

SYMPOZJON "MODELOWANIE W MECHANICE"

POLSKIE TOWARZYSTWO MECHANIKI TEORETYCZNEJ I STOSOWANEJ

Beskid Śląski, 1990

Karol Grudziński, Marek Zapłata

Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn

Politechnika Szczecińska

MODELOWANIE DRGAŃ SAMOWZBUDNYCH WYWOŁANYCH TARCIEM

Streszczenie. W pracy przedstawiono fizyczny i matematyczny model układu mechanicznego z tarcieciem oraz program do symulacji badań ciernych drgań samowzbudnych. Siłę tarcia opisano nieliniową funkcją prędkości ślizgania oraz czasu pozostawania sań w spoczynku po ich zatrzymaniu. w modelu połączenia tarcioowego uwzględniono kontaktową podatność styczną.

Wstęp

Cierne drgania samowzbudne (CDS) występują w wielu układach mechanicznych z węzłami tarcia ślizgowego, w szczególności tam, gdzie ruch względny elementów pary tarciowej odbywa się z małą prędkością. Mogą one mieć charakter drgań quasiharmonicznych lub relaksacyjnych.

Przyczyną powstawania CDS są siły tarcia, a ściślej mówiąc zmiany wartości tych sił, występujące w niestacjonarnych warunkach ruchu oraz nieliniowy charakter przebiegu tych zmian. Mają one ścisły związek z odkształceniami kontaktowymi występującymi w połączeniu ślizgowym. O ile sam fakt istnienia ścisłej więzi między siłami tarcia, odkształceniami kontaktowymi i drganiami potwierdzony został przez wielu badaczy [1,2,3], o tyle znajomość mechanizmów i praw rządzących tymi procesami jest ciągle za mała w stosunku do praktycznych potrzeb współczesnej techniki w tym zakresie. Pomimo dość dużej liczby publikacji na temat CDS nie ma do tej pory jednolitej ogólnej teorii drgań. Istniejące teorie są fragmentaryczne i zawierają wiele uproszczeń oraz niedostatków.

Biorąc pod uwagę ogólną potrzebę dokładniejszego poznania procesów tarcia oraz GDS, występujących w wielu ruchowych połączeniach elementów maszyn, oraz konkretne potrzeby krajowego przemysłu obrabiarkowego w tym zakresie podjęto w Katedrze Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn Politechniki Szczecińskiej szeroko zakrojone prace teoretyczne i doświadczalne na ten temat. Prace te realizowane są w ramach CPBP 02.04, a ich dotychczasowe szczegółowe wyniki zawierają opracowania [4-8].

W niniejszym opracowaniu przedstawiono pewien wycinek tych prac. Istotną nowością przedstawionego w tym opracowaniu modelu układu dynamicznego z tarciem jest uwzględnienie w nim podatności kontaktowej stycznej.

2. Fizyczny i matematyczny model układu

Badania dynamicznych procesów tarcia oraz ciernych drgań samowzbudnych prowadzone są na bazie zespołu napędowo-posuwowego obrabiarki, którego uproszczony tribomechaniczny model przedstawiono na rys. 1a. Na bazie tego modelu zbudowano specjalne stanowisko laboratoryjne do badania procesu tarcia i dynamiki ruchu sań oraz model matematyczny w postaci równania różniczkowego ruchu.

Równanie to ma następującą postać:

$$m\ddot{x} - h(v - \dot{x}) - c(s_0 + vt - x) + F_t(x, \dot{x}, t) + \alpha \cdot F_c(c_c, h_c) = 0, \quad (1)$$

gdzie poszczególne człony oznaczają:

$m\ddot{x}$ - siłę bezładności (F_b) sań,

$h(v - \dot{x})$ - siłę tłumienia w napędzie ($F_{nt\dot{x}}$),

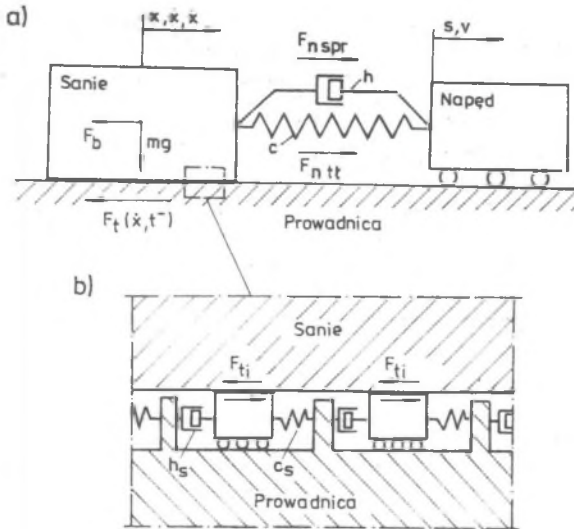
$c(s_0 + vt - x)$ - siłę sprężystości (F_{napr}) w elementach napędu, wymuszających ruch sań; siła napędu $F_n = F_{napr} + F_{nt\dot{x}}$,

$F_t(x, \dot{x}, t)$ - siłę tarcia, zależną od prędkości \dot{x} ślizgania sań oraz czasu t , pozostawanie sań w spoczynku, po ich zatrzymaniu,

$\alpha \cdot F_c(c_c, h_c)$ - kontaktową siłę styczną w połączeniu ślizgowym (rys.1b);

$F = F_{capr} + F_{ct\dot{x}}$, gdzie: F_{capr} - siła sprężystości kontaktowej, $F_{ct\dot{x}}$ - siła tłumienia kontaktowego; α - jest

parametrem sterującym, który przyjmuje wartości: $x = 0$ - podczas fazy poślizgu, $x = 1$ - podczas fazy szczipienia ślisa z podłożem.



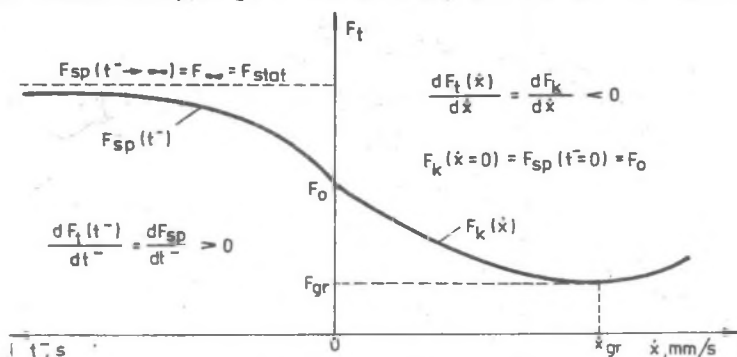
Rys. 1. Tribomechaniczny model zespołu napędowo-posuwowego obrabiarki (a) oraz model połączenia ślizgowego (b)

Rozwiązanie równania (1) zależy w głównej mierze od postaci funkcji $F_t(x, \dot{x}, \ddot{x}, t)$, opisującej siłę tarcia. Ponieważ CDS uwarunkowane są nieliniowymi charakterystykami tarcia, dlatego też równanie (1) jest nieliniowe i jego rozwiązanie nie może być osiągnięte w ogólnej postaci znanymi metodami analitycznymi. Można to osiągnąć tylko metodami numerycznymi przy użyciu mikrokomputera.

Do należytego objaśnienia drgań relaksacyjnych, występujących w rzeczywistych układach oraz opracowania programu do symulacyjnego badania tych drgań w układzie jak na rys. 1a, w modelu połączenia tarcioowego tego układu uwzględnić należy nie tylko odpowiednią funkcję $F(x, \dot{x}, \ddot{x}, t)$, opisującą zależność siły tarcia od prędkości \dot{x} ślizgania i czasu t trwania fazy szczipienia (które są ściśle związane z procesami odkształceń kontaktowych w kierunku normalnym), ale także kontaktową sztywność i tłumienie w kierunku stycznym do płaszczyzny

ślizgania. Model takiego połączenia ślizgowego w dużym uproszczeniu pokazano na rys. 1b. Umożliwia on objaśnienie występujących w rzeczywistych układach tzw. przemieszczeń wstępnych oraz małych drgań tłumionych w kierunku ślizgania sań, występujących w ruchu stick-slip podczas przejścia sań z fazy poślizgu do fazy szcepienia.

Do rozwiązania równania różniczkowego (1) przyjęto charakterystyki tarcia statycznego i kinetycznego, jak na rys. 2, wyznaczone



Rys. 2. Charakterystyki tarcia przyjęte do rozwiązania równania różniczkowego rozważanego układu

doświadczalnie. Charakterystyki te można opisać następującymi wzorami matematycznymi:

$$1) \dot{x} = 0; F_t = F_{sp} = F_{\infty} - (F_{\infty} - F_0)e^{-a|\dot{x}|} \quad (2)$$

$$2) 0 < \dot{x} \leq v_{gr}; F_t = F_k = F_0 + (F_{gr} - F_0) \cdot \frac{\dot{x}}{v_{gr}} \quad (3)$$

$$3) \dot{x} > v_{gr}; F_t = F_k = b \cdot F_{gr} \cdot \left[\frac{\dot{x}}{v_{gr}} \right]^2 \quad (4)$$

gdzie a, b są wielkościami stałymi zależnymi od rodzaju materiału i obróbki powierzchni elementów pary ślizgowej oraz użytego środka smarowego.

Podczas przechodzenia sań ze stanu poślizgu do stanu spoczynku w ruchu stick-slip następuje szcepienie sań z podłożem, odkształconym sprężysto w kierunku stycznym siłami tarcia kinetycznego. W tym momencie (tzn. w chwili, gdy $\dot{x} = 0$) rozpoczyna się pewien proces przejściowy, podczas którego sanie wykonują niewielkie drgania wokół pewnego położenia równowagi spoczynkowej. Drgania te zanikają

niemal całkowicie, jeżeli czas trwania fazy szczytowania jest dostatecznie długi.

Podczas fazy szczytowania siła tarcia zmienia swoją wartość w funkcji t^- według statycznej charakterystyki tarcia $F_t = F_t(t^-)$, a parametr sterujący, występujący w równaniu (1), $x = 1$, co oznacza włączenie do równania członu opisującego kontaktową siłę styczną

$$F_s = c_s \sigma + h_s \dot{x}, \quad (5)$$

gdzie σ oznacza sprężyste odkształcenie stykowe styczne, a c_s i h_s - odpowiednio współczynnik sztywności i tłumienia kontaktowego (rys. 1b).

Podczas fazy poślizgu $x = 0$ i człon opisujący F_s zostaje wyliczony z równania (1).

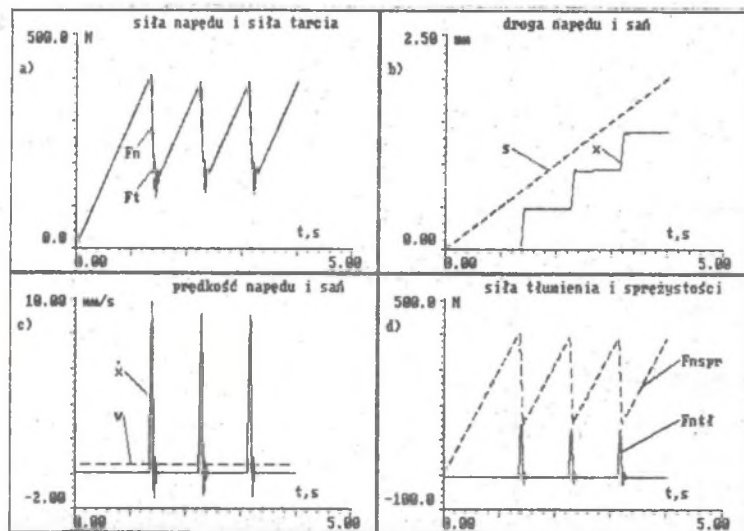
Do rozwiązywania równania (1) opracowany został specjalny program SYMTAR.

3. Program SYMTAR i przykładowe wyniki obliczeń

Program SYMTAR przeznaczony jest do wszechstronnego, ilościowego i jakościowego badania procesu tarcia i dynamiki ruchu w układach mechanicznych z tarciem, dających się przedstawić za pomocą modelu fizycznego jak na rys. 1a. W szczególności zaś program ten służy do badania postaci i parametrów ciernych drgań samowzbudnych (relaksacyjnych i quasi-harmonicznych), występujących w modelu zespołu napędowo-posuwowego obrabiarki, podczas rozruchu, zmiany prędkości napędu i pozycjonowania. Umożliwia on wykonanie symulacyjnych badań dla dowolnie założonych charakterystyk tarcia (z zasady nieliniowych), różnych warunków początkowych, wymuszeń kinematycznych i materiałów pary ślizgowej.

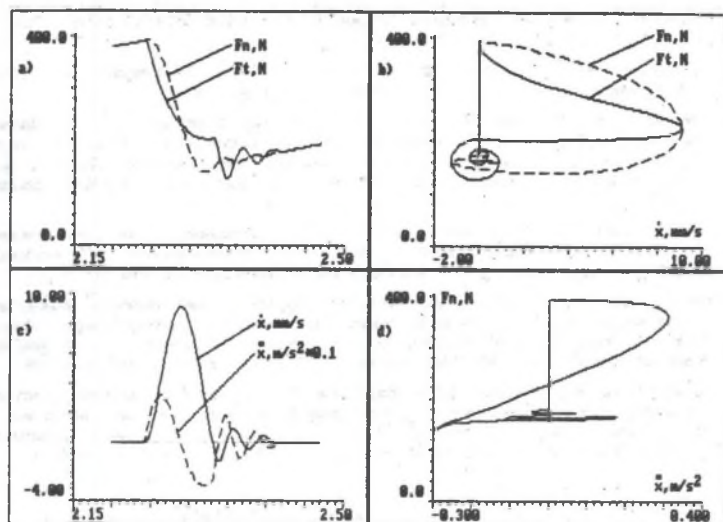
Cały tok obliczeń jest zautomatyzowany, a wyniki uzyskuje się w postaci graficznej, obrazującej przebiegi w czasie badanych wielkości kinematycznych i dynamicznych. Przykładowe wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 3 i 4. Do obliczeń przyjęto dane ze stanowiska badawczego: masa sań $m = 208$ kg, tłumienie napędu $h = 5$ Ns/mm, sztywność napędu $c = 600$ N/mm, wstępne napięcie sprężyny napędu $s_0 = 0$ mm, sztywność kontaktowa styczna $c_s = 5000$ N/mm, tłumienie kontaktowe styczne $h_s = 5$ Ns/mm, statyczny współczynnik tarcia $\mu_0 = 0,2$, kinetyczny współczynnik tarcia $\mu_k = \mu_k(x=0) = 0,1$.

Rysunek 3 obrazuje czasowe przebiegi wybranych wielkości dynamicznych i kinematycznych podczas rozruchu (ze stanu swobodnego) z prędkością napędu $v = 0,5$ mm/s. Charakterystykę tarcia przyjęto jak na rys. 2. Przy zadanej prędkości v napędu sanie przemieszczają się ruchem skokowym (stick-slip).



Rys. 3. Czasowe przebiegi wybranych wielkości dynamicznych i kinematycznych w procesie drgań samowzbudnych typu stick-slip

Na rys. 4a przedstawiono, w powiększonej skali czasu, fragmenty wykresów z rys. 3a,c, obrazujące przebiegi siły napędu F_n i siły tarcia F_t oraz prędkości x i przyspieszenia \ddot{x} san podczas fazy poślizgu w ruchu stick-slip. Rysunek 4b przedstawia przebiegi zmian siły napędu F_n i tarcia F_t w funkcji chwilowej prędkości x san podczas jednego pełnego okresu drgań relaksacyjnych, obejmującego fazę szczytowania i fazę poślizgu. Wykres F_t , wyrażony w funkcji chwilowej prędkości x , przedstawia dynamiczną charakterystykę tarcia [1,2]. Różnica $F_n - F_t$ wyraża siłę bezwładności F_b san. Rysunek 4d przedstawia wzajemną zależność siły napędu i przyspieszenia san w jednym pełnym cyklu ruchu stick-slip.



Rys. 4: a),c) Fragmenty z wykresów 3a,c w powiększonej skali czasu.
b),c) Dynamiczne charakterystyki siły tarcia i siły napędu podczas drgań relaksacyjnych.

Rysunki 3 i 4 przedstawiają tylko niektóre możliwości programu SYMTAR. Możliwości tych jest dużo więcej. Program jest w trakcie testowania, a uzyskane dotąd wyniki wykazują dobrą jakościową i ilościową zgodność z wynikami badań doświadczalnych. Pozwala to sądzić, iż przyjęty model i opracowany program stanowią będą efektywne narzędzie do badania dynamicznych procesów, a w szczególności ciernych drgań samowzbudnych, nie tylko w tribomechanicznym modelu zespołu napędowo-posuwowego obrabiarki, ale także w innych układach mechanicznych z węzłami tarcia ślizgowego.

LITERATURA

- [1] Kragelski I.V., Gitis N.V.: Frikcionnye zaptokolebanija. "Nauka", Moskwa 1987.

- [2] Wejc W.L. (red.): Osnovy dinamiki i procnosti masin. Izd. Leningr. Univ, Leningrad 1978.
- [3] Budanow B.F., Kudinov W.A., Tofstoj D.M.: Wzaimoswjaz trenija i kolebanij. Trenie i iznos. 1/1980, Nr 1, ss. 79-89.
- [4] Grudziński K., Warda J.B., Zapiata M.: Symulacyjne i doświadczalne badania drgań ciernych samowzbudnych w układzie modelującym zespół napędowo-posuwowy obrabiarki. Sprawozdanie z pracy n.-b. wyk. w ramach GPBP 02.04. Polt.Szczec., KMIPKM, Szczecin 1988.
- [5] Grudziński K.: Modelowanie tarcia mieszanego w połączeniach przewodnicowych obrabiarek. Sympozjon "Modelowanie w mechanice", PTMTS, Beskid Śląski, 1987. Zbiór referatów, ss.147-156.
- [6] Grudziński K.: Program do symulacyjnych badań tarcia mieszanego i dynamiki ruchu w modelu zespołu napędowo-posuwowego obrabiarek. VI Konferencja Metody i Środki Projektowania Wspomagane Komputerowo. PW IPBM Warszawa 1987. Zbiór referatów, ss.91-98.
- [7] Grudziński K., Warda J.B., Zapiata M.: Program do symulacyjnego badania drgań ciernych samowzbudnych wywołanych tarcie. VII Konferencja Metody i Środki Projektowania Wspomagane Komputerowo. PW IPBM, Warszawa 1989, (materiały konferencji w druku).

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФРИКЦИОННЫХ АВТОКОЛЕБАНИЙ

Р е з ю м е

В работе рассмотрено физическую и математическую модель механической системы с трением, а также компьютерную программу до симуляционных испытаний фрикционных автоколебаний. Силу трения описано как нелинейную функцию скорости скольжения а также времени останова. В модели стика принято во внимание касательную контактную податливость.

MODELLING OF FRICTIONAL SELF-INDUCED VIBRATIONS

S u m m a r y

A physical and mathematical model of material system with friction and a computer program for testing of the stick-slip motion have been presented. The friction force has been described by a non-linear function of sliding velocity and standstill time of the slider. In this model the tangential flexibility of the contacting surfaces has been taken into account.