu towarzyszy zmiana wartości Q_c, $\|u\|$, $\|\dot{u}\|$, które po ich wyznaczeniu mogą być użyte do ponownego obliczenia wartości C_e i do korekcji pojemności kondensatora kompensującego. Proces ten może być powtórzony, lecz jeśli jest on nawet zbieżny, to ze względu na to, że w obwodzie ze źródłem rzeczywistym warunek (25) nie jest spełniony, nie ma przesłanek do twierdzenia, że kondensator o pojemności wyznaczonej w takim procesie minimalizuje moc pozorną źródła. Konkludując; gdy w obwodzie elektrycznym źródło ma impedancję różną od zera, to proponowany przez Kustersa i Moore'a ortogonalny rozkład prądu źródła i rozkład jego mocy pozornej nie stwarzają podstaw do minimalizacji mocy pozornej źródła, a zatem wniosek W1 nie jest prawdziwy.

W układach elektroenergetycznych moduł impedancji źródeł jest jednak zwykle rzędu zaledwie kilku procent modułu impedancji odbiorników. W tej sytuacji można postawić pytanie, czy nie można wzoru (10) uznać za wzór określający przybliżoną wartość pojemności maksymalizującej współczynnik mocy źródła i za cenę pewnej niedokładności wyników zdyskontować zalety koncepcji Kustersa i Moore'a, tj. jej prostotę i łatwość instrumentalizacji. Oczywiście, na tak sformułowane pytanie nie ma jednoznacznej odpowiedzi. Może ona być jednak negatywna. Wskazują na to wyniki próby zastosowania koncepcji Kustersa i Moore'a do maksymalizacji współczynnika mocy źródła w poniżej przedstawionym obwodzie, o proporcjach parametrów takich, jakie mogą mieć miejsce w systemie elektroenergetycznym.

PRZYKŁAD 6.1. W obwodzie przedstawionym na rys. G.2 źródło napięcia o znormalizowanej pulsacji $\omega_1 = 1$ rad/s ma w napięciu, oprócz harmonicznej podstawowej o wartości skutecznej $E_1 = 100$ V, piątą i siódmą harmoniczną o wartościach skutecznych $E_5 = 3\%\ E_1$, $E_7 = 2\%\ E_1$. Wartość współczynnika mocy źródła $\lambda \triangleq P/S$, wartości iloczynu skalarnego $(\dot{u},i)$ i wartości $\|u\|$, $\|\dot{u}\|$, pozwalające obliczyć moc Q_c oraz pojemność C_e, zestawione są w kolumnie (1) tabeli G.1.



Rys. G.2

czyć moc Q_c oraz

Tabela G.1

		(1)	(2)	(3)	(4)		(6)
C	F	0	0,769	0,610	0,696	...	0,672
λ	-	0,447	0,682	0,800	0,767	...	0,784
$(\dot{u},i)$	$\frac{V.A}{s}$	-7702	-8002	-7916	-7957	...	-7945
$\|u\|$	V	98,10	99,92	99,42	99,67	...	99,59
$\|\dot{u}\|$	$\frac{V}{s}$	100,08	114,52	106,65	109,80	...	108,74
S_c	V.A	-	8800	6468	7617	...	7277
Q_c	V.A	-7549	-6982	-7379	-7223	...	-7277
C_e	F	-0,769	-0,610	-0,696	-0,660	...	-0,672

Włączenie na zaciski odbiornika kondensatora o pojemności $C = -C_e$ zmienia poprzednie wyniki do wartości zestawionych w kolumnie (2), przy czym S_c oznacza moc pozorną włączonego kondensatora. Jest ona różna od mocy $-Q_c$, wyznaczonej przed jego włączeniem. Również pojemność $-C_e$, obliczona z wyników zestawionych w kolumnie (2), jest różna od włączonej pojemności C i jej wartość jest ponownie korygowana. Proces kolejnych korekcji jest zbieżny do wartości zestawionych w kolumnie (6), jednak lepsze wyniki kompensacji, tj. wyższy współczynnik mocy λ, przy mniejszej mocy pozornej kondensatora S_c, były uzyskane wcześniej, przy pojemności $C = 0{,}610$ F (kolumna (3)), przy czym przy pojemności takiej, $C \neq -C_e$ oraz $S_c \neq -Q_c$. Co więcej, wystarczy zwiększyć reaktancję źródła do wartości $\omega_1 L_z = 0{,}03\,\Omega$, aby proces korekcji pojemności nie był zbieżny. Tak więc przy proporcjach i charakterze impedancji źródeł i odbiorników oraz odkształceniach, jakie mogą występować w układach elektroenergetycznych, koncepcja Kustersa i Moore'a może nie dostarczać informacji, mogących być podstawą wyboru wartości pojemności kompensującej.

3. Weryfikacja wniosku W2

Aby wykazać błędność wniosku W2, założymy, że obwód spełnia warunki zapewniające prawdziwość wniosku W1, tj. źródło napięcia jest źródłem idealnym. Prąd źródła, mający szereg (12), może być rozłożony na składowe

$$i_d = G_0U_0 + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} G_n\underline{U}_n \exp\{jn\omega_1 t\} \tag{26}$$

$$i_r = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} jB_n\underline{U}_n \exp\{jn\omega_1 t\}. \tag{27}$$

Ponieważ $(i_d, i_r) = 0$, składowe te są wzajemnie ortogonalne, a więc

$$\|i\|^2 = \|i_d\|^2 + \|i_r\|^2 \tag{28}$$

gdzie

$$\|i_d\| = \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} G_n^2U_n^2} \tag{29}$$

$$\|i_r\| = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} B_n^2U_n^2} \tag{30}$$

Ponieważ, z założenia, źródło jest idealne, zatem kondensator o pojemności $C = -C_e$, włączony na zaciskach odbiornika i zmieniający impedancję widzianą z zacisków źródła do wartości

$$\underline{Y}'_n = G_n + jB_n - jn\omega_1C_e \tag{31}$$

gdzie $C_e < 0$, kompensuje zupełnie moc Q_c i składową i_{qC} prądu źródła i zmniejsza wartość skuteczną składowej i_r do wartości

$$\|i'_r\| = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} (B_n - n\omega_1C_e)^2U_n^2} \tag{32}$$

Po zupełnej kompensacji mocy Q_c spełnione jest zatem równanie

$$\|i_a\|^2 + \|i_{qCr}\|^2 = \|i_d\|^2 + \sum_{n=1}^{\infty} (B_n - n\omega_1C_e)^2U_n^2 \tag{33}$$

a więc pozostaje nie skompensowana moc Q_{cr}, której kwadrat jest równy

$$Q_{cr}^2 = \|u\|^2\|i_{qCr}\|^2 = \|u\|^2\left[\|i_d\|^2 - \|i_a\|^2 + \sum_{n=1}^{\infty} (B_n - n\omega_1C_e)^2U_n^2\right]. \tag{34}$$

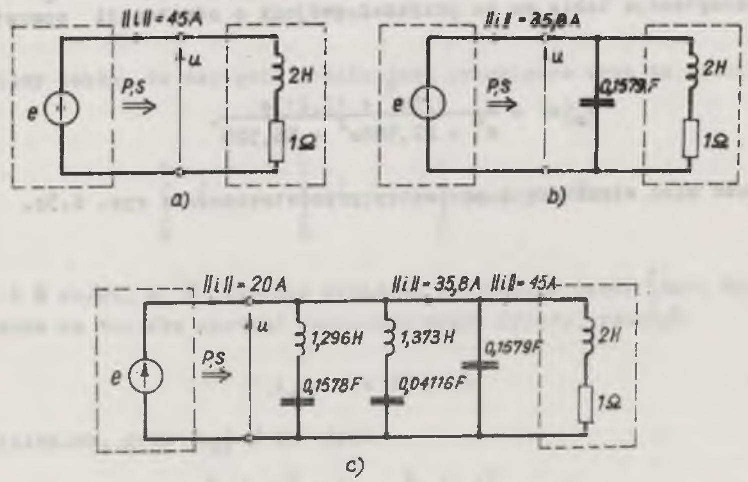
Może zatem istnieć niepusty zbiór liczb, B_{rn}, takich, że

$$0 \leqslant \sum_{n=1}^{\infty} (B_n - n\omega_1C_e + B_{rn})^2U^2 < \sum_{n=1}^{\infty} (B_n - n\omega_1C_e)^2U_n^2 \tag{35}$$

a liczby te mogą być susceptancjami dla częstotliwości $n\omega_1$ dwójnika reaktancyjnego, który włączony równolegle względem kondensatora kompensującego moc Q_c zmniejsza moc Q_{cr} poniżej jej wartości określonej wzorem (34). Tak więc wniosek W2, stwierdzający, że moc Q_{cr} nie jest kompensowalna elementami pasywnymi, nie jest prawdziwy nawet dla źródła idealnego.

Możliwość dalszej poprawy współczynnika mocy źródła, wtedy, gdy skompensowana jest już moc Q_c, ilustruje następujący przykład.

PRZYKŁAD 6.2. Odbiornik przedstawiony na rys. G.3a zasilany jest z idealnego źródła napięcia przemiennego o pulsacji $\omega_1 = 1$ rad/s, przy czym



Rys. G.3

napięcie ma trzy początkowe harmoniczne przebiegu prostokątnego o wartościach skutecznych $E_1 = 100$ V, $E_3 = \frac{1}{3} E_1$, $E_5 = \frac{1}{5} E_1$. Susceptancje odbiornika dla $n = 1,3,5$ są równe $B_1 = -0{,}400$ S, $B_3 = -0{,}16216$S, $B_5 = -0{,}09901$S. Pojemnościowa moc bierna $Q_c = -2935$ VA może być skompensowana kondensatorem o pojemności $C = -C_e = 0{,}1579$ F (rys. G.3b). Wyniki kompensacji zestawione są w kolumnie (2) tabeli G.2.

Tabela G.2

Kompensacja:		(1) brak	(2) $C = -C_e$	(3) komp. złoż.
Q_c	V.A	-2935	0	0
Q_{cr}	V.A	3265	3265	684
$\|i\|$	A	45,1	35,8	20,0
$\|i_r\|$	A	40,4	29,7	0
λ	-	0,42	0,53	0,95

Po kompensacji mocy Q_c pozostaje nie skompensowana moc $Q_{cr} = 3265$ V.A oraz składowa i_r prądu źródła o wartości skutecznej $\|i_r\| = 29{,}7$ A. Składową i_r może zupełnie kompensować dwójnik reaktancyjny, o susceptancjach dla częstotliwości harmonicznych

$$B_{r1} = 0{,}2420\text{S}, \quad B_{r3} = -0{,}3117\text{S}, \quad B_{r5} = -0{,}6907\text{S}$$

włączony równolegle względem kondensatora kompensującego moc Q_c (rys. G.3c). Susceptancje takie ma na przykład dwójnik o admitancji operatorowej

$$Y_r(s) = \frac{1{,}5s^3 + 17{,}217s}{s^4 + 22{,}588s^2 + 86{,}520},$$

i który może mieć strukturę i parametry przedstawione na rys. G.3c.

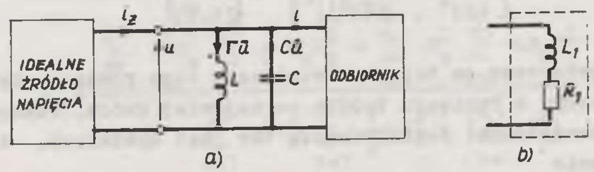
ANEKS H

ANALIZA MOŻLIWOŚCI MINIMALIZACJI WARTOŚCI SKUTECZNEJ PRĄDU ŹRÓDŁA ZASILAJĄCEGO ODBIORNIK RL KONDENSATOREM I INDUKTOREM WŁĄCZONYMI RÓWNOLEGLE WZGLĘDEM ODBIORNIKA

1. Zarys koncepcji optymalnej kompensacji pojemnościowo-indukcyjnej wg C.H. Page'a

Idea optymalnej kompensacji pojemnościowo-indukcyjnej, zaproponowana przez C.H. Page'a [PA 1], może być przedstawiona w sposób następujący.

Przyjmijmy, że na zaciski odbiornika liniowego, stacjonarnego i pasywnego, zasilanego z idealnego źródła napięcia okresowego, o pulsacji $\omega_1 = 1$ rad/s, włączony jest, w sposób przedstawiony na rys. H.1a, kondensator o pojemności C oraz induktor o indukcyjności $L \triangleq 1/\Gamma$.



Rys. H.1

Przyjmijmy także, że napięcie źródła jest przemienne oraz że istnieją całki

$$\int_0^T u^2\, dt, \quad \int_0^T \dot{u}^2\, dt, \quad \int_0^T (i + C\dot{u} + \Gamma\bar{u})^2\, dt \tag{1}$$

gdzie $\dot{u} \triangleq du/dt$, a $\bar{u}$ oznacza składową przemienną całki $\int u dt$. Warunkiem koniecznym na to, aby wartość skuteczna prądu źródła, równego

$$i_z = i + C\dot{u} + \Gamma\bar{u} \tag{2}$$

była minimalna, przy $\|i_z\| \neq 0$, jest

$$\frac{\partial}{\partial C}\|i_z\|^2 = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \Gamma}\|i_z\|^2 = 0 \tag{3}$$

Ponieważ

$$\|i_z\|^2 = \frac{1}{T}\int_0^T (i+C\dot{u}+\Gamma\bar{u})^2 dt =$$

$$= \|i\|^2 + C^2\|\dot{u}\|^2 + \Gamma^2\|\bar{u}\|^2 + 2C(i,\dot{u}) + 2\Gamma(i,\bar{u}) + 2C\Gamma(\dot{u},\bar{u}) \tag{4}$$

zatem z warunków (3) wynika układ równań

$$\begin{aligned} C\|\dot{u}\|^2 + (i,\dot{u}) + \Gamma(\dot{u},\bar{u}) &= 0 \\ C(\dot{u},\bar{u}) + (i,\bar{u}) + \Gamma\|\bar{u}\|^2 &= 0 \end{aligned} \tag{5}$$

Uwzględniając, że

$$(\dot{u},\bar{u}) = \mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} jn\underline{U}_n\left(\frac{\underline{U}_n}{jn}\right)^* = -\sum_{n=1}^{\infty} U_n^2 = -\|u\|^2 \tag{6}$$

układ równań (5) równoważny jest równaniu

$$\begin{bmatrix} -\|\dot{u}\|^2, & \|u\|^2 \\ \|u\|^2, & -\|\bar{u}\|^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} C \\ \Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (i,\dot{u}) \\ (i,\bar{u}) \end{bmatrix} \tag{7}$$

Warunkiem koniecznym na to, aby wyznacznik tego równania był różny od zera, jest obecność w napięciu źródła co najmniej dwóch, różnych od zera, składowych harmonicznych. Jeśli warunek ten jest spełniony, to równanie (7) ma rozwiązanie

$$C = -\frac{\|\bar{u}\|^2(i,\dot{u}) + \|u\|^2(i,\bar{u})}{\|\dot{u}\|^2\|\bar{u}\|^2 - \|u\|^4} \tag{8}$$

$$\Gamma = -\frac{\|u\|^2(i,\dot{u}) + \|u\|^2(i,\bar{u})}{\|\dot{u}\|^2\|\bar{u}\|^2 - \|u\|^4}$$

przy czym, ze względów technicznych, musi być $C > 0$, $L > 0$, a więc $\Gamma > 0$. Ponieważ wyznaczenie funkcjonałów $\|u\|$, $\|\dot{u}\|$, $\|\bar{u}\|$, $(i,\dot{u})$, $(i,\bar{u})$ nie wymaga analizy częstotliwościowej, przedstawiona idea jest dogodna do instrumentalizacji. Ponadto wyznaczenie parametrów dwójnika kompensującego LC nie wymaga znajomości parametrów odbiornika; wystarcza, że dostępny jest prąd i napięcie odbiornika. Jeśli brak jest jednak jakichkolwiek informacji o odbiorniku, nie można stwierdzić, czy równanie (7) ma rozwiązanie dla dodatnich wartości LC, tj. czy dla dodatnich wartości LC istnieje ekstremum wartości skutecznej prądu źródła.

2. <u>Zagadnienie istnienia ekstremum wartości skutecznej prądu źródła zasilającego odbiornik RL, przy kompensacji LC wg Page'a</u>

Ponieważ

$$\|u\|^2 = \sum_{n=1}^{\infty} U_n^2, \quad \|\dot{u}\|^2 = \sum_{n=1}^{\infty} n^2U_n^2, \quad \|\bar{u}\|^2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}U_n^2 \tag{10}$$

$$(i,\dot{u}) = \mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} \underline{Y}_n\underline{U}_n(jn\underline{U}_n)^* = \sum_{n=1}^{\infty} nB_nU_n^2 \tag{11}$$

$$(i,\bar{u}), = \mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} \underline{Y}_n\underline{U}_n\left(\frac{1}{jn}\underline{U}_n\right)^* = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}B_nU_n^2 \tag{12}$$

zatem

$$C = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} U_n^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}B_nU_n^2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}U_n^2 \sum_{n=1}^{\infty} nB_nU_n^2}{\sum_{n=1}^{\infty} n^2U_n^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}U_n^2 - \left(\sum_{n=1}^{\infty} U_n^2\right)^2} \tag{13}$$

$$\Gamma = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} n^2U_n^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}B_nU_n^2 - \sum_{n=1}^{\infty} U_n^2 \sum_{n=1}^{\infty} nB_nU_n^2}{\sum_{n=1}^{\infty} n^2U_n^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}U_n^2 - \left(\sum_{n=1}^{\infty} U_n^2\right)^2} \triangleq \frac{1}{m}. \tag{14}$$

Wykażemy obecnie, że przy poczynionych na wstępie założeniach, wartość skuteczna prądu źródła zasilającego odbiornik rezystancyjno-indukcyjny o strukturze przedstawionej na rys. H.1b, nie może mieć ekstremum dla dodatnich wartości L.

Jeśli napięcie źródła ma nie mniej niż dwie składowe harmoniczne, wówczas

$$m \triangleq \sum_{n=1}^{\infty} n^2U_n^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}U_n^2 - \left(\sum_{n=1}^{\infty} U_n^2\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{r=1}^{\infty}\sum_{s=1}^{\infty}\left(\frac{r^2}{s^2} + \frac{s^2}{r^2}\right)U_r^2U_s^2 - \sum_{r=1}^{\infty}\sum_{s=1}^{\infty} U_r^2U_s^2 =$$

$$= \sum_{r=1}^{\infty}\sum_{s=1}^{\infty}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{r^2}{s^2} + \frac{s^2}{r^2}\right) - 1\right]U_r^2U_s^2 > 0 \tag{15}$$

a więc indukcyjność kompensująca L jest dodatnia, jeśli dodatni jest licznik wyrażenia (14). Oznaczając

$$B_n = -\frac{nX_1}{R_1^2+n^2X_1^2} \triangleq -n\xi_n, \qquad X_1 \triangleq \omega_1 L_1 \tag{16}$$

licznik ten można przekształcić do postaci

$$l \triangleq \sum_{n=1}^{\infty} U_n^2 \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \xi_n U_n^2 - \sum_{n=1}^{\infty} n^2 U_n^2 \sum_{n=1}^{\infty} \xi_n U_n^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} (r^2-s^2)(\xi_r-\xi_s) U_r^2 U_s^2. \tag{17}$$

Ponieważ ξ_n jest malejącą funkcją n, zatem dla dowolnych wartości $r, s \in \mathcal{N}$

$$(r^2-s^2)(\xi_r-\xi_s) < 0, \qquad l < 0 \tag{18}$$

a więc dla dowolnych wartości U_n, R_1, X_1, indukcyjność określona wyrażeniem (14) nie może być dodatnia i stąd wartość skuteczna prądu źródła nie może mieć ekstremum dla dodatnich wartości L. Przyjmijmy teraz, że nie ma żadnych założeń, co do struktury odbiornika i że jest to odbiornik rezystancyjno-indukcyjny. Ponieważ dla każdego dwójnika RL istnieje równoważny dwójnik Fostera, złożony z K równolegle połączonych, szeregowych gałęzi RL, o parametrach R_k, L_k, zatem susceptancję B_n każdego odbiornika RL można przedstawić w postaci

$$B_n = -n \sum_{k=1}^{K} \frac{X_k}{R_k^2+n^2X_k^2} = -n \sum_{k=1}^{K} \xi_{kn} = n\xi_n \tag{19}$$

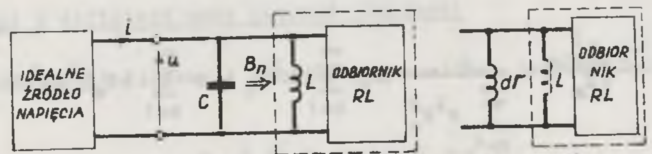
gdzie ξ_n jako suma funkcji malejących jest funkcją malejącą. Nierówności (18) są więc prawdziwe nie tylko dla szeregowej gałęzi RL, lecz dla każdego odbiornika rezystancyjno-indukcyjnego. Tak więc dla odbiornika rezystancyjno-indukcyjnego wartość skuteczna prądu źródła, w obwodzie przedstawionym na rys. H.1a, nie może mieć ekstremum dla dodatnich wartości L.

3. Skuteczność kompensacji LC wg Page'a a skuteczność kompensacji pojemnościowej odbiorników RL

Z wykazanego powyżej braku ekstremum nie wynika jednak wniosek, że analizowany sposób minimalizacji wartości skutecznej prądu źródła jest mniej

skuteczny niż minimalizacja pojemnościowa. Taka teza wymaga osobnego dowodu. Wyodrębnijmy w tym celu z prądu źródła składową i_r (aneks G, wzór (27)), tj. składową zależną od parametrów dwójnika reaktancyjnego, włączonego równolegle względem odbiornika. Jeśli B_n jest susceptancją odbiornika wraz z dołączonym induktorem kompensującym (rys. H.2a), to

$$\|i_r\|^2 = \sum_{n=1}^{\infty} (B_n+nC)^2 U_n^2 = \sum_{n=1}^{\infty} B_n^2 U_n^2 + 2C \sum_{n=1}^{\infty} nB_n U_n^2 + C^2 \sum_{n=1}^{\infty} n^2 U_n^2. \tag{20}$$



a) b)

Rys. H.2

Ponieważ $d^2\|i_r\|^2/dC^2 > 0$, zatem wartość skuteczna tej składowej ma dla pojemności

$$C \triangleq C_0 = -\frac{\sum_{n=1}^{\infty} nB_n U_n^2}{\sum_{n=1}^{\infty} n^2 U_n^2} \tag{21}$$

minimum. Kwadrat minimalnej wartości skutecznej tej składowej jest równy

$$\|i_r\|_{min}^2 = \sum_{n=1}^{\infty} B_n^2 U_n^2 + 2C_0 \sum_{n=1}^{\infty} nB_n U_n^2 + C_0^2 \sum_{n=1}^{\infty} n^2 U_n^2 \tag{22}$$

Zbadajmy znak różniczki zupełnej

$$d\|i_r\|_{min}^2 = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\partial \|i_r\|_{min}^2}{\partial B_m} dB_m \tag{23}$$

przy zmianie susceptancji na zaciskach źródła, spowodowanej dołączeniem gałęzi indukcyjnej (rys. H.2b), dla której $\frac{1}{L} \triangleq d\Gamma$, tj.

$$dB_n = -\frac{1}{n} d\Gamma \tag{24}$$

Ponieważ

$$\frac{\partial \|i_r\|^2_{min}}{\partial B_m} = 2B_mU_m^2 + 2\,\frac{\partial C_o}{\partial B_m}\sum_{n=1}^{\infty} nB_nU_n^2 + 2C_o mB_mU_m^2 + 2C_o\,\frac{\partial C_o}{\partial B_m}\sum_{n=1}^{\infty} n^2U_n^2 \tag{25}$$

$$\frac{\partial C_o}{\partial B_m} = -\frac{m\,U_m^2}{\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2U_n^2} \tag{26}$$

zatem

$$\frac{\partial \|i_r\|^2_{min}}{\partial B_m} = \frac{2}{\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2U_n^2}\,\Big(B_m\sum_{n=1}^{\infty} n^2U_n^2 - m\sum_{n=1}^{\infty} nB_nU_n^2\Big)U_m^2. \tag{27}$$

Z równań (23) oraz (27) wynika więc

$$d\|i_r\|^2_{min} = \frac{2}{\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2U_n^2}\sum_{m=1}^{\infty}\Big(\xi_m\sum_{n=1}^{\infty} n^2U_n^2 - m\sum_{n=1}^{\infty} n\xi_nU_n^2\Big)U_m^2\,d\Gamma =$$

$$= \frac{1}{\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2U_n^2}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}(m-n)(m\xi_n-n\xi_m)U_m^2U_n^2\,d\Gamma. \tag{28}$$

Ponieważ dla każdego odbiornika RL

$$m\xi_n - n\xi_m = m\sum_{k=1}^{K}\frac{X_k}{R_k^2+n^2X_k^2} - n\sum_{k=1}^{K}\frac{X_k}{R_k^2+m^2X_k^2} =$$

$$\sum_{k=1}^{K}\frac{X_kR_k^2(m-n) + X_k^3(m^3-n^3)}{(R_k^2+n^2X_k^2)(R_k^2+m^2X_k^2)} \tag{29}$$

a więc

$$\mathrm{sgn}\{m-n\} = \mathrm{sgn}\{m\xi_n-n\xi_m\}. \tag{30}$$

zatem różniczka zupełna (28) jest stale dodatnia.

Wynika z tego, że wprowadzenie indukcyjności L może tylko powiększyć minimalną wartość $\|i_r\|$, osiągalną przy kompensacji pojemnościowej, tj może tylko zmniejszyć skuteczność minimalizacji wartości skutecznej prądu źródła.

ANEKS I

KOMPENSACJA MOCY BIERNEJ INDYWIDUALNYCH HARMONICZNYCH PRĄDU I NAPIĘCIA ODBIORNIKA

1. Uwagi o definicji mocy biernej (Budeanu)

Jeśli odbiornik liniowy i stacjonarny zasilany jest napięciem sinusoidalnym

$$u_n \triangleq \sqrt{2}\,U_n\cos(n\omega_1t+\alpha_n) \tag{1}$$

tj. o pulsacji n-tej harmonicznej, to prąd odbiornika jest równy

$$i_n \triangleq \sqrt{2}\,I_n\cos(n\omega_1t+\alpha_n-\varphi_n) \tag{2}$$

a jego moc chwilowa

$$p_n \triangleq u_ni_n = P_n\left[1+\cos 2(n\omega_1t+\alpha_n)\right] + Q_n\sin 2(n\omega_1t+\alpha_n) \tag{3}$$

gdzie

$$P_n \triangleq U_nI_n\cos\varphi_n, \quad Q_n \triangleq U_nI_n\sin\varphi_n.$$

Moc bierna Q_n jest amplitudą składowej przemiennej mocy chwilowej, przy czym pojęcie "amplituda" jest tu uogólnione w tym sensie, że może mieć ona wartości ujemne.

Gdy odbiornik jest złożony z pewnej liczby K dwójników, to składowe przemienne mocy chwilowej każdego z dwójników mogą się różnić tylko amplitudą Q_{kn}; ich faza i częstotliwość są wzajemnie równe. Aby wyznaczyć amplitudę składowej przemiennej mocy chwilowej odbiornika, tj. jego moc bierną Q_n, wystarczy więc dodać amplitudy Q_{kn}, mianowicie

$$Q_n = \sum_{k=1}^{K} Q_{kn} \tag{4}$$

i taki jest sens fizyczny addytywności mocy biernej w obwodach o przebiegach sinusoidalnych.

Prąd odbiornika może być rozłożony na składowe

$$i_{dn} \triangleq \sqrt{2}\,I_n\cos\varphi_n\cos(n\omega_1t+\alpha_n) \tag{5}$$

$$i_{rn} \hat{=} \sqrt{2}\, I_n \sin\varphi_n \sin(n\omega_1 t+\alpha_n). \tag{6}$$

Ponieważ są one wzajemnie ortogonalne, tj. $(i_{dn}, i_{rn}) = 0$, zatem

$$\|i_n\|^2 = \|i_{dn}\|^2 + \|i_{rn}\|^2 = \left(\frac{P_n}{U_n}\right)^2 + \left(\frac{Q_n}{U_n}\right)^2 \tag{7}$$

a więc źródło wydaje moc czynną P_n przy najmniejszej wartości skutecznej prądu $\|i_n\|$ wtedy, gdy $Q_n = 0$.

Niech napięcie u_n będzie składową harmoniczną napięcia odbiornika oraz przyjmijmy, że napięcie to jest przemienne, tj.

$$u \hat{=} \sum_{n=1}^{\infty} u_n.$$

C.I. Budeanu, definiując [BU 1] moc bierną wzorem

$$Q_B \hat{=} \sum_{n=1}^{\infty} U_n I_n \sin\varphi_n = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n \tag{8}$$

przyjął, że jest ona równa sumie amplitud Q_n składowej przemiennej mocy chwilowej wszystkich indywidualnych harmonicznych prądu i napięcia odbiornika.

Tak zdefiniowana wielkość Q_B musi spełniać zasadę bilansu, tj. moc bierna Q_B odbiornika zbudowanego z K dwójników jest równa sumie mocy Q_{Bk} każdego z tych dwójników. Jest to konsekwencją możliwości zamiany kolejności sumowania, gdyż na podstawie (4)

$$Q_B = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\sum_{k=1}^{K} Q_{kn}\right) = \sum_{k=1}^{K}\left(\sum_{n=1}^{\infty} Q_{kn}\right) = \sum_{k=1}^{K} Q_{Bk}. \tag{9}$$

Definicja (8) wyraża, że moc bierna Q_B jest sumą amplitud składowych przemiennych mocy chwilowej wszystkich harmonicznych prądu i napięcia odbiornika. Przy pewnym formalnym podobieństwie wyrażeń (4) i (8), których konsekwencją jest wzór (9), zawarta jest w nich zgoła odmienna treść fizyczna i matematyczna. O ile wyrażenie (4) określa sposób wyznaczania amplitudy składowej przemiennej mocy chwilowej odbiornika, umożliwiony zgodnością częstotliwości i zgodnością fazy tej składowej wszystkich elementów odbiornika, to wyrażenie (8) oznacza dodawanie, w sposób formalny amplitud składowej przemiennej mocy chwilowej o różnych częstotliwościach oraz o różnych fazach, wskutek czego ich suma Q_B pozbawiona jest jakichkolwiek informacji o składowej przemiennej mocy chwilowej odbiornika.

Niedostrzeganie bądź też niedocenianie tej różnicy zaciążyło, zdaniem autora, na całym rozwoju teorii mocy obwodów o przebiegach odkształconych.

2. Moc bierna indywidualnych harmonicznych a wartość skuteczna prądu źródła

Gdy odbiornik ma moc czynną $P = \sum_{n=1}^{\infty} P_n$, to kwadrat wartości skutecznej prądu źródła ma wartość

$$\|i\|^2 = \sum_{n=1}^{\infty} \|i_n\|^2 = \sum_{n=1}^{\infty} \|i_{dn}\|^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \|i_{rn}\|^2 = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{P_n}{U_n}\right)^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{Q_n}{U_n}\right)^2 \tag{10}$$

zatem odbiorniki różniące się, przy napięciu u, wartością

$$\|i_r\|^2 = \sum_{n=1}^{\infty} \|i_{rn}\|^2 = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{Q_n}{U_n}\right)^2 \tag{11}$$

są ze względu na moc czynną P wzajemnie równoważne. Wartość skuteczna prądu źródła, przy nie zmienionym napięciu odbiornika oraz przy nie zmienionych mocach P_n, może być zmniejszana, jeśli może być zmniejszana wartość formy (11). Aby wartość skuteczna prądu źródła była nie większa niż

$$\|i_d\| = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{P_n}{U_n}\right)^2} \tag{12}$$

wystarcza, że wartość formy (11) jest równa zeru. Jest to także warunek konieczny. Warunek ten jest spełniony tylko wtedy, gdy dla każdego $n \in \mathcal{N}$, $Q_n = 0$, a więc tylko wtedy, gdy $Q_B = 0$. Jednak zerowa wartość mocy biernej Q_B (Budeanu) jest tylko warunkiem koniecznym, aby wartość skuteczna prądu źródła była nie większa niż $\|i_d\|$, nie jest natomiast warunkiem wystarczającym.

Włączmy równolegle względem odbiornika pewien dwójnik reaktancyjny i oznaczmy moc bierną harmonicznych tego dwójnika przez Q_{rn}. Jeśli napięcie odbiornika nie zależy od prądu źródła, to dwójnik ten nie zmienia składowych i_{dn} prądu źródła, natomiast

$$\|i_r\|^2 = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{Q_n + Q_{rn}}{U_n}\right)^2. \tag{13}$$

W szczególności, $\|i_r\| = 0$, gdy dla każdego $n \in \mathcal{N}$

$$Q_{rn} = -Q_n \qquad (14)$$

tj. gdy skompensowana jest osobno moc bierna każdej harmonicznej prądu i napięcia odbiornika.

Moc bierna harmonicznych Q_n zależy zarówno od parametrów odbiornika, jak i od parametrów źródła, jednak te ostatnie do warunku kompensacji mocy biernej harmonicznych bezpośrednio nie wchodzą. Mianowicie, gdy odbiornik ma dla częstotliwości harmonicznych admitancję

$$\underline{Y}_n \triangleq Y_n \exp\{-j\varphi_n\} \triangleq G_n + jB_n \qquad (15)$$

to

$$Q_n = U_n I_n \sin\varphi_n = -B_n U_n^2. \qquad (16)$$

Gdy ponadto napięcie odbiornika ma skończoną liczbę harmonicznych, których indeksy h tworzą zbiór $\mathcal{M}$, tj. dla $n \notin \mathcal{M}$, $Q_n = 0$, to warunek (14) jest spełniony dla każdego $n \in \mathcal{N}$ wtedy, gdy dołączony dwójnik reaktancyjny ma admitancję $\underline{Y}_{rh} \triangleq jB_{rh}$ taką, że dla każdego $h \in \mathcal{M}$

$$B_{rh} = -B_h. \qquad (17)$$

Chociaż warunek kompensacji mocy biernej harmonicznych (17) wiąże tylko susceptancje odbiornika i dwójnika reaktancyjnego, jednak są w nim także ukryte parametry źródła, które określają zbiór $\mathcal{M}$, oraz poprzez pulsację ω_1 obie susceptancje B_h i B_{rh}.

3. Synteza reaktancyjnego dwójnika kompensacyjnego

Oznaczmy przez $B_r(\omega)$ rzeczywistą i nieparzystą funkcję częstotliwości, która w punktach $\omega = h\omega_1$, $h \in \mathcal{M}$, ma wartość B_{rh}. Jest ona susceptancją dwójnika reaktancyjnego wtedy i tylko wtedy, gdy jest stale rosnącą funkcją częstotliwości, tj. dla $\omega \in \mathcal{R}^{(*)}$

$$\frac{\partial}{\partial\omega} B_r(\omega) > 0 \qquad (18)$$

z wyjątkiem, co najwyżej, skończonej liczby punktów (biegunów), i gdy ponadto

$$B_r(0) = 0 \quad \text{lub} \quad B_r(0_+) = -\infty \qquad (19)$$

*) $\mathcal{R}$ jest zbiorem liczb rzeczywistych.

oraz

$$\lim_{\omega\to\infty} B_r(\omega) = 0 \quad \text{lub} \quad \lim_{\omega\to\infty} B_r(\omega) = \infty . \qquad (20)$$

Niech $Y_r(s)$ jest admitancją operatorową dwójnika reaktancyjnego, taką, że $\mathrm{Im}\{Y_r(j\omega)\} = B_r(\omega)$ i przedstawmy ją w postaci

$$Y_r(s) \triangleq A\, f_o(s) \frac{(s^2+z_1^2)\ldots(s^2+z_i^2)\ldots(s^2+z_n^2)}{(s^2+p_1^2)\ldots(s^2+p_i^2)\ldots(s^2+p_m^2)} \qquad (21)$$

gdzie $\pm p_i$ jest biegunem susceptancji $B_r(\omega)$, $\pm z_i$ jest zerem susceptancji $B_r(\omega)$, A jest liczbą rzeczywistą, dodatnią, zaś funkcja $f_o(s)$, równa alternatywnie

$$f_o(s) \triangleq \frac{1}{s} \quad \text{lub} \quad f_o(s) \triangleq s \qquad (22)$$

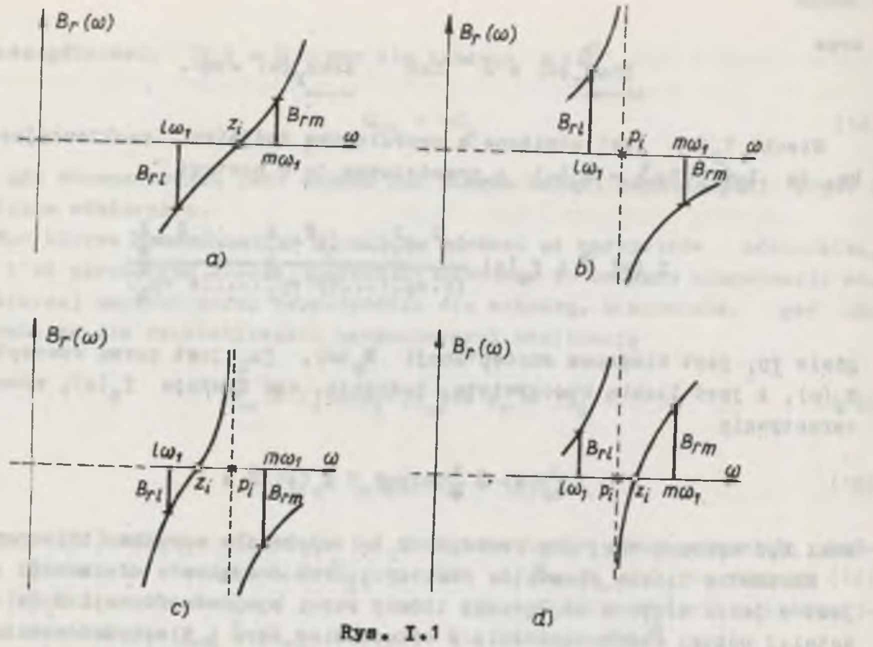
musi być wybrana tak, aby funkcja $B_r(\omega)$ spełniała warunki (19) oraz (20).

Minimalna liczba elementów reaktancyjnych dwójnika o admitancji (21) jest o jeden większa od łącznej liczby zer i biegunów funkcji $B_r(\omega)$ na dodatniej półosi częstotliwości, z wyłączeniem zera i nieskończoności, tj. $0 < \omega < \infty$ i równa jest liczbie parametrów N, określających admitancję $Y_r(s)$, z dokładnością do funkcji $f_o(s)$, tj. N liczb A, z_i, p_i, przy czym N musi być dostatecznie duże, aby funkcja $B_r(\omega)$ spełniała jednocześnie warunki (18) oraz (17). Aby wyznaczyć minimalną wartość N, porządkujemy zbiór $\mathcal{M}$ tak, aby jego elementy h tworzyły ciąg rosnący. Niech symbol $\{l, m\}$ oznacza parę sąsiednich elementów uporządkowanego zbioru $\mathcal{M}$, przy czym $l < m$ oraz $k \triangleq \min\{h\}$, $r \triangleq \max\{h\}$, tj.

$$\mathcal{M} \triangleq \{k, \ldots, l, m, \ldots, r\}. \qquad (23)$$

Oznaczmy przez M liczbę elementów zbioru $\mathcal{M}$. Każdej spośród $M-1$ par $\{l, m\}$ przyporządkowujemy parę pulsacji $\{l\omega_1, m\omega_1\}$ i parę susceptancji $\{B_{rl}, B_{rm}\}$. Aby funkcja $B_r(\omega)$ spełniała warunek (18), musi mieć między pulsacjami $l\omega_1$, $m\omega_1$ każdej pary, zależnie od znaków susceptancji B_{rl}, B_{rm}, biegun, zero lub biegun i zero. W szczególności, musi mieć

- zero, gdy $B_{rl} < 0, \quad B_{rm} > 0,$ (rys. I.1a)
- biegun, gdy $B_{rl} > 0, \quad B_{rm} < 0,$ (rys. I1.b) (24)
- biegun i zero, gdy $\mathrm{sgn}\{B_{rl}\} = \mathrm{sgn}\{B_{rm}\}$ (rys. I.1od)



Rys. I.1

Łączna liczba zer i biegunów funkcji $B_r(\omega)$ w przedziale $0 < \omega < \infty$ jest więc nie mniejsza niż liczba par $\{l,m\}$, tj. nie mniejsza niż M-1 oraz nie większa niż 2(M-1). Zatem liczba parametrów N, określających admitancję $Y_r(s)$, ograniczona jest nierównością

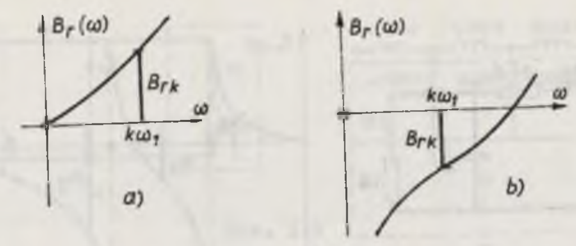
$$M \leqslant N \leqslant 2M-1 \tag{25}$$

a ich obliczenie wymaga rozwiązania M równań, wynikających z warunku (17). Gdy liczba parametrów N jest większa od liczby równań M, pozostałe parametry mogą być wybrane w sposób dowolny, z tym że jeśli są to zera lub bieguny, to muszą być one zlokalizowane zgodnie z warunkami (24), a jeśli jest to współczynnik A, to musi być liczbą rzeczywistą, dodatnią.

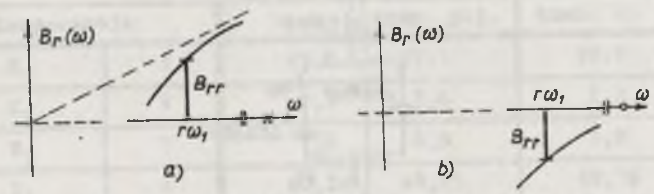
Aby funkcja $Y_r(s)$, mająca zera i bieguny spełniające warunki lokalizacji (24), była admitancją dwójnika reaktancyjnego, muszą być jeszcze określone wartości $B_r(0)$ i $\lim\limits_{\omega\to\infty} B_r(\omega)$ oraz musi być wybrana funkcja $f_o(s)$ tak, aby funkcja $Y_r(s)$ spełniała warunki (19) i (20). Wartości $B_r(0)$ i $\lim\limits_{\omega\to\infty} B_r(\omega)$ są określone znakami susceptancji granicznych B_{rk} i B_{rr}, mianowicie:

gdy $B_{rk} > 0$, to $B_r(0) = 0$; gdy $B_{rk} < 0$, to $B_r(0) = -\infty$ (rys. I.2ab)

gdy $B_{rr} > 0$, to $\lim\limits_{\omega\to\infty} B_r(\omega) = \infty$, gdy $B_{rr} < 0$, to $\lim\limits_{\omega\to\infty} B_r(\omega) = 0$ (rys. I.3ab)



Rys. I.2



Rys. I.3

4. Przykłady kompensacji

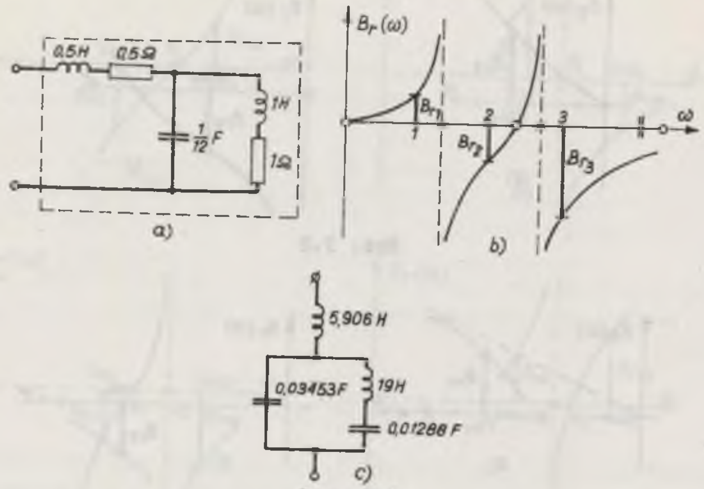
Poniżej przedstawione są dwa przykłady, ilustrujące skuteczność poprawy współczynnika mocy źródła przy kompensacji mocy biernej indywidualnych harmonicznych oraz złożoność dwójnika kompensującego, zaczerpnięte z pracy [CZ 26].

PRZYKŁAD I.1. Odbiornik, przedstawiony na rys. I.4a, zasilany jest z idealnego źródła napięcia, o znormalizowanej pulsacji $\omega_1 = 1$ rad/s i napięciu mającym pierwszą, drugą i trzecią harmoniczną, o wartościach skutecznych $E_1 = 100$ V, $E_2 = 50$ V, $E_3 = 30$ V. Admitancja odbiornika dla $n = 1,2,3$ jest równa

$$\underline{Y}_1 = G_1+jB_1 = (0{,}02749-j0{,}07419)S, \qquad Y_1 = 0{,}07912\ S$$
$$\underline{Y}_2 = G_2+jB_2 = (0{,}01231+j0{,}09060)S, \qquad Y_2 = 0{,}09143\ S$$
$$\underline{Y}_3 = G_3+jB_3 = (0{,}04264+j0{,}26819)S, \qquad Y_3 = 0{,}27150\ S$$

a jego moc czynna $P = \sum\limits_{n=1}^{3} G_n E_n^2 = 344{,}23$ W. Dwójnik kompensujący moc bierną poszczególnych harmonicznych, o rozkładzie zer oraz biegunów oraz wykresie susceptancji przedstawionym na rys. I.4b, może mieć admitancję operatorową

$$Y_r(s) = \frac{0{,}1692s^3 + 0{,}9496s}{s^4 + 10{,}512s^2 + 20{,}031}$$



Rys. I.4

oraz strukturę i parametry przedstawione na rys. I.4c. Wyniki kompensacji zestawione są w tabeli I.1

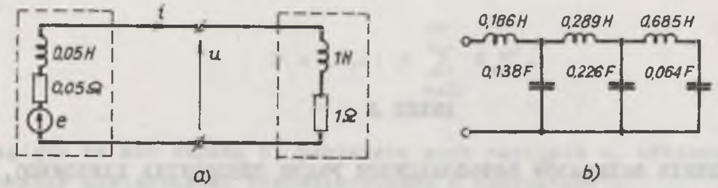
Tabela I.1

Kompensacja:		brak	komp. LC
I_1	A	7,91	2,75
I_2	A	4,57	0,62
I_3	A	8,14	1,29
$\|i\|$	A	12,24	3,10
λ	-	0,24	0,96

PRZYKŁAD I.2. W obwodzie przedstawionym na rys. I.5a, ω_1 = 1 rad/s, E_1 = 100 V, E_5 = 2 V, E_7 = 1 V. Przy kompensacji pojemnościowej współczynnik mocy źródła ma wartość maksymalną, gdy $C = C_{opt}$ = 0,403 F. Moce bierne indywidualnych harmonicznych kompensuje dwójnik o admitancji operatorowej

$$Y_r(s) = \frac{5.383s^5 + 375.35s^3 + 5840.6s}{s^6 + 108.75s^4 + 2826.2s^2 + 13660}$$

i strukturze przedstawionej na rys. I.5b. Wyniki obu sposobów kompensacji zestawione są w tabeli I.2.



Rys. I.5

Tabela I.2

Kompensacja:		brak	komp. poj.	komp. LC
U_1	V	95,2	97,1	97,5
U_5	V	1,9	3,6	2,0
U_7	V	1,0	6,5	1,0
I_1	A	67,34	49,45	48,76
I_5/I_1	%	0,55	13,3	0,16
I_7/I_1	%	0,20	35,1	0,04
$\|i\|$	A	67,34	52,82	48,76
λ	-	0,71	0,92	1,0

Tak więc kompensacja mocy biernej indywidualnych harmonicznych, jakkolwiek wymaga złożonych dwójników kompensujących, pozwala radykalnie zmniejszyć odkształcenie zarówno prądu źródła, jak i napięcia na jego zaciskach.

ANEKS J

ROZSZERZENIE ROZKŁADÓW ORTOGONALNYCH PRĄDU ODBIORNIKA LINIOWEGO, WPROWADZONYCH PRZEZ FRYZEGO ORAZ SHEPHERDA I ZAKIKHANIEGO

1. Podstawy

Oznaczmy przez L_T^2 przestrzeń liniową funkcji okresowych f, o okresie T i całkowalnych z kwadratem w przedziale $\langle 0,T\rangle$ oraz załóżmy, że napięcie odbiornika, mające szereg

$$u \triangleq U_0 + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} \underline{U}_n \exp\{jn\omega_1 t\}, \qquad \omega_1 \triangleq \frac{2\pi}{T} \tag{1}$$

i prąd odbiornika, mający szereg

$$i \triangleq I_0 + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} \underline{I}_n \exp\{jn\omega_1 t\} \tag{2}$$

są elementami w tej przestrzeni. Oznaczmy przez

$$(f_r, f_s) \triangleq \frac{1}{T}\int_0^T f_r f_s \, dt = \mathrm{Re}\sum_{n=0}^{\infty} \underline{F}_{rn}\underline{F}_{sn}^{*} \tag{3}$$

iloczyn skalarny elementów f_r, f_s oraz przez

$$\|f\| \triangleq \sqrt{(f,f)} = \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} F_n^2} \tag{4}$$

normę w przestrzeni L_T^2.

Załóżmy, że odbiornik jest liniowy i stacjonarny, o admitancji dla częstotliwości harmonicznych funkcji z przestrzeni L_T^2 równej $Y(jn\omega_1) \triangleq \underline{Y}_n$ i ma konduktancję i susceptancję równą, odpowiednio

$$G_n \triangleq \mathrm{Re}\{\underline{Y}_n\}, \qquad B_n \triangleq \mathrm{Im}\{\underline{Y}_n\} \tag{5}$$

a więc pobiera on ze źródła moc czynną

$$P = (u,i) = \sum_{n=0}^{\infty} G_n U_n^2. \tag{6}$$

Ze względu na moc czynną P, pobieraną przy napięciu u, odbiornik ten jest równoważny odbiornikowi rezystancyjnemu o konduktancji

$$G_e \triangleq \frac{P}{\|u\|^2} \tag{7}$$

nazywanej poniżej konduktancją równoważną odbiornika.

Przyjmijmy, że prąd tego rezystancyjnego odbiornika, zasilanego napięciem u

$$i_a \triangleq G_e u = G_e U_0 + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} G_e \underline{U}_n \exp\{jn\omega_1 t\} \tag{8}$$

jest składnikiem prądu i określonego szeregiem (2). Reszta

$$i - i_a = (G_0 - G_e)U_0 + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} (G_n - G_e + jB_n)\underline{U}_n \exp\{jn\omega_1 t\} \tag{9}$$

jest ortogonalna względem napięcia odbiornika, gdyż

$$(u, i - i_a) = (u,i) - (u,i_a) = P - P = 0 \tag{10}$$

i może być rozłożona na składowe

$$i_s \triangleq (G_0 - G_e)U_0 + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} (G_n - G_e)\underline{U}_n \exp\{jn\omega_1 t\} \tag{11}$$

$$i_r \triangleq \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} jB_n\underline{U}_n \exp\{jn\omega_1 t\}. \tag{12}$$

Prąd odbiornika może być więc przedstawiony w postaci sumy

$$i = i_a + i_s + i_r \tag{13}$$

przy czym wielkości i_a, i_s, i_r są wektorami w przestrzeni L_T^2.

Ponieważ

$$(i_s, i_r) = \mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty} (G_n - G_e)\underline{U}_n (jB_n\underline{U}_n)^{*} = 0 \tag{14}$$

$$(i_r, i_a) = \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} jB_n\underline{U}_n Ge\underline{U}_n^* = 0 \tag{15}$$

$$(i_a, i_s) = \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{\infty} Ge\underline{U}_n(G_n - G_e)\underline{U}_n^* =$$

$$= G_e \left(\sum_{n=0}^{\infty} G_n U_n^2 - G_e \sum_{n=0}^{\infty} U_n^2\right) = G_e(P-P) = 0 \tag{16}$$

zatem składowe i_a, i_s, i_r prądu odbiornika są wzajemnie ortogonalne, a więc ich normy w przestrzeni L_T^2, tj. ich wartości skuteczne, spełniają relację

$$\|i\|^2 = \|i_a\|^2 + \|i_s\|^2 + \|i_r\|^2 \tag{17}$$

gdzie

$$\|i_a\| = \frac{P}{\|u\|} \tag{18}$$

$$\|i_s\| = \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} (G_n - G_e)^2 U_n^2} \tag{29}$$

$$\|i_r\| = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} B_n^2 U_n^2}. \tag{20}$$

2. Interpretacja

Rozkład (13) prądu odbiornika ujawnia przyczyny powodujące, że w obwodzie liniowym, zasilanym ze źródła napięcia okresowego, wartość skuteczna prądu źródła (17) może być większa niż jej wartość wtedy, gdy źródło to zasila odbiornik rezystancyjny, pobierający tę samą moc czynną. Powiększenie wartości skutecznej prądu źródła może być spowodowane wzajemnym przesunięciem fazowym harmonicznych prądu i napięcia źródła oraz rozrzutem konduktancji odbiornika dla częstotliwości harmonicznych. W pierwszym przypadku miarą tego powiększenia jest wartość $\|i_r\|$, w drugim - wartość $\|i_s\|$. Gdy napięcie źródła ma skończoną liczbę harmonicznych, wówczas składowa i_r jest całkowicie kompensowalna dwójnikiem reaktancyjnym włączonym równolegle względem odbiornika (aneks I). Składową i_s prądu mógłby kompensować, bez zmiany pozostałych składowych, pewien hipotetyczny dwójnik włączony na zaciski odbiornika, który dla częstotliwości harmonicznych napięcia miałby konduktancję $G_e - G_n$, przyjmującą zarówno wartości dodatnie, jak i ujemne. Dwójnik pasywny o takich właściwościach nie istnieje, a więc składowa i_s nie jest kompensowalna dwójnikiem pasywnym włączonym na zaciski odbiornika. Tak więc wartość współczynnika mocy źródła równa

$$\lambda \triangleq \frac{P}{S} = \frac{\|i_a\|}{\sqrt{\|i_a\|^2 + \|i_s\|^2 + \|i_r\|^2}} \tag{21}$$

nie może być na drodze kompensacji równoległej dwójnikiem pasywnym zwiększona ponad wartość

$$\lambda = \frac{\|i_a\|}{\sqrt{\|i_a\|^2 + \|i_s\|^2}}. \tag{22}$$

Przedstawiony ortogonalny rozkład prądu odbiornika prowadzi w naturalny sposób do następującego rozkładu mocy pozornej źródła. Mnożąc tożsamość (17) przez kwadrat wartości skutecznej napięcia i oznaczając

$$\|u\|\,\|i\| \triangleq S, \quad \|u\|\,\|i_s\| \triangleq Q_s, \quad \|u\|\,\|i_r\| \triangleq Q_r \tag{23}$$

otrzymujemy tożsamość

$$S^2 = P^2 + Q_s^2 + Q_r^2. \tag{24}$$

3. Relacja między proponowanym rozkładem a rozkładami Fryzego oraz Shepherda i Zakikhaniego

Rozkład prądu odbiornika na składowe i_a, i_s, i_r oraz odpowiadający mu rozkład mocy pozornej źródła rozszerza i pogłębia zarówno rozkład prądu i mocy, wprowadzony przez S. Fryzego [FR 1, 2], jak i rozkład tych wielkości proponowany przez W. Shepherda i P. Zakikhaniego [SZ 2], tworząc pomost między tymi dwiema koncepcjami. Mianowicie, porównując tożsamość (13) z rozkładem Fryzego (aneks F, wzór (8)), otrzymujemy

$$i_b = i_s + i_r \tag{25}$$

a zatem

$$\|i_b\|^2 = \|i_s\|^2 + \|i_r\|^2 \tag{26}$$

oraz

$$Q_F^2 = Q_s^2 + Q_r^2. \tag{27}$$

Porównując natomiast tożsamość (13) z rozkładem Shepherda i Zakikhaniego aneks F, wzór (22)], otrzymujemy

$$i_R = i_a + i_s \qquad (28)$$

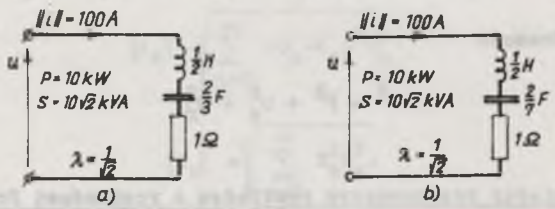
$$\|i_R\|^2 = \|i_a\|^2 + \|i_s\|^2 \qquad (29)$$

oraz

$$Q_R^2 = P^2 + Q_s^2. \qquad (30)$$

Wzory (25) ÷ (30) wyjaśniają więc, niejasny pierwotnie, sens wielkości i_b, Q_F oraz i_R, Q_R obu koncepcji.

PRZYKŁAD J.1. Na rys. J.1a,b przedstawione są dwa odbiorniki,które zasilane ze źródła o napięciu $u = 100\sqrt{2}$ (sin t + sin 3t)V, tj. $\|u\| = 100\sqrt{2}$ V mają moc czynną $P = 10$ kW przy mocy pozornej źródła $S = 10\sqrt{2}$ kV.A, a więc współczynnik mocy źródła $\lambda = 1/\sqrt{2}$, $Q_F = 10$ kV.A, $G_e = 0,5$ S. Należy zwrócić uwagę, że jeśli do opisu właściwości energetycznych obu odbiorników użyje się aparatu pojęciowego teorii Fryzego, to są one wzajemnie nierozróżnialne.



Rys. J.1

Odbiornik przedstawiony na rys. J.1a ma admitancję

$$\underline{Y}_1 = (0,5+j0,5)\text{S}, \qquad \underline{Y}_3 = (0,5-j0,5)\text{S}$$

zatem

$$\|i_a\| = 50\sqrt{2}\text{ A}, \qquad \|i_s\| = 0, \qquad \|i_r\| = 50\sqrt{2}\text{ A}$$

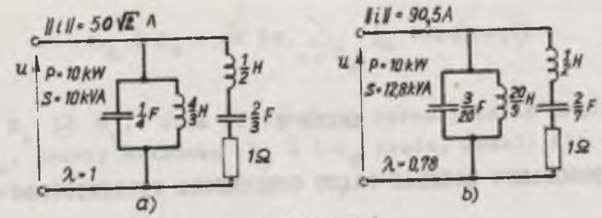
a więc wartość współczynnika mocy źródła może być powiększona (rys. J.2a) do $\lambda = 1$. Drugi z odbiorników ma admitancję

$$\underline{Y}_1 = (0,1+j0,3)\text{S}, \qquad \underline{Y}_3 = (0,9-j0,3)\text{S}$$

zatem

$$\|i_a\| = 50\sqrt{2}\text{ A}, \qquad \|i_s\| = 40\sqrt{2}\text{ A}, \qquad \|i_r\| = 30\sqrt{2}\text{ A}$$

i wartość współczynnika mocy źródła nie może być poprzez kompensację równoległą dwójnikiem reaktancyjnym powiększona ponad wartość $\lambda = 0,78$, tzn. moc pozorna źródła nie może być mniejsza niż $S = 12,8$ kV.A.



Rys. J.2

Konkludując, można stwierdzić, że proponowany rozkład mocy pozornej źródła, będący konsekwencją rozkładu prądu na składowe ortogonalne i_a, i_s, i_r, zawiera w sobie zarówno rozkład S. Fryzego, jak i rozkład W. Shepherda i P. Zakikhaniego oraz tłumaczy niejasne elementy obu tych rozkładów. Przede wszystkim jednak rozkład ten ujawnia składnik mocy pozornej źródła, kompensowalny równolegle włączonym dwójnikiem pasywnym i składnik tej mocy, który nie jest kompensowalny takim dwójnikiem.

ANEKS K

ORTOGONALNY ROZKŁAD PRĄDU ODBIORNIKA NIELINIOWEGO

1. Identyfikacja składowych ortogonalnych prądu idealnego źródła napięcia

Załóżmy, że napięcie przemienne u idealnego źródła napięciowego, zasilającego odbiornik nieliniowy, jest elementem w przestrzeni L_T^2, określonej w aneksie J. Niech elementami przestrzeni L_T^2 będą także funkcje o okresie $T_1 \triangleq T/k$, gdzie k jest liczbą całkowitą i załóżmy, że prąd i odbiornika jest takim elementem. Wielkości u, i mogą być jednocześnie zarejestrowane i mogą być dla $n \in \mathcal{N}$ obliczone całki

$$\frac{\sqrt{2}}{T}\int_0^T u \exp\{-jn2\pi/T\}dt \triangleq \underline{U}_n \triangleq U_n \exp\{j\alpha_n\} \qquad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{T}\int_0^T i \exp\{-jn2\pi/T\}dt = \underline{I}_n \triangleq I_n \exp\{j\psi_n\} \qquad (2)$$

a także wartość średnia prądu I_0.

Oznaczmy przez U_{max}, I_{max} największe liczby ciągów $\{U_n\}$, $\{I_n\}$ i przez N_u - zbiór liczb takich, że $U_n/U_{max} > \delta_u$, a przez N_i zbiór liczb takich, że $I_n/I_{max} > \delta_i$, gdzie δ_u oraz δ_i oznaczają małe, umownie wybrane liczby rzeczywiste. Z harmonicznych prądu i napięcia o numerach należących do zbiorów N_u, N_i utwórzmy wielomiany trygonometryczne aproksymujące prąd i napięcie odbiornika, przy czym pamiętając, że wielomiany te jedynie aproksymują napięcie i prąd odbiornika, zachowujemy oznaczenia u, i, a więc

$$\sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n \in N_u} \underline{U}_n \exp\{jn\omega_1 t\} = u, \qquad \omega_1 \triangleq \frac{2\pi}{T} \qquad (3)$$

$$I_0 + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n \in N_i} \underline{I}_n \exp\{jn\omega_1 t\} = i. \qquad (4)$$

Z prądu odbiornika mogą być wyodrębnione wszystkie harmoniczne o numerach nie należących do zbioru N_u oraz wartość średnia I_0. Ich suma tworzy składową i_g prądu odbiornika

$$i_g \triangleq I_0 + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n \in N_g} \underline{I}_n \exp\{jn\omega_1 t\} \qquad (5)$$

gdzie $N_g \triangleq N_i \ominus N_u$. Suma pozostałych harmonicznych prądu, o numerach ze zbioru N_u, tworzy składową $i_p \triangleq i - i_g$ prądu. Jeżeli dla $n \in N_u$ obliczymy ilorazy

$$\frac{\underline{I}_n}{\underline{U}_n} \triangleq \underline{\Lambda}_n \triangleq \gamma_n + j\beta_n \qquad (6)$$

gdzie γ_n i β_n są liczbami rzeczywistymi, zależnymi od napięcia na zaciskach odbiornika, to składowa i_p może być przedstawiona w postaci

$$i_p = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n \in N_u} (\gamma_n + j\beta_n)\underline{U}_n \exp\{jn\omega_1 t\}. \qquad (7)$$

Ponieważ zbiory N_u, N_i są wzajemnie rozłączne, zatem iloczyn skalarny (u, i_g) jest w przestrzeni L_T^2 równy zeru i moc czynna odbiornika jest równa

$$P = (u,i) = (u, i_p + i_g) = (u, i_p) = \sum_{n \in N_u} \gamma_n U_n^2. \qquad (8)$$

Wprowadzając, tak jak w aneksie J, pojęcie konduktancji równoważnej

$$G_e \triangleq \frac{P}{\|u\|^2}, \qquad (9)$$

składową i_p można rozłożyć na składniki

$$i_a \triangleq G_e u = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n \in N_u} G_e \underline{U}_n \exp\{jn\omega_1 t\} \qquad (10)$$

$$i_s \triangleq \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n \in N_u} (\gamma_n - G_e)\underline{U}_n \exp\{jn\omega_1 t\} \qquad (11)$$

$$i_r \triangleq \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n \in N_u} j\beta_n \underline{U}_n \exp\{jn\omega_1 t\}. \qquad (12)$$

Prąd odbiornika może być więc przedstawiony jako suma czterech składowych i_a, i_s, i_r, i_g, tj.

$$i = i_a + i_s + i_r + i_g \qquad (13)$$

Ze względu na rozłączność zbiorów N_u i N_g składowa i_g jest ortogonalna do każdej ze składowych i_a, i_s, i_r, te zaś są wzajemnie ortogonalne na mocy dowodu podanego w aneksie J, gdyż zastąpienie konduktancji G_n liczbą γ_n oraz susceptancji B_n liczbą β_n nie podważa tego dowodu. Tak więc

$$\|i\|^2 = \|i_a\|^2 + \|i_s\|^2 + \|i_r\|^2 + \|i_g\|^2 \tag{14}$$

gdzie

$$\|i_a\| = \frac{P}{\|u\|} \tag{15}$$

$$\|i_s\| = \sqrt{\sum_{n \in N_u} (\gamma_n - G_e)^2 U_n^2} \tag{16}$$

$$\|i_r\| = \sqrt{\sum_{n \in N_u} \beta_n^2 U_n^2} \tag{17}$$

$$\|i_g\| = \sqrt{I_0^2 + \sum_{n \in N_g} I_n^2}. \tag{18}$$

Rozkład prądu odbiornika na składowe i_a, i_s, i_r, i_g pozwala więc wyjaśnić przyczyny zwiększania się w obwodzie nieliniowym wartości skutecznej prądu źródła ponad wartość potrzebną do przenoszenia przy napięciu u takiej samej mocy czynnej w liniowym obwodzie rezystancyjnym. Spośród składowych i_s, i_r, i_g, zwiększających tę wartość kompensowalna jest tylko składowa i_r. Kompensuje ją całkowicie, nie zmieniając żadnej z pozostałych składowych, dwójnik reaktancyjny włączony równolegle względem odbiornika, który dla każdego $n \in N_u$ ma susceptancję

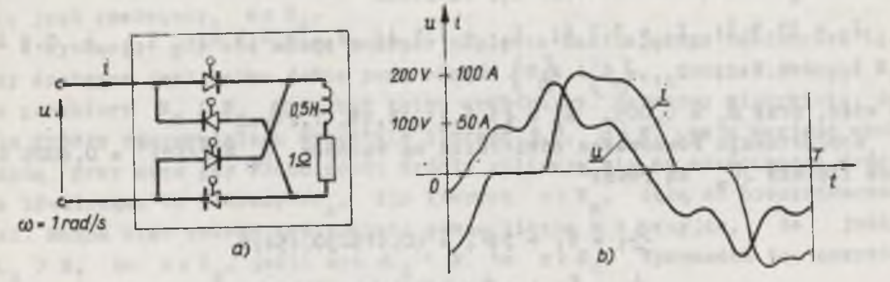
$$B_{rn} = -\beta_n. \tag{19}$$

Składowa i_s nie jest kompensowalna tak samo włączonym dwójnikiem pasywnym z przyczyn podanych w aneksie J, zaś składowa i_g nie jest kompensowalna dwójnikiem pasywnym, gdyż w napięciu zasilania nie ma harmonicznych o częstotliwościach równych częstotliwościom harmonicznych składowej i_g.

PRZYKŁAD K.1. Prąd i napięcie odbiornika nieliniowego, przedstawionego na rys. K.1a, są funkcjami antysymetrycznymi, o wartościach w czterdziestu punktach $t_k \triangleq (k+0,5)\,T/80$, $u_k \triangleq u(t_k)$, $i_k \triangleq i(t_k)$, zestawionych w tabeli K.1.

Dla zestawionych wartości

$$\|u\| = 102,3\ \text{V}, \quad \|i\| = 64,8\ \text{A}, \quad P = 4213\ \text{W}.$$



Rys. K.1

Tabela K.1

k	u_k, V	i_k, V	k	u_k, V	i_k, A	k	u_k, V	i_k, A	k	u_k, V	i_k, A
0	-53,0	-85,7	10	90,3	0	20	136,3	0	30	87,0	100,7
1	-37,3	-79,7	11	95,7	0	21	156,7	0	31	82,0	98,0
2	-22,0	-72,3	12	96,0	0	22	173,3	12,7	32	82,7	95,7
3	-7,3	-64,0	13	92,7	0	23	182,3	36,7	33	87,0	94,0
4	7,0	-54,7	15	87,0	0	24	182,7	58,0	34	92,3	93,7
5	21,7	-44,7	15	82,7	0	25	173,7	75,7	35	96,0	93,7
6	37,0	-33,7	16	81,7	0	26	157,3	88,7	36	95,7	94,0
7	52,3	-22,3	17	86,7	0	27	137,0	97,0	37	90,7	94,0
8	67,7	-10,0	18	98,3	0	28	116,0	101,3	38	81,0	92,7
9	80,7	0	19	115,7	0	29	98,7	102,0	39	68,0	90,0

Przybliżone wartości całki (1) dla poszczególnych wartości n, większe niż 0,3% U_{max}, $U_{max} = U_1$, są równe

$$\underline{U}_1 = 99,8\ \exp\{j1,399\pi\}\,\text{V}$$

$$\underline{U}_5 = 20,0\ \exp\{j0,998\pi\}\,\text{V}$$

$$\underline{U}_7 = 10,0\ \exp\{-j0,203\pi\}\,\text{V}$$

a więc, dla $\delta_u = 0,003$, $N_u = \{1,5,7\}$. Dla $n \in N_u$, przybliżone wartości całki (2) są równe

$$\underline{I}_1 = 61,7\ \exp\{j1,136\pi\}\,\text{A}$$

$$\underline{I}_5 = 10,4\ \exp\{j0,587\pi\}\,\text{A}$$

$$\underline{I}_7 = 3,6\ \exp\{j1,155\pi\}\,\text{A}.$$

Wartości skuteczne harmonicznych prądu, o numerach nie należących do zbioru N_u, a większe niż 0,5% I_1, są równe

I_3 = 15,9 A; I_9 = 3,0 A; I_{11} = 1,5 A; I_{13} = 0,5 A; I_{15} = 0,9 A; I_{17} = 0,6 A; I_{21} = 0,4 A;

a więc, przy δ_i = 0,005, $N_g = \{3,9,11,13,15,17,21\}$.

Konduktancja równoważna odbiornika ma wartość $G_e \hat{=} P/\|u\|^2$ = 0,4026 S, zaś ilorazy Λ_n są równe

$$\Lambda_1 = \gamma_1 + j\beta_1 = (0{,}419-j0{,}454)S$$

$$\Lambda_5 = \gamma_5 + j\beta_5 = (0{,}143-j0{,}500)S$$

$$\Lambda_7 = \gamma_7 + j\beta_7 = (-0{,}155-j0{,}325)S$$

a zatem na podstawie wzorów (15) - (18)

$\|i_a\|$ = 41,2 A, $\|i_s\|$ = 7,8 A, $\|i_r\|$ = 46,6 A, $\|i_g\|$ = 16,3 A.

Współczynnik mocy źródła zasilającego ten odbiornik, λ = 0,63, może być przez kompensację składowej i_r, zwiększony do wartości λ = 0,91.

2. Identyfikacja składowych ortogonalnych prądu rzeczywistego źródła napięcia

Rozkład (13) został dokonany przy założeniu, że odbiornik jest zasilany z idealnego źródła napięcia. Gdy źródło ma pewną impedancję wewnętrzną, wówczas harmoniczne pojawiające się w prądzie obwodu wskutek nieliniowości odbiornika powodują wystąpienie tych harmonicznych także w napięciu u na zaciskach źródła, a zatem znika kryterium podziału prądu odbiornika na składowe i_g, i_r. Aby można było z prądu odbiornika wyodrębnić składową i_g, tj. składową, której jedyną przyczyną istnienie jest nieliniowość odbiornika, nie zaś harmoniczne napięcia źródła, czyli aby można było ze zbioru N_i wyodrębnić podzbiór N_g, trzeba znać bądź napięcie na zaciskach źródła nieobciążonego, bądź też trzeba wyznaczyć ciągi $\{U_n\}$, $\{I_n\}$ dla dwóch różnych napięć zasilających. W pierwszym przypadku analiza częstotliwościowa napięcia na zaciskach źródła otwartego pozwala zidentyfikować zbiór N_u, w drugim, jeśli źródło jest źródłem liniowym, to z proporcjonalności wartości skutecznych n-tej harmonicznej napięcia i prądu, tj. gdy

$$\frac{(U_n)_1}{(I_n)_1} = \frac{(U_n)_2}{(I_n)_2} \tag{20}$$

wynika, że harmoniczna ta pojawia się w napięciu na zaciskach odbiornika wskutek przepływu przez źródło n-tej harmonicznej prądu, istniejącej w obwodzie wskutek nieliniowości odbiornika, a więc, $n \in N_g$. Gdy warunek (20) nie jest spełniony, $n \in N_u$.

W sytuacji, gdy nie można zmienić napięcia zasilającego odbiornik, tj. gdy dostępna jest tylko jedna para ciągów $\{U_n\}$, $\{I_n\}$, podział zbioru N_i na podzbiory N_u i N_g może być tylko arbitralny. Zauważmy mianowicie, że dla źródła rzeczywistego wszystkie ilorazy Λ_n, $n \in N_i$ mają wartość skończoną, przy czym gdy właściwości źródła zbliżają się do właściwości źródła idealnego, to ilorazy Λ_n, dla których $n \in N_g$, dążą do nieskończoności. Można więc wybrać arbitralnie pewną liczbę M i przyjąć, że jeśli $\Lambda_n \geqslant M$, to $n \in N_g$, jeśli zaś $\Lambda_n < M$, to $n \in N_u$. Wprowadza to oczywiście niejednoznaczność rozkładu (13).

Wyodrębnione z prądu odbiornika nieliniowego składowe i_s, i_r, i_g mają wyraźnie odrębny sens fizyczny, a ich wartości skuteczne są miarami bezużytecznego wzrostu wartości skutecznej prądu źródła wskutek:

- rozrzutu liczb γ_n wokół konduktancji G_e,
- przesunięcia fazowego harmonicznych prądu i napięcia,
- pojawienia się w prądzie odbiornika harmonicznych o częstotliwościach nieistniejących w napięciu.

Co więcej, są to jedyne przyczyny zmniejszania się efektywności wykorzystywania źródeł o napięciu okresowym, zasilających stacjonarne odbiorniki nieliniowe.

Ponieważ dla opisu energetycznych właściwości źródeł używa się tradycyjnie równań mocy, równanie takie można także przyporządkować rozkładowi (13). Mianowicie, mnożąc tożsamość (14) przez kwadrat wartości skutecznej napięcia odbiornika, otrzymujemy równanie mocy

$$S^2 = P^2 + Q_s^2 + Q_r^2 + Q_g^2 \tag{21}$$

gdzie moce S, Q_s, Q_r zdefiniowane są w aneksie J, natomiast

$$Q_g \hat{=} \|u\|\,\|i_g\| \tag{12}$$

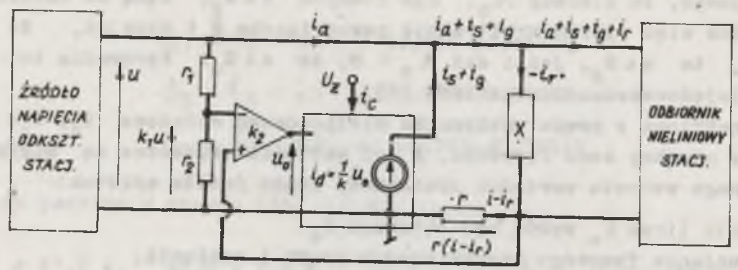
Należy jednak zwrócić uwagę, że traci się w ten sposób coś z wyraźnego fizycznego sensu tożsamości (13) i (14), gdyż wielkości S, Q_s, Q_r, Q_g są tylko formalnymi iloczynami wartości skutecznej napięcia i wartości skutecznych poszczególnych składowych prądu.

3. Uwagi o kompensacji składowych i_s oraz i_g

Składowe i_s, i_g prądu odbiornika mogą być kompensowane sterowanym źródłem prądu, włączonym równolegle względem odbiornika, o ile da się z prądu i napięcia odbiornika wyodrębnić napięcie sterujące źródłem prądu, o przebiegu czasowym takim jak suma składowych $i_s + i_g$.

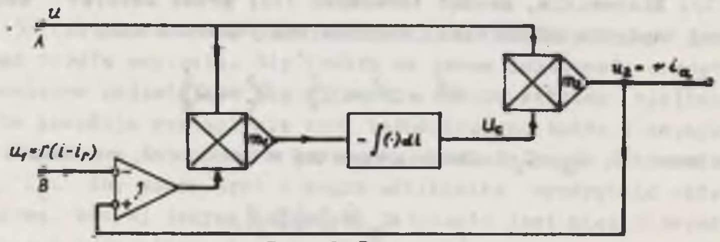
W obwodzie stacjonarnym, w którym $P = \text{const}$, $\|u\| = \text{const}$, $G_e = \text{const}$, warunek ten może być spełniony, jeśli źródło prądu sterowane jest w sposób przedstawiony na rys. K.2, gdyż, jeśli $k_1 = rG_e$, wówczas napięcie sterujące jest równe

$$u_o = k_2\left[r(i-i_r)-k_1u\right] = k_2r(i-i_r-i_a) = k_2r(i_s+i_g). \qquad (23)$$



Rys. K.2

W obwodzie niestacjonarnym, o zmiennej konduktancji równoważnej G_e, lecz o parametrach dostatecznie wolnozmiennych, tak aby rozkład (13) zachowywał swoją poprawność, dzielnik napięciowy złożony z rezystorów r_1 i r_2 musi być zastąpiony układem formującym napięcie proporcjonalne do składowej czynnej i_a prądu odbiornika. Może on mieć strukturę przedstawioną na rys. K.3.



Rys. K.3

Układ ten znajduje się w stanie ustalonym i napięcie wyjściowe U_c układu całkującego ma stałą wartość wtedy, gdy średnia wartość jego napięcia wejściowego jest równa zeru, tj. gdy

$$\frac{1}{T}\int_0^T m_1u\left[m_2U_cu - r(i-i_r)\right]dt = 0 \qquad (24)$$

a więc

$$m_2U_c\,\frac{1}{T}\int_0^T u^2dt - r\,\frac{1}{T}\int_0^T u(i-i_r)dt = 0 \qquad (25)$$

$$U_c = \frac{r}{m_2}\cdot\frac{(u,i-i_r)}{\|u\|^2} = \frac{r}{m_2}\cdot\frac{P}{\|u\|^2} = \frac{r}{m_2}G_e \qquad (26)$$

i wówczas

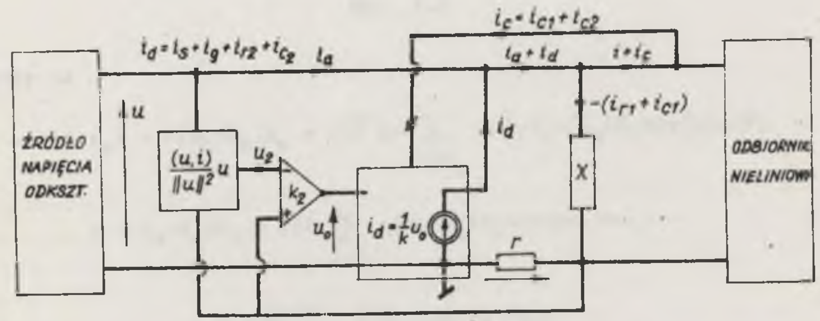
$$u_2 = m_2U_cu = rG_eu = ri_a. \qquad (27)$$

Warto przy tym zauważyć, że jeżeli dwójnik reaktancyjny X nie kompensuje całej składowej i_r prądu odbiornika, lecz tylko jego część i_{r1}, a więc pozostaje nie skompensowana reszta $i_{r2} \triangleq i-i_{r1}$, to resztę tę może także kompensować sterowane źródło prądu, gdyż wówczas napięcie sterujące u_o jest równe

$$u_o = k_2\left[r(i-i_{r1}) - r\,\frac{(u,i-i_{r1})}{\|u\|^2}\,u\right] = k_2r(i-i_{r1}-i_a) =$$

$$= k_2r(i_s+i_g+i_{r2}). \qquad (28)$$

Rozpatrując możliwość kompensacji źródłem prądu tych składowych prądu odbiornika, których nie kompensuje dwójnik reaktancyjny, należy jednak pamiętać, że źródło zasilające odbiornik obciążone jest dodatkowo prądem obwodu zasilania źródła sterowanego. Układ kompensujący, złożony z dwójnika reaktancyjnego i sterowanego źródłem prądu, jeśli ma zmniejszać wartość skuteczną prądu źródła do wartości $\|i_a\|$, musi nie tylko kompensować składowe i_s, i_r, i_g prądu odbiornika, lecz także prąd i_c źródła sterowanego. Może to wymagać, aby moc pozorna na wyjściu sterowanym źródła była większa od mocy pozornej na jego wejściu zasilającym. W obwodach pasywnych z przebiegami sinusoidalnymi warunek taki byłby nie do spełnienia, nie jest tak natomiast wtedy, gdy przebiegi są odkształcone, nie mniej należy dążyć do możliwie największej redukcji potrzebnej mocy pozornej wyjścia sterowanego. Dlatego wydaje się rzeczą niezbędną, aby dwójnik reaktancyjny, kompensujący składową bierną i_r prądu odbiornika, kompensował



Rys. K.4

także możliwie największą część prądu zasilającego źródło sterowane, tj. aby możliwie najmniejsza jego część była kompensowana prądem wyjściowym tego źródła. Wymaga to włączenia obwodu zasilania źródła sterowanego w sposób przedstawiony na rys. K.4.

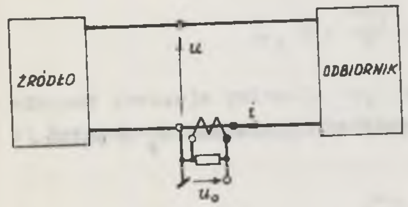
Konkludując, kompensacja składowych i_s oraz i_g prądu odbiornika wymaga znacznie bardziej złożonych środków technicznych niż kompensacja składowej biernej i_r, przy czym pewne elementy tej koncepcji wymagają jeszcze weryfikacji konstrukcyjno-doświadczalnej. Mając na uwadze złożoność takiej kompensacji i niepewność co do pewnych jej elementów, trudno obecnie ocenić, czy może mieć ona znaczenie techniczne.

ANEKS L

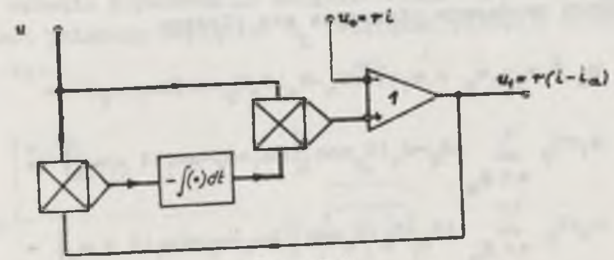
SPOSÓB PRZETWARZANIA WARTOŚCI SKUTECZNYCH $\|i_s\|$, $\|i_r\|$ I PARAMETRÓW G_n, B_n, γ_n, β_n NA NAPIĘCIE STAŁE

1. Przetwarzanie wartości skutecznych $\|i_s\|$, $\|i_r\|$

Załóżmy, że obwód przedstawiony na rys. L.1, ze źródłem przemiennego napięcia okresowego, o pulsacji ω_1, jest stacjonarny i liniowy. Napięcie u odbiornika oraz napięcie u_o, proporcjonalne do prądu odbiornika, tj. $u_o \triangleq ri$, włączone jest na wejścia układu przedstawionego na rys. L.2. Układ ten był omówiony w aneksie K i wytwarza on na swoim wyjściu napięcie $u_1 = r(i-i_a)$.



Rys. L.1



Rys. L.2

Napięcie to

$$u_1 = r(i-i_a) = r(G_o-G_e)U_o + r\sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{n\in N_u}(G_n-G_e+jB_n)\underline{U}_n\exp\{jn\omega_1 t\} =$$

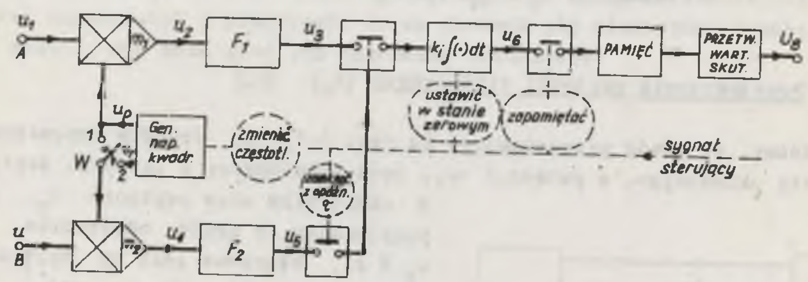
$$= r(G_o-G_e)U_o + r\sqrt{2}\sum_{n\in N_u}(G_n-G_e)U_n\cos(n\omega_1 t+\alpha_n) -$$

$$- r\sqrt{2}\sum_{n\in N_u}B_nU_n\sin(n\omega_1 t+\alpha_n) \qquad (1)$$

oraz napięcie odbiornika

$$u = \sqrt{2}\sum_{n\in N_u} U_n\cos(n\omega_1 t+\alpha_n) \tag{2}$$

włączone są na wejścia A i B układu przedstawionego na rys. L.3.



Rys. L.3

Mnożąc napięcie u_1 przez pomocnicze napięcie sinusoidalne u_p o pulsacji $h\omega_1+\omega_f$, $h\in N_u$ i przebiegu

$$u_p \triangleq \sqrt{2}\,U_p\cos(h\omega_1+\omega_f)t, \tag{3}$$

na wyjściu układu mnożącego otrzymuje się iloczyn

$$\begin{aligned}u_2 \triangleq m_1u_1u_p &= m_1r\sqrt{2}(G_o-G_e)U_oU_p\cos(h\omega_1+\omega_f)t + \\ &+ m_1rU_p\sum_{n\in N_u}(G_n-G_e)U_n\cos\left[(h\omega_1+\omega_f-n\omega_1)t-\alpha_n\right] + \\ &+ m_1rU_p\sum_{n\in N_u}(G_n-G_e)U_n\cos\left[(h\omega_1+\omega_f+n\omega_1)t+\alpha_n\right] - \\ &+ m_1rU_p\sum_{n\in N_u}B_nU_n\sin\left[(h\omega_1+\omega_f-n\omega_1)t-\alpha_n\right] - \\ &- m_1rU_p\sum_{n\in N_u}B_nU_n\sin\left[(h\omega_1+\omega_f+n\omega_1)t+\alpha_n\right].\end{aligned}$$

gdzie m_1 jest współczynnikiem wymiarowym układu mnożącego. Z napięcia tego ma być wyodrębniony składnik e pulsacji różnicowej ω_f filtrem wąskopasmowym F_1. Przy dostatecznie wysokiej selektywności filtru amplituda jego napięcia wyjściowego jest proporcjonalna do amplitudy jednej harmonicznej napięcia u_1, tej, dla której $n=h$, pod warunkiem, że dla pozostałych wartości $k\in N_u$, różnych od h

$$h\omega_1+\omega_f-k\omega_1 \neq -\omega_f \tag{5}$$

gdyż filtr przenoszący sygnały o pulsacji ω_f przenosi także sygnały o pulsacji $-\omega_f$. Niespełnienie warunku (5) powoduje zależność napięcia wyjściowego filtru nie tylko od n-tej, lecz także od k-tej harmonicznej napięcia u_1. Z warunku (5) wynika więc, że pulsacje

$$\omega_f = (k-h)\,\frac{\omega_1}{2} \tag{6}$$

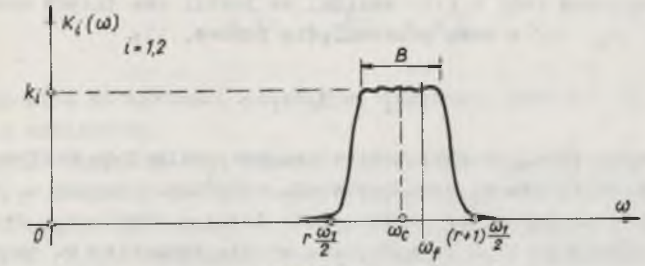
są pulsacjami niedozwolonymi, a ponadto bezwzględna szerokość B pasma przepuszczania filtru musi być mniejsza od $\omega_1/2$. Jeśli jako pulsację środkową ω_c filtru (rys. L.4) przyjmie się wartość średnią arytmetyczną dwóch dowolnych sąsiednich pulsacji niedozwolonych, tj. jedną z wartości

$$\omega_c \triangleq r\,\frac{\omega_1}{2}+\frac{\omega_1}{4},\quad r = 0,1,2\ldots N \tag{7}$$

wówczas dewiacja pulsacji ω_f względem pulsacji środkowej ω_c filtru musi być ograniczona nierównością

$$\left|\omega_f-\omega_c\right| < \frac{\omega_1}{4}. \tag{8}$$

Nierówność ta określa dopuszczalny margines wahań pulsacji ω_f, o którą powiększona jest pulsacja napięcia u_p względem pulsacji h-tej harmonicznej napięcia u_1.



Rys. L.4

Jeśli transmitancja częstotliwościowa filtru F_1

$$K_1(j\omega) \triangleq K_1(\omega)\exp\left\{-j\,\theta_1(\omega)\right\} \tag{9}$$

ma w paśmie przenoszenia filtru, $|\omega-\omega_c| < B/2$, dostatecznie stałą wartość modułu, tj. $K_1(\omega) \triangleq k_1 = \text{const}$, i jeśli poza tym pasmem $K_1(\omega)$ dostatecznie szybko dąży do zera, to można przyjąć, że napięcie ustalone na wyjściu filtru F_1 jest równe

$$u_3 = k_1 m_1 r U_p (G_n - G_e) U_n \cos\left[\omega_f t - \alpha_n - \Theta_1(\omega_f)\right] +$$
$$+ k_1 m_1 r U_p B_n U_n \sin\left[\omega_f t - \alpha_n - \Theta_1(\omega_f)\right] . \qquad (10)$$

Mnożąc napięcie u odbiornika przez to samo napięcie pomocnicze u_p, na wyjściu drugiego układu mnożącego, otrzymuje się iloczyn

$$u_4 \triangleq m_2 u\, u_p = m_2 U_p \sum_{n \in N_u} U_n \cos\left[(h\omega_1 + \omega_f - n\omega_1)t - \alpha_n\right] +$$
$$+ m_2 U_p \sum_{n \in N_u} U_n \cos\left[(h\omega_1 + \omega_f + n\omega_1)t + \alpha_n\right] \qquad (11)$$

Z napięcia tego wyodrębniamy składową o pulsacji różnicowej ω_f filtrem F_2 o transmitancji

$$K_2(j\omega) \triangleq K_2(\omega) \exp\{-j\,\Theta_2(\omega)\} \qquad (12)$$

i o właściwościach możliwie najbardziej zbliżonych do właściwości filtru F_1.

Jeśli w paśmie przepuszczania filtru F_2, $K_2(\omega) \triangleq k_2 = \mathrm{const}$, to ustalone napięcie wyjściowe tego filtru jest równe

$$u_5 = k_2 m_2 U_p U_n \cos\left[\omega_f t - \alpha_n - \Theta_2(\omega_f)\right] . \qquad (13)$$

Z porównania wyrażeń (10) i (13) wynika, że jeżeli oba filtry wprowadzają przy pulsacji ω_f takie samo przesunięcie fazowe, tj.

$$\Theta_1(\omega_f) = \Theta_2(\omega_f) \qquad (14)$$

to składowa napięcia u_3, o amplitudzie proporcjonalnej do wartości $G_n - G_e$, jest w fazie z napięciem u_5, zaś pozostała składowa napięcia u_3 jest przesunięta względem napięcia u_5 o kąt $\pi/2$. Jeśli w chwili t_0, gdy wartość napięcia u_5 zmienia znak na dodatni, włączy się napięcie u_3 na układ całkujący, znajdujący się w stanie zerowym, tj. $u_6(t_0) = 0$, to po czasie równym połowie okresu $T_f = 2\pi/\omega_f$ napięcie układu całkującego ma wartość

$$u_6\left(t_0 + \frac{T_f}{2}\right) = k_i \int_{t_0}^{t_0 + T_f/2} u_3\,dt = 2\,\frac{k_i}{\omega_f}\,k_1 m_1 r U_p (G_n - G_e) U_n \triangleq k_0 (G_n - G_e) U_n \qquad (15)$$

gdzie k_i jest współczynnikiem wymiarowym układu całkującego, zaś

$$k_0 \triangleq 2\,\frac{k_i}{\omega_f}\,k_1 m_1 r U_p . \qquad (16)$$

Tak więc na wyjściu układu całkującego otrzymuje się napięcie proporcjonalne do wartości skutecznej składowej rozrzutu n-tej harmonicznej prądu odbiornika.

Jeżeli napięcie u odbiornika zostanie pomnożone nie przez napięcie u_p, lecz przez napięcie u_r, opóźnione względem u_p o kąt $\pi/2$, tj.

$$u_r \triangleq \sqrt{2}\, U_p \cos\left[(h\omega_1 + \omega_f)t - \frac{\pi}{2}\right] = \sqrt{2}\, U_p \sin(h\omega_1 + \omega_f)t \qquad (17)$$

wówczas iloczyn u_4 będzie równy

$$u_4 \triangleq m_2 u\, u_r = m_2 U_p \sum_{n \in N_u} U_n \sin\left[(h\omega_1 + \omega_f - n\omega_f)t - \alpha_n\right] +$$
$$+ m_2 U_p \sum_{n \in N_u} U_n \sin\left[(h\omega_1 + \omega_f + n\omega_1)t + \alpha_n\right] . \qquad (18)$$

Na wyjściu filtru F_2 otrzymuje się napięcie

$$u_5 = k_2 m_2 U_p U_n \sin\left[\omega_f t - \alpha_n - \Theta_2(\omega_f)\right] \qquad (19)$$

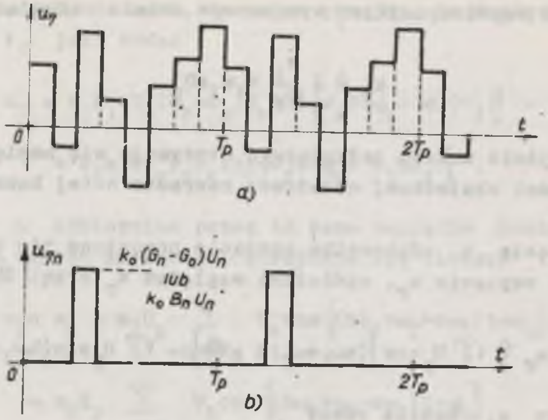
zaś na wyjściu układu całkującego, który tak jak poprzednio, całkuje napięcie u_3 w przedziale czasowym, w którym $u_5 < 0$, otrzymuje się napięcie

$$u_6\left(t_0 + \frac{T_f}{2}\right) = k_0 B_n U_n \qquad (20)$$

proporcjonalne do wartości skutecznej składowej biernej n-tej harmonicznej prądu odbiornika.

Włączając napięcie u_3 poprzez klucz sterowany napięciem u_5 na układ całkujący w stanie zerowym i zapamiętując po otwarciu klucza wynik całkowania, otrzymuje się napięcie proporcjonalne do wartości $(G_n - G_e)U_n$ bądź do wartości $B_n U_n$. Napięcie u_3 może być jednak włączone na klucz sterowany dopiero po czasie τ, niezbędnym na to, aby filtry F_1 i F_2 znalazły się w stanie ustalonym. Następnie zmienia się pulsację $h\omega_1 + \omega_f$ napięcia pomocniczego, wybierając inną wartość h ze zbioru N_u i w czasie zanikania przebiegów przejściowych obu filtrów ustawia się układ całkujący ponownie w stanie zerowym.

Utrzymując jako wartość stałą czas przetwarzania pojedynczej wartości $(G_n - G_e)U_n$ lub $B_n U_n$, zmienia się pulsację $h\omega_1 + \omega_f$ tak, aby liczba h



Rys. L.5

przebiegała cyklicznie wszystkie wartości ze zbioru N_u. Na wyjściu pamięci otrzymuje się wówczas napięcie okresowe u_7 (rys. L.5a), którego wartość skuteczna u_7 jest proporcjonalna do wartości skutecznej $\|i_s\|$ lub $\|i_r\|$. Istotnie, jeśli napięcie źródła ma M harmonicznych, o numerach ze zbioru N_u, to napięcie u_7 można rozłożyć na M składników u_{7n}, z których każdy ma kształt impulsu prostokątnego (rys. L.5b), o wysokości $k_o(G_n-G_e)U_n$ lub $k_oB_nU_n$ i wartości skutecznej

$$\|u_{7n}\| = \frac{k_o}{\sqrt{M}} |(G_n-G_e)| U_n \tag{21}$$

lub

$$\|u_{7n}\| = \frac{k_o}{\sqrt{M}} |B_n| U_n .$$

Ponieważ składniki te są wzajemnie ortogonalne, zatem

$$\|u_7\| = \sqrt{\sum_{n \in N_u} \|u_{7n}\|^2} \tag{22}$$

a więc na wyjściu przetwornika wartości skutecznej na napięcie stałe otrzymuje się napięcie U_8 równe, alternatywnie

$$U_8 = k\|i_s\| \quad \text{lub} \quad U_8 = k\|i_r\| \tag{23}$$

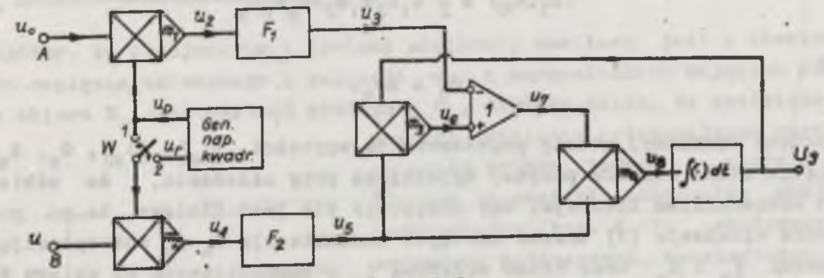
gdzie $k \hat{=} k_o/\sqrt{M}$.

2. Przetwarzanie parametrów odbiornika dla częstotliwości harmonicznych

Napięcie u_3 i u_5 otrzymane na wyjściu filtrów F_1 i F_2 mogą być także wykorzystane do przekształcenia konduktancji G_n i susceptancji B_n odbiornika na napięcie stałe. Trzeba w tym celu napięcie $u_1 = r(i-i_a)$, włączone na wejściu A, zastąpić napięciem $u_o = ri$, i wówczas

$$u_3 = k_1m_1rU_pU_n \; G_n\cos(\omega_f t-\alpha_n-\theta_1) + B_n\sin(\omega_f t-\alpha_n-\theta_1) \tag{24}$$

zaś układ, który służył uprzednio do otrzymania napięcia u_1, trzeba włączyć tak, jak jest to przedstawione na rys. L.6.



Rys. L.6

Napięcie U_9 ma w tym układzie wartość stałą wtedy, gdy średnia wartość napięcia u_8 na wejściu układu całkującego jest równa zeru, tj.

$$\frac{1}{T_f}\int_0^{T_f} m_4u_5(m_3U_9u_5-u_3)\,dt = 0 \tag{25}$$

gdzie $T_f = 2\pi/\omega_f$, tj. gdy

$$U_9 = \frac{1}{m_3}\cdot\frac{(u_3,u_5)}{\|u_5\|^2} . \tag{26}$$

Wartość skuteczna napięcia u_5, niezależnie od pozycji przełącznika W, jest równa

$$\|u_5\| = \frac{1}{\sqrt{2}}\, k_2m_2U_pU_n \tag{27}$$

natomiast od położenia tego przełącznika zależy wartość iloczynu skalarnego napięć, (u_3,u_5). W pozycji 1 napięcie u_5 określone jest wyrażeniem (13) i wówczas

$$(u_3, u_5) = \frac{1}{T_f} \int_0^{T_f} u_3 u_5 \, dt = \frac{1}{2} k_1 k_2 m_1 m_2 r U_p^2 U_n^2 G_n \tag{28}$$

a więc

$$U_9 = k G_n \tag{29}$$

gdzie

$$k \triangleq \frac{r k_1 m_1}{m_3 k_2 m_2}. \tag{30}$$

Gdy natomiast przełącznik W jest w położeniu 2, wówczas napięcie u_5 określone jest wyrażeniem (19), a zatem

$$(u_3, u_5) = \frac{1}{2} k_1 k_2 m_1 m_2 r U_p^2 U_n^2 B_n \tag{31}$$

oraz

$$U_9 = k B_n. \tag{32}$$

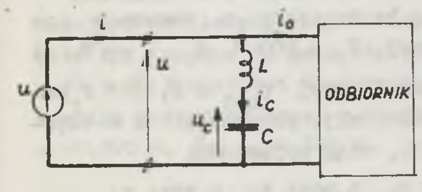
Istota omawianej metody przetwarzania wartości $\|i_s\|$, $\|i_r\|$, G_n, B_n na napięcie stałe została powyżej wyjaśniona przy założeniu, że odbiornik jest odbiornikiem liniowym. Gdy odbiornik nie jest liniowy, to po prawej stronie wyrażenia (1) trzeba zastąpić konduktancję G_n i susceptancję B_n liczbami γ_n i β_n oraz dodać składową i_g o harmonicznych ze zbioru N_g, a do prawej strony wyrażenia (2) trzeba dodać iloczyn tej składowej przez napięcie u_p. Jeśli jednak pulsacja napięcia pomocniczego, $h\omega_1 + \omega_f$, ma wartości wyłącznie takie, że $h \in N_u$, to filtr F_1 tłumi wszystkie składowe napięcia u_2, które są związane z harmonicznymi napięcia u_1 o numerach należących do zbioru N_g, a więc napięcie u_3, z uwzględnieniem zamiany G_n na γ_n i B_n na β_n, zachowuje nadal postać (10). Podobnie zachowują swą postać z zamianą jedynie G_n na γ_n i B_n na β_n, wszystkie dalsze wyrażenia, służące do wyjaśnienia sposobu przetwarzania wartości $\|i_s\|$, $\|i_r\|$, G_n, B_n na napięcie stałe, co nie narusza istoty przedstawionej metody. Zatem przetwornik o strukturze podanej na rys. L.3 przetwarza wartość skuteczną $\|i_s\|$ bądź $\|i_r\|$ na napięcie stałe także i wtedy, gdy odbiornik jest nieliniowy. Wynik przetwarzania przetwornika, o strukturze przedstawionej na rys. L.6, tj. napięcie U_9 należy interpretować wtedy jako napięcie proporcjonalne do γ_n lub β_n.

ANEKS M

MINIMALIZACJA WARTOŚCI SKUTECZNEJ PRĄDU ŹRÓDŁA RÓWNOLEGLE WŁĄCZONYM DWÓJNIKIEM LC, ZBUDOWANYM Z INDUKTORA I KONDENSATORA, POŁĄCZONYCH SZEREGOWO

1. Minimalizacja w dziedzinie częstotliwościowej

Załóżmy, że stacjonarny i liniowy odbiornik zasilany jest z idealnego źródła napięcia okresowego o pulsacji ω_1 i harmonicznych mających numery ze zbioru N_u oraz wartość skuteczną U_n. Załóżmy także, że spełnione są warunki istnienia ortogonalnego rozkładu prądu źródła, podane w aneksie J. Włączmy na zaciski odbiornika dwójnik reaktancyjny (rys. M.1), zbudowany z szeregowo połączonych, bezstratnego kondensatora i bezstratnego induktora. Ponieważ napięcie źródła nie zależy od prądu obciążenia, a włączony dwójnik reaktancyjny jest bezstratny, nie zmienia on ani składowej czynnej i_a, ani składowej rozrzutu i_s prądu źródła. Zmienia się jedynie składowa bierna i_r prądu źródła. Jeśli B_n jest susceptancją odbiornika dla częstotliwości harmonicznych, to wartość skuteczna tej składowej, gdy dla $n \in N_u$, $1-n^2\omega_1^2 LC \neq 0$, jest równa



Rys. M.1

$$\|i_r\| = \sqrt{\sum_{n \in N_u} \left(B_n + \frac{n\omega_1 C}{1-n^2\omega_1^2 LC}\right)^2 U_n^2}. \tag{1}$$

Jeśli przyjmiemy, że indukcyjność L dwójnika reaktancyjnego ma stałą wartość, to wartość skuteczna $\|i_r\|$ jest funkcją pojemności C. Warunkiem koniecznym na to, aby funkcja ta miała minimum dla $C = C_{opt}$, jest spełnienie przez nią równania

$$\sum_{n \in N_u} \frac{n B_n U_n^2}{(1-n^2\omega_1^2 LC)^2} + \sum_{n \in N_u} \frac{n^2 \omega_1 C U_n^2}{(1-n^2\omega_1^2 LC)^3} = 0. \tag{2}$$

Nie można natomiast, bez dodatkowych informacji o parametrach obwodu, wykazać, że spełnienie przez pojemność C_{opt} równania (2) jest warunkiem wystarczającym na to, aby wartość skuteczna $\|i_r\|$ miała minimum. Druga pochodna funkcji (1) względem pojemności C jest przy tym na tyle złożona, że jej użyteczność dla sprawdzania, czy $\|i_r\|$ ma minimum dla $C = C_{opt}$, jest problematyczna. W przypadkach wątpliwych łatwiej jest sprawdzić to bezpośrednio, obliczając wartości $\|i_r\|$ w otoczeniu pojemności C_{opt}.

Równanie (2) ma względem pojemności C postać uwikłaną. Pojemność ta nie może być więc wyznaczona bezpośrednio, lecz niezbędne są w tym celu odpowiednie procedury numeryczne. W szczególności można ją obliczyć jako granicę ciągu $C_0, C_1, \ldots C_i, C_{i+1} \ldots$, o elementach obliczanych iteracyjnie, na przykład z wyrażenia

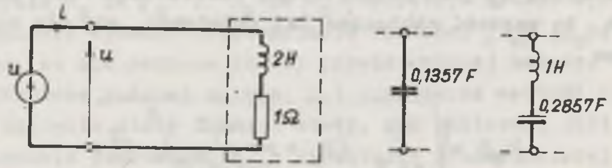
$$C_{i+1} = -\left[\omega_1 \sum_{n \in N_u} \frac{n^2 U_n^2}{(1-n^2\omega_1^2 LC_i)^3}\right]^{-1} \sum_{n \in N_u} \frac{n B_n U_n^2}{(1-n^2\omega_1^2 LC_i)^2} \qquad (3)$$

które dla $|C_{i+1} - C_i| \to 0$, jest równoważne równaniu (2).

PRZYKŁAD M.1. Napięcie źródła w obwodzie przedstawionym na rys. M.2 ma znormalizowaną pulsację $\omega_1 = 1$ rad/s oraz harmoniczne o numerach ze zbioru $N_u = \{1, 11, 13\}$ i wartości skutecznej $U_1 = 100$ V, $U_{11} = \frac{1}{11} U_1$ i $U_{13} = \frac{1}{13} U_1$. Przy kompensacji czysto pojemnościowej $C_{opt} = 0{,}1357$ F, natomiast przy kompensacji pojemnościowo-indukcyjnej, przyjmując L = 1H, oraz $C_0 = 0$, otrzymuje się, z wyrażenia (3), ciąg pojemności

0,1357 F; 0,2617 F; 0,2953 F; 0,2819 F; 0,2873 F; 0,2851 F; 0,2860 F;

zbieżny do $C_{opt} = 0{,}2857$ F.



Rys. M.2

Pewne wyniki obu sposobów kompensacji zestawione są dla porównania w tabeli M.1.

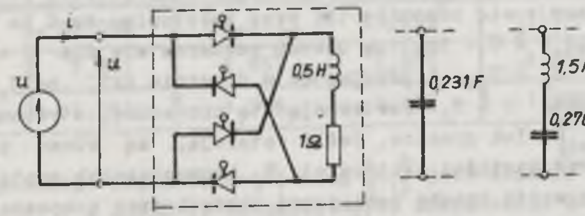
Warunek konieczny na to, aby dla $C = C_{opt}$ wartość skuteczna składowej biernej prądu źródła, a więc i moc pozorna idealnego źródła napięcia okresowego, miała minimum, wyrażony równaniem (2), pozostaje prawdziwy także i wtedy, gdy odbiornik nie jest odbiornikiem liniowym, z tym że susceptancje B_n muszą być wtedy zastąpione częścią urojoną β_n ilorazu Δ_n. Wniosek powyższy jest konsekwencją faktu, że dwójnik reaktancyjny,

włączony na zaciski odbiornika, nie zmienia żadnej ze składowych i_a, i_s, i_g prądu źródła, zaś wyrażenie (1), określające wartość skuteczną składowej biernej, po zastąpieniu B_n przez β_n, zachowuje prawdziwość.

Tabela M.1

Kompensacja:		brak	C_{opt}	LC_{opt}
C_{opt}	F	-	0,1357	0,2857
I_1	A	44,72	33,14	20,00
I_{11}/I_1	%	0,92	39,7	6,3
I_{13}/I_1	%	0,66	40,0	4,5
$\|i_r\|$	A	40,00	32,37	1,55
$\|i\|$	A	44,72	38,05	20,06
$\lambda \triangleq P/S$	-	0,44	0,52	0,99

PRZYKŁAD M.2. Odbiornik nieliniowy, przedstawiony na rys. M.3, o wartościach chwilowych prądu i napięcia na jego zaciskach zestawionych w tabeli K.1, aneksu K, ma w napięciu harmoniczne o numerach ze zbioru $N_u = \{1, 5, 7\}$ i wartości skutecznej $U_1 = 99{,}8$ V, $U_5 = 20$ V, $U_7 = 10$ V. Z analizy przeprowadzonej w przykładzie K.1 otrzymano: $\beta_1 = -0{,}454$ S, $\beta_5 = -0{,}500$ S, $\beta_7 = -0{,}325$ S.



Rys. M.3

Przy kompensacji pojemnościowej, $C_{opt} = 0{,}231$ F, zaś przy kompensacji pojemnościowo-indukcyjnej, dla $L = 1{,}5$ H otrzymuje się z równania (3), $C_{opt} = 0{,}270$ F. Żadna z nich nie zmienia składowych i_a, i_s, i_g prądu źródła, których wartości skuteczne, na podstawie przykładu K.1, są równe

$$\|i_a\| = 41{,}2 \text{ A}, \quad \|i_s\| = 7{,}8 \text{ A}, \quad \|i_g\| = 16{,}3 \text{ A},$$

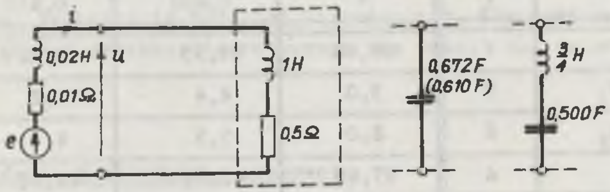
Zmienia się tylko wartość skuteczna $\|i_r\|$ składowej biernej. Jej wartości zestawiono w tabeli M.2.

Tabela M.2

Kompensacja:		brak	C_{opt}	LC_{opt}
$\Vert i_r \Vert$	A	46,6	28,9	13,6
$\Vert i \Vert$	A	64,8	53,5	47,0
λ	-	0,64	0,77	0,88

Gdy źródło napięcia nie jest źródłem idealnym, a więc wtedy, gdy od pojemności kompensującej C zależy także wartość skuteczna U_n harmonicznych, wówczas wartość skuteczna $\Vert i_r \Vert$ jest bardziej złożoną funkcją pojemności C i warunek (2) traci swą prawdziwość. Wartości skuteczne U_n są funkcjami pojemności C, zależnymi od struktury i parametrów całego obwodu i już dla najprostszych obwodów są bardzo złożone. Dlatego autor nie sądzi, aby można było analitycznie wyznaczyć warunek użyteczny w obliczeniach praktycznych na to, aby wartość $\Vert i_r \Vert$ miała minimum. Aby więc, wobec trudności obliczeniowych, nie zrezygnować z kompensacji pojemnościowo-indukcyjnej, trzeba zgodzić się na kompromis, uznając warunek (2) za warunek przybliżony. Pojemność kompensująca C winna jednak spełniać równanie (2) przy napięciu, które jest rzeczywiście na zaciskach odbiornika. Wyznaczenie pojemności C_{opr}, jak i wartości skutecznych U_n wymaga więc procedury iteracyjnej. Mianowicie, analizując obwód przy zerowej pojemności kompensującej, oblicza się wartość $U_n \triangleq U_{no}$ na zaciskach odbiornika, a następnie rozwiązuje się równanie (2) przy założeniu, że $U_n = U_{no}$ i oblicza się pojemność $C \triangleq C_1$. Analizę obwodu powtarza się dla $C = C_1$, obliczając wartości $U_n \triangleq U_{n1}$ i przyjmując w równaniu (2), że $U_n = U_{n1}$, oblicza się pojemność $C \triangleq C_2$. Powtarzając tę procedurę, otrzymuje się ciągi $\{C_i\}$ oraz $\{U_{ni}\}$. Ich granice, jeśli istnieją, są równe przybliżonej wartości C_{opt} oraz wartości skutecznej U_n harmonicznych napięcia odbiornika. Podobnie zresztą trzeba postępować także i przy kompensacji pojemnościowej wtedy, gdy pojemności optymalnej poszukuje się ze wzoru Shepherda i Zakikhaniego, a źródło napięcia nie jest idealne. Jednak w tym przypadku już względnie niewielka indukcyjna reaktancja źródła, rzędu kilku procent reaktancji obciążenia, może spowodować, jak to ilustruje Przykład M.3, że ciąg $\{C_i\}$ ma granicę odległą od optymalnej pojemności kompensującej, bądź też nie ma granicy wtedy, gdy w takiej samej sytuacji przy kompensacji pojemnościowo-indukcyjnej ciąg $\{C_i\}$ może być zbieżny, a jego granica może się różnić od pojemności optymalnej o wartość nie mającą technicznego znaczenia. Ilustruje to następujący przykład.

PRZYKŁAD M.3. W obwodzie przedstawionym na rys. M.4, napięcie źródła o pulsacji $\omega_1 = 1 \frac{rad}{s}$ ma harmoniczne o numerach ze zbioru $N_u = \{1,5,7\}$ i wartościach skutecznych $E_1 = 100$ V, $E_5 = 3$ V, $E_7 = 2$ V. Wyniki obliczeń w kolejnych krokach iteracji zestawione są dla kompensacji pojemnościowej w tabeli M.3a, a dla kompensacji pojemnościowo-indukcyjnej, przy $L_o = 3/4$ H, w tabeli M.3b.



Rys. M.4

Tabela M.3a

C_i	F	0	0,769	0,610	0,660	...	0,672
U_{1i}	V	98,04	99,54	99,22	99,39	...	99,35
U_{5i}	V	2,94	4,71	4,19	4,34	...	4,38
U_{7i}	V	1,96	7,36	4,72	5,32	...	5,49
λ	-	0,447	0,682	0,800	0,767	...	0,784

Tabela M.3b

C_i	F	0	0,4996	0,5002	0,4999	0,5000
U_{1i}	V	98,038	99,597	99,599	99,600	99,600
U_{5i}	V	2,941	2,857	2,857	2,857	2,857
U_{7i}	V	1,961	1,908	1,908	1,908	1,908

Przy kompensacji pojemnościowej ciąg $\{C_i\}$ jest zbieżny do $C = 0,672$ F, podczas gdy $C_{opt} = 0,610$ F, natomiast przy kompensacji pojemnościowo-indukcyjnej ciąg $\{C_i\}$ jest szybko zbieżny do $C_{opt} = 0,5000$ F, z dokładnością do piątej liczby po przecinku. Wyniki kompensacji zestawione są w tabeli M.3c. Analizując je, warto zwrócić uwagę na to, że w przeciwieństwie do kompensacji pojemnościowej, kompensacja pojemnościowo-indukcyjna pozwoliła zmniejszyć odkształcenie napięcia na zaciskach źródła w stosunku do odkształcenia napięcia źródła nieobciążonego.

Indukcyjność L dwójnika kompensującego może być wybierana w sposób arbitralny, z tym że nie powinna ona być mniejsza od pewnej indukcyjności L_{min}. Dla odbiornika rezystancyjno-indukcyjnego jej wartość ustala się tak, aby dla wszystkich harmonicznych napięcia, z wyłączeniem harmonicznej podstawowej, impedancja dwójnika miała charakter indukcyjny. Ponieważ dla $L \rightarrow 0$, optymalna pojemność kompensująca dąży do pojemności C_{opt}, określo-

Tabela M.3c

Kompensacja		-	C		LC_{opt}
C	F	-	0,672	0,610	0,500
U_1	V	98,04	99,35	99,22	99,56
U_5/U_1	%	3,0	4,4	4,2	2,8
U_7/U_1	%	2,0	5,5	4,7	1,9
I_1	A	87,69	41,72	43,94	39,84
I_5/I_1	%	0,67	33,2	27,2	3,6
I_7/I_1	%	0,32	60,0	44,3	1,6
$\|i_r\|$	A	78,43	31,21	29,45	1,53
$\|i\|$	A	87,69	50,59	49,52	39,87
λ	-	0,447	0,784	0,800	0,998

nej wzorem Shepherda i Zakikhaniego, zatem, jeśli $r\omega_1$ jest pulsacją harmonicznej napięcia o najmniejszej oprócz harmonicznej podstawowej częstotliwości, to indukcyjność L_{min} winna w przybliżeniu spełniać warunek

$$\frac{1}{\sqrt{L_{min} C_{opt}}} < r\omega_1. \tag{4}$$

Gdy jednak indukcyjność L jest zbyt bliska wartości L_{min}, wówczas uzyskuje się tylko nieznaczną poprawę współczynnika mocy źródła, w porównaniu z kompensacją pojemnościową, a także gorsza jest zbieżność ciągu $\{C_j\}$ obliczanego na podstawie wzoru iteracyjnego (3). Wyniki kompensacji obwodu rozpatrywanego w przykładzie M.3 oraz moce pozorne kondensatora S_c i induktora S_L zestawione są dla różnych indukcyjności L w tabeli M.3d.

Tabela M.3d

L	H	-	-	0,08	0,1	0,2	0,4
C_{opt}	F	-	0,610	0,780	0,750	0,690	0,606
U_5/U_1	%	3,0	4,2	1,7	2,1	2,6	2,8
U_7/U_1	%	2,0	4,7	1,4	1,6	1,8	1,9
I_5/I_1	%	0,67	61,4	31,2	23,3	10,4	5,6
I_7/I_1	%	0,32	44,3	10,0	8,1	4,3	2,5
S_c	V.A	-	6470	8920	8760	9220	10480
S_L	V.A	-	-	713	770	1320	2560
λ	-	0,447	0,800	0,947	0,973	0,993	0,997

W rozważaniach powyższych przyjmowano, że parametrem dwójnika kompensującego, o wartości ustalonej arbitralnie, jest indukcyjność L, lecz parametrem tym może być także pojemność C. Co więcej, ze względu na możliwość płynnej zmiany indukcyjności [SM 1] dławików energetycznych przypadek ten może być technicznie bardziej interesujący. Nie jest on tu jednak rozpatrywany, gdyż w aspekcie teoretycznym nie różni się on od uprzednio omawianego.

2. Minimalizacja w dziedzinie czasowej

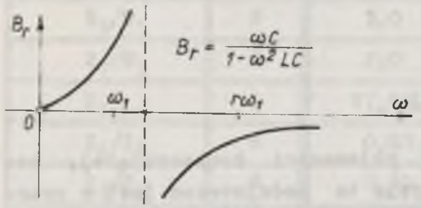
Aby podjąć decyzję dotyczącą wartości pojemności kompensującej, potrzebny jest jednak pewien czas. Gdy decyzja ta podejmowana jest w oparciu o wyrażenie (3), tj. w dziedzinie częstotliwościowej, w czasie tym musi się zmieścić pomiar wartości skutecznych U_n harmonicznych napięcia i susceptancji B_n. Dlatego, jeśli obwód nie jest stacjonarny, to decyzje te mogą nie nadążać za zmianami parametrów. W takiej sytuacji czas podejmowania decyzji o wartości pojemności kompensującej jest jednym z najważniejszych wskaźników jakości układu sterującego układem kompensującym. Ponieważ jednym z zasadniczych składników tego czasu jest czas pomiaru wartości U_n, B_n, zatem aby skrócić czas podejmowania decyzji, wskazane jest znalezienie warunku równoważnego warunkowi (2), lecz określonego w dziedzinie czasowej, nie zaś w dziedzinie częstotliwościowej. Można to uczynić w sposób następujący. Jeśli i_o jest prądem odbiornika, a i_c jest prądem dwójnika kompensującego, to prąd źródła, $i = i_o + i_c = i_c + C\dot{u}_c$, ma wartość skuteczną $\|i\|$, której kwadrat jest równy

$$\|i\|^2 = \|i_o + C\dot{u}_c\|^2 = \|i_o\|^2 + 2(i_o, \dot{u}_c) + C^2\|\dot{u}_c\|^2. \tag{5}$$

Tak jak w przypadku minimalizacji wartości skutecznej prądu źródła w dziedzinie częstotliwościowej, tak i obecnie rozwiązujemy uproszczone zagadnienie minimalizacji, zakładając, że źródło jest idealnym źródłem napięcia, a więc prąd odbiornika i_o nie zależy od pojemności dwójnika kompensującego. Przy takim założeniu warunek konieczny na to, aby wartość skuteczna prądu źródła miała minimum dla $C = C_{opt}$, może być przedstawiony w postaci równania

$$(i_o, \dot{u}_o) + C\frac{d}{dC}(i_o, \dot{u}_c) + C\|\dot{u}_c\|^2 + C^2\|\dot{u}_c\|\frac{d}{dC}\|\dot{u}_c\| = 0. \tag{6}$$

Podobnie jak poprzednio, w odniesieniu do funkcji (1), tak i teraz druga pochodna funkcji (5) względem pojemności jest nieprzydatna bez dodatkowych informacji o obwodzie do sprawdzenia, czy pojemność, będąca rozwiązaniem równania (6), rzeczywiście minimalizuje wartość skuteczną prądu źródła. Ponadto, mając na uwadze złożoność tej pochodnej, może być łatwiej w przypadku wątpliwości, sprawdzić to bezpośrednio, obliczając wartości $\|i\|$ w otoczeniu C_{opt}. Szczególnie łatwo można sprawdzić, czy pojemność spełniająca równanie (6) minimalizuje wartość skuteczną prądu źródła w przypadku odbiorników rezystancyjno-indukcyjnych. Mianowicie, impedancja dwójnika kompensującego musi mieć wówczas charakter pojemnościowy dla pulsacji podstawowej ω_1 napięcia źródła oraz charakter indukcyjny dla pozostałych pulsacji harmonicznych napięcia, począwszy od najmniejszej z nich, $r\omega_1$ (rys. M.5). Jeśli traktuje się więc wartość skuteczną prądu źródła jako funkcję pojemności C, to poszukiwane minimum tej funkcji przedziela dwa sąsiednie maksima, odpowiadające rezonansowi napięciowemu elementów dwójnika przy pulsacji ω_1 i przy pulsacji $r\omega_1$. W przedziale

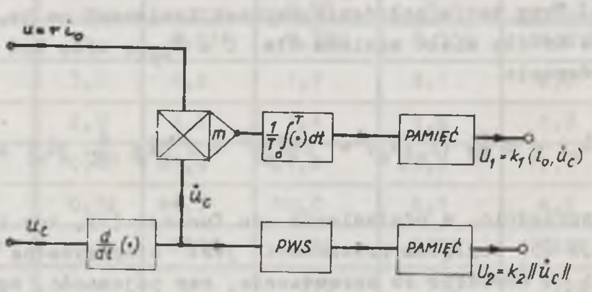


Rys. M.5

$$\frac{1}{r^2\omega_1^2 L} < C < \frac{1}{\omega_1^2 L} \tag{7}$$

funkcja (5) nie ma więc innego ekstremum poza poszukiwanym minimum. Jeśli zatem rozwiązanie równania (6) spełnia nierówność (7), to wówczas wyznaczona pojemność C minimalizuje wartość skuteczną prądu źródła.

Pojemność C minimalizująca wartość skuteczną prądu źródła jest pierwiastkiem równania kwadratowego, którego współczynniki określone są wartościami funkcjonałów $(i_o,\dot{u}_c)$, $\|\dot{u}_c\|$ oraz ich pochodnych względem pojemności C. Wartości te mogą być przetworzone na napięcie stałe (rys. M.6) i ewentualnie zmierzone, przy odpowiedniej konstrukcji układu całkującego i przetwornika wartości skutecznej (PWS), już w ciągu jednego okresu T zmienności przebiegów. Przybliżone wartości pochodnych $\frac{d}{dC}(i_o,\dot{u}_c)$ i $\frac{d}{dC}\|\dot{u}_c\|$ mogą być wyznaczone przez przetwarzanie na napięcie stałe przyrostu wartości $\Delta(i_o,\dot{u}_c)$ i $\Delta\|\dot{u}_c\|$ obu funkcjonałów, odpowiadających przyrostowi włączonej pojemności C o ΔC.



Rys. M.6

Każdy ze współczynników równania (6) jest jednak uwikłaną funkcją pojemności kompensującej C i jego rozwiązanie nie może być znalezione w sposób bezpośredni. Można je rozwiązać, stosując procedurę iteracyjną z korekcją po każdym kroku iteracji włączonej pojemności i wartości współczynników równania. Wymaga to wyznaczania po każdym kroku iteracji wartości funkcjonałów $(i_o,\dot{u}_c)$, $\|\dot{u}_c\|$ i ich pochodnych $\frac{d}{dC}(i_o,\dot{u}_c)$, $\frac{d}{dC}\|\dot{u}_c\|$. Aby uniknąć osobnego wyznaczania pochodnych, autor przyjął nieco odmienną procedurę iteracyjną. Mianowicie, ciąg pojemności $C_1, C_2 \ldots C_k, C_{k+1} \ldots$ wyznacza się rozwiązując równanie

$$a(C_k)C_{k+1}^2 + b(C_k)C_{k+1} + c(C_k) = 0 \tag{8}$$

gdzie

$$a(C_k) \triangleq \|\dot{u}_c\|_k \frac{\|\dot{u}_c\|_k - \|\dot{u}_c\|_{k-1}}{C_k - C_{k-1}} \tag{9}$$

$$b(C_k) \triangleq \|\dot{u}_c\|_k^2 + \frac{(i_o,\dot{u}_c)_k - (i_o,\dot{u}_c)_{k-1}}{C_k - C_{k-1}} \tag{11}$$

$$c(C_k) \triangleq (i_o,\dot{u}_c)_k \tag{11}$$

$$C_k = \frac{\|i_c\|_k}{\|\dot{u}_c\|_k} \tag{12}$$

które dla $|C_{k+1} - C_k| \to 0$, jest zbieżne do równania (6). Jak widać, w procedurze tej pochodne $\frac{d}{dC}(i_o,\dot{u}_c)$ oraz $\frac{d}{dC}\|\dot{u}_c\|$ zostały zastąpione ilorazami różnicowymi, obliczanymi na podstawie wyników dwóch sąsiednich iteracji.

Procedurę taką może realizować pewien system mikroprocesorowy, który w cyklu iteracji k+1, przy włączonej pojemności C_k, kontroluje przetwarzanie wartości funkcjonałów $(i_o,\dot{u}_c)_k$, $\|\dot{u}_c\|_k$ na wielkości cyfrowe i gromadzi je w pamięci, oblicza wartości współczynników (9) ÷ (12) i rozwiązując równanie (8) oblicza pojemność C_{k+1}. Gdy różnica $|C_{k+1} - C_k|$ jest większa od pewnej umownej wartości, system kontroluje korekcję włączonej pojemności do wartości C_{k+1} i przechodzi do cyklu k+2. W obwodzie musi być przy tym włączona na stałe pewna mała pojemność C_o, spełniająca warunek (7).

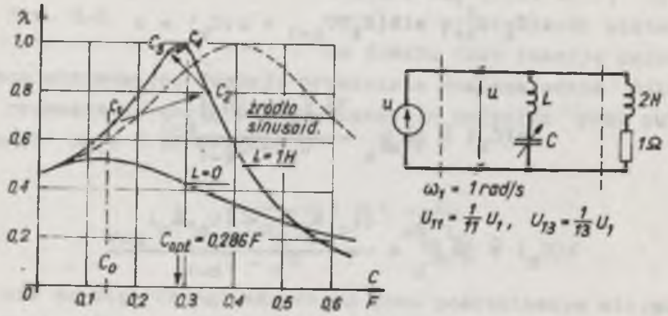
Aby zweryfikować zbieżność powyższej procedury, sprawdzano ją na matematycznym modelu obwodu i realizującego tę procedurę systemu, z tym że do wyznaczania wartości funkcjonałów $(i_o,\dot{u}_c)_k$, $\|\dot{u}_c\|_k$, $\|i_c\|_k$ wykorzystywano podprogram analizy obwodu.

PRZYKŁAD M.4. Stosując wyżej omówioną procedurę do obwodu analizowanego w przykładzie M.1, przyjmując $L = 1H$, $C_o = 0,14$ F, gdy pierwszy wybrany w sposób arbitralny wyraz ciągu $\{C_k\}$ jest równy $C_1 = 0,15$ F, otrzymuje się ciąg pojemności

$$C_2 = 0,342 \text{ F}; \quad C_3 = 0,263 \text{ F}; \quad C_4 = 0,282 \text{ F}; \quad C_5 = 0,287\text{F},...$$

zbieżny do $C_{opt} = 0,286$ F, tak jak w przykładzie M.1.

Na rys. M.7 przedstawiono zależność współczynnika mocy źródła od pojemności kompensującej oraz jego zmiany w kolejnych krokach iteracji dla L = 1 H.



a) b)

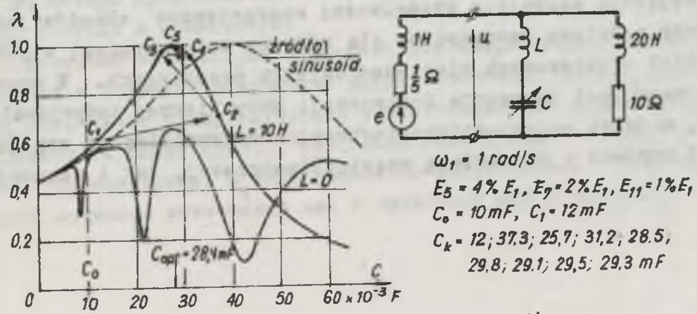
Rys. M.7

Gdy źródło napięcia nie jest idealne, wówczas także wartość skuteczna $\|i_o\|$ prądu odbiornika jest pewną funkcją pojemności kompensującej C. Przy minimalizacji w dziedzinie częstotliwości nie można było w takim przypadku podać ścisłego, a jednocześnie praktycznie użytecznego, warunku minimalizacji wartości skutecznej prądu źródła. Teraz natomiast, aby otrzymać warunek konieczny na to, aby wartość ta miała minimum, wystarczy do lewej strony równania (6) dodać składnik $\|i_o\| \frac{d}{dC} \|i_o\|$. Stosując do obliczenia pojemności kompensującej procedurę iteracyjną, opartą na równaniu (8), trzeba współczynnik $c(C_k)$ zdefiniować jako

$$c(C_k) \triangleq (i_o, \dot{u}_c)_k + \|i_o\|_k \frac{\|i_o\|_k - \|i_o\|_{k-1}}{C_k - C_{k-1}} \tag{13}$$

Oznacza to, że uwzględnienie impedancji źródła wymaga zastosowania dodatkowego przetwornika wartości skutecznej na napięcie stałe, jednak jak to ilustruje następujący przykład, godząc się z pewnym błędem, można zrezygnować z tej modyfikacji.

PRZYKŁAD M.5. W obwodzie, przedstawionym na rys. M.8b, napięcie źródła, o pulsacji $\omega_1 = 1$ rad/s, ma harmoniczne ze zbioru $N_u = \{1,5,7,11\}$ o wartościach skutecznych $E_5 = 4\% \, E_1$, $E_7 = 2\% \, E_1$, $E_{11} = 1\% \, E_1$. Przy indukcyjności L = 10 H wartość skuteczna prądu źródła jest minimalna, gdy $C = C_{opt} = 28,4$ mF i wówczas, $\lambda = 0,997$. W uproszczonej procedurze iteracyjnej, pomijającej składnik $\|i_o\| \frac{d}{dC} \|i_o\|$, otrzymujemy, przy $C_o = 10$ mF $C_1 = 12$ mF, ciąg $\{C_k\}$ o wyrazach: 37,3 mF; 25,7 mF; 31,2mF; 28,5 mF; 29,8 mF;... zbieżny do C = 29,4 mF i wówczas $\lambda = 0,994$. Zmiany wartości współczynnika mocy λ w kolejnych krokach iteracji przedstawione są na rys. M.8a. Jak wynika z przedstawionych na rys. M.8a wykresów, pojawienie się odkształceń takich jakie przyjętc w przykładzie, w obwodzie o pierwotnie nieodkształconym napięciu (linia przerywana), lecz skompensowanym pojemnością C = 40 mF do współczynnika mocy $\lambda = 1$, powoduje zmniejszenie się współczynnika mocy źródła do wartości $\lambda = 0,18$. Włączenie w tej samej sytuacji, szeregowo z kondensatorem, induktora o indukcyjności L = = 10 H, bez zmiany pojemności C, powoduje zmniejszenie się współczynnika mocy źródła do wartości $\lambda = 0,6$.



a) b)

Rys. M.8

Wyrażenie (5), określające wartość skuteczną prądu źródła, pozostaje prawdziwe także i wtedy, gdy odbiornik nie jest odbiornikiem liniowym, a zatem pozostaje nadal prawdziwy warunek (6), uzupełniony ewentualnie, gdy źródło nie jest idealnym źródłem napięciowym, o składnik $\|i_o\| \frac{d}{dC} \|i_o\|$. Tak więc minimalizacja wartości skutecznej prądu źródła w dziedzinie czasowej, oparta na równaniu (6), może być stosowana także w obwodach nieliniowych.

INTERPRETACJA, IDENTYFIKACJA I MODYFIKACJA WŁAŚCIWOŚCI ENERGETYCZNYCH OBWODÓW JEDNOFAZOWYCH Z PRZEBIEGAMI ODKSZTAŁCONYMI

S t r e s z c z e n i e

Monografia przedstawia metody pomiarów w obwodach z okresowymi przebiegami odkształconymi takich wielkości, jak moc bierna wg definicji Budeanu, optymalna pojemność kompensująca źródła, susceptancja odbiornika dla częstotliwości harmonicznych czy też wartości skuteczne składowej biernej i składowej rozrzutu prądu źródła. Przedstawione są także uwagi krytyczne odnośnie do istniejących teorii mocy oraz zaproponowana jest nowa teoria mocy obwodów z okresowymi przebiegami odkształconymi. Oparta jest ona na rozkładzie prądu źródła na cztery ortogonalne składowe i obejmuje zarówno teorię mocy Fryzego, jak i teorię mocy Shepherda i Zakikhaniego. Teoria ta wyjaśnia wszystkie właściwości energetyczne obwodów jednofazowych i tworzy podstawy teoretyczne dla różnych metod poprawy współczynnika mocy źródeł o okresowych niesinusoidalnych przebiegach. W szczególności analizowana jest koncepcja kompensacji mocy biernej indywidualnych harmonicznych, a także pojemnościowo-indukcyjna maksymalizacja współczynnika mocy źródeł zarówno w dziedzinie częstotliwościowej, jak i czasowej.

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ, ИДЕНТИФИКАЦИЯ И МОДИФИКАЦИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СВОИСТВ ОДНОФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ С НЕСИНУСОИДАЛЬНЫМ ПРОТЕКАНИЕМ

Р е з ю м е

Монография представляет методы проведения измерений в цепях с периодическим несинусоидальным протеканием таких величин как реактивная мощность, согласно дефиниции Бидони, оптимальная ёмкость компенсирующая источник реактивная проводимость приёмника для гармонических частот; или же действующее значение реактивной составляющей и составляющей разброса тока источника.

Даются тоже критические замечания, относительно существующих теорий мощности, а также предлагаемая новая теория мощности, цепей с периодическим несинусоидальным протеканием. Теория эта основана на распределении тока источника на четыре ортогональные составляющие и касается тоже теории мощности Фриза, Шепарда и Закиканего.

Представленная выше теория объясняет все энергетические свойства однофазных цепей и образует основы для разных методов изменения коэффициента мощности источников с периодическим несинусоидальным протеканием.

В особенности анализируется концепция компенсации реактивной мощности отдельных гармонических, а также ёмкостно-индукционная максимализация коэффициента мощности источников так в частотной как и временной области.

POWER PROPERTIES OF SINGLE-PHASE NON-SINUSOIDAL SYSTEMS
ELUCIDATION, IDENTIFICATION AND MODIFICATION

S u m m a r y

The monograph presents some methods of measurement in nonsinusoidal systems of such quantities as the reactive power, defined by Budeanu; the optimal capacitance for the source power-factor maximization; the load susceptance for harmonic frequencies, and the RMS values of reactive and scattered current components. There are presented also some critical comments on the existing power theories of systems with periodic non-sinusoidal waveforms, and a new power theory is presented. This theory is based on the source current decomposition into four orthogonal components and includes both the theory proposed by Fryze and the one, formulated by Shepherd and Zakikhani. It elucidates all power properties of periodic non-sinusoidal single-phase systems and forms the foundations for the source power-factor in non-sinusoidal systems improvement. In particular there is analysed the idea of individual harmonics reactive power compensation, as well as, the capacitive-inductive source power-factor maximization, both in the frequency-domain and in the time-domain.

Cena zł 80.

WYDAWNICTWA NAUKOWE I DYDAKTYCZNE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ MOŻNA NABYĆ W NASTĘPUJĄCYCH PLACÓWKACH:

44-100 Gliwice — Księgarnia nr 096, ul. Konstytucji 14 b
44-100 Gliwice — Spółdzielnia Studencka, ul. Wrocławska 4 a
40-950 Katowice — Księgarnia nr 015, ul. Żwirki i Wigury 33
40-096 Katowice — Księgarnia nr 005, ul. 3 Maja 12
41-900 Bytom — Księgarnia nr 048, Pl. Kościuszki 10
41-500 Chorzów — Księgarnia nr 063, ul. Wolności 22
41-300 Dąbrowa Górnicza — Księgarnia nr 081, ul. ZBoWiD-u 2
47-400 Racibórz — Księgarnia nr 148, ul. Odrzańska 1
44-200 Rybnik — Księgarnia nr 162, Rynek 1
41-200 Sosnowiec — Księgarnia nr 181, ul. Zwycięstwa 7
41-800 Zabrze — Księgarnia nr 230, ul. Wolności 288
00-901 Warszawa — Ośrodek Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN — Pałac Kultury i Nauki

Wszystkie wydawnictwa naukowe i dydaktyczne zamawiać można poprzez Składnicę Księgarską w Warszawie, ul. Mazowiecka 9.