ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2000
Seria: TRANSPORT z. 41 Nr kol. 1491

Andrzej WILK
Marek KOCHAŃCZYK

METODA WYZNACZANIA WSPÓŁCZYNNIKA NIERÓWNOMIERNOŚCI ROZKŁADU OBCIĄŻENIA Z UWZGLĘDNIENIEM ODCHYŁEK WYKONAWCZYCH

Streszczenie. W artykule zamieszczono niektóre wyniki numerycznych obliczeń współczynnika nierównomierności rozkładu obciążenia wzdłuż linii styku, w których uwzględniony został wpływ odchyłek wykonawczych (odchyłka składowa linii styku wynikająca z błędów wykonania, odchyłka składowa wynikająca z luzów i odkształceń w łożyskach), odkształceń sprężystych elementów przenoszących obciążenie (odchyłek składowych linii styku wynikających z odkształceń sprężystych wału i korpusu zębnika) oraz procesu docierania.

THE METHOD OF DETERMINE UNEQUALITY LOAD DISPOSITION COEFFICIENT IN THE BASE ON EXECUTIVE DEVIATIONS

Summary. The unequality load disposition coefficient on the contact line was determined by the numerical method countings. The influence of executive deviations and elastic deformations were considered in the research. The counting's results show possibility of reduction the unequality load disposition by non-centric bearings position.

1. WPROWADZENIE

Wskutek odchyłek wykonawczych oraz odkształceń sprężystych elementów przenoszących obciążenie rozkład obciążenia wzdłuż linii styku nie jest równomierny. W zależności od obciążenia nominalnego i odchyłek wykonawczych obciążenie może być przenoszone na całej długości linii styku lub tylko na jej części. Głównym powodem nierównomierności rozkładu obciążenia na szerokości koła jest wypadkowa odchyłka linii styku w płaszczyźnie przyporu, która występuje w wyniku działania siły obwodowej, odchyłek wykonawczych oraz odkształceń sprężystych jak również termicznych. Część tych odchyłek daje prostoliniowe odchylenie linii styku (odchyłki wykonawcze, odkształcenia i przemieszczenia czopów, odchyłki kąta linii zęba), a część odchylenie krzywoliniowe

(odkształcenia sprężyste wałów i korpusów kół, odkształcenia termiczne). Do wyżej wymienionych odchyłek dodają się jeszcze miejscowa falistość boków, odchyłki kształtu zarysu i odchyłki kształtu linii zęba. Na tak określone wypadkowe odchylenie linii styku wpływa następnie proces docierania, w wyniku którego wypadkowe odchylenie linii zęba może ulec zmniejszeniu.

2. CZYNNA WYPADKOWA ODCHYŁKA LINII STYKU $F_{\beta y}$

Zgodnie z normą ISO/DIS 6336 czynną wypadkową odchyłkę linii styku można wyznaczyć ze wzoru:

$$F_{\beta y} = F_{\beta x} - y_{\beta},$$

gdzie: $F_{\beta x}$ - początkowa odchyłka linii styku bez uwzględniania docierania,

y_{β} - wielkość dotarcia, która wynika ze zmniejszenia się początkowej odchyłki linii styku w wyniku docierania się zębów podczas eksploatacji.

Wielkość $F_{\beta y}$ wynika z odchyłek wykonawczych, odkształceń sprężystych elementów przenoszących obciążenie, procesu docierania i ma decydujący wpływ na wartość współczynnika nierównomierności rozkładu obciążenia $K_{H\beta}$.

Początkowa odchyłka linii styku $F_{\beta x}$ jest bezwzględną sumą odchyłek wykonawczych uzębienia zębnika i koła, odkształceń sprężystych wałów i korpusów koła i zębnika oraz przemieszczeń wynikających z luzów w łożyskach, odkształceń obudowy, a także z różnicy temperatur na szerokości wieńca. Wszystkie wyżej wymienione odchyłki składowe powinny być obliczane w płaszczyźnie przyporu w przekroju czołowym. Odchyłkę $F_{\beta x}$ wyznaczyć można ze wzoru:

$$F_{\beta x} = \left| f_{ma} + f_{sh1} + f_{sh2} + f_{be} + f_{ca} + f_{te} \right|,$$

gdzie: f_{ma} - odchyłka linii styku wynikająca z błędów wykonania,

$f_{sh1,2}$ - odchyłka linii styku wynikająca z odkształceń sprężystych wału i korpusu zębnika, koła,

f_{be} - odchyłka linii styku powstała w wyniku luzów i odkształceń w łożyskach,

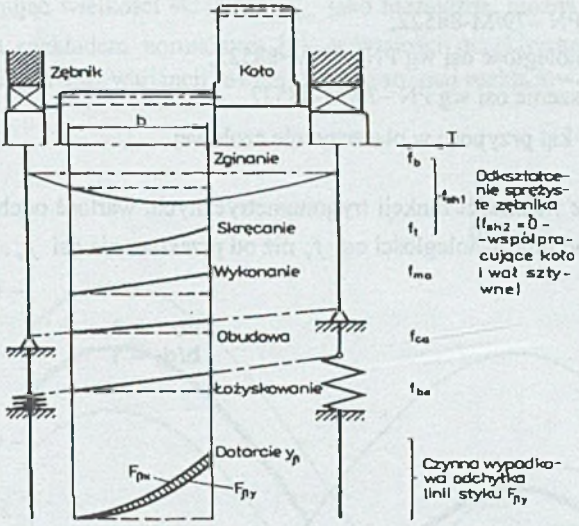
f_{ca} - odchyłka linii styku powstała w wyniku odkształceń obudowy,

f_{te} - odchyłka linii styku spowodowana różnicą temperatur na szerokości wieńca.

Wielkości wchodzące w skład początkowej odchyłki linii styku $F_{\beta x}$ mogą występować z przeciwnym znakiem, co oznacza, iż będą się wzajemnie znosić lub dodawać. Praktycznie oznacza to, że przebieg sumarycznej odchyłki w określonych przypadkach (np. celowe dopasownie poszczególnych odchyłek składowych) może być dość znacznie wyrównany lub może osiągać wartości maksymalne. Niekorzystny wpływ wypadkowej odchyłki linii styku zęba na rozkład obciążenia na szerokości zęba można korygować stosując jedną z przykładowych metod:

- modyfikację linii zęba,
- mimośrodowe osadzenie łożysk, na których podparty jest wał,

- odpowiedni dobór parametrów dużego koła przekładni o konstrukcji tarczowej, głównie parametru określającego położenie tarczy koła względem jego wieńca [2].



Rys. 1. Wpływ poszczególnych odchyłek składowych na czynną wypadkową odchyłkę linii styku zębów wg [1]
Fig. 1. The influence of consisting deviations on resultant contact line deviation

Pierwsza metoda jest operacją wymagającą dużej dokładności wykonania przekładni, co niekiedy może być trudne do uzyskania, a także może podwyższać koszty wykonania przekładni. Dwie pozostałe metody mogą być równie skuteczne jak pierwsza (szczególnie w przekładniach o dużych wymiarach geometrycznych), a także mniej kosztowne.

2.1. Odchyłka składowa linii styku wynikająca z błędów wykonania f_{ma}

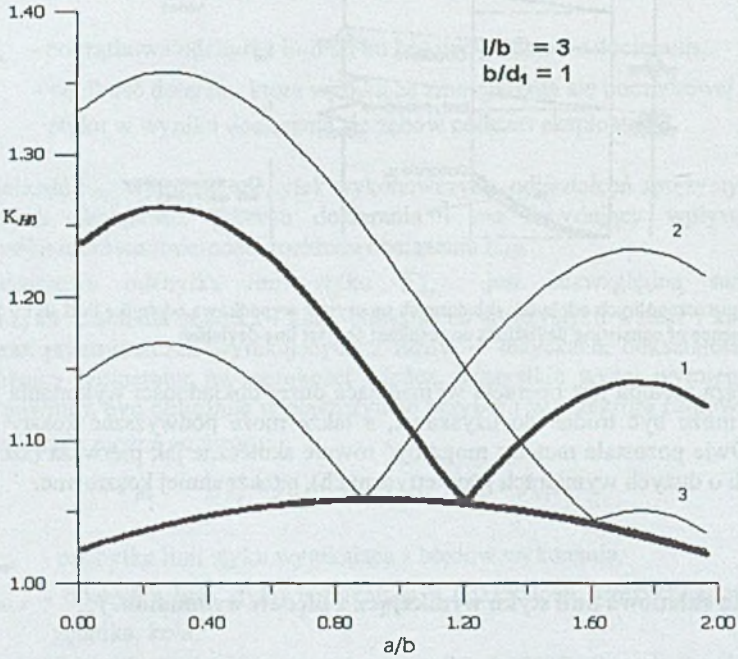
Wypadkowa odchyłka wykonania f_{ma} wynika z sumowania się odchyłek kierunku linii zęba zębnika i koła oraz odchyłek wynikających z nierównoległości i przekoszenia osi kół. Dlatego dla dużych przekładni odchyłka f_{ma} może być czynnikiem decydującym o wartości odchyłki linii styku $F_{\beta x}$ Odchyłkę f_{ma} oblicza się na podstawie pomiaru odpowiednich odchyłek składowych bądź też na podstawie wymiarów stykowego śladu współpracy (bez obciążenia lub w stanie częściowego obciążenia).

Znając wartości poszczególnych odchyłek składowych można odchyłkę składową f_{ma} wyznaczyć z następującego równania [1]:

$$f_{ma} = f_{H\beta 1} + f_{H\beta 2} + \frac{b}{l}(f_y \sin\alpha_{wt} + f_x \cos\alpha_{wt}),$$

gdzie: b - szerokość wieńca zębatego,
l - rozstaw łożysk,
$f_{H\beta 1,2}$ - odchyłka położenia linii zęba zębnika, koła; w normach PN można w jej miejsce przyjmować odchyłkę kierunku linii zęba F_β, wg PN –79/M-88522,
f_x - nierównoległość osi wg PN –79/M-88522,
f_y - przekoszenie osi wg PN –79/M-88522,
α_{wt} - toczny kąt przyporu w płaszczyźnie czołowej.

Jak wynika z własności funkcji trygonometrycznych, wartość odchyłki f_{ma} około 2,5 razy więcej zależy od nierównoległości osi f_x niż od przekoszenia osi f_y.



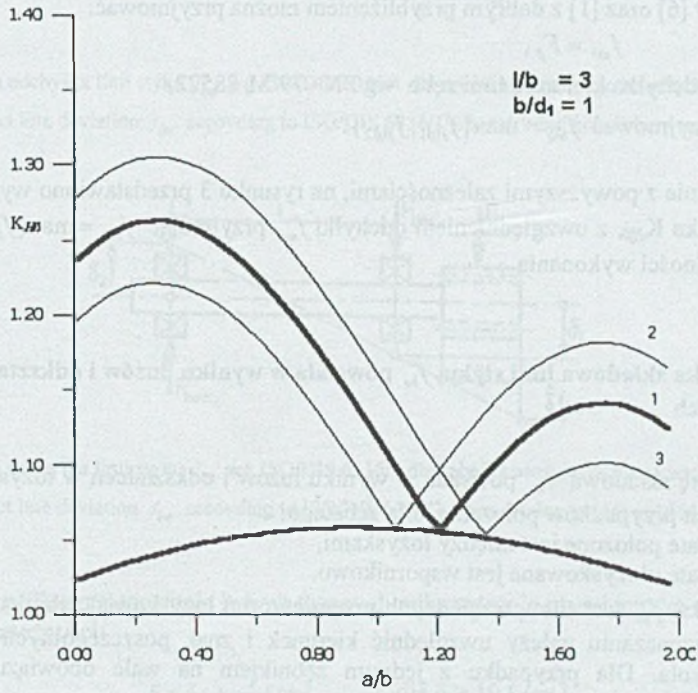
Rys. 2. Zależność wartości współczynnika $K_{H\beta}$ w funkcji położenia zębnika a/b i wartości stosunku b/d z uwzględnieniem składowej odchyłki linii styku f_{ma} wynikającej z błędów wykonania. 1 – przebieg bez uwzględnienia odchyłki f_{ma}, 2,3 – przebiegi z uwzględnieniem odchyłki f_{ma} wraz ze znakiem

Fig. 2. The value of coefficient depend on driving gear lagont a/b and b/d proportion took into considevation of contact line deviation f_{ma}. 1 – without f_{ma}, 2,3 – with -± f_{ma}

Przyjmując wartości poszczególnych odchyłek składowych f_{ma} wynikające z 8 klasy dokładności wykonania przekładni wg PN –79/M-88522, na rysunku 2 przedstawiono wpływ odchyłki f_{ma} na wartość współczynnika nierównomierności rozkładu obciążenia na szerokości koła $K_{H\beta}$. Wykres zamieszczony na rysunku 2 jak również pozostałe wykresy współczynnika $K_{H\beta}$ wykonano zgodnie z modelem obliczeniowym zamieszczonym w [9].

Zależności przedstawione na rysunku 2 przedstawiają ekstremalne wartości odchyłki f_{ma} z uwzględnieniem znaku.

Wielkości składowe odchyłki f_{ma} są wielkościami losowymi, co oznacza, że prawdopodobieństwo wystąpienia przebiegów przedstawionych rysunku 2 jest bardzo niewielkie. Przyjmując wielkości składowe f_{ma} jako niezależne, można założyć, że rozkład odchyłki f_{ma} jest rozkładem normalnym [1], o wartości oczekiwanej wynoszącej sumę wartości oczekiwanych oraz wariancji równej sumie wariancji rozkładów składowych.



Rys. 3. Zależność wartości współczynnika $K_{H\beta}$ w funkcji położenia zębnika a/b i wartości stosunku b/d z uwzględnieniem składowej odchyłki linii styku f_{ma} wynikającej z błędów wykonania. 1 – przebieg bez uwzględnienia odchyłki f_{ma}, 2,3 – przebiegi z uwzględnieniem odchyłki f_{ma} wraz ze znakiem

Fig. 3. The value of coefficient depend on driving gear layout a/b and b/d proportion took into considevation of contact line deviation f_{ma}. 1 – without f_{ma}, 2,3 – with -± f_{ma}

Uwzględniając powyższe założenie można przyjąć, że odchylenie standardowe takiego rozkładu wyraża się zależnością:

$$\sigma_{f_{ma}} = \sqrt{f^2_{H\beta 1} + f^2_{H\beta 2} + \frac{b^2}{l^2}(f_y^2 \sin^2 \alpha_{wt} + f_x^2 \cos^2 \alpha_{wt})},$$

z dobrym przybliżeniem można przyjmować:

$$\sigma_{f_{ma}} = f_{H\beta} = \max\{f_{H\beta 1}, f_{H\beta 2}\}.$$

Zgodnie z regułą 3σ można założyć, że maksymalna odchyłka f_{ma} będzie występować w zakresie:

$$f_{ma} \approx 3\sigma_{f_{ma}} = 3 f_{H\beta}.$$

Wartość oczekiwana sumarycznego rozkładu w wyniku symetrycznego tolerowania odchyłek składowych wyniesie zero. Zgodnie z badaniami statystycznymi, jak również zaleceniami zawartymi w [6] oraz [1] z dobrym przybliżeniem można przyjmować:

$$f_{ma} = F_{\beta},$$

gdzie: F_{β} – odchyłka kierunku linii zęba wg PN –79/M-88522,

zaleca się przyjmować $f_{ma} = \max\{f_{H\beta 1}, f_{H\beta 2}\}$.

Zgodnie z powyższymi zależnościami, na rysunku 3 przedstawiono wykres zależności współczynnika $K_{H\beta}$, z uwzględnieniem odchyłki f_{ma} przyjmując $f_{ma} = \max\{f_{H\beta 1}, f_{H\beta 2}\}$ dla 8 klasy dokładności wykonania.

2.2. Odchyłka składowa linii styku f_{be} powstała w wyniku luzów i odkształceń w łożyskach

Odchyłkę składową f_{be} powstałą w wyniku luzów i odkształceń w łożyskach wyznacza się dla dwóch przypadków położenia koła zębatego:

- koło zębate położone jest między łożyskami,
- koło zębate ułożyskowane jest wspornikowo.

Odchyłka f_{be} jest sumą względnych przemieszczeń łożyskowań zębnika i koła, dlatego przy jej wyznaczaniu należy uwzględnić kierunek i znak poszczególnych przemieszczeń zębnika i koła. Dla przypadku z jednym zębnikiem na wale obowiązuje następująca zależność:

$$f_{be} = f_{be1} + f_{e2},$$

gdzie: $f_{be1,2}$ -względne przemieszczenie łorzyskowań zębnika, koła.

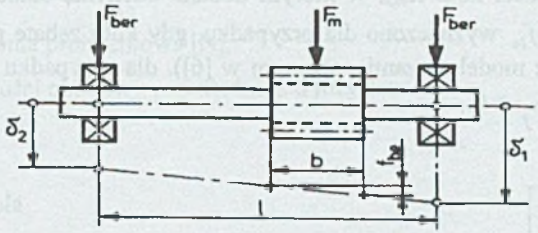
Jeżeli zębnik umieszczony jest między łożyskami (rys. 3) to odchyłka f_{be} obliczana jest zgodnie z wzorem:

$$f_{be} = \frac{b}{l}(\delta_1 - \delta_2),$$

jeżeli natomiast zębnik jest łożyskowany wspornikowo (rys. 4):

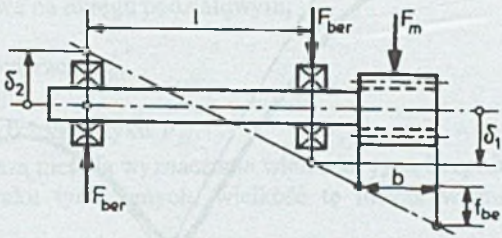
$$f_{be} = \frac{b}{l}(\delta_1 + \delta_2),$$

gdzie: $\delta_{1,2}$ - odkształcenie łożyska w kierunku działania obciążenia [μm].



Rys. 4. Składowa odchyłka linii styku f_{be} wg ISO/DIS 6336/1 dla zębnika położonego między łożyskami

Fig. 4. The contact line deviation f_{be} accovding to ISO/DIS 6336/1 when driving gear is between bearings



Rys. 5. Składowa odchyłka linii styku f_{be} wg ISO/DIS 6336/1 dla zębnika ułożyskowanego wspornikowo

Fig. 5. The contact line deviation f_{be} accovding to ISO/DIS 6336/1 when driving gear is outside

W przypadku zastosowania łożysk tocznych odkształcenie promieniowe wału δ można wyznaczyć z zależności:

$$\delta = \delta_0 + \frac{\Delta_r}{1,6} [\mu m] \qquad \text{dla } \delta \geq 10\ [\mu m],$$

gdzie: δ_0 - odkształcenie łożyska bez luzu,

Δ_r - luz promieniowy łożyska w stanie zabudowanym.

Dla łożysk kulkowych odkształcenie łożyska bez luzu δ_0 wyznacza się z równania:

$$\delta_0 = 1,26 \frac{F_{ber}^{2/3}}{(N_B N_R)^{2/3} d_B^{2/3}} [\mu m],$$

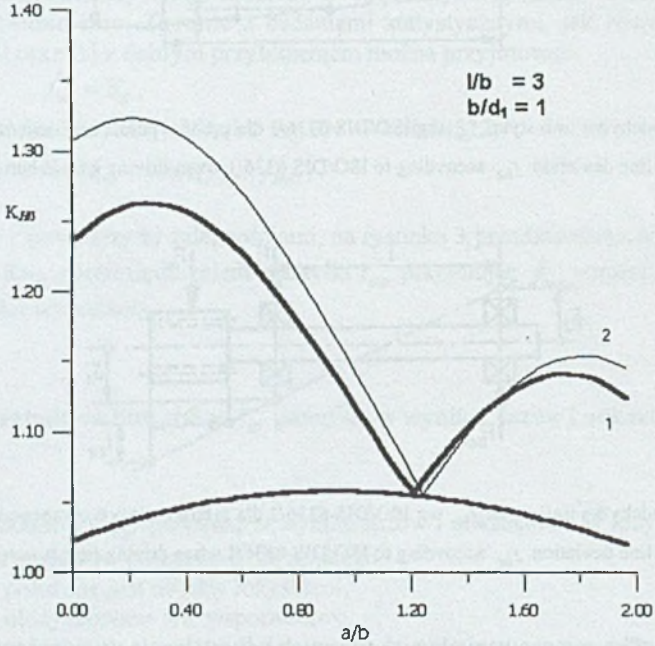
gdzie: F_{ber} - obciążenie promieniowe [N],

N_B - liczba kulek w rzędzie,

N_R - liczba rzędów w łożysku,

d_B - średnica kulki [mm].

Rysunek 5 przedstawia wykres współczynnika nierównomierności rozkładu obciążenia na szerokości koła $K_{H\beta}$, w którym dodano odchyłkę składową $f_{be} = f_{be1} + f_{e2}$. Odchyłkę składową f_{be} wyznaczono dla przypadku, gdy koło zębate położone jest między łożyskami (zgodnie z modelem zamieszczonym w [6]), dla przypadku zastosowania łożysk tocznych, w których $\Delta_r > 0$.



Rys. 6. Zależność wartości współczynnika $K_{H\beta}$ w funkcji położenia zębnika a/b i wartości stosunku b/d z uwzględnieniem składowej odchyłki f_{be}. 1 – przebieg z uwzględnieniem odchyłki f_{be}, 2 – przebieg bez uwzględnienia odchyłki f_{be}

Fig. 6. The value of $K_{H\beta}$ coefficient depend on driving gear layout a/b and b/d proportion took into considevation of f_{be}. 1 – with f_{be}, 2 – without f_{be}

2.3. Odchyłka linii styku powstała w wyniku odkształceń obudowy f_{ca}

Odchyłkę spowodowaną odkształceniami obudowy wyznacza się na podstawie pomiarów odkształceń przekładni bądź też obliczając za pomocą metody elementów skończonych. Wielkość ta ma znaczenie w przekładniach o mało sztywnych korpusach, w przypadku przekładni posiadającej obudowę o dużej sztywności, odchyłkę f_{ca} można pominąć. Odchyłkę f_{ca} można obliczać stosując MES, bądź też poprzez pomiar odkształceń obudowy przekładni pod łożyskami. Znając wartości przemieszczeń pod łożyskami odchyłkę f_{ca} wyznaczyć można stosując formuły obliczeniowe tak jak dla odchyłki f_{be}, przy czym:

$$\delta_{1,2} = \frac{F_{ber1,2}}{k_{1,2}},$$

gdzie: $F_{ber1,2}$ - obciążenie promieniowe [N],

$k_{1,2}$ - sztywności obudowy przekładni pod łożyskami.

2.4. Proces docierania

W czasie eksploatacji współpracujące elementy podlegają procesowi zużycia, w wyniku czego początkowe błędy i odchyłki zostają pomniejszone o wielkość dotarcia y_β. Głównymi czynnikami decydującymi o procesie docierania są:

- materiał zębnika i koła,
- twardość powierzchni,
- prędkość obwodowa na okręgu podziałowym,
- rodzaj smaru,
- obróbka warstwy wierzchniej,
- cząstki ścierne oleju,
- początkowa odchyłka linii styku $F_{\beta x}$.

Najdokładniejszą metodą wyznaczania wielkości y_β są bezpośrednie pomiary i badania lub w przypadku braku tych danych, wielkość tę można wyznaczać analitycznie bądź wykreślnie.

Jak wcześniej powiedziano, jednym z głównych czynników decydujących o wartości współczynnika y_β jest materiał zębnika i koła. I tak np. dla stali utwardzanych powierzchniowo oraz żeliwa sferoidalnego hartowanego powierzchniowo obowiązują następujące zależności:

$$y_\beta = 0{,}15\ F_{\beta x} \qquad \text{dla } F_{\beta x} \le F_{\beta x\max},$$

$$y_\beta = y_{\beta max} \qquad \text{dla } F_{\beta x} > F_{\beta x\max},$$

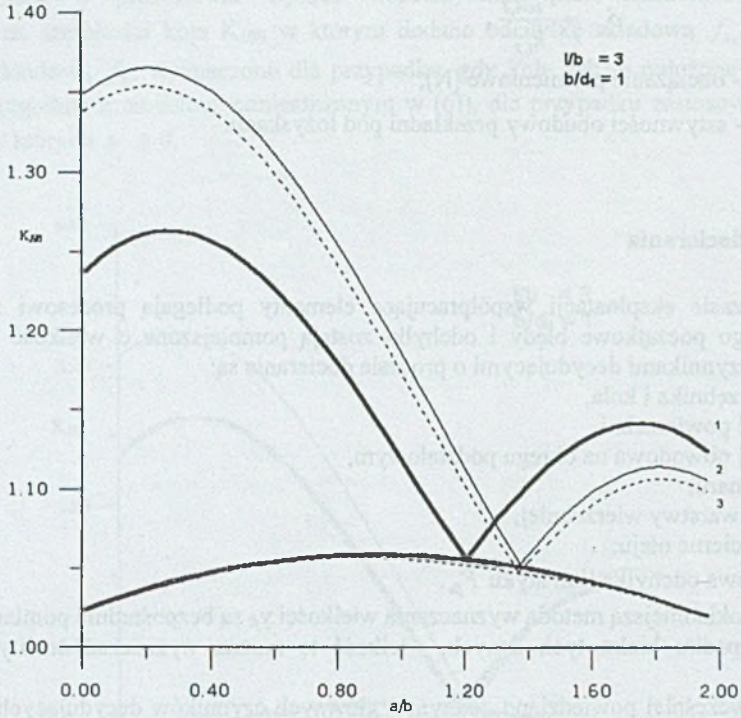
gdzie: $F_{\beta x\max}$ - 40 [μm],

$y_{\beta max}$ - 6 [μm]; dla wszystkich zakresów prędkości.

W przypadku zastosowania różnych materiałów dla koła i zębnika, do obliczenia wartości współczynnika dotarcia wykorzystuje się wartości średnie:

$$y_\beta = (y_{\beta 1} + y_{\beta 2})/2,$$

gdzie: $y_{\beta 1,2}$ – wielkość dotarcia dla materiału zębnika, koła.



Rys. 7. Zależność wartości współczynnika $K_{H\beta}$ w funkcji położenia zębnika a/b i wartości stosunku b/d z uwzględnieniem składowej odchyłki linii styku f_{ma} wynikającej z błędów wykonania, f_{be} wynikającej z luzów i przemieszczeń w łożyskach oraz procesu docierania. 1 – przebieg bez uwzględnienia odchyłek, 2 – przebieg z uwzględnieniem odchyłek f_{ma}, f_{be}, 3 - przebieg z uwzględnieniem wartości odchyłek oraz procesu docierania

Fig. 7. The value of $K_{H\beta}$ coefficient depend on driving gear layout a/b and b/d proportion took into consideration of the component contact line executive deviation f_{ma}, f_{be} deviation caused by clearance and bearing deformations and break-in process deviation. 1 – without deviations, 2 – with f_{ma}, f_{be}, 3 – with f_{ma}, f_{be}, and break-in process deviation

Wykres na rysunku 7 przedstawia przebieg współczynnika $K_{H\beta}$, na którym uwzględniono wpływ procesu docierania ($f_{ma} = \max\{f_{H\beta 1}, f_{H\beta 2}\}$, dla 8 klasy dokładności wykonania). Wartość współczynnika y_β została wyznaczona na podstawie o zależności obowiązujących dla stali utwardzanych powierzchniowo oraz żeliwa sferoidalnego hartowanego powierzchniowo.

3. WNIOSKI

Jak wynika z przedstawionych powyżej wyników obliczeń, wpływ poszczególnych odchyłek składowych na czynną wypadkową odchyłkę linii styku $F_{\beta y}$ może być bardzo znaczący. W zależności od wartości i znaków poszczególnych odchyłek składowych, przebieg końcowy współczynnika nierównomierności rozkładu obciążenia może być dość znacznie zróżnicowany dla tych samych rozwiązań konstrukcyjnych (ze względu na losowy charakter odchyłki f_{ma} poszczególne składowe mogą się wzajemnie znosić lub wzmacniać). Niezależnie jednak od wpływu uwzględnionych w obliczeniach odchyłek składowych, niekorzystny wpływ nierównomierności rozkładu obciążenia może zostać obniżony poprzez mimośrodowe osadzenie łożysk.

4. PODSUMOWANIE

Przedstawione wyniki numerycznych obliczeń współczynnika nierównomierności rozkładu obciążenia wzdłuż linii styku wskazują, iż niekorzystny wpływ odchyłek wykonawczych i odkształceń sprężystych elementów przenoszących obciążenie na rozkład obciążenia może zostać obniżony poprzez mimośrodowe osadzenie łożysk.

Literatura

1. Jaśkiewicz Z., Wąsiewski A.: Przekładnie walcowe. WKŁ, Warszawa 1992.
2. Krasiński M., Stachoń S.: Wpływ odkształceń korpusu tarczowego koła zębatego na wartość współczynnika rozkładu obciążenia wzdłuż szerokości wieńca. XIX Sympozjon PKM 1999.
3. Müller L.: Przekładnie zębate. WNT, Warszawa 1994.
4. Müller L.: Przekładnie zębate - badania. WNT, Warszawa 1984.
5. Müller L.: Przekładnie zębate - projektowanie. WNT, Warszawa 1996.
6. Kacperski T., Kurkowski A., Markusik S., Ozimowski W.: Podstawy konstrukcji maszyn. Pod redakcją M Dietricha. WNT, Warszawa 1995, t. 1-3.
7. Ploch M.: Determination of the effect of non-uniform adherence of the teeth on the excessive load in toothed gears. Zagadnienia Eksploatacji Maszyn, Z. 4(56), 1983.
8. Ploch M.: Metoda badania wpływu nierównomiernego dolegania zębów na nośność przekładni zębatej. Praca doktorska. Gliwice 1978
9. Wilk A., Kochańczyk M.: Mimośrodowe osadzenie łożysk jako metoda wyrównania rozkładu obciążenia na szerokości koła. XIX Sympozjon PKM 1999.
10. Normy:DIN 3990/1, ISO/DIS 6336/1,
PN – 79/M- 88522, PN-85/M-86100,PN-85/M-86452.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Zbigniew Dąbrowski

Abstract

Selected results of numerical method research of unequality load disposition coefficient on contact line are described in this paper. The countings took into consideration of influence executive deviation, elastic deformations of loaded elements and break-in process. The resultant executive deviation is consisted of the contact line executive deviation, and deviation caused by clerance and bearing deformations.
The resultant deviation of elastic deformations of loaded elements is consisted of contact line deviations caused by shaft and driving gear elastic deformations.