

SYMPOZJON "MODELOWANIE W MECHANICE"

POLSKIE TOWARZYSTWO MECHANIKI TEORETYCZNEJ I STOSOWANEJ

Beskid Śląski, 1990

Wiesław J.J. Michalski, Józef A. Pietrucha

Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej

Politechnika Warszawska

MODEL DYNAMIKI SERWOMECHANIZMÓW  
DO STEROWANIA CZYNNEGO RUCHEM KRÓTKOOKRESOWYM SAMOLOTU

Streszczenie. Referat dotyczy wzbogacenia syntezy klasycznej poprzez odstąpienie od modelu natychmiastowej reakcji członów wykonawczych. Przedstawiono dwa sposoby uwzględnienia dynamiki sterów w modelu matematycznym samolotu z układem sterowania czynnego. Zbadano pełny zakres zmienności stałych czasowych: od steru utrzymanego do reakcji natychmiastowej poprzez stany pośrednie. Stwierdzono istotny wpływ dynamiki i sposobu jej uwzględnienia na proces przejściowy. Zwrócono uwagę na wymagane kierunki rozwoju badań.

1. Wstęp

Jak wiadomo, zob. np. [1], podstawą koncepcji sterowania czynnego samolotem jest wyposażenie go w układ sterowania, którego działanie polega na automatycznej regulacji wychylenia powierzchni sterowanych (istniejących lub dodatkowych).

Zalety tej koncepcji:

- 1) większa zwrotność, niemożliwa do osiągnięcia sposobem tradycyjnym;
- 2) mniejsze zużycie paliwa dzięki mniejszej masie samolotu;
- 3) wzrost żywotności samolotu dzięki szybszemu reagowaniu na obciążenia

od atmosfery;

- 4) tłumienie niestateczności aeroelastycznych, przede wszystkim flatteru;
- 5) osłabienie wirów w lotach na dużych kątach natarcia;
- 6) wspomaganie pilota w reagowaniu na zmiany warunków zewnętrznych.

Dotychczasowe doświadczenia wykazały, że nawet ograniczone zastosowanie sterowania czynnego przyniosło znaczne korzyści. Tak na przykład zainstalowanie na B-52 układu osłabiania skutków podmuchu zwiększyło wytrzymałość zmęczeniową o ponad 40% [2].

Realizacja praktyczna koncepcji sterowania czynnego wymaga uprzedniego wyznaczenia sposobu wychylania sterów (strategii sterowania). Z reguły stosuje się do tego teorię sterowania optymalnego, której cechą w wydaniu standardowym jest brak dynamiki sterów [3]. Rodzi się pytanie, jakie mogą być konsekwencje takiego założenia.

Niniejszy referat jest poświęcony odpowiedzi na pytanie o wpływ dynamiki członów wykonawczych na proces przejściowy obiektu sterowanego czynnie.

## 2. Podstawy teoretyczne

Równanie ruchu układu sterowanego ma postać standardową w teorii sterowania:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad t \geq t_0, \quad x(t_0) = x_0, \quad (1)$$

gdzie:  $A$  -  $n \times n$ -wymiarowa macierz stanu,  $B$  -  $n \times r$ -wymiarowa macierz sterowania,  $x$  -  $n$ -wymiarowy wektor stanu,  $u$  -  $r$ -wymiarowy wektor sterowania oraz  $t$  - czas.

Należy wyznaczyć taki wektor  $u$ , który realizuje cel sterowania, oceniany na podstawie jakiegoś kryterium. W dynamice konstrukcji lotniczych, ale nie tylko, bardzo popularny jest tzw. kwadratowy wskaźnik jakości, który w zagadnieniu stabilizacji przybiera postać:

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt, \quad Q \geq 0, \quad R > 0, \quad (2)$$

gdzie dane macierze  $Q$  i  $R$  nazywane są macierzami wagowymi.

Poszukiwane sterowanie otrzymuje się w wyniku minimalizacji funkcjonału (2); ma ono postać

$$u^0 = Fx, \quad (3)$$

Macierz sprzężenia zwrotnego  $F$  dana jest wzorem:

$$F = -R^{-1}B^T P, \quad P = P^T > 0, \quad (4)$$

gdzie P jest rozwiązaniem macierzowego równania typu Riccati'ego

$$PBR^{-1}B^T P - PA - A^T P - Q = 0. \quad (5)$$

Regulator realizujący prawo (3) z macierzą (4) nosi nazwę regulatora optymalnego.

### 3. Model fizyczny i matematyczny

Chcemy podkreślić, że przedstawione wyżej postępowanie jest w pewnym sensie uniwersalne. Zwykle jednak dalsze postępowanie przebiega tak, jakby wyznaczone sterowanie mogło być natychmiast zrealizowane. Tymczasem rzeczywiste układy sterowania potrzebują czasu na "odpracowanie" podanego sygnału. Przejawia się to w występowaniu opóźnienia, zwłoki lub wyprzedzenia.

W niniejszym referacie dynamikę mechanizmów wykonawczych modelujemy na pomocą członów opóźniających pierwszego rzędu.

$$T u_{\bullet} + u_{\bullet} = u_{\circ}, \quad (6)$$

skąd

$$u_{\bullet} = -T^{-1} u_{\bullet} + T^{-1} u_{\circ}, \quad (7)$$

gdzie T - macierz stałych czasowych.

Równanie (7) traci sens, gdy macierz T jest osobliwa, to znaczy wtedy, gdy stała czasowa któregośkolwiek członu wykonawczego jest równa zeru; ma to miejsce wtedy, gdy reakcja tego członu ma być natychmiastowa. Równanie skalarne dotyczące i-tego członu redukuje się wówczas do postaci:

$$u_{\bullet}^i = u_{\circ}^i, \quad (8)$$

co oznacza, że w każdej chwili sygnał odpracowany jest równy zadanemu.

Aby móc porównywać wyniki otrzymane przy różnych podejściach, przyjmujemy model fizyczny taki sam, jak w pracach [1, 4]. Podobnie przyjmiemy, że ruch krótkookresowy wystąpił po wejściu samolotu w podmuch

o charakterze skoku jednostkowego. Model matematyczny ma postać (1):

$$\dot{x}_s = A_s x_s + B_s u_s, \quad (9)$$

gdzie:  $A_s$  -  $n \times n$ -wymiarowa macierz stanu,  $B_s$  -  $n \times r$ -wymiarowa macierz sterowania,  $x_s$  -  $n$ -wymiarowy wektor stanu, a  $u_s$  -  $r$ -wymiarowy wektor sterowania.

Wielkości występujące w powyższym równaniu są następujące:

$$x_s = [\alpha \ q]^T, \quad u_s = [\delta_s \ d_f]^T, \quad (10)$$

$$A_s = \begin{bmatrix} Z_\alpha & Z_q \\ M_\alpha & M_q \end{bmatrix}, \quad B_s = \begin{bmatrix} Z_\delta & F_f \\ M_\delta & M_f \end{bmatrix}, \quad (11)$$

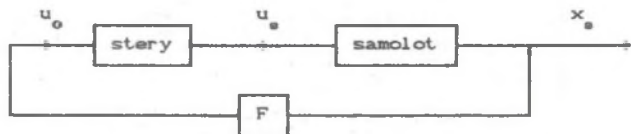
gdzie:  $\alpha$ ,  $q$  - zmiana, odpowiednio, kąta natarcia i prędkości pochylania,  $\delta_s$ ,  $d_f$  - zmiana kąta wychylenia, odpowiednio, steru wysokości i klap,  $Z_\alpha$ , ...  $M_f$  - współczynniki aerodynamiczne ( $Z_q \cong 1$ ) [5].

Dla równania (9) przyjmujemy następujący warunek początkowy:

$$x_0 = [\alpha_0 \ q_0]^T = [\arctg \frac{w}{V} \ 0]^T, \quad (12)$$

gdzie:  $w$  - prędkość podmuchu,  $V$  - prędkość samolotu.

Model przepływu sygnałów odpowiadający równaniom (7) i (9) jest przedstawiony na rys.1.



Rys.1.

Po wprowadzeniu rozszerzonego wektora stanu

$$x = [x_s \ u_s]^T \quad (13)$$

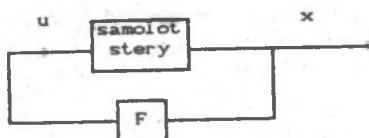
równania (9) i (7) można przedstawić w postaci równania (1):

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (14)$$

gdzie

$$A = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & -I^{-1} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ I^{-1} \end{bmatrix} \quad \text{i } u \equiv u_0. \quad (15)$$

Model przepływu sygnałów odpowiadający równaniu (14) jest przedstawiony na rys. 2.



Rys. 2.

Przyjęcie macierzy jednostkowych we wskaźniku jakości (2) powoduje, że przyjmuje on postać:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\dot{x}^T \dot{x} + u^T u) dt. \quad (16)$$

Taką postać wskaźnika przyjęto w toku obliczeń.

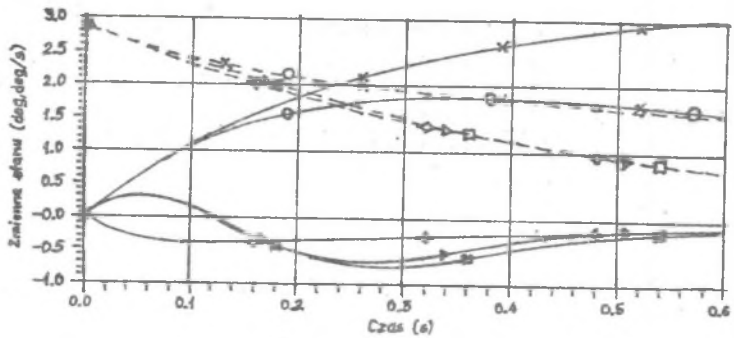
#### 4. Wyniki

Obliczenia przeprowadzono dla następujących danych liczbowych (por. [1, 4, 5, 6]):  $m = 5670 \text{ kg}$ ,  $S = 39 \text{ m}^2$ ,  $V = 109.0 \text{ m/s}$ ,  $h = 3048 \text{ m}$ ,  $Z_{\alpha} = -1.9690 \text{ s}^{-1}$ ,  $M_{\alpha} = 4.5970 \text{ s}^{-2}$ ,  $Z_{\omega} = -0.1560 \text{ s}^{-1}$ ,  $M_{\omega} = -20.042 \text{ s}^{-2}$ ,  $Z_f = -0.7460 \text{ s}^{-1}$ ,  $M_f = 8.6720 \text{ s}^{-2}$ . Są to dane modelu samolotu niestatecznego [1]. Badania wykazały, że dynamika steru wysokości ma tu dużo większe znaczenie

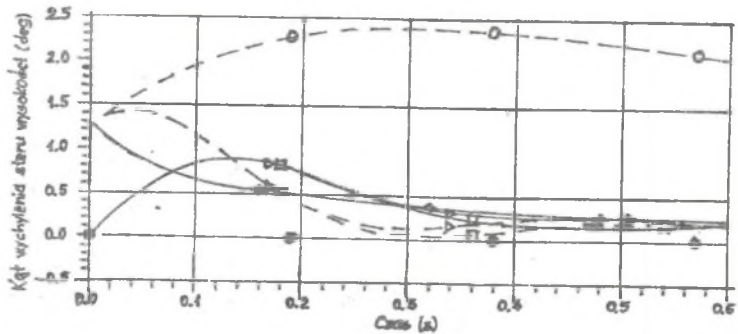
niż dynamika klap. Zmiany stałej czasowej w przypadku klap niewiele wpływają na ustalenie; w przypadku steru wysokości - wpływ ten jest bardzo wyraźny.

Na rysunkach 3 i 4 przedstawiono wyniki symulacji cyfrowej procesów przejściowych dla wybranych stałych czasowych. Symbole umieszczone na wykresach oznaczają następujące stałe czasowe dla steru wysokości ( $T_H$ ) i klap ( $T_K$ ):

- kółeczko -  $T_H = \infty$  (ster trzymany),  $T_K = 0,1$  s,
- kwadracik -  $T_H = 0,1$  s,  $T_K = \infty$  (klapy trzymane),
- trójkącik -  $T_H = T_K = 0,1$  s,
- rombik -  $T_H = T_K = 0$  (reakcja natychmiastowa),
- krzyżyk -  $T_H = T_K = \infty$  (samolot nie sterowany).



Rys. 3. Przebieg zmian kąta natarcia (----) i prędkości pochylania (—) dla różnych stałych czasowych steru wysokości i klap



Rys. 4. Zadana (—) i odpracowana (.....) zmiana kąta wychylenia steru wysokości dla różnych stałych czasowych steru wysokości i klap

## 5. Wnioski

Z przeprowadzonych badań i przytoczonych wykresów wynika, że dynamika układów sterowania i sposób jej uwzględnienia ma istotny wpływ na model procesu przejściowego. Dlatego w projektowaniu samolotu należy docenić badanie wpływu dynamiki członów wykonawczych na jego zachowanie się.

Tradycyjne układy sterowania lotem mają stosunkowo duże stałe czasowe, zwłaszcza, jeśli uwzględnić opóźnienia wprowadzane przez pilota. Konieczność uwzględnienia dynamiki wydaje się tu być oczywista. Warto podkreślić, że przedstawiony model członów wykonawczych może dotyczyć także pilota jako elementu pętli sprzężenia zwrotnego.

Układy sterowania czynnego powinny działać bardzo szybko - stąd ich małe stałe czasowe. Wydawać by się mogło, że wówczas jest uprawnione stosowanie modelu reakcji natychmiastowej. Jednak współczesne układy sterowania lotem są coraz bardziej skomplikowane (występowanie opóźnień, zwłoki lub wyprzedzenia). Powoduje to, że posiadają one częstości własne zbliżone do częstości ruchu krótkookresowego samolotu. To z kolei, może wywoływać oscylacje wzbudzone przez pilota (ang. PIO's), co prowadzi do znacznego pogorszenia własności lotnych. Tak więc i w tym przypadku widać potrzebę modelowania dynamiki członów wykonawczych.

## Literatura

- [1] W.J.J. Michalski, J.A. Pietrucha: Sterowanie czynne własnościami dynamicznymi samolotu nieodkształcalnego. *Mechanika Teoretyczna i Stosowana* (w druku).
- [2] E. Ciołkosz: *Rozwój samolotów naddźwiękowych*. WKiŁ, W-wa 1980.
- [3] M. Athans, P.L. Falb: *Optimal Control: an Introduction to the Theory and its Applications*, McGraw-Hill, N.Y. 1966, (przekł. pol.: *Sterowanie optymalne. Wprowadzenie do teorii i jej zastosowania*, WNT, Warszawa 1969).
- [4] W.J.J. Michalski, J.A. Pietrucha: Kształtowanie własności dynamicznych poprzez modyfikacje kwadratowego wskaźnika jakości. *XXVIII Sympozjon Modelowanie w Mechanice*, 1989, s. 259.
- [5] W.J.J. Michalski: *Badanie dynamiki liniowych obiektów sterowanych w warunkach losowych z kwadratowym wskaźnikiem jakości*. Praca magisterska, ITLIMS PW, Zakład Mechaniki, Warszawa 1987.
- [6] W.I. Oehman: *Optimum Drsing Considerations of a Gust Alleviator for Aircraft*, NASA TN D-8152, March 1976.

**МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ СЕРВОМЕХАНИЗМОВ АКТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ КОРОТКОПЕРИОДИЧЕСКОМ ДВИЖЕНИЕМ САМОЛЕТА**

**Резюме**

Реферат касается расширения классического синтеза через отступление от модели мгновенной реакции органов управления. Представлены два способа учета динамики руля в математической модели самолета с системой активного управления: от фиксированного руля до мгновенной реакции через среднее состояние для разных временных констант. Доказано истинное влияние динамики и способа ее учета на переходный процесс. Обращено внимание на обязательные направления исследования.

**MODEL OF SERVOMECHANISMS FOR ACTIVE CONTROL OF AIRCRAFT SHORT-PERIOD MODE**

**Summary**

Paper concerns classical synthesis enhancement by abandonment of instantaneous reaction model of controls. Two ways of accounting for controls dynamics in mathematical model of aircraft with active control system are presented. Full range of time constants changeability has been investigated: from fixed controls to instantaneous reaction through mean states for many time constants. Essential influence of dynamics and way in which it is applied on transient process has been proved. Required trends of investigations development have been shown.