

Manfred CHMURAWA
Bogdan WARDA

NUMERYCZNE OBLICZENIA OBCIĄŻEŃ WAŁECZKÓW W CENTRALNYM ŁOŻYSKU PRZEKŁADNI OBIEGOWEJ

Streszczenie. W artykule przedstawiono problem rozkładu obciążenia zewnętrznego na elementy toczne w łożysku walcowym, w którym funkcję bieżni pełni otwór wykonany w elemencie konstrukcyjnym. Prezentowaną metodę obliczeń wykorzystano do wyznaczenia liczby i wartości sił nacisku wałeczków obciążających koła obiegowe w przekładni Cyclo.

NUMERICAL CALCULATION OF ROLLER LOADS IN CENTRAL BEARING OF PLANET GEAR

Summary. The paper presents problem of outer load distribution on rolling elements in cylindrical roller bearing in which a hole made in construction has the function of the raceway. The method of calculation presented here has been implemented for determination the number and values of pressures of rollers loading planet wheel in cycloidal gear.

1. WPROWADZENIE

W układach napędowych niektórych maszyn stosuje się specjalne toczne węzły łożyskowe, w których funkcję bieżni dla zestawu tocznego pełni otwór wykonany w elemencie konstrukcyjnym. Rozwiązanie takie występuje w obiegowych przekładniach cykloidalnych (Cyclo) z wewnętrznym pozaśrodkowym ząbieniem, które tworzą specjalne koła obiegowe, współpracujące z nieruchomym zestawem rolek [1 - 6].

Koła obiegowe o specjalnym kształcie są uzębione zewnętrznie, a zarys zębów tworzy ekwidystanta epicykloidy skróconej [1, 3, 4]. Rysunki 1 i 2 przedstawiają stan obciążenia i zasadę zrównoważenia sił obciążających koło obiegowe. Moment napędowy M_h jest przeka-

zywany na koło obiegowe za pomocą siły oddziaływania mimośrodowo, która obciąża centralny otwór koła za pośrednictwem wałeczków łożyska walcowego.

Centralny otwór koła obiegowego pełni funkcję bieżni dla elementów tocznych szybkoobrotowego łożyska mimośrodowo. Jak wynika z doświadczalnych i analitycznych badań stanu obciążenia, walcowe łożysko mimośrodowo jest węzłem tocznym silnie obciążonym, a siła R osiąga relatywnie duże wartości [3, 4, 7, 8]. Trwałość tego szybkoobrotowego łożyska walcowego zależy od rozkładu siły R na poszczególne elementy toczne (wałeczki) i jak wykazały badania doświadczalne, przesądza o trwałości całej przekładni [7, 8].

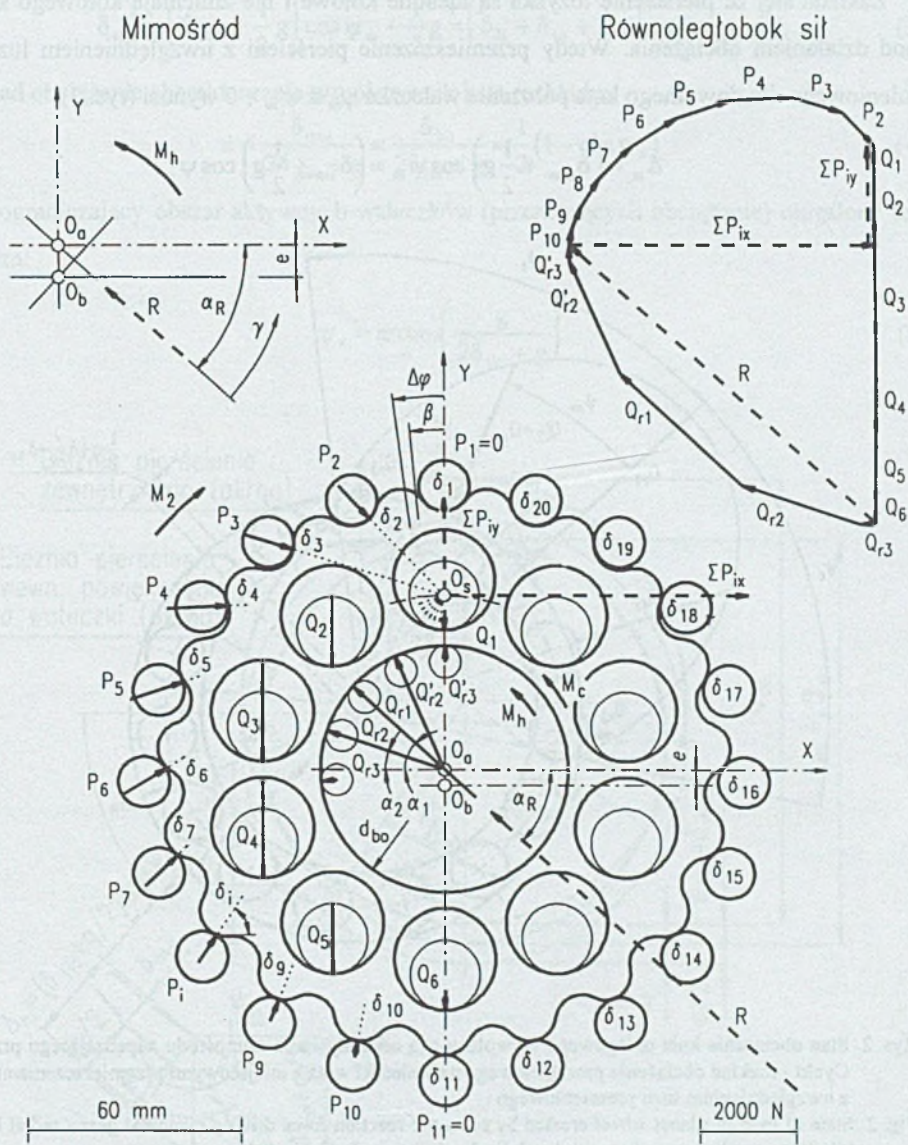
W artykule przedstawiono problem rozkładu siły promieniowej R na składowe Q_m , obciążające wałeczki specjalnego łożyska walcowego, na przykładzie przekładni Cyclo. Rozkład siły R na poszczególne wałeczki uwzględnia niepomijalny luz promieniowy i odkształcenia bieżni zewnętrznej.

2. MODEL ODKSZTAŁCENÍ BIEŻNI Z MIEJSCOWYMI PRZEMIESZCZENIAMI W ŁOŻYSKU WALCOWYM PRZY KOŁOWEJ BIEŻNI ZEWNĘTRZNEJ

Schemat walcowego łożyska z wewnętrznym luzem g , obciążonego siłą promieniową R , przedstawia rys. 2. Siła R za pośrednictwem elementów tocznych rozkłada się na szereg składowych $Q_m = Q_n$, które obciążają obwód centralnego otworu łożyskowego koła obiegowego.

Pod działaniem siły R , rozłożonej na składowe Q_m przy niepomijalnym luzie g , następuje przemieszczenie pierścienia wewnętrznego z wałeczkami względem bieżni w otworze centralnym, rys. 3. Miejscowe przemieszczenia w stykach obciążonych wałeczków z bieżniami wynoszą odpowiednio:

- δ_{mo} - dla bieżni zewnętrznej,
- δ_{mi} - dla bieżni wewnętrznej,
- $\delta_{mio} = \delta_{mo} + \delta_{mi}$ - suma przemieszczeń obu bieżni, tj. całkowite zbliżenie bieżni w postaci sumy wgnieceń w obu punktach styku wałeczków,
- δ_{io}, δ_{ii} - maksymalne przemieszczenia dla najbardziej obciążonego wałeczka,
- $\delta_{max} = \delta_{io} = \delta_{io} + \delta_{ii}$ - suma maksymalnych przemieszczeń obu bieżni.

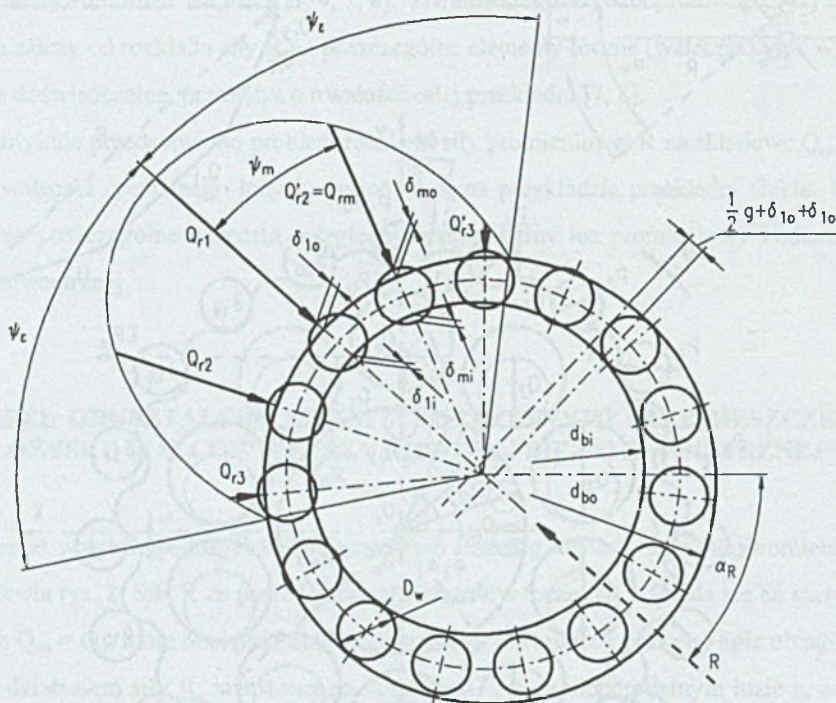


Rys. 1. Stan obciążenia koła obiegowego wywołany siłą oddziaływania mimośrodu napędzającego przekładnię Cyclo - rozkłady obciążeń działające na koło obiegowe w stanie równowagi

Fig. 1. State of load of planet wheel created by eccentric reaction force driving cycloidal gear - load distribution acting on planet wheel in the state of equilibrium

Zakłada się, że pierścienie łożyska są idealnie kołowe i nie zmieniają kołowego kształtu pod działaniem obciążenia. Wtedy przemieszczenie pierścieni z uwzględnieniem luzu promieniowego dla dowolnego kąta położenia wałeczka $\psi_m \equiv \psi'_m > 0$ wynosi (rys. 3):

$$\Delta_m = \left(\delta_{\max} + \frac{1}{2} g \right) \cos \psi_m = \left(\delta_{li0} + \frac{1}{2} g \right) \cos \psi_m \quad (1)$$



Rys. 2. Stan obciążenia koła obiegowego wywołany siłą oddziaływania mimośrodu napędzającej przekładnię Cyclo - rozkład obciążenia promieniowego na wałeczki wraz z miejscowymi przemieszczeniami w styku z uwzględnieniem luzu promieniowego

Fig. 2. State of load of planet wheel created by eccentric reaction force driving cycloidal gear - radial load distribution on rollers together with local displacements including radial clearance

a maksymalne przemieszczenie pierścieni dla kąta $\psi_m = \psi_1 = 0$:

$$\Delta = \delta_{\max} + \frac{1}{2} g = \delta_{li} + \delta_{lo} + \frac{1}{2} g \quad (2)$$

Natomiast bezwzględne odkształcenie w miejscu styku wałeczka z bieżniami, tj. wzajemne zbliżenie dociskanych elementów dla $\psi_m \geq 0$ i luzu promieniowego $g > 0$ wyniesie:

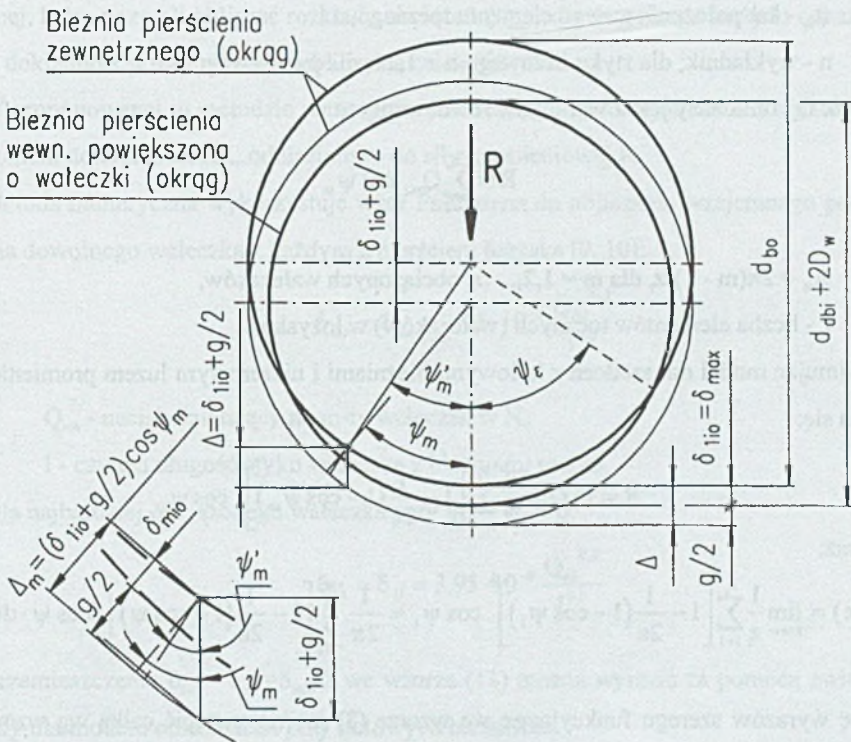
$$\delta_{mio} = \left(\delta_{max} + \frac{1}{2}g \right) \cos \psi_m - \frac{1}{2}g = \left(\delta_{li} + \delta_{lo} + \frac{1}{2}g \right) \cos \psi_m - \frac{1}{2}g \quad (3)$$

Rozkład obciążenia charakteryzuje współczynnik kąta rozkładu:

$$\varepsilon = \frac{\delta_{max}}{2\delta_{max} + g} = \frac{\delta_{lio}}{2\delta_{lio} + g} = \frac{1}{2}(1 - \cos \psi_\varepsilon) \quad (4)$$

a kąt ograniczający obszar aktywnych waleczków (przenoszących obciążenie) określony jest wzorem:

$$\psi_\varepsilon = \arccos \left(\frac{g}{2\delta_{lio} + g} \right) \quad (5)$$



Rys. 3. Przemieszczenia i odkształcenia w łożysku promieniowym z uwzględnieniem kształtu bieżni oraz luzu promieniowego przy kołowej bieżni w pierścieniu zewnętrznym

Fig. 3. Displacements and deformations in radial bearing with consideration shape of the raceway and radial clearance for circular raceway in outer ring

3. WYZNACZANIE ROZKŁADÓW OBCIĄŻENIA NA ELEMENTY TOCZNE Z UWZGLĘDNIENIEM LUZU PROMIENIOWEGO

3.1. Metoda analityczna

W metodzie analitycznej wykorzystuje się model odkształceń przedstawiony w rozdziale 2, a nacisk na dowolny m-ty element toczny oblicza się z wzoru (rys. 1 i 2) [9]:

$$Q_m = Q_{r1} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \psi_m) \right]^n \quad (6)$$

gdzie:

Q_{r1} - maksymalny nacisk na element toczny,

ψ_m - kąt położenia m-tego elementu tocznego,

n - wykładnik; dla styku liniowego $n = 1, 1, 1$, dla punktowego $n = 1, 5$.

Nacisk Q_{r1} obliczany jest z warunków równowagi:

$$R = \sum_{m=1}^{z_r} Q_m \cos \psi_m \quad (7)$$

gdzie:

$\psi_m = 2\pi(m-1)/z$, dla $m = 1, 2, \dots, z_r$ obciążonych wałeczków,

z - liczba elementów tocznych (wałeczków) w łożysku.

Przyjmując model odkształceń z kołowymi bieżniami i niezerowym luzem promieniowym otrzyma się:

$$R = z \cdot Q_{r1} \cdot \frac{1}{z} \sum_{m=1}^{z_r} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \psi_m) \right]^n \cos \psi_m \quad (8)$$

ponieważ:

$$J_r(\varepsilon) = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{1}{z} \sum_{i=1}^{z_r} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \psi_i) \right]^n \cos \psi_i = \frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_r}^{+\psi_r} \left[1 - \frac{1}{2\varepsilon} (1 - \cos \psi) \right]^n \cos \psi \cdot d\psi \quad (9)$$

to sumę wyrazów szeregu funkcyjnego we wzorze (8) można zastąpić całką wg wzoru (9), odpowiadającą nieskończonej liczbie wałeczków w łożysku. Ostatecznie równanie (8) przyjmie postać:

$$R = z \cdot Q_{r1} \cdot J_r(\varepsilon)$$

Wyrażenie $J_r(\varepsilon)$ wprowadzone przez Sjövala [9] można wykorzystać do obliczenia poszukiwanego nacisku maksymalnego:

$$Q_{r1} = \frac{R}{z \cdot J_r(\epsilon)} \quad (10)$$

niezbędnego przy obliczaniu rozkładu nacisków $\{Q_m\}$ ze wzoru (6) dla przyjętej wartości współczynnika kąta rozkładu ϵ , ujmującego łączny wpływ zbliżenia pierścieni i luzu promieniowego.

3.2. Metoda numeryczna

Założenia przyjęte w metodzie analitycznej, a szczególnie uproszczony model odkształceń bieźni oraz konieczność obliczania całek Sjövalła upoważniają do opracowania metody numerycznej, która pozwoli obliczać rozkłady obciążeń $\{Q_m\}$ dla dowolnego modelu odkształceń z dużą dokładnością, bez potrzeby obliczania całek Sjövalła.

W proponowanej tu metodzie numerycznej zastosowano iteracyjną metodę zmiany kroku z poziomem dokładności ΔR , odniesionym do siły promieniowej R .

Metoda numeryczna wykorzystuje wzór Palmgren'a do obliczania wzajemnego przemieszczenia dowolnego wałeczka z każdym z pierścieni łożyska [9, 10]:

$$\delta_{mo} = \delta_{mi} = 3,95 \cdot 10^{-5} \frac{Q_m^{0,9}}{l^{0,8}} \quad (11)$$

gdzie:

Q_m - nacisk działający na m -ty wałeczek w N,

l - czynna długość styku wałeczka z bieźniami w mm.

Dla najbardziej obciążonego wałeczka przy $\psi_m = \psi_i = 0$:

$$\delta_{1o} = \delta_{1i} = 3,95 \cdot 10^{-5} \frac{Q_{r1}^{0,9}}{l^{0,8}} \quad (12)$$

Przemieszczenia $\delta_{mo} = \delta_{mi} = \delta_{mio}/2$ we wzorze (11) można wyrazić za pomocą związku (3).

Wtedy dla modelu odkształceń przy kołowych bieźniach:

$$\delta_{mo} = \delta_{mi} = \frac{\delta_{mio}}{2} = \frac{1}{2} \left[\left(\delta_{1o} + \delta_{1i} + \frac{1}{2} g \right) \cos \psi_m - \frac{1}{2} g \right] \quad (13)$$

Po podstawieniu (12) do (13) i przekształceniach otrzymuje się poszukiwane obciążenie m -tego wałeczka w postaci:

$$\delta_{m_0} = \delta_{m_i} = \frac{1}{2} \left[\left(2 \cdot 3,95 \cdot 10^{-5} \frac{Q_{r1}^{0,9}}{1^{0,8}} + \frac{1}{2} g \right) \cos \psi_m - \frac{1}{2} g \right] \quad (14)$$

$$Q_{m_0} = 78200 (\delta_{m_0})^{10/9} \cdot 1^{8/9} \quad (15)$$

Obliczone wartości obciążeń Q_m muszą równoważyć siłę promieniową R , zatem:

– dla parzystej liczby wałeczków w łożysku:

$$R = Q_{r1} + 2 \sum_{m=2}^{z/2} Q_m \cos \psi_m + Q_{r(z/2+1)} \quad (16)$$

– dla nieparzystej liczby wałeczków:

$$R = Q_{r1} + 2 \sum_{m=2}^{(z+1)/2} Q_m \cos \psi_m \quad (17)$$

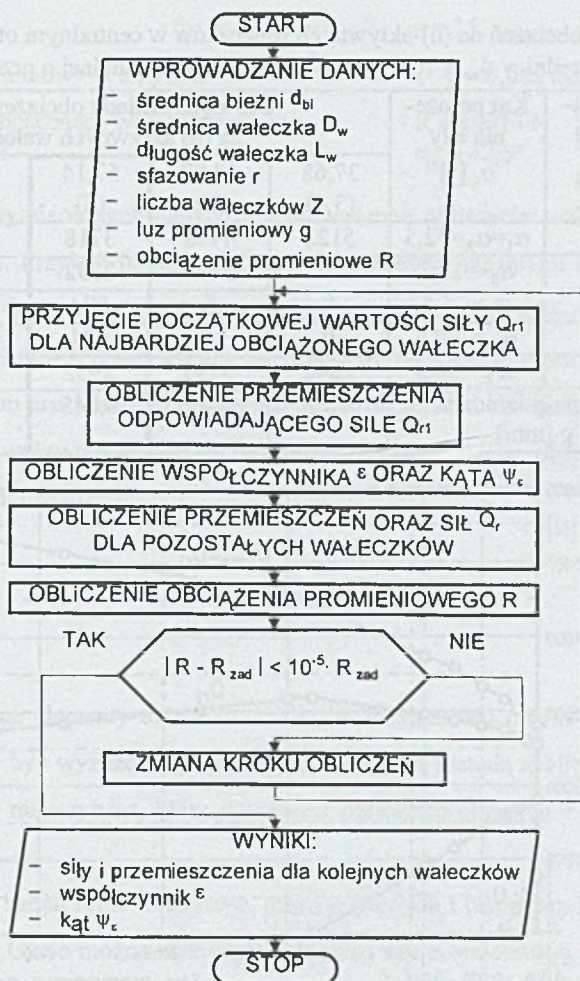
W pierwszym kroku obliczeń numerycznych można przyjąć przybliżoną wartość maksymalnego nacisku, cytowaną w pracy [9]:

$$Q_{r1} = \frac{5R}{z} \quad (18)$$

Proces iteracji jest prowadzony do chwili, gdy siła wypadkowa R' , obliczona metodą numeryczną wg wzoru (16) lub (17), będzie równa z założoną dokładnością, np. $\Delta R = 10^{-5} R$, obciążeniu promieniowemu R . Rysunek 4 przedstawia algorytm obliczeń, na podstawie którego opracowano program komputerowy PROM, przeznaczony do wyznaczania rozkładu obciążeń na wałeczki w dowolnym łożysku walcowym.

4. WYZNACZANIE ROZKŁADU OBCIĄŻENIA NA WAŁECZKI NA PRZYKŁADZIE CENTRALNEGO ŁOŻYSKA PRZEKŁADNI CYCLO

Badanie stanu obciążenia i prognozowanie trwałości przekładni Cyclo wymaga znajomości rozkładu skupionej siły promieniowej R na szereg składowych $Q_m = Q_{r1}$, które obciążają koło obiegowe przekładni (rys. 1 i 2).



Rys. 4. Schemat blokowy programu PROM

Fig. 4. Block diagram of PROM program

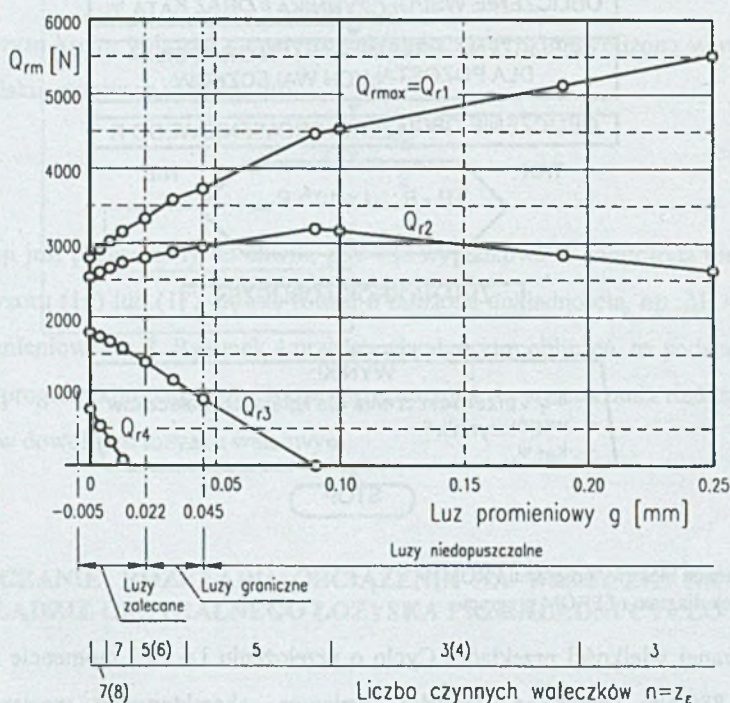
Dla wybranej wielkości przekładni Cyclo o przełożeniu $i = 19$ i momencie wyjściowym $M_1 = 2M_c = 880 \text{ Nm}$ centralne łożysko walcowe charakteryzują następujące dane (rys. 1, 2, 3 i 4):

- średnica otworu: $d_{bo} = 76,5 \text{ mm}$,
- średnica wałeczka: $D_w = 11 \text{ mm}$,
- długość wałeczka: $L_w = 12 \text{ mm}$,

Tablica 1

Rozkład obciążeń na (n)-aktywnych waleczków w centralnym otworze łożyskowym o średnicy $d_{bo} = 76,5$ mm, w przekładni cykloidalnej o przełożeniu $i = 19$

Lp.	Siła nacisku [N] $Q_m = Q_{ri}$	Kąt położenia siły α_i [°]	Dla kąta rozkładu obciążenia ψ_c [°] na (n) aktywnych waleczków				
			37,68 (3,4)	48,07 (5)	57,14 (5)	61,44 (5,6)	66,98 (5,6)
1	Q_{r1}	$\alpha_1 = \alpha_R = 42,5$	5122	4468	3718	3518	3325
2	Q_{r2}	$\alpha_2 = 18,5$	2842	3195	2952	2876	2805
3	Q_{r3}	$\alpha_3 = -5,5$	0	6	894	1152	1392
4	Q'_{r3}	$\alpha'_3 = 90,5$	0	6	894	1152	1392
5	Q'_{r2}	$\alpha'_2 = 66,5$	2842	3195	2952	2876	2805
6	Luz promieniowy g [mm]		0,19	0,09	0,045	0,033	0,022



Rys. 5. Rozkład siły promieniowej R na składowe $Q_m = Q_{ri}$ w funkcji luzu promieniowego i liczby czynnych waleczków w łożysku centralnym przekładni Cyclo

Fig. 5. Distribution of radial force R into components $Q_m = Q_{ri}$ in the function of radial clearance and number of active rollers in central bearing of cycloidal gear

- wymiar sfazowania technologicznego czoła wałeczka: $r = 0,5 \text{ mm}$,
- liczba wałeczków: $z = 15$,
- graniczny luz promieniowy w łożysku: $g = 0,045 \text{ mm}$,
- promieniowa siła obciążająca węzeł łożyskowy: $R = 10314 \text{ N}$
- kąt działania siły R : $\alpha_R = 42,5^\circ$.

Opierając się na wymienionych danych przeprowadzono obliczenia rozkładów obciążeń w łożysku centralnym. Przyjęto model odkształceń z kołowymi bieżniami i otrzymano rozkłady obciążeń $\{Q_{ni} = Q_{m}\}$ na n aktywnych wałeczków dla szerokiego zakresu luzów promieniowych $g = 0,003\text{-}0,3 \text{ mm}$ (rys. 5 i tablica 1). Następnie po ustaleniu granicznego luzu na poziomie $g = 0,045 \text{ mm}$ przyjęto reprezentatywny dla MES rozkład obciążeń siły R na 5 składowych $\{Q_{ni}\}$, które wykorzystano do numerycznych obliczeń stanu obciążenia w kołach obiegowych przekładni Cyclo.

5. WNIOSKI

1. Rozkład obciążeń na elementy toczne (wałeczki) w łożysku walcowym obciążonym siłą promieniową może być wyznaczony dotychczas stosowaną metodą analityczną lub proponowaną tu metodą numeryczną, która umożliwi obliczanie obciążeń z zadany­m poziomem dokładności.
2. Do numerycznych badań stanu obciążenia, stanu naprężenia i odkształceń w kołach obiegowych przekładni Cyclo można wykorzystać rozkład siły promieniowej na składowe, obliczony metodą numeryczną.
3. Ze wzrostem luzu promieniowego zmniejsza się liczba aktywnych wałeczków, przenoszących relatywnie większe obciążenia. Ze względów trwałościowych luz promieniowy należy ograniczyć do wartości odpowiadającej kątowi rozkładu obciążenia $2\psi_c \approx 120^\circ$.

Literatura

1. Chmurawa M., Olejek G.: Zazębienie cykloidalne przekładni planetarnej. Zeszyty Naukowe Pol. Śl., ser. Transport, z.22, s. 71-78, Gliwice 1994.
2. Hamerak K.: Das Cyclogetriebe - eine geniale Idee und ihre technische Verwirklichung. Technik Heute 6, p. 1-4. Verlag Christiani, Bonn 1979.

3. Kudriawcew W. N.: *Планетарные передатки. Машиностроение*, Moskva-Leningrad 1966.
4. Lehmann M.: *Berechnung und Messung der Kräfte in einen Zykloiden-Kurvenscheiben Getriebe*. Dissertation, Technische Universität, München 1976.
5. Müller H. W.: *Die Umlaufgetriebe*. Springer Verlag, Berlin 1971.
6. Müller L.: *Przekładnie obiegowe*. PWN, Warszawa 1983.
7. Chmurawa M., John A., Kokot G.: The influence of numerical model on distribution of loads and stress in cycloidal planetary gear. In: *Proceedings*, p. 149-156, 4th International Scientific Colloquium Cax Techniques, Bielefeld, Germany 1999.
8. Chmurawa M.: Distribution of loads in cycloidal planetary gear. In: *Proceedings*, p. 92-100, International Conference Mechanics'99, Kaunas University, Lithuania 1999.
9. Krzeźmiński-Freda H.: *Łożyska toczne*. PWN, Warszawa 1979.
10. Palmgren A.: *Grundlagen der Wälzlagertechnik*. Francklische Verlagshandlung, Stuttgart 1964.

Niniejsza praca została zrealizowana w ramach projektu badawczego KBN 7 T07C 038 15.

Recenzent: Dr hab. inż. Andrzej Raczyński, prof. PŁ

Abstract

In the paper it is presented problem of outer load distribution on rolling elements (rollers) in cylindrical roller bearing in which a hole made in construction has the function of the raceway. It has been elaborated models of displacements of rings with rollers as the base for calculations of pressure of rolling elements on bearing raceway including radial clearance. The method of calculation presented here has been implemented for determination the number and values of pressures of rollers loading planet wheel in cycloidal gear.