ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1989

Seria: MECHANIKA z.99 Nr kol. 1057

SYMPOZJON "MODELOWANIE W MECHANICE"
POLSKIE TOWARZYSTWO MECHANIKI TEORETYCZNEJ I STOSOWANEJ
Beskid Śląski, 1990

Ю.К. Рудавский, А.Ф. Варвинский, В. Гонтарь
Львовский Политехнический Институт

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ НА МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ СИСТЕМ С ДИССИПАЦИЕЙ ЭНЕРГИИ

Резюме. Предложена методика исследования колебаний механических систем с учётом рассеяния энергии и изменения их температуры. Методика реализована на примере вынужденных колебаний стержня.

Анализ многочисленных экспериментальных данных показывает, что при изменении температуры в достаточно широких диапазонах физико-механические характеристики материалов существенно отличаются от используемых при расчётах усреднённых величин. Поэтому при теоретических исследованиях возникает необходимость учитывать их зависимость от температуры.

Рассмотрим колебания системы, находящейся в заданном температурном поле, с учётом диссипации энергии в материале при механических колебаниях. Температуру мало изменяющуюся за цикл колебаний принимаем зависящей от координаты x и медленного времени $\tau = \varepsilon t$, где ε - малый положительный параметр, t - время.

Будем исходить из нелинейной зависимости между напряжениями и деформациями [I], которую представим в виде

$$\sigma_k = G_k \left[\xi_k \pm \alpha(n) \delta_k \left(\xi_{ak} \mp 2n \xi_k - \xi_k^{2n} : \xi_{ak}^{2n-1} \right) \right] \qquad (I)$$

где ξ_{ak} - амплитудное значение деформации, $G_k(\theta)$ - модуль упругости, зависящий от температуры θ, δ_k - логарифмический декремент колебаний, $\alpha \in Z$, $k=1,2$.

Зависимость логарифмического декремента колебаний от амплитудного значения деформации и температуры аппроксимируем функцией двух переменных

$$\delta(\xi_{ak}, \theta) = \sum_{i=0}^{n_1} \sum_{j=0}^{n_2} b_{ij} P_i(s_1) P_j(s_2), \tag{2}$$

где $P_i(s)$ - полиномы Чебышева с дробно-линейным преобразованием аргументов $s_1 = s_1(\xi_{ak})$, $s_2 = s_2(\theta)$, b_{ij} - коэффициенты, определяемые путём обработки экспериментальных данных.

Тогда с учётом зависимостей (I), (2) уравнение вынужденных колебаний механической системы может быть представлено в виде

$$D_k(R D_k U) + S\ddot{U} = Q_\varepsilon \cos \nu t + \varepsilon \Phi, \tag{3}$$

где U - поле перемещений, R, S - упругий и инерционный линейные операторы, Q_ε - амплитуда внешней возмущающей нагрузки, ν - её частота, $\varepsilon\Phi$ - функционал учитывающий гистерезисные потери энергии, D_k - дифференциальный оператор, а точка означает дифференцирование по времени t.

Решение квазилинейного дифференциального уравнения (3) может быть получено асимптотическим методом Крылова - Боголюбова - Митропольского. Ограничиваясь первым приближением запишем его в виде

$$U(x,t) = U_0(x) a(\tau) \cos \varphi + \varepsilon U_1(x, \tau, \varphi), \tag{4}$$

где амплитуда a и фаза φ связаны соотношениями

$$\dot{a}(\tau) = \varepsilon A_1(a), \quad \dot{\varphi}(\tau) = \nu(\tau) - \omega(\tau) + \varepsilon B_1(a), \tag{5}$$

ω - частота собственных колебаний, а функции $A_1(a)$, $B_1(a)$, $U_1(x,\tau,\varphi)$ определяются известным образом [2].

Необходимость учёта влияния температуры при исследовании колебаний механических систем с диссипацией энергии демонстрирует пример продольных колебаний консольного стержня постоянного сечения, вызванных внешним периодическим возмущением малой амплитуды εq. К торцам стержня приложена температура: $\theta(0)=\theta_1$, $\theta(\ell)=\theta_2$. В этом случае уравнение (3) принимает вид

$$D(E(\theta)DU) - c^2\ddot{U} = D\varepsilon\Phi + \nu^2\varepsilon q\cos\nu t, \quad D=\frac{\partial}{\partial x}, \tag{6}$$

где $\varepsilon\Phi = \mp\alpha(n)\delta(s_1,s_2)\left[DU(x,0)\mp 2nDU-(DU)^2 : DU(x,0)\right]$.

Влияние квазистационарного температурного поля $\theta=\theta(x,\tau)$, определяемого из соответствующей задачи теплопроводности, учитывается в функционале $\varepsilon\Phi$ посредством декремента колебаний (2) и модулем упругости Юнга $E(\theta)$, который в первом приближении может быть заменён усреднённым значением E_c. Решение дифференциального уравнения (6) с учётом граничных условий $U(0)=DU(\ell)=0$ может быть получено аналогично [3].

Опуская промежуточные результаты, исходя из соотношений (5) приведём формулы для построения амплитудной резонансной кривой:

$$\frac{\nu}{\omega} = 1+\alpha(n)\int_0^1 a(\tau)(DU_0)^2\delta(s_1,s_2)\,dx + \frac{\varepsilon q\nu^2}{\pi}c^2\cos\varphi_0(\tau); \tag{7}$$

$$\sin\varphi_0(\tau) = 2\int_0^1 a(\tau)(DU_0)^2\delta(s_1,s_2)\,dx, \tag{8}$$

где $s_1=s_1(a(\tau)DU_0(x))$, $s_2=s_2(\theta(x,\tau))$,

$$c^2=\frac{\rho\ell^2}{E_c}, \quad \alpha(n)=\frac{2n+1}{8n}, \quad n\in Z.$$

Численные результаты получены для стержня из сплава ЭИ 826. Для обработки экспериментальных данных [3,4] была создана программа для ЭВМ формирующая двумерный массив значений логарифмического декремента колебаний и определяющая коэффициенты b_{ij} аппроксимации (2), предствленные в таблице I. Степени полиномов n_1, n_2 были выбраны такими, чтобы достигалась точность порядка 2 %.

Таблица 1

i \ j	0	I	2	3
0	0.4307 E-02	0.36I4 E-02	0.2586 E-02	0.II02 E-02
I	0.5353 E-03	-0.3274 E-04	0.88I2 E-04	-0.3096 E-04
2	-0.6858 E-04	-0.I366 E-04	-0.2062 E-04	0.24I3 E-04
3	0.7289 E-06	-0.8399 E-06	-0.I048 E-05	0.4939 E-05
4	0.2858 E-04	0.5203 E-04	0.4473 E-04	0.3945 E-04
5	-0.24I0 E-04	-0.4298 E-04	-0.4570 E-04	-0.344I E-04

i \ j	4	5	6	7
0	0.42I2 E-03	-0.3790 E-04	-0.I346 E-03	-0.2494 E-03
I	0.I688 E-03	0.2337 E-03	0.2848 E-03	0.I077 E-03
2	-0.2443 E-04	-0.7432 E-04	-0.833I E-04	-0.9055 E-04
3	0.I522 E-05	-0.2756 E-05	0.I042 E-04	0.I546 E-04
4	0.353I E-04	0.I736 E-04	0.I744 E-04	0.9I93 E-05
5	-0.I830 E-04	-0.I548 E-04	-0.7I48 E-05	0.5937 E-05

На рис.I для случаев: I - θ_1 = I50°C, θ_2 = 40°C ; 2 - θ_1 = θ_2 = 20°C ; 3 - θ_1 = 40°C , θ_2 = I50°C представлены амплитудно-частотные резонансные кривые продольных колебаний стержня для значения εq_{ν} = I,I·I0^{-6}. Как видно из рисунка при изменении температуры даже в незначительных пределах амплитуда колебаний может увеличиться в I,5 - 2 раза. При этом смещается резонансная частота.

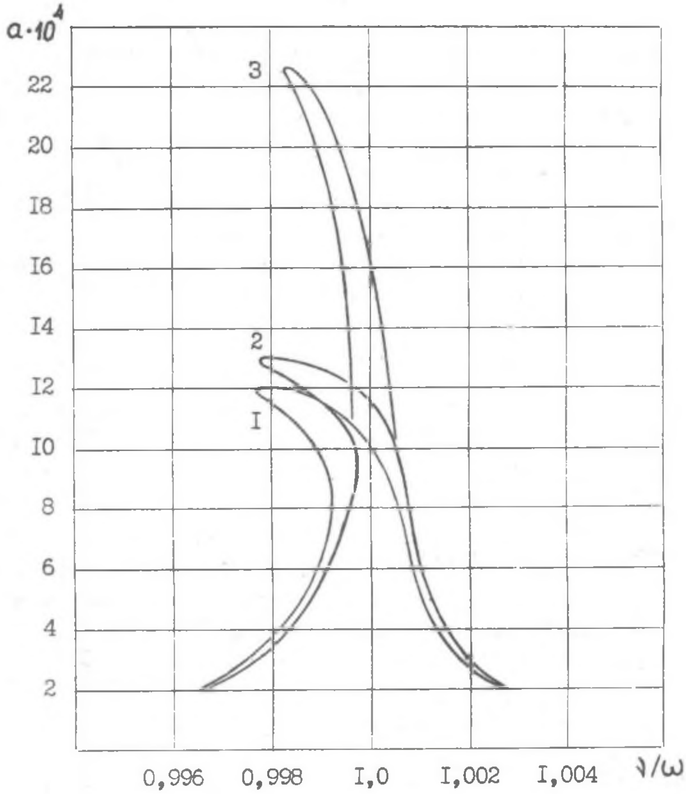

Рис. I. Амплитудно-частотная характеристика продольных колебаний стержня

ЛИТЕРАТУРА

[I] Писаренко Г.С. Обобщённая нелинейная модель учёта рассеяния энергии при колебаниях. - Киев : Наук. думка, 1985. - 240 с.

[2] Митропольский Ю.А., Мосеенков Б.И. Асимптотические решения уравнений в частных производных. - Киев : Вища школа, 1976. - 590 с.

[3] Писаренко Г.С., Богинич О.Е. Колебания кинематически возбуждаемых механических систем с учётом диссипации энергии. - Киев : Наук. думка, 1982. - 220 с.
[4] Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Вибропоглощающие свойства конструкционных материалов. - Киев : Наук. думка, 1971. - 376 с.
[5] Писаренко Г.С., Визерская Г.Е. Демпфирующие свойства некоторых жаропрочных материалов при циклическом растяжении - сжатии в условиях нормальных и высоких температур. - Киев : Наук. думка, 1972. - 60 с.

WPŁYW POLA TEMPERATUR NA DRGANIA UKŁADÓW MECHANICZNYCH Z ROZPROSZENIEM ENERGII

Streszczenie

Przedstawiono metodę badania drgań układów mechanicznych z uwzględnieniem rozproszenia energii i zmian ich temperatury, na przykładzie drgań wymuszonych sworznia.

INFLUENCE OF TEMPERATURAL FIELD OF THE MECHANICAL VIBRATIONS OF ENERGY - DISSIPATION SYSTEMS

Summary

The method for investigation of systems with mechanical vibrations is proposed. Energy dispersion and temperature changes are taken into considerations. Pivots forced vibrations are tested by this method.