# MIĘDZYNARODOWA KONFERENCJA NAUKOWO-TECHNICZNA P POJAZDY SZYNOWE NOWYCH GENERACJI '99

ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1999 TRANSPORT z.35, nr kol. 1415

Roman BOGACZ Andrzej GRZYB IPPT PAN, Politechnika Warszawska

# ANALIZA DYNAMICZNA DRGAŃ WZDŁUŻNYCH POCIĄGU WZBUDZANYCH LOKOMOTYWĄ ELEKTRYCZNĄ

Streszczenie. Pracę poświęcono analizie dynamicznej drgań wzdłużnych pociągu z lokomotywą elektryczną. Szczególną uwagę zwrócono na przenoszenie drgań i ich wzbudzanie w pierwszym wagonie. Wyniki analizy podano w tabelach.

# DYNAMICAL ANALYSIS OF THE LONGITUDINAL TRAIN VIBRATIONS CAUSED BY AN ELECTRIC LOCOMOTIVE

**Summary.** The paper is devoted to the dynamical analysis of the longitudinal vibrations of the train with an electric locomotive. The particular attention is paid to the transmission and excitation of vibrations from the locomotive to coach. The results obtained are presented in the tables.

# 1. WSTĘP

Możliwość budowy modeli matematycznych złożonych układów dynamicznych, jakim jest np. lokomotywa elektryczna, pojawiła się wraz z rozwojem komputerów oraz odpowiedniego oprogramowania. Wcześniejsze badania (z uwagi na liczbę stopni swobody układu dynamicznego lokomotywy), dotyczyły modeli uproszczonych, które można było badać analitycznie. Stąd starsze konstrukcje bazowały głównie na doświadczeniu i intuicji konstruktorów, zamiast na wynikach analizy numerycznej. Obecnie istnieje szereg programów (np. MEDYNA, MATLAB), za pomocą których można badać dynamikę tak złożonych układów, jak lokomotywa. Problem przenoszenia drgań lokomotywy na pierwszy wagon autorzy rozwiązywali posługując się własnymi programami. Zbadano drgania własne lokomotywy oraz wyznaczono częstotliwości rezonanso.we drgań wymuszonych kinematycznie. Przy budowie modelu matematycznego układu dynamicznego i jego analizie wykorzystano prace [1, 2, 3 i 5]. Wykonane badania stanową fragment opracowania autorów zawartego w pracy naukowo-badawczej [6]. Prezentowane wyniki różnią się od rezultatów uzyskanych przez Autorów pracy [4].

# 2. DRGANIA WŁASNE LOKOMOTYWY Z WAGONEM

Do analizy przyjmujemy model lokomotywy i wagonu przedstawiony na rys. 1. Zakłada się, że lokomotywa i wózki mogą drgać w płaszczyźnie podłużnej pionowej 0xz. Wagon może drgać tylko wzdłuż osi podłużnej x. Uwzględniamy, że sprężyny drugiego stopnia usprężynowania poza sztywnością w kierunku pionowym (z) wykazują podatność w kierunku podłużnym (x) oraz podatność obrotową ( $\varphi$ ). Na rysunku tym przez E ze wskażnikami oznaczamy elementy sprężyste. Wskażniki "p" oraz "t" dotyczą odpowiednio części przedniej lub tylnej. Pierwszy wskaźnik cyfrowy (1 lub 2) oznacza numer wózka: 1 – z przodu, 2 – z tyłu lokomotywy. Ruch układu opisujemy 18 współrzędnymi uogólnionymi:

 $x(t), z(t), \varphi(t) - odnoszą się do nadwozia lokomotywy,$ 

 $x_{i}(t), z_{i}(t), \varphi_{v}(t), j = 1, 2 - do wózków,$ 

 $x_{\mu}(t), \varphi_{\mu}(t), j, k = 1, 2 - do zestawów kołowych,$ 

 $x_{*}(t)$  – oznacza przemieszczenie wagonu.

Układ charakteryzuje się wymiarami, masami i momentami bezwładności zaznaczonymi na rys. 1.



Rys. I. Model fizyczny układu lokomotywa – wagon Fig. 1: Physical model of locomotive – coach system

#### 2.1. Równania drgań układu

Równania różniczkowe ruchu zaburzonego układu otrzymany z równań Lagrange'a II rodzaju, postaci:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = 0 \; .$$

Energia kinetyczna układu jest wyrażona przez następujacą sumę:

$$T = T_{nl} + T_{nl} + T_{lk} + T_{mil}$$

gdzie:  $T_{w}$  – energia nadwozia lokomotywy,  $T_{w1}$  – energia wózków,  $T_{w}$  – energia zestawów kołowych,  $T_{w\nu}$  – energia wagonu:

$$T_{nl} = \frac{1}{2} m_{nl} (\dot{x}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{2} J_{yn} \cdot \dot{\phi}_y^2, \quad .$$

$$T_{wl} = \frac{1}{2} m_{wl} (\dot{x}_1^2 + \dot{z}_1^2 + \dot{x}_2^2 + \dot{z}_2^2) + \frac{1}{2} J_{yw} (\dot{\phi}_{y1}^2 + \dot{\phi}_{y2}^2)$$

$$T_{yl} = \frac{1}{2} m_k \cdot \sum_{j,k=1}^2 \dot{x}_{jk}^2 + \frac{1}{2} J_{yk} \cdot \sum_{j,k=1}^2 \dot{\phi}_{yjk}^2,$$

$$T_{wu} = \frac{1}{2} m_{wu} \cdot \dot{x}_{w}^{2} \,.$$

Energia potencjalna jest następującą sumą:

$$\Pi = \Pi_{d1} + \Pi_{d2} + \Pi_{c} + \Pi_{c} + \Pi_{c} ,$$

gdzie:  $\Pi_{a1}$  – dotyczy drugiego stopnia zawieszenia przedniego wózka,  $\Pi_{a2}$  – drugiego stopnia usprężynowania tylnego wózka,  $\Pi_{a}$  – połączenia lokomotywy z wagonem.  $\Pi_{p}$  – elementów pierwszego stopnia zawieszenia,  $\Pi_{e}$  – elementów sprężystych cięgieł łączących wózki z nadwoziem:

$$\Pi_{aj} = \frac{1}{2} c_d \left( u_{jp}^2 + u_{ji}^2 \right) + \frac{1}{2} c_w \left( w_{jp}^2 + w_{ji}^2 \right) + c_{wa} \left( w_{jp} \alpha_{jp} + w_{ji} \alpha_{ji} \right) + \frac{1}{2} c_u \left( \alpha_{jp}^2 + \alpha_{ji}^2 \right), \quad j = 1, 2,$$

$$\Pi_z = \frac{1}{2} c_s u_{zd}^2,$$

$$\Pi_p = \frac{1}{2} c_p \left( u_{11}^2 + u_{12}^2 + u_{21}^2 + u_{22}^2 \right),$$

$$\Pi_c = \frac{1}{2} c_c \left( u_{c1p}^2 + u_{c1p}^2 + u_{c2p}^2 + u_{c2p}^2 \right).$$

W powyższych wyrażeniach przez u, w,  $\alpha$  - oznaczyliśmy przemieszczenia elementów sprężystych, a przez c odpowiednie współczynniki sprężystości. Parametrami sprężyn drugiego stopnia usprężynowania lokomotywy są:  $c_a$ ,  $c_a$ ,  $c_a$ ,  $c_\alpha$ . Parametrom tym odpowiadają współczynniki:  $c_z$ ,  $c_z$ ,  $c_z$ ,  $c_z$ ,  $c_z$ ,  $c_z$ .

Pionowe ugięcia sprężyn 2 stopnia zawieszenia wyrażają wzory:

$$\begin{split} u_{1p} &= z_1 - l_{wd} \varphi_{y1} - z + l_{nz} \varphi_{y} \,, \\ u_{1i} &= z_1 + l_{wd} \varphi_{y1} - z + l_{nw} \varphi_{y} \,, \\ u_{2p} &= z_2 - l_{wd} \varphi_{y2} - z - l_{nw} \varphi_{y} \,, \\ u_{2i} &= z_2 + l_{wd} \varphi_{y2} - z - l_{np} \varphi_{y} \,. \end{split}$$

Poziome i kątowe przemieszczenia sprężyn drugiego stopnia zawieszenia opiszemy następująco:

$$w_{1p} = w_{1t} = x - x_1 - w_x \cdot \varphi_{y1},$$
  

$$w_{2p} = w_{2t} = x - x_2 - w_x \cdot \varphi_{y2},$$
  

$$\alpha_{1p} = \alpha_{1t} = \varphi_y - \varphi_{y1},$$
  

$$\alpha_{2p} = \alpha_{2t} = \varphi_y - \varphi_{y2}.$$

Odkształcenia elementów sprężystych cięgieł wynoszą:

$$\begin{split} u_{e1p} &= \left[ x - h_{ne} \varphi_{y} - (x_{1} - h_{we} \varphi_{y1}) \right] \cos \psi + \left[ z - l_{nez} \varphi_{y} - (z_{1} - l_{we} \varphi_{y1}) \right] \sin \psi , \\ u_{e1r} &= - \left[ x - h_{ne} \varphi_{y} - (x_{1} - h_{we} \varphi_{y1}) \right] \cos \psi + \left[ z - l_{new} \varphi_{y} - (z_{1} + l_{we} \varphi_{y1}) \right] \sin \psi , \\ u_{e2p} &= \left[ x - h_{ne} \varphi_{y} - (x_{2} - h_{we} \varphi_{y2}) \right] \cos \psi + \left[ z + l_{new} \varphi_{y} - (z_{2} - l_{we} \varphi_{y2}) \right] \sin \psi , \\ u_{e2r} &= - \left[ x - h_{ne} \varphi_{y} - (x_{2} - h_{we} \varphi_{y2}) \right] \cos \psi + \left[ z + l_{new} \varphi_{y} - (z_{2} - l_{we} \varphi_{y2}) \right] \sin \psi . \end{split}$$

Odkształcenia elementów pierwszego stopnia zawieszenia są równe:

$$u_{11} = -z_1 + l_w \varphi_{y1},$$
  

$$u_{12} = -z_1 - l_w \varphi_{y1},$$
  

$$u_{21} = -z_2 + l_w \varphi_{y2}.$$
  

$$u_{22} = -z_2 - l_w \varphi_{y2}.$$

Odkształcenia zderzaków:  $u_{id} = x_{i} - x$ .

Równania więzów zapiszemy w postaci:

$$x_{11} = x_{12} = x_1 - h_w \varphi,$$
  

$$x_{21} = x_{22} = x_2 - h_w \varphi_{y2},$$
  

$$p_{yk} = \frac{x_{jk}}{r_k}, \quad j, k = 1, 2.$$

Spośród przyjętych 18 współrzędnych uogólnionych, przy 8 równaniach więzów, pozostaje 10 współrzędnych niezależnych. Są to:

$q_1$	<i>q</i> <sub>2</sub>	<i>q</i> <sub>3</sub>	<i>q</i> 4	<i>q</i> 5	96	97	98	99	<i>q</i> <sub>10</sub>
x	z	φ,	<i>x</i> 1	Z1	$\varphi_{11}$	x 2	Z2	$\varphi_{,2}$	Х.

Na podstawie podanych w części 2.1 wyrażeń otrzymujemy 10 równań różniczkowych opisujących drgania swobodne układu. Po podstawieniu wartości liczbowych parametrów układu wyznaczamy częstości drgań i odpowiadające im wektory amplitudowe.

### Model matematyczny lokomotywy elektrycznej

Macierz obliczonych wektorów amplitudowych podano w tablicy 1. Wartości elementów tej macierzy pozwalają ocenić wpływ określonej częstotliwości na wybraną współrzędną uogólnioną. Możemy zatem stwierdzić, że na drgania podłużne wagonu  $x_*(t)$  decydujący wpływ (w ramach przyjętego modelu układu dynamicznego) mają częstotliwości 1,03 Hz oraz 1,17 Hz. Około 6-krotnie mniejszy wpływ ma także częstotliwość 2,46 Hz.

1.00	4 1			
	-21	h	1100	1
1	а	U	nca	

v [Hz] q(t)	0	1,03	1.06	1,17	1.86	2.46	2.82	2,83	7.44	8.84
x	1	-0,231	0	- 0,61	0	-0,909	-0,019	0	0	0,738
z	0	0	1	0	0	0	0	-0,38	0	0
φ,	0	0.199	0	-0.345	0	0,013	-0.091	0	0	-0.1
<i>x</i> <sub>1</sub>	AN DEC	-0.623	0	-0.34	-1	0.794	-0,003	0	0,447	-0.486
Z1	0	-0,382	0,487	0,702	0	-0,157	-1	1	0	-0.016
φ.1	0	0.032	0	-0.266	-0,542	1	-0,114	0	-1	1
X2	1	-0.623	0	- 0,34	I	0,794	-0.001	0	-0.447	-0.486
Z2	0	0,382	0.487	-0.702	0	0.157	8 C   25	1	0	0.0159
φ.2	0	0.032	0	-0.266	0,542	1	-0,114	0	1	1
X.	1	1	0	1	0	0.15	0,002	0	0	-0.009

# 3. WNIOSKI KOŃCOWE

Badania miały na celu ocenę drgań wzdłużnych przenoszonych z lokomotyw EP09 na pierwszy wagon składu pasażerskiego. Przeprowadzono je metodą techniki symulacji komputerowej modelu matematycznego. Wyniki badań teoretycznych zostały częściowo zweryfikowane w warunkach eksploatacyjnych. Zarejestrowane wyniki badań eksperymentalnych oraz otrzymane rezultaty analizy pozwoliły na ocenę dynamicznych własności badanych układów w zakresie generowania drgań wzdłużnych przez lokomotywę oraz przenoszenia tych drgań na pierwszy wagon.

Założenia, przy których przeprowadzono symulację komputerową, oraz warunki, w jakich przeprowadzono pomiary eksperymentalne, wykazały jakościową zgodność i pozwoliły na sformułowanie wniosków [6]:

- Z analizy dynamicznej układu lokomotywy EP09 oraz symulacji komputerowej drgań podukładów wynika, że dominującymi częstotliwościami są 0,99 Hz, 2,11 Hz oraz 2,24 Hz.
- Analiza dynamiczna oddziaływania lokomotywy z siedmioma wagonami wskazuje na istotne znaczenie drgań własnych o częstotliwościach 1,27 Hz, 1,51 Hz oraz 1,70 Hz.
- 3. Na okresową zmianę siły trakcyjnej największy wpływ mają drgania o częstotliwościach 0,99 Hz i 1.27 Hz. Mogą się one wzbudzać i sprzęgać przy jeździe po torze z nadmiernymi nierównościami. W przypadku dużych amplitud, gdy dochodzi do uderzeń o odbijaki pionowe pierwszego stopnia zawieszenia, częstotliwość drgań wzrasta. Analiza tego przypadku wymaga modelowania nieliniowego.

- 4. W celu zmniejszenia intensywności drgań wzdłużnych należałoby:
  - zastosować amortyzatory elastomerowe w układzie zderzno-pociągowym o minimalnej sztywności z zakresu dopuszczalnego przez UIC,
  - zmniejszyć sztywność połączeń cięgłowych przez dodanie elementów elastycznych,
  - w celu wytłumienia drgań wzdłużnych nadwozia zastosować tłumiki wzdłużne o intensywności około 20 kN przy prędkości tłoka 10 cm/s.

Recenzent: Prof.nzw. dr hab.inż. Andrzej Wilk

## LITERATURA

- Bishop R.E.D., Gladwell G.M.L., Michaelson S.: Macierzowa analiza drgań. WNT. Warszawa 1972.
- Kisilowski J. and Knothe K. (ed): Advanced railway vehicle system dynamics. WNT. Warszawa 1991.
- Gutowski R., Swietlicki W.A.: Dynamika i drgania układów mechanicznych. PWN, Warszawa 1986.
- Marciniak Z., Sienicki A.: Badania symulacyjne lokomotywy EP09 (104E) w aspekcie nadmiernych szarpań podłużnych nadwozia. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, ser. Transport, z. 31, s. 179-194, Gliwice 1998.
- 5. Romaniszyn Z., Oramus Z., Nowakowski Z.: Podwozia trakcyjnych pojazdów szynowych. WKiŁ, Warszawa 1989.
- Analiza dynamiczna i określenie kierunków modernizacji lokomotywy EP 09. Praca naukowo-badawcza wykonana pod kier. Z. Nowakowskiego na zlecenie ADtranz Pafawag Sp. z o.o. we Wrocławiu. Politechnika Krakowska, Kraków 1998.

#### Abstract

The paper is devoted to the dynamical analysis of longitudinal vibrations of the train with an electric locomotive. The analysis is done under assumption that the locomotive and bogies can vibrate in the longitudinal vertical plane and coach along longitudinal axis only. The motion of the system is described by means of 18 generalised co-ordinates with 10 independent one. The analysis of differential equations describing free vibrations is carried out. The particular attention is paid to the transmission and excitation of vibrations from the locomotive to coach. The results obtained are presented in the tables and it allow to formulate some conclusions connecting the improvement of the dynamic behaviour of the locomotive.