

**ZESZYTY  
NAUKOWE  
POLITECHNIKI  
ŚLĄSKIEJ**

**JERZY JAKUBIEC**

**BIEŻĄCE PROGRAMOWE ODTWARZANIE WARTOŚCI  
CHWIŁOWYCH DYNAMICZNYCH PRZEBIEGÓW  
WEJŚCIOWYCH NIELINIOWYCH PRZETWORNIKÓW  
POMIAROWYCH**



P. 3348 / 88

**ELEKTRYKA**

**Z. 111  
GLIWICE  
1988**

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 964

JERZY JAKUBIEC



P. 3348 / 88

**BIEŻĄCE PROGRAMOWE ODTWARZANIE  
WARTOŚCI CHWILOWYCH DYNAMICZNYCH  
PRZEBIEGÓW WEJŚCIOWYCH NIELINIOWYCH  
PRZETWORNIKÓW POMIAROWYCH**

GLIWICE

1988

OPINIODAWCY

Doc. dr hab. inż. Janusz SAWICKI  
Doc. dr hab. inż. Jan ZAKRZEWSKI

KOLEGIUM REDAKCYJNE

REDAKTOR NACZELNY — Prof. dr hab. inż. Jan Węgrzyn  
REDAKTOR DZIAŁU — Doc. dr inż. Zofia Cichowska  
SEKRETARZ REDAKCJI — Mgr Elżbieta Stinzing

OPRACOWANIE REDAKCYJNE

Alicja Nowacka

Wydano za zgodą  
Rektora Politechniki Śląskiej

PL ISSN 0072-4678

Dział Wydawnictw Politechniki Śląskiej  
ul. Kujawska 3, 44-100 Gliwice

Naki. 180+85 Ark. wyd. 10 Ark. druk. 8,25 Papier offset. k1 III 70x110, 70 g  
Oddano do druku 14.06.88 Podpis. do druku 26.07.88 Druk ukończ. w paźdz. 1988  
Zam. 462/88 Cena zł 200,-

Skład, fotokopie, druk i oprawę  
wykonano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach

P.344 | 88

SPIS TREŚCI

	Str.
WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ .....	13
1. WSTĘP .....	15
2. TEORETYCZNE PROBLEMY DYNAMICZNEGO POMIARU WARTOŚCI CHWILOWYCH PRZY UŻYCIU PROGRAMOWEJ PROCEDURY ODTWARZANIA .....	19
2.1. Model procesu pomiarowego w torze odtwarzania wartości chwilowych .....	19
2.1.1. Struktura toru odtwarzania .....	19
2.1.2. Ogólny model matematyczny toru odtwarzania .....	21
2.1.3. Model deterministycznych własności toru odtwarzania .....	22
2.2. Wyodrębnianie źródeł błędów systematycznych przetwornika analogowego .....	24
2.2.1. Definicja systematycznego błędu przetwarzania .....	24
2.2.2. Wyodrębnianie źródeł błędów systematycznych poprzez rozdzielanie statycznych i dynamicznych własności przetwornika analogowego .....	26
2.2.3. Procedura rozdzielania statycznych i dynamicznych własności przetwornika analogowego .....	27
2.2.3.1. Definicje .....	27
2.2.3.2. Sformułowanie reguły rozdzielania .....	32
2.3. Procedura bieżącego odtwarzania przebiegów dynamicznych ....	34
2.3.1. Odtwarzanie a korekcja błędów systematycznych .....	34
2.3.2. Podstawowe własności szybkich algorytmów odtwarzania bieżącego .....	37
3. ALGORYTM KOREKCJI BŁĘDÓW STATYCZNYCH .....	43
3.1. Odwzorowanie odwrotnego równania przetwarzania w pamięci mikroprocesora .....	43
3.2. Realizacja procedury korekcji statycznej .....	47
3.3. Analiza błędów wyników po korekcji statycznej .....	48
3.3.1. Ogólne równanie błędu .....	48
3.3.2. Błąd modelowy .....	50
3.3.3. Błąd identyfikacji .....	52
3.4. Funkcjonalne własności algorytmu korekcji statycznej .....	53

	Str.
4. ALGORYTM BIEŻĄCEJ KOREKCJI BŁĘDÓW DYNAMICZNYCH .....	54
4.1. Uwagi wstępne .....	54
4.2. Algorytm korekcji przetworników 1 i 2 rzędu .....	54
4.3. Algorytm korekcji w postaci szeregu .....	56
4.4. Podstawowe własności algorytmu korekcji dynamicznej .....	61
4.4.1. Własności algorytmu w warunkach statycznych .....	61
4.4.2. Stabilność algorytmu korekcji dynamicznej .....	64
4.4.3. Stan nieustalony algorytmu .....	65
4.4.4. Własności algorytmu przy wymuszeniach skokowych .....	68
4.4.5. Wyłączanie algorytmu .....	70
4.4.6. Funkcjonalne własności algorytmu .....	70
4.5. Analiza błędów wyników po korekcji dynamicznej .....	71
4.5.1. Rodzaje analizowanych błędów .....	71
4.5.2. Błąd modelowy .....	72
4.5.3. Wrażliwość algorytmu na zmiany parametrów .....	75
5. ALGORYTM FILTRACJI BŁĘDÓW PRZYPADKOWYCH .....	79
5.1. Własności zastosowanego sposobu filtracji .....	79
5.2. Ogólna postać algorytmu filtracji .....	81
5.3. Filtr o nieparzystej liczbie wyrazów .....	82
5.4. Filtr o parzystej liczbie wyrazów .....	84
5.5. Współczynnik filtracji .....	84
5.6. Błąd dynamiczny filtru .....	85
6. ANALIZA BŁĘDÓW TORU ODTWARZANIA .....	89
6.1. Uwagi wstępne .....	89
6.2. Wyznaczanie wypadkowej niepewności wyniku odtwarzania .....	91
6.3. Niepewności cząstkowe algorytmów odtwarzania .....	95
6.3.1. Ogólne kryteria podziału niepewności .....	95
6.3.2. Wyznaczanie niepewności cząstkowych algorytmu korekcji statycznej .....	96
6.3.3. Niepewności wprowadzane przez algorytmy korekcji dynamicznej i filtracji .....	99
6.4. Przenoszenie niepewności przez algorytmy odtwarzania .....	100
6.4.1. Przenoszenie niepewności przez algorytm korekcji statycznej .....	100
6.4.2. Przenoszenie niepewności systematycznych przez algorytmy korekcji dynamicznej i filtracji .....	100
6.4.3. Przenoszenie niepewności przypadkowej przez algorytm korekcji dynamicznej .....	101
6.4.4. Przenoszenie niepewności przypadkowej przez algorytm filtracji .....	103

	Str.
7. FUNKcjONALNE WŁASNOŚCI PROCEDURY ODTWARZANIA BIEŻĄCEGO .....	109
7.1. Podstawowe parametry funkcjonalne toru odtwarzania .....	109
7.2. Opóźnienie wyników odtwarzania .....	110
7.3. Problemy doboru okresu dyskretyzacji .....	113
8. UWAGI KONCOWE .....	118
DODATEK. Wyprowadzenie algorytmu bieżącej korekcji błędów dynamicznych .....	120
D1. Założenia .....	120
D2. Wyprowadzenie algorytmu dla $m = 0$ .....	120
D3. Algorytm korekcji dla $m = n$ .....	122
D4. Własności algorytmu dla $0 < m < n$ .....	124
LITERATURA .....	125

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
1. ВВЕДЕНИЕ .....	15
2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ДИНАМИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ МГНОВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПРОГРАММНОЙ ПРОЦЕДУРЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ .....	19
2.1. Модель измерительного процесса в цепи восстановления мгновенных значений .....	19
2.1.1. Структура восстановления .....	19
2.1.2. Общая математическая модель цепи восстановления .....	21
2.1.3. Модель детерминистических свойств восстановления .....	22
2.2. Выделение источников систематических погрешностей аналогового преобразователя .....	24
2.2.1. Дефиниция систематической погрешности преобразования .....	24
2.2.2. Выделение источников систематических погрешностей путём разделения статических и динамических свойств аналогового преобразователя .....	26
2.2.3. Процедура разделения статических и динамических свойств аналогового преобразователя .....	27
2.2.3.1. Дефиниция .....	27
2.2.3.2. Формулировка правил разделения .....	32
2.3. Процедура восстановления динамического процесса в реальном масштабе времени .....	34
2.3.1. Восстановление и коррекция динамических погрешностей .....	34
2.3.2. Основные свойства быстрых алгоритмов восстановления в реальном масштабе времени .....	37
3. АЛГОРИТМ КОРРЕКЦИИ СТАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ .....	43
3.1. Отображение обратного уравнения преобразования в памяти микропроцессора .....	43
3.2. Реализация процедуры статической коррекции .....	47
3.3. Анализирование погрешностей результатов по статической коррекции .....	48
3.3.1. Общее уравнение погрешностей .....	48
3.3.2. Модельная погрешность .....	50
3.3.3. Погрешность идентификации .....	52
3.4. Функциональные свойства алгоритма статической коррекции .....	53

	Стр.
4. АЛГОРИТМ ТЕКУЩЕЙ КОРРЕКЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ .....	54
4.1. Вводные условия .....	54
4.2. Алгоритм коррекции преобразователей 1 и 2 рядов .....	54
4.3. Алгоритм коррекции в виде ряда .....	56
4.4. Основные свойства алгоритма динамической коррекции .....	61
4.4.1. Свойства алгоритма в статических условиях .....	61
4.4.2. Стабильность алгоритма динамической коррекции .....	64
4.4.3. Неопределённое состояние алгоритма .....	65
4.4.4. Свойства алгоритма при скачкообразном воздействии .....	68
4.4.5. Выключение алгоритма .....	70
4.4.6. Функциональные свойства алгоритма .....	70
4.5. Анализ погрешностей результатов после динамической коррекции .....	71
4.5.1. Типы анализированных погрешностей .....	71
4.5.2. Модельная погрешность .....	72
4.5.3. Чувствительность алгоритма на изменение параметров .....	75
5. АЛГОРИТМ ФИЛЬТРАЦИИ СЛУЧАЙНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ .....	79
5.1. Свойства применяемого способа фильтрации .....	79
5.2. Общая форма алгоритма фильтрации .....	81
5.3. Фильтр с нечётным числом членов .....	82
5.4. Фильтр с чётным числом членов .....	84
5.5. Коэффициент фильтрации .....	84
5.6. Динамическая погрешность фильтра .....	85
6. АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТЕЙ ВОССТАНОВЛЕНИЯ .....	89
6.1. Вводные условия .....	89
6.2. Определение результирующей неопределённости восстановления .....	91
6.3. Частичные неопределённости алгоритмов восстановления .....	95
6.3.1. Общие критерии раздела неопределённости .....	95
6.3.2. Определение частичных неопределённостей алгоритма статической корректировки .....	96
6.3.3. Неопределённости вводимые алгоритмами динамической корректировки и фильтрации .....	99
6.4. Перенос неопределённостей алгоритмом восстановления .....	100
6.4.1. Перенос неопределённостей алгоритмом статической коррекции .....	100
6.4.2. Перенос систематических неопределённостей алгоритмами динамической коррекции и фильтрации .....	100
6.4.3. Перенос случайной неопределённости алгоритмом динамической коррекции .....	101
6.4.4. Перенос случайной неопределённости алгоритмом фильтрации .....	103

	Стр.
7. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ПРОЦЕДУРЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ В РЕАЛЬНОМ МАСШТАБЕ ВРЕМЕНИ .....	109
7.1. Основные функциональные параметры восстановления .....	109
7.2. Запоздывание результатов восстановления .....	110
7.3. Проблемы подбора диапазона дискретизации .....	113
8. ПРИМЕЧАНИЯ И ВЫВОДЫ .....	118
ПРИЛОЖЕНИЕ. Выведение алгоритма коррекции динамических погрешностей в реальном масштабе времени .....	120
П1. Основы .....	120
П2. Выведение алгоритма для $m = 0$ .....	120
П3. Алгоритм для $m = n$ .....	122
П4. Свойства алгоритма для $0 < m < n$ .....	124
ЛИТЕРАТУРА .....	125

CONTENTS

	Page
INDEX OF SYMBOLS .....	13
1. INTRODUCTION .....	15
2. THEORETICAL PROBLEMS OF DYNAMIC MEASUREMENT OF INSTANTANEOUS VALUES THAT OCCUR WHILE USING THE PROGRAMMING RECONSTRUCTION PROCEDURE .....	19
2.1. Model of measurement process in the chain of reconstruction of instantaneous values .....	19
2.1.1. Structure of the reconstruction chain .....	19
2.1.2. General mathematical model of the reconstruction chain .....	21
2.1.3. Model of deterministic properties of the reconstruction chain .....	22
2.2. Separation of the sources of systematic errors in the analog transducer .....	24
2.2.1. Definition of the systematic error .....	24
2.2.2. Separation of the sources of systematic errors by the way of separating static and dynamic properties of the transducer .....	26
2.2.3. Procedure of splitting static and dynamic properties of the analog transducer .....	27
2.2.3.1. Definitions .....	27
2.2.3.2. Formulation of the splitting rule .....	32
2.3. Real-time reconstruction procedure of dynamic quantities ...	34
2.3.1. Reconstruction in relation to correction of systematic errors .....	34
2.3.2. Basic properties of fast algorithms of the real-time reconstruction .....	37
3. ALGORITHM OF CORRECTION OF STATIC ERRORS .....	43
3.1. Representation of the inverse transfer equation in the memory of the microprocessor .....	43
3.2. Realization of procedure of the static correction .....	47
3.3. Analysis of errors of the results after static correction ..	48
3.3.1. General equation of errors .....	48
3.3.2. Model error .....	50
3.3.3. Identification error .....	52

	Page
3.4. Functional properties of the algorithm .....	53
4. ALGORITHM OF REAL-TIME CORRECTION OF DYNAMIC ERRORS .....	54
4.1. Introductory notes .....	54
4.2. Correction algorithm for 1-st and 2-nd order transducer ....	54
4.3. Series form of the correction algorithm .....	56
4.4. Basic properties of the dynamic correction algorithm .....	61
4.4.1. Properties of the algorithm in static conditions ....	61
4.4.2. Stability of the dynamic correction algorithm .....	64
4.4.3. Transient state of the algorithm .....	65
4.4.4. Properties of the algorithm under step changes of the input quantity .....	68
4.4.5. Interruption of the algorithm .....	70
4.4.6. Functional properties of the algorithm .....	70
4.5. Analysis of errors of the results after dynamic correction .	71
4.5.1. Kinds of analysed errors .....	71
4.5.2. Model error .....	72
4.5.3. Sensibility of the algorithm to parameters changes ..	75
5. FILTRATION ALGORITHM OF RANDOM ERRORS .....	79
5.1. Properties of the kind of filter used .....	79
5.2. General form of the filtration algorithm .....	81
5.3. Filter with unpaired number of elements .....	82
5.4. Filter with parity number of elements .....	84
5.5. Filtration coefficient .....	84
5.6. Dynamic errors of the filter .....	85
6. ANALYSIS OF ERRORS OF THE RECONSTRUCTION CHAIN .....	89
6.1. Introductory notes .....	89
6.2. Calculation of the resultant uncertainty of the reconstruc- tion .....	91
6.3. Partial uncertainties of the reconstruction algorithm .....	95
6.3.1. General criteria of splitting uncertainties .....	95
6.3.2. Evaluation of partial uncertainties of the static correction algorithm .....	96
6.3.3. Uncertainties introduced by the dynamic correction algorithm and filtration algorithm .....	99
6.4. Propagation of uncertainties by the reconstruction algorithms	100
6.4.1. Propagation of uncertainties by the static correction algorithm .....	100
6.4.2. Propagation of systematic uncertainties by the dyna- mic correction algorithm and filtration algorithm ...	100

	Page
6.4.3. Propagation of random uncertainty by the dynamic cor- rection algorithm .....	101
6.4.4. Propagation of random uncertainty by the filtration algorithm .....	103
7. FUNCTIONAL PROPERTIES OF THE REAL-TIME RECONSTRUCTION PROCEDURE	109
7.1. Fundamental functional parameters of the reconstruction chain .....	109
7.2. Delay-time of reconstruction results .....	110
7.3. Problems of choice of the discretization period .....	113
8. FINAL REMARKS AND CONCLUSIONS .....	118
APPENDIX. Eduction of the real-time correction algorithm of dynamic errors .....	120
D1. Assumptions .....	120
D2. Eduction of the algorithm for $m = 0$ .....	120
D3. The correction algorithm for $m = n$ .....	122
D4. Properties of the algorithm for $0 < m < n$ .....	124
REFERENCES .....	125

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

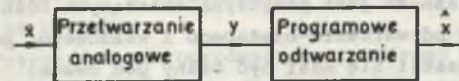
- $a_0, a_1, \dots, a_n$  - współczynniki równania różniczkowego opisującego własności dynamiczne przetwornika analogowego,  $n$  - rząd równania,
- $A_{k+1}, \dots, A_{k-m}$  - współczynniki rozwinięcia algorytmu korekcji dynamicznej w szereg,
- $A$  - pierwiastek z sumy kwadratów współczynników  $A_{k+1}, \dots, A_{k-m}$ ,
- $b_0, \dots, b_m$  - współczynniki równania opisującego własności dynamiczne przetwornika analogowego,
- $b$  - współczynnik tłumienia przetwornika 2 rzędu,
- $c_1, \dots, c_{i_m}$  - współczynniki wagowe wyrazów filtra,  $i_m$  - liczba wyrazów (punktów) filtra,
- $C$  - współczynnik filtracji, pierwiastek z sumy kwadratów współczynników  $c_1, \dots, c_{i_m}$ ,
- $e_m(x)$  - błąd systematyczny wielkości  $x$  eliminowany w procesie odtwarzania, indeks  $\alpha$  = stat - oznacza błąd statyczny,  $\alpha$  = dyn - błąd dynamiczny,
- $f$  - częstotliwość przebiegu sinusoidalnie zmiennego,
- $f_d$  - częstotliwość dyskretyzacji modelu przetwornika analogowego,  $f_d = 1/T_d$ ,
- $f_d^0$  - względna częstotliwość dyskretyzacji  $f_d^0 = f_d/f$ ,
- $f_p$  - częstotliwość próbkowania,
- $k_j^{\alpha}$  - współczynnik przenoszenia niepewności z wejścia na wyjście  $j$ -tego algorytmu w łańcuchu przetwarzania,  $\alpha = s$  - niepewność systematyczna,  $\alpha = p$  - niepewność przypadkowa,
- $k_j^{\alpha}$  - wypadkowy współczynnik przenoszenia niepewności łańcucha  $j$  algorytmów,  $\alpha$  - znaczenie jak wyżej,
- $L_1$  - parametr charakterystyczny przetwornika 1 rzędu,  $L_1 = \omega^0 f_d^0$ ,  $\omega^0 = \omega T_d$ ,
- $L_2$  - parametr charakterystyczny przetwornika 2 rzędu,  $L_2 = \omega^0 f_d^0$ , gdzie dla przetwornika 2 rzędu  $\omega^0 = \omega/\omega_0$ ,
- $Q_j$  - symbol  $j$ -tego algorytmu w łańcuchu odtwarzania,
- $s$  - wektor nachyleń odwrotnej, statycznej funkcji przetwarzania o elementach  $S_y, S_{w_1}, \dots, S_{w_r}$ ,
- $T$  - okres przebiegu sinusoidalnego,
- $T_d$  - okres dyskretyzacji modelu przetwornika analogowego,
- $T_{op}$  - opóźnienie czasowe wyników po korekcji dynamicznej,



- $T_{ns}$  - czas trwania stanu nieustalonego algorytmu korekcji dynamicznej,
- $u_1, \dots, u_I$  - zmienne pomocnicze służące do wydzielenia cząstkowych równań przetwarzania,
- $v(t_k)$  - błąd przetwarzania analogowo-cyfrowego w chwili  $t_k$ ,
- $w_1, \dots, w_r$  - wielkości wpływające na proces przetwarzania analogowego,
- $w$  - wektor wyników pomiaru wielkości  $y$  i wielkości wpływających  $w_1, \dots, w_r$ ,
- $w_0$  - wektor wartości węzłowych o składowych  $y_0, w_{01}, \dots, w_{0r}$ ,
- $x(t)$  - wielkość mierzona,
- $x(k)$  - wartość wielkości mierzonej w chwili  $k$ ,  $k = 0, 1, \dots$ ,
- $\hat{x}(k)$  - ocena wielkości wejściowej,
- $y(t)$  - wielkość wyjściowa przetwornika analogowego,
- $\tilde{y}(t_k)$  - wynik pomiaru A/C wielkości  $y$  w chwili  $t_k$ ,
- $\delta_p^\alpha(\tilde{y})$  - błąd wielkości  $\tilde{y}$ ,  $\alpha$  - jest indeksem rodzaju błędu,  $\alpha = s$  - oznacza błąd systematyczny,  $\alpha = p$  - błąd przypadkowy,  $\beta$  - indeks wskazujący źródło błędu lub wielkość związaną z powstawaniem błędu, (poszczególne symbole, jak również nawiasy, mogą być opuszczane o ile nie powoduje to niejednoznaczności wyводу),
- $\Delta_p^\alpha(\tilde{y})$  - niepewność wielkości  $\tilde{y}$ , znaczenie symboli jak wyżej,
- $\Delta \tilde{y}$  - przyrost wielkości  $\tilde{y}$ ,
- $\tau$  - stała czasowa przetwornika 1 rzędu,
- $\varphi(\omega)$  - przesunięcie fazowe przebiegu wyjściowego przetwornika analogowego,
- $\Phi$  - dyskretna macierz tranzykcji stanu o elementach dla przetwornika 2 rzędu:  $\varphi_{11}, \varphi_{12}, \varphi_{21}, \varphi_{22}$ ,
- $\Psi$  - macierz wejściowa o elementach  $\psi_1, \psi_2$  dla przetwornika 2 rzędu,
- $\omega$  - pulsacja,
- $\omega_0$  - pulsacja naturalna przetwornika 2 rzędu,
- $\omega^0$  - pulsacja względna zredukowana, dla przetwornika 1 rzędu  $\omega^0 = \omega \tau$ , dla przetwornika 2 rzędu  $\omega^0 = \omega / \omega_0$ ,
- $\xi(t)$  - zakłócenia przypadkowe, modelowane na wejściu przetwornika analogowego.

1. WSTĘP

Struktura procesu pomiarowego realizowanego przez wiele współczesnych narzędzi pomiarowych daje się opisać w postaci dwu, kolejno po sobie następujących faz: przetwarzania analogowego i programowego odtwarzania (rys. 1.1).



Rys. 1.1. Struktura procesu pomiarowego z odtwarzaniem wielkości mierzonej

Fig. 1.1. Structure of measuring process with reconstruction of the input quantity

W pierwszej fazie zmienna w czasie wielkość mierzona  $x(t)$  jest przetwarzana analogowo na wielkość  $y(t)$  przez układ opisywany ogólnie zależnością funkcyjną

$$y(t) = M[x(t)] \quad (1.1)$$

Drugą fazę stanowi programowe odtwarzanie, które można zdefiniować [50] jako procedurę numerycznego wyznaczania estymaty  $\hat{x}(t)$  wielkości  $x(t)$  na podstawie ciągu zmierzonych próbek wielkości  $y(t)$ , tj.:

$$\tilde{y}(t_0), \tilde{y}(t_1), \dots, \tilde{y}(t_K) \quad (1.2)$$

gdzie:  $K$  jest liczbą wyników pomiarowych. Matematycznie odtwarzanie jest tzw. zadaniem odwrotnym [64] i jego rozwiązanie sprowadza się do wyznaczenia estymatora  $M^{-1}$ , realizującego na ciągu wyników pomiaru (1.2) działanie odwrotne do  $M$ . Zatem przebieg odtworzony można zapisać w postaci:

$$\hat{x}(t) = M^{-1}[\tilde{y}(t_0), \tilde{y}(t_1), \dots, \tilde{y}(t_K)] \quad (1.3)$$

Odtwarzanie środkami programowymi charakteryzuje się tym, że estymata  $\hat{x}(t)$  wyznaczana jest z reguły w dyskretnych chwilach  $t_k$ , przy czym - zakładając tożsamość chwil pomiaru i odtwarzania - zachodzi:  $k = 0, 1, \dots, K$ . Można wyróżnić dwa podstawowe sposoby realizacji odtwarzania: w trybie wsadowym i na bieżąco. Odtwarzanie w trybie wsadowym odbywa się po zakończeniu cyklu pomiarów na podstawie skończonego zbioru  $K$  wyników pomiarowych, przy czym cały zbiór jest dostępny dla obliczenia dowolnego,  $k$ -tego wyniku odtwarzania. Zatem dla każdego  $k$  zachodzi:

$$\hat{x}(t_k) = M^{-1}[\tilde{y}(t_0), \tilde{y}(t_1), \dots, \tilde{y}(t_K)] \quad (1.4)$$

W trakcie odtwarzania bieżącego<sup>1)</sup> dostępne są wyniki od momentu rozpoczęcia pomiarów do chwili aktualnej, a cały proces może odbywać się dowolnie długo co oznacza, że w tym przypadku ogólna liczba wyników pomiarowych  $K \rightarrow \infty$ . Proces odtwarzania bieżącego można zatem opisać zależnością

$$\hat{x}(t_k) = M^{-1}[\bar{y}(t_0), \bar{y}(t_1), \dots, \bar{y}(t_k)], \quad (1.5)$$

gdzie  $k = 0, 1, \dots$ . Oznacza to, że proces obliczeń związany z wyznaczaniem pojedynczej oceny  $\hat{x}(t_k)$  musi być powtarzany dla każdego kroku odtwarzania, czyli po napięnięciu kolejnego wyniku pomiaru. Narzuca to ograniczenia na dopuszczalny czas realizacji procedury odtwarzania bieżącego: musi być on krótszy od okresu pomiaru<sup>2)</sup>. Ta własność jest przyczyną znaczących różnic w sposobach konstruowania algorytmów odtwarzania bieżącego i wsadowego, ponieważ dla tych drugich czas realizacji nie musi być brany pod uwagę.

Odtwarzanie, zdefiniowane w powyższy sposób, należy do szerokiej klasy zagadnień nazywanych ogólnie odtwarzaniem sygnałów pomiarowych [50] [68]. Zagadnienia te są w ostatnich latach zarówno intensywnie badane przez teoretyków [8] [9] jak i szeroko wprowadzane do praktyki pomiarowej. W wielu dziedzinach wzrost poziomu techniki pomiarowej jest w dużym stopniu wynikiem stosowania procedur odtwarzania. Przykładowo można tu wskazać kalorymetrię [60], spektrometrię [27], elektroakustykę [62] jak również całą klasę dziedzin, w których wykorzystuje się proces tzw. uzyskiwania obrazu [44] a obejmująca takie dyscypliny, jak: medycyna (tomografia komputerowa), defektoskopia, geofizyka, astronomia i inne. Równoległe z zastosowaniami praktycznymi rozwijane są badania metrologicznych problemów specyficznych dla tych zagadnień [43] [48] [49].

Tytułowe zagadnienie odtwarzania dynamicznych przebiegów wejściowych przetworników pomiarowych leży w głównym nurcie prac teoretycznych związanych z poszukiwaniem nowych rozwiązań algorytmów odtwarzania, sposobów ich

<sup>1)</sup> W literaturze pojęcie "praca na bieżąco" używane jest głównie do określenia sposobu przetwarzania danych w procesach automatyzacyjnych. Przykładowo w pracy [51] przetwarzaniem na bieżąco nazywa się "przetwarzanie zmiennych procesowych z taką szybkością, aby wynik przetwarzania mógł być jeszcze wykorzystany do skutecznego sterowania procesem". Przytoczone określenie zawiera w zasadzie te same podstawowe elementy, które są istotne dla przyjętej w pracy definicji odtwarzania na bieżąco: nieograniczoność czasu trwania (własność procesu automatyzacyjnego), odpowiednia szybkość realizacji i konieczność powtarzania obliczeń dla kolejnych, aktualnych wyników pomiarowych.

<sup>2)</sup> Mikroprocesor daje techniczne możliwości realizacji różnych wariantów odtwarzania "quasi-bieżącego" [22], dla których ten warunek może występować w złagodzonej postaci, tzn. wymaga się, aby przeciętnie czas obliczeń dla pewnej liczby realizacji algorytmu był krótszy od takiej samej liczby okresów pomiaru. Takiego rodzaju odtwarzanie może być stosowane przykładowo przy adaptacyjnym próbkowaniu, kiedy częstotliwość pomiarów zależy od szybkości zmian wielkości mierzonej. W pracy zakłada się stałość okresu pomiaru, możliwe jest jednak względnie proste przystosowanie opisanych dalej algorytmów do próbkowania adaptacyjnego.

testowania, metod poprawiania dokładności tych algorytmów itp. (bogata bibliografia pozycji reprezentatywnych dla aktualnego stanu wiedzy w tej dziedzinie zamieszczono w pracy [49]). Z drugiej strony zagadnienie to jest jednym z podstawowych problemów miernictwa dynamicznego, rozpatrywanym od początku wyodrębnienia się tej dziedziny pomiarów jako jeden z problemów tzw. korekcji błędów dynamicznych [45] [54] [72]. Współcześnie można wskazać jeszcze jeden - praktyczny - element stymulujący rozwój tej dziedziny pomiarów: jest nim postęp w technologii mikroprocesorów, który znacznie rozszerzył techniczne możliwości budowy przyrządów działających na zasadzie odtwarzania - w szczególności dotyczy to przyrządów realizujących odtwarzanie na bieżąco.

Przyrządem mikroprocesorowym, którego cechy konstrukcyjne pozwalają efektywnie realizować odtwarzanie bieżące, jest tzw. inteligentny przetwornik pomiarowy. W swej podstawowej postaci składa się on z analogowego przetwornika wielkości mierzonej na napięciu, sprzężonego z mikroprocesorem za pomocą przetwornika analogowo-cyfrowego. Można powiedzieć, że już w chwili obecnej przetworniki inteligentne odgrywają ważną rolę jako źródła informacji pomiarowej w takich dziedzinach jak: automatyzacja procesów przemysłowych [32], robotyka [67], w dziedzinach stosujących techniki uzyskiwania obrazu [44] i innych. Przewiduje się, że w niedalekiej przyszłości ranga takich układów istotnie wzrośnie [15]. W porównaniu z tradycyjnie stosowanymi rozwiązaniami przetwornik inteligentny może dostarczać dokładniejszych danych pomiarowych, uzyskiwanych w szerszym zakresie częstotliwości i w warunkach większych zmian wielkości wpływających, ma możliwość adaptowania się do zmiennych warunków pomiaru. Istotne znaczenie ma także cena malejąca wraz z postępem technologii półprzewodnikowej, wzrost niezawodności, elastyczność związana z programową pracą takiego urządzenia itp. Należy także podkreślić możliwość scalenia w jeden element układów przetwornika inteligentnego związaną ze stosowaniem czujników półprzewodnikowych dla coraz to większej liczby wielkości fizycznych [35] [71].

Względnie wysoki poziom technologii przetworników inteligentnych sprawia, że o jakości konkretnych rozwiązań decydują w dużym stopniu programy przetwarzania danych pomiarowych. Jednak w dziedzinie budowy algorytmów przeznaczonych do realizacji odtwarzania na bieżąco daje się zauważyć pewną lukę. Pojawiające się opracowania dotyczą głównie odtwarzania metodami wsadowymi [36] [50], w niewielu pracach wspomina się o możliwości zastosowania opisywanych tam algorytmów do pracy na bieżąco [60]. Pojawiające się w literaturze opisy algorytmów potencjalnie przydatnych do tego rodzaju pracy [55] [65] dotyczą pewnych cząstkowych zagadnień, brak jest w szczególności prób syntetycznego ujęcia problemu odtwarzania bieżącego.

Powyższe uwagi można podsumować stwierdzeniem, że istnieją teoretyczne, techniczne i praktyczne przesłanki podjęcia próby całościowego ujęcia metrologicznych problemów odtwarzania bieżącego dynamicznych przebiegów wejściowych przetworników pomiarowych. Subiektywnym argumentem na rzecz podję-

cia tego tematu przez autora są doświadczenia zebrane w trakcie badań algorytmów odtwarzania bieżącego. Przedstawione dalej zagadnienia stanowią rozszerzenie i uzupełnienie koncepcji zawartych w pracach [18-25].

Można wyróżnić dwa zasadnicze cele pracy. Podstawowym - teoretycznym - celem jest opracowanie narzędzi przeznaczonych do metrologicznej analizy procedury programowego, bieżącego odtwarzania wartości chwilowych dynamicznych przebiegów wejściowych tej klasy przetworników pomiarowych, których własności dają się opisać zwyczajnym równaniem różniczkowym, w ogólnym przypadku nieliniowym i zależnym od wielkości wpływających. Cel ten obejmuje przede wszystkim opracowanie zbioru definicji służących do ogólnego opisu systematycznych, statycznych i dynamicznych błędów przetwarzania analogowego, określenie zasady wydzielenia poszczególnych źródeł błędów systematycznych z opisu ogólnego oraz sformułowanie odtwarzania jako ciągu korekcji wydzielonych uprzednio źródeł błędów systematycznych i filtracji błędów przypadkowych. Drugi wątek tego zakresu pracy obejmuje analizę podstawowych źródeł błędów algorytmów odtwarzania oraz opis sposobu syntezy wypadkowej oceny niepewności odtwarzania. Idea tego sposobu polega na wyznaczaniu przedziałów niepewności dla poszczególnych błędów cząstkowych, a następnie na określeniu wpływu działań numerycznych, właściwych każdemu algorytmowi, na szerokość tych przedziałów. Wpływ ten ujęto w postaci tzw. równań przenoszenia niepewności cząstkowych, które łącznie z zasadą składania tych niepewności stanowi obiektywną procedurę uzyskiwania oceny niepewności wyniku odtwarzania.

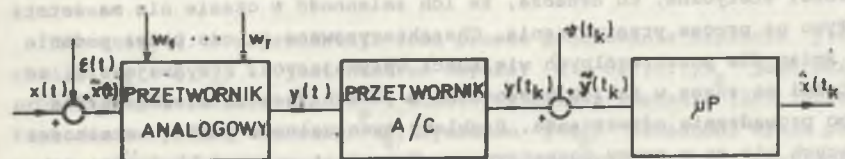
Drugi, praktyczny wątek pracy, ma na celu zastosowanie opracowanego aparatu teoretycznego do analizy własności algorytmów odtwarzania bieżącego budowanych pod kątem zastosowań w przyrządach mikroprocesorowych ze szczególnym uwzględnieniem inteligentnych przetworników pomiarowych. Tego rodzaju algorytmy realizowane przez programy pisane w języku wewnętrznym i wykonywane przez stosunkowo proste zestawy sprzętu cechuje krótki czas wykonywania przez mikroprocesor. W celu uzyskania tych własności zastosowano rekurencyjny sposób rozwiązywania równań stanu opisujących liniowe własności dynamiczne przetwornika analogowego. Natomiast zależności nieliniowe - dotyczy to zarówno własności statycznych jak i pewnych rodzajów nieliniowości opisu dynamiki - rozwiązuje się wykorzystując technikę tablicowania zależności funkcyjnych w pamięci mikroprocesora. Korekcja błędów systematycznych wspomagana jest filtracją błędów przypadkowych, której algorytm zbudowano na zasadzie filtra nierekursywnego o współczynnikach dobieranych pod kątem uzyskiwania minimalnego czasu realizacji przez mikroprocesor. Analizę numeryczną algorytmu korekcji dynamicznej przeprowadzono dla przetworników 1 i 2 rzędu, a jej rezultaty uzupełniono przykładami ilustrującymi metrologiczne i funkcjonalne własności poszczególnych algorytmów odtwarzania.

## 2. TEORETYCZNE PROBLEMY DYNAMICZNEGO POMIARU WARTOŚCI CHWILOWYCH PRZY UŻYCIU PROGRAMOWEJ PROCEDURY ODTWARZANIA

### 2.1. MODEL PROCESU POMIAROWEGO W TORZE ODTWARZANIA WARTOŚCI CHWILOWYCH

#### 2.1.1. Struktura toru odtwarzania

W strukturze toru pomiarowego, którego ostatnie ogniwo stanowi programowe odtwarzanie - nazywanego w pracy skrótowo torem odtwarzania - dają się wyróżnić pewne elementy typowe dla tego rodzaju układu niezależnie od rodzaju wielkości mierzonej czy też środków technicznych użytych do realizacji pomiarów. Można zatem mówić o pewnej ogólnej, modelowej strukturze toru odtwarzania reprezentatywnej zarówno dla sytuacji, kiedy budowane są wyspecjalizowane układy do pomiaru określonej wielkości jak i dla przypadku, kiedy tor pomiaru danej wielkości jest jednym z wielu w przyrządzie mikroprocesorowym, bądź systemie pomiarowym sterowanym komputerem. Strukturę przyjętą w pracy dla celów opisu toru odtwarzania wartości chwilowych przebiegu mierzonego przedstawia rys. 2.1.;



Rys. 2.1. Modelowa struktura toru odtwarzania  
Fig. 2.1. Model structure of the reconstruction chain

Poszczególne ogniwa układu z rys. 2.1 reprezentują sobą trzy podstawowe rodzaje działań realizowanych fizycznie w torach odtwarzania: przetwarzanie analogowe, analogowo-cyfrowe i na końcu programowe. I tak blok nazwany przetwornikiem analogowym obejmuje sobą własności łańcucha przetworników analogowych takich, jak: czujnik, wzmacniacz pomiarowy oraz analogowe człony układu próbkująco-pamiętającego i przetwornika A/C. Element oznaczony jako przetwornik A/C reprezentuje sobą funkcje próbkowania i kwantowania przebiegu wyjściowego przetwornika analogowego. Natomiast symbolem  $\mu P$  oznaczono mikroprocesor wyposażony w pamięć o odpowiedniej pojemności (w szczególnych przypadkach może to być układ wieloprocessorowy lub mikroprocesor wyposażony w dodatkowe układy pomocnicze).

Przyjmuje się następujący sposób działania toru odtwarzania wartości chwilowych. Zmienna w czasie wielkość wejściowa (mierzona)  $x(t)$  jest przetwarzana na napięcie  $y(t)$ . Wartości chwilowe tego napięcia są mierzone w chwilach  $t_k, k = 0, 1, \dots$ , za pomocą przetwornika A/C. Ciąg cyfrowych wyników  $\tilde{y}(t_k)$  jest przetwarzany na bieżąco przez  $\mu P$  w taki sposób, aby ciąg wartości wyjściowych  $\hat{x}(t_k)$  odtwarzał odpowiednio wartości chwilowe  $x(t_k)$  zadaną dokładnością w określonych warunkach pomiarowych, zgodnie z zależnością

$$\hat{x}(t_k) = x(t_k) + \delta, |\delta| < \delta_{dop}, \quad (2.1)$$

gdzie  $\delta_{dop}$  jest błędem dopuszczalnym.

Opisany powyżej proces przetwarzania zakłócają wielkości o charakterze deterministycznym i losowym. Przyjęto dalej, że wszystkie zakłócenia losowe dają się przedstawić w dwojaki sposób (rys. 2.1). Albo można je sprowadzić na wejście przetwornika analogowego w postaci wielkości oznaczonej jako  $\xi(t)$ , lub też dają się modelować na wyjściu przetwornika A/C jako losowy szum przetwarzania A/C -  $v(t_k)$ . Wielkości losowe są addytywne w stosunku do odpowiednich wielkości zakłócających, tzn.  $\xi(t)$  w stosunku do wielkości mierzonej  $x(t)$ ,  $v(t_k)$  w stosunku do  $y(t_k)$ . Zakłada się zerowe wartości oczekiwane wielkości losowych.

Symbolami  $w_1, \dots, w_r$  oznaczone wielkości deterministyczne wpływające na proces przetwarzania analogowego w znany sposób. Przyjmuje się, że są to wielkości statyczne, co oznacza, że ich zmienność w czasie nie ma istotnego wpływu na proces przetwarzania. Charakteryzowane są one przez podanie zakresu zmian dla poszczególnych wielkości wpływających. Przyjmuje się, że ich wartości są znane w takich momentach, w jakich jest to niezbędne dla bieżącego prowadzenia odtwarzania. Problemy ewentualnego pomiaru wielkości wpływających nie są w pracy rozpatrywane. Natomiast wpływ dokładności ich pomiaru na wypadkową niepewność odtwarzania został uwzględniony w trakcie wyznaczania źródeł niepewności cząstkowych algorytmów przeprowadzonego w rozdziale 6.

Zakłada się, że wielkość mierzona jest wielkością deterministyczną o nieznanym przebiegu, charakteryzowaną przez podanie zakresu przetwarzania. Jej zmienność w czasie określona jest charakterystyką widmową. W powyższej sytuacji rozważany tor odtwarzania można zdefiniować jako układ programowalny, który na podstawie przechowywanych w pamięci swoich charakterystyk pomiarowych oraz realizując algorytmy składające się na procedurę odtwarzania, mierzy na bieżąco wartości chwilowe wielkości wejściowej z zadaną dokładnością i w określonych warunkach pomiarowych.

### 2.1.2. Ogólny model matematyczny toru odtwarzania

Współzależność wielkości opisujących proces przetwarzania pomiarowego, zachodzący w torze odtwarzania, przedstawiono graficznie na rys. 2.1. Opis matematyczny związków zachodzących między tymi wielkościami - nazywanymi dalej wielkościami modelowymi - można wyrazić w postaci następującego układu równań:

$$\tilde{x}(t) = x(t) + \xi(t), \quad (2.2)$$

$$y(t) = M[\tilde{x}(t), w_1, \dots, w_r], \quad (2.3)$$

$$y(t_k) = y(t) \Big|_{t=t_k}, \quad (2.4)$$

$$\tilde{y}(t_k) = y(t_k) + v(t_k), \quad (2.5)$$

$$\hat{x}(t_k) = M^{-1}[\tilde{y}(t_0), \tilde{y}(t_1), \dots, \tilde{y}(t_k), \tilde{y}(t_{k+1}), \tilde{w}_1, \dots, \tilde{w}_r]. \quad (2.6)$$

Interpretacja powyższego łańcucha równań jest następująca. Równanie (2.3) opisuje przetwarzanie analogowe wielkości mierzonej  $x(t)$  z nałożonymi zakłóceniami  $\xi(t)$  - równanie (2.2) - na napięcie  $y(t)$ . Na proces przetwarzania oddziałują wielkości wpływające  $w_1, \dots, w_r$ , przy czym w ogólnym przypadku związki łączące poszczególne wielkości w równaniu (2.3) mogą być nieliniowe.

Równanie (2.4) reprezentuje sobą proces próbkowania napięcia  $y(t)$  w chwili  $t_k = k T_p, k$  jest numerem chwili,  $k = 0, 1, \dots, T_p$  jest okresem próbkowania i zakłada się  $T_p = \text{const}$ . Natomiast równanie (2.5) opisuje kwantowanie próbki w chwili  $t_k$ . Symbolem  $\tilde{y}(t_k)$  oznaczono wynik przetwarzania analogowo-cyfrowego (cyfrowy wynik pomiaru) wartości chwilowej napięcia  $y(t)$  z błędem  $v(t_k)$ , który jest wypadkową błędów losowych związanych z samym procesem przetwarzania A/C jak i szumami własnymi elementów układu.

Ostatnie równanie (2.6) jest ogólnym zapisem algorytmu programowego odtwarzania. Oznacza ono, że dla każdej chwili o numerze  $k, k = 0, 1, \dots$ , ocena  $\hat{x}(t_k)$  wielkości wejściowej jest wyznaczana na podstawie ciągu cyfrowych wyników pomiaru wielkości  $y$  branych począwszy od chwili rozpoczęcia pomiarów  $t_0$  do momentu  $k + 1$ , z uwzględnieniem aktualnych (zmierzonych) wartości wielkości wpływających oznaczonych symbolami  $\tilde{w}_1, \dots, \tilde{w}_r$ .

Tak zdefiniowane odtwarzanie różni się w pewnym stopniu od procedury opisanej równaniem definicyjnym (1.5), widoczne są również różnice własności w stosunku do algorytmu analizowanego w rozdziale 7. Jest to wynikiem pewnych uproszczeń, które przyjęto tu i w równaniu (1.5) w celu uwypuklenia najbardziej istotnych własności procedury odtwarzania bieżącego. Przede wszystkim zapis (2.6) oznacza, że do odtwarzania w chwili  $k$  używany jest

wynik z chwili następnej, tj.  $y(t_{k+1})$ , czego nie ma w równaniu (1.5).  
 W ogólnym przypadku można wykorzystywać  $j$  wyników następnych, co powoduje opóźnienie wyniku odtwarzania o czas równy  $j T_p$ , gdzie  $T_p$  jest okresem próbkowania. Dopuszczalna wartość opóźnienia zależy głównie od sposobu dalszego wykorzystywania wyników odtwarzania. Występująca w pracy wartość  $j=1$  jest wynikiem przyjętego (patrz dodatek) sposobu dyskretyzacji równania opisującego dynamiczne własności przetwornika analogowego.

Druga różnica wynika z faktu, że zapis (2.6) milcząco zakłada tożsamość chwil próbkowania przebiegu  $y(t)$  i chwil odtwarzania (dyskretyzacji) przebiegu wejściowego  $x(t)$ . Jednak dla algorytmów rozważanych w pracy warunek ten nie zawsze jest spełniony. Może mieć miejsce przesunięcie w czasie chwil próbkowania i odtwarzania, a ponadto w przypadku stosowania filtracji na jeden wynik odtwarzania przypada pewna liczba wyników pomiarowych. Zależności czasowe zachodzące między wielkościami w procesie odtwarzania poddano analizie w rozdziale 7.

2.1.3. Model deterministycznych własności toru odtwarzania

Model deterministyczny powstaje przez wyeliminowanie wielkości losowych z modelu ogólnego. Zakładając

$$\delta(t) \equiv 0, \quad v(t_k) \equiv 0, \tag{2.7}$$

równania (2.2) do (2.6) przyjmują postać

$$y(t) = M[x(t), w_1, \dots, w_r], \tag{2.8}$$

$$\hat{x}(t_k) = M^{-1}[y(t_0), \dots, y(t_{k+1}), w_1, \dots, w_r], \tag{2.9}$$

przy czym dla uproszczenia zapisu pominięto równanie próbkowania (2.4).

Powyższe równania stanowią parę zależności. Oznacza to, że równanie (2.8) opisuje proces przetwarzania analogowego wielkości  $x$  na wielkość  $y$  z uwzględnieniem oddziaływania wielkości wpływających, natomiast (2.9) - zgodnie z definicją odtwarzania - proces odwrotny. Należy to rozumieć w ten sposób, że równanie (2.9) stanowi ogólny zapis procedury rozwiązywania w sposób dyskretny równania odwrotnego do równania (2.8) ze względu na  $x$  i  $y$  lub inaczej: zapis procedury rozwiązywania równania (2.8) ze względu na  $x$  dla znanych wartości  $y, w_1, \dots, w_r$ .

W pracy przyjmuje się, że opis własności przetwornika analogowego jest dany w postaci równania różniczkowego zwyczajnego  $n$ -tego rzędu (uzasadnienie tego założenia podano w p. 2.3.2). Równania (2.8) i (2.9) można wówczas zapisać w postaci

$$y = f[x, \dot{x}, \dots, x^{(m)}, \dot{y}, \dots, y^{(n)}, w_1, \dots, w_r], \tag{2.10}$$

$$\hat{x} = F[y, \dot{y}, \dots, y^{(n)}, w_1, \dots, w_r], \tag{2.11}$$

gdzie  $F$  jest funkcją odwrotną do  $f$  ze względu na  $x$  i  $y$ , a  $\dot{x}, \dots, x^{(m)}, \dot{y}, \dots, y^{(n)}$  są pochodnymi odpowiednio wielkości  $x$  i  $y$  i zachodzi  $m \leq n$ .

Równanie (2.11) przedstawia procedurę odtwarzania (2.9) w postaci ciągłej, co ma na celu uproszczenie zapisu w tej części rozważań, gdzie rzeczywisty, dyskretny sposób realizacji odtwarzania nie musi być brany pod uwagę. W celu wyróżnienia tej sytuacji używa się wówczas symboli  $f$  i  $F$  na oznaczenie odpowiednich równań przetwarzania zamiast dotychczas stosowanych  $M$  i  $M^{-1}$ . Ponadto biorąc pod uwagę, że w całej pracy wielkości  $x$  i  $y$  są funkcjami czasu, pominięto symbol czasu  $t$  przy ich opisie.

Para równań (2.10) i (2.11) nazywana jest funkcją przetwarzania [28]. Równanie (2.10) określane jest w pracy jako proste, (2.11) - odwrotne równanie przetwarzania. Równanie proste modeluje proces przetwarzania analogowego. Zakładając, że równaniem tym objęto wszystkie wielkości mające istotny wpływ na proces przetwarzania (tzn. wielkości nie występujące w równaniu (2.10) mają pomijalny wpływ na dokładność przetwarzania analogowego), oznacza to, że równanie (2.10) opisuje również wszystkie źródła błędów systematycznych przetwarzania analogowego, zarówno statycznych jak i dynamicznych.

Równanie odwrotne (2.11) jest ogólnym zapisem procedury odtwarzania, zakładając, że znane są dokładne wartości zmiennych występujących po prawej stronie tego równania, ocena wielkości wejściowej wyznaczona zgodnie ze wzorem (2.11) jest dokładna, tzn. zachodzi  $\hat{x} = x$ . Wynika stąd istotny wniosek: idealne odtwarzanie powoduje całkowite wyeliminowanie (korekcję) błędów systematycznych przetwarzania - wynik odtwarzania  $\hat{x}$  nie zawiera wówczas błędów systematycznych powstałych w procesie przetwarzania analogowego (oczywiście błędów pochodzących od tych wielkości, które są objęte równaniem przetwarzania). A to z kolei pozwala na stwierdzenie, że błędy rzeczywistego wyniku odtwarzania są ogólnie skutkiem realizacji nieidealnej procedury odtwarzania na niedokładnych danych. Powyższe stwierdzenie stanowi podstawę koncepcji określania niepewności wyniku odtwarzania przedstawionej w rozdziale 6.

Zakłada się, że w ogólnym przypadku funkcja przetwarzania jest nieliniowa, ponadto musi być ciągła, ograniczona i ściśle monotoniczna w całym zakresie przetwarzania określonym przez zakres zmian wielkości wejściowej (lub wyjściowej) i wielkości wpływających. Wymagania te wynikają z faktu, że funkcja przetwarzania opisuje narzędzie pomiarowe, musi zatem zachodzić jednoznaczna zależność między wielkością wejściową a wyjściową w całym zakresie przetwarzania. Rodzaje nieliniowości, przy których mogą być stosowane poszczególne rodzaje algorytmów odtwarzania, omówiono w trakcie ich opisu.

## 2.2. WYODRĘBNIANIE ŹRÓDEŁ BŁĘDÓW SYSTEMATYCZNYCH PRZETWORNIKA ANALOGOWEGO

### 2.2.1. Definicja systematycznego błędu przetwarzania

Zgodnie z zależnościami (2.10) i (2.11) proces pomiaru wartości chwilowych przebiegu wejściowego realizowany jest w dwóch etapach: przetwarzania analogowego i odtwarzania. Metrologiczną podstawą współzależności obu etapów są błędy procesu przetwarzania analogowego (podobnego rodzaju interpretację zawiera m.in. [68]). Zatem podstawowym krokiem analizy metrologicznej jest wyodrębnienie z ogólnego opisu (2.10) źródeł błędów poszczególnych ogniw przetwarzania. Dla deterministycznego opisu procesu przetwarzania są to źródła błędów systematycznych.

Podstawą wyodrębnienia poszczególnych źródeł błędów systematycznych jest definicja tego błędu. W rozpatrywanej sytuacji musi ona spełniać dwa podstawowe warunki. Przede wszystkim musi pozwalać na uzyskiwanie matematycznego opisu źródeł błędów w postaci umożliwiającej bieżącą ich korekcję (nie wszystkie sposoby opisu są przydatne dla celów korekcji bieżącej - patrz p. 2.3.2). Ponadto musi zapewniać spójność pojęć odnoszących się do własności statycznych i dynamicznych przetwornika, co jest warunkiem niezbędnym do rozdzielania statycznych i dynamicznych źródeł błędów przetwarzania.

Uwzględniając powyższe wymagania przyjęto następującą definicję:

- systematyczny błąd przetwarzania jest różnicą między wartością wielkości wyjściowej przetwornika opisanego deterministycznym równaniem przetwarzania a wartością wielkości wyjściowej przetwornika idealnego,
- idealny przetwornik pomiarowy to taki, którego wartości wielkości wyjściowej są równe wartościom wielkości wejściowej w tych samych momentach<sup>3)</sup> i w całym zakresie przetwarzania.

Powyższa definicja stanowi właściwie rozszerzenie definicji chwilowego błędu dynamicznego [10] [11] na ogólny, systematyczny błąd przetwarzania. Powstaje przez to sytuacja, w której trzeba wyróżnić dwie kategorie błędów systematycznych: błędy powodowane przez wielkości modelowe (wielkości występujące w równaniu przetwarzania) oraz pozostałe błędy systematyczne. Ta druga kategoria nazywana jest w rozdziale 6 błędami o charakterze systematycznym, która to nazwa zdaniem autora dobrze oddaje istotę różnicy między

<sup>3)</sup> W teorii przetwarzania definiuje się tzw. idealny przetwornik niezniekształcający [11] [28], którego przebieg wyjściowy odtwarza również dokładnie przebieg wejściowy, lecz z pewnym stałym opóźnieniem czasowym. Algorytmy opisywane w pracy również cechuje opóźnienie wyników wyjściowych wynikające zarazem z czasu trwania obliczeń jak i własności algorytmu korekcji dynamicznej (p. 4.3). Analizę zależności czasowych między przebiegiem odtworzonym a wejściowym przedstawiono w rozdziale 7. Tutaj w celu uzyskania bardziej klarownej definicji błędu systematycznego nie rozpatruje się takiej sytuacji.

obiema kategoriami. Otóż błędy systematyczne, powodowane przez wielkości modelowe, mogą przyjmować duże wartości, wielokrotnie przekraczające wartości wielkości mierzonej. Błędy te są w procesie odtwarzania eliminowane z wyniku pomiaru (co wykazano w p. 2.3.1). Natomiast błędy systematyczne nie objęte modelem, jak również pozostałości usuwanych błędów systematycznych, mogą przyjmować jedynie ograniczone wartości - mniejsze od błędu dopuszczalnego. Te błędy nie mogą być usuwane. Zakres zmian ich wartości jest jedynie podstawą do wyznaczania ich wpływu na końcową dokładność odtwarzania. Wpływ ten jest oceniany probabilistycznie (patrz p. 6.2) i w zasadzie nie trzeba byłoby nazywać ich systematycznymi, gdyby nie fakt, że błędy te są przenoszone przez algorytmy odtwarzania w sposób specyficzny dla błędów systematycznych - stąd wynika geneza nazwy: błędy o charakterze systematycznym. Dla odróżnienia zapisu obu kategorii błędów oznacza się błąd systematyczny symbolem  $e$ , a błąd o charakterze systematycznym symbolem  $\delta$  - tak samo jak błędy przypadkowe.

Zgodnie z przyjętą definicją systematyczny błąd przetwarzania analogowego można wyrazić w postaci analitycznej jako

$$e_p = y - y_i, \tag{2.12}$$

gdzie  $y_i$  jest wielkością wyjściową przetwornika idealnego. Równanie przetwarzania takiego przetwornika ma postać<sup>4)</sup>

$$y_i = x, \tag{2.13}$$

zatem dla przyjętego modelu przetwornika rzeczywistego w postaci równania (2.10) błąd systematyczny przetwarzania analogowego opisuje zależność

$$e_p = f\{x, \dot{x}, \dots, x^{(m)}, \dot{y}, \dots, y^{(n)}, w_1, \dots, w_r\} - x. \tag{2.14}$$

Z powyższej zależności wynika wniosek, że wyznaczenie prostego równania przetwarzania pozwala na określenie, zgodnie ze wzorem (2.14), analitycznej postaci systematycznego błędu przetwarzania dla znanych przebiegów wielkości

<sup>4)</sup> Na ogół przyjmuje się, że równanie idealne ma postać

$$y = S x, \tag{1}$$

gdzie  $S = \text{const}$ . Jednak zdaniem autora należy przyjąć  $S = 1$ , ponieważ przy każdej innej wartości  $S$  należy w celu obliczenia wartości wielkości wejściowej  $x$  dla znanej wartości wielkości wyjściowej  $y$  wykonać operację dzielenia, bowiem zachodzi

$$x = \frac{1}{S} y. \tag{2}$$

Działanie zgodnie ze wzorem (2) można nazwać elementarnym odtwarzaniem, które nie powinno mieć jednak miejsca w przypadku przetwornika idealnego, co jest spełnione dla  $S = 1$ .

wplywajacych. Tego rodzaju opis bledu przetwarzania jest przydatny dla celow analize odpowiedzi przetwornika na standardowe wymuszenia zadawane w celu testowania jego wlascosci.

### 2.2.2. Wyodrebnianie zrodel bledow systematycznych poprzez rozdzielanie statycznych i dynamicznych wlascosci przetwornika analogowego

Rownanie (2.14) stanowi ogolny opis bledu systematycznego, na ktory skladaja sie bledy czastkowe zarowno o charakterze statycznym jak i dynamicznym. Praktyczna realizacja odtwarzania wymaga wyodrebnienia poszczegolnych zrodel tych bledow, podstawowe tego powody mozna okreslic nastepujaco. Podzial na bledy statyczne i dynamiczne wynika przede wszystkim z roznic w sposobach matematycznego opisu zjawisk fizycznych powodujacych te bledy. Zachodzi zatem koniecznosc rozdzielania opisow obu rodzajow bledow celem zastosowania odpowiednich srodkow do ich korekcji [10]. Dla przetwornikow nieliniowych rozdzielanie to jest w wielu przypadkach warunkiem niezbednym realizacji odtwarzania.

W niniejszej pracy bledy systematyczne sa korygowane przez zastosowanie procedury odtwarzania, ktora zgodnie z definicja jest rozwiazywaniem odwrotnego rownania przetwarzania. Wynika stad wniosek, ze w celu zbudowania algorytmu korekcji nie jest konieczny opis matematyczny zrodel bledow lecz jedynie opis odpowiednich wlascosci przetwornika. Jednak bezposredni zwiazek jaki zgodnie ze wzorem (2.14) zachodzi miedzy opisem wlascosci przetwornika a bledem systematycznym daje podstawe do stwierdzenia, ze wydzielenie z opisu ogolnego - opisu wlascosci czastkowych, jest jednoznaczne z okresleniem analitycznej postaci bledu systematycznego.

Spotykane w literaturze sposoby opisu ukkladow nieliniowych, w ktorych stosuje sie pewne formy wyodrebniania opisow czastkowych z modelu ogolnego, mozna zasadniczo podzielic na dwie grupy. Do pierwszej mozna zaliczye te sposoby, ktore maja zastosowanie do opisu ukkladow o tzw. nieliniowosci analitycznej [34], tzn. takich, w ktorych zaleznosci miedzy wielkoscia wyjsciowa a wejsciova daja sie przedstawic w postaci szeregu calkowego. Przykladem tego typu opisu jest szereg Volterry [6]. Drugi sposob jest stosowany do ukkladow, ktore mozna przedstawic jako szeregowe polaczenie dwuch czlonow: statycznego nieliniowego i dynamicznego liniowego. Przykladem takiego opisu jest operator Hammersteina lub bardziej ogolny operator Urysohna [34] umozliwiajacy opis pewnych ukkladow nieliniowych dynamicznie. Cecha wspolna obu sposobow jest zalozenie, ze ogolny opis wlascosci ukkladu jest dany w postaci odpowiedzi impulsowej.

Powyzsza wlascosc jest przyczyna, ze przedstawione sposoby nie maja zasadniczo zastosowania w sytuacji, gdy trzeba rozdzielic wlascosci znane w postaci nieliniowego rownania rowniczkowego. Tym niemniej trzeba stwierdzic ze idea zastosowanego w pracy sposobu rozdzielania jest podobna jak operatora Hammersteina: rownanie ogolne dzieli sie na czlony statyczne i dynamiczne. Tego rodzaju podejscie spotyka sie rowniez w publikacjach dotycza-

cych modeli dynamiki aparatury pomiarowej, przykladem moze tu byc praca [73]. Cecha wyrozniajaca opisany dalej sposob jest formalizacja procedury rozdzielania osiagnieta przez przyjecie odpowiednio sformulowanych definicji wlascosci statycznych i dynamicznych. Pozwala to na rozbitcie rownania ogolnego na ogniwa statyczne i dynamiczne, ktore w obu przypadkach mozna byc nieliniowe.

### 2.2.3. Procedura rozdzielania statycznych i dynamicznych wlascosci przetwornika analogowego

#### 2.2.3.1. Definicje

Rozdzielanie polega na zapisaniu rownania ogolnego w postaci ukkladu rownan, z ktorych kazde opisuje jedynie badz statyczne, badz dynamiczne wlascosci przetwornika analogowego. Podstawa procedury rozdzielania sa definicje wlascosci statycznych i dynamicznych przetwornika. Definicje tych wlascosci, formulowane glownie w literaturze z dziedziny miernictwa dynamicznego, maja z reguly charakter fenomenologiczny, wiazac okreslenie "dynamiczny" ze zmiennościa w czasie wielkosci modelowych [10] [11] [73]. Takie podejscie nie stwarza podstawy do okreslenia procedury rozdzielania, ktora musi byc oparta na jednoznacznym wskazaniu wielkosci, ktore w rownaniu modelowym opisuja odpowiednio wlascosci statyczne i dynamiczne.

W dalszym ciagu przedstawiono koncepcje zbioru definicji sformulowanych w taki sposob, aby mogly stanowic podstawe wydzielenia statycznych i dynamicznych zrodel bledow przetwarzania zgodnie z ich ogolna definicja (2.14) oraz podstawe okreslenia procedury odtwarzania jako lancucha algorytmow korekcji tych bledow. Mimo specyficznego rodowodu i przeznaczenia tych definicji, ich interpretacja w istotnych punktach jest zgodna z aktualnym rozumieniem odpowiednich pojec [6] [11].

Podstawa prezentowanego zbioru definicji jest definicja wielkosci dynamicznej sformulowana przy zalozeniu, ze ogolne wlascosci przetwornika analogowego daja sie opisac rownaniem rowniczkowym. W ukkladach fizycznych jeden z podstawowych (pierwotnych) sposobow opisu wlascosci, ktore nazywane sa dynamicznymi, uzyskiwany jest przy uzyciu pochodnych [4]. Zatem w pracy przyjmuje sie, ze wielkoscia dynamiczna nazywana jest wielkosc modelowa, ktorej pochodne wystepuja w rownaniu przetwarzania<sup>5)</sup>. Natomiast wielkoscia statyczna nazywana jest wielkosc modelowa nie majaca pochodnych w rownaniu przetwarzania.

<sup>5)</sup> W niniejszej pracy przyjeto, ze wielkosciami dynamicznymi mozna byc wielkosci wejsciova i wyjsciowa, wielkosci wplywajace sa wielkosciami statycznymi. Zalozenie to przyjeto w celu uzyskania prostych konstrukcji algorytmow odtwarzania. W ogolnych rozważaniach mozna przyjac, ze i wielkosci wplywajace mozna byc wielkosciami dynamicznymi. Patrz dodatkowo uwaga 8.

W przykładowym równaniu przetwarzania:

$$a_n y^{(n)} + \dots + a_1 \dot{y} + y = g(x, w_1, \dots, w_r), \quad (2.15)$$

gdzie  $a_1, \dots, a_n$  są współczynnikami równania,  $y$  jest wielkością dynamiczną, a  $x, w_1, \dots, w_r$  są wielkościami statycznymi.

Konsekwencją powyższej definicji wielkości dynamicznej jest ogólna definicja błędów dynamicznych: jest to taki rodzaj błędów systematycznych, które są modelowane za pomocą pochodnych - inaczej: których przyczyną są pochodne wielkości dynamicznych. Taka definicja nadaje pochodnym rangę podobną jak wielkościom wpływającym (można je nazwać wręcz rodzajem wielkości wpływających). Fizycznie jest to uzasadnione, ponieważ pochodne wielkości fizycznych są również wielkościami fizycznymi (mierzalnymi). Traktując pochodne jako wielkości modelowe, zanika właściwie różnica w sposobie opisu obu wielkości - pochodnych i wielkości wpływających - w ogólnym równaniu przetwarzania; istniejące różnice dotyczą fizycznej istoty zjawisk, które są modelowane przez te wielkości. Można powiedzieć, że wielkości wpływające zniekształcają idealną charakterystykę przetwarzania - miarą tych zniekształceń są błędy od wielkości wpływających<sup>6)</sup>, będące składowymi ogólnego, systematycznego błędu przetwarzania. To samo można powiedzieć o pochodnych - tutaj miarą zniekształceń idealnej funkcji przetwarzania są błędy dynamiczne. I tak przykładowe równanie przetwarzania (2.15) można zapisać w postaci:

$$y = g(x, w_1, \dots, w_r) - [a_n y^{(n)} + \dots + a_1 \dot{y}], \quad (2.16)$$

gdzie wyrażenie w nawiasie kwadratowym jest opisem zniekształceń dynamicznych, podobnie jak funkcja  $g$  jest opisem zniekształceń statycznych idealnego równania przetwarzania.

Błędy statyczne można określić, zgodnie z powyższymi definicjami, jako błędy opisywane przez równanie przetwarzania, z którego usunięto błędy dynamiczne. Ta definicja, tak samo jak i definicja błędów dynamicznych, ma jednak charakter ogólny. Definicje te pozwalają na wskazanie wielkości odpowiedzialnych za odpowiedni rodzaj błędów, lecz są niewystarczające do wyznaczenia opisu matematycznego tych błędów. Do tego celu służy procedura rozdzielania własności statycznych i dynamicznych, opisana w następnym rozdziale, która jednocześnie stanowi matematyczną definicję tych własności. Poniżej przytoczono ogólną definicję własności statycznych i dynamicznych.

<sup>6)</sup> Błędy, których przyczyną są wielkości wpływające, nazywane są błędami dodatkowymi. Błędy takie powstają, gdy wielkości wpływające przekraczają dopuszczalny (nominalny) zakres zmian [28] [38]. W rozpatrywanej sytuacji, gdy wielkości wpływające mogą zmieniać się w szerokich granicach dopuszczonych przez warunki przetwarzania, a błędy powodowane przez te wielkości mogą przekraczać wartości wielkości mierzonej, błędów tych nie można nazwać dodatkowymi. Z braku odpowiedniego pojęcia nazwano je po prostu błędami od wielkości wpływających.

Przyjmuje się, że własności dynamiczne są to własności opisywane w równaniu przetwarzania za pomocą pochodnych wielkości dynamicznych. Natomiast własności statyczne opisuje równanie przetwarzania, z którego wyeliminowano błędy dynamiczne. Zatem własności statyczne są to własności przetwornika w takiej sytuacji fizycznej, kiedy błędy dynamiczne są pomijalnie małe na skutek wolnych zmian wielkości modelowych. W przykładowym równaniu ogólnym (2.15), sprowadzając pochodne do zera, otrzymuje się statyczną postać tego równania:

$$y_{\text{stat}} = g(x, w_1, \dots, w_r). \quad (2.17)$$

Wprowadzając nową zmienną  $u$  w równanie ogólne (2.15) można przedstawić w postaci układu równań - statycznego:

$$u = g(x, w_1, \dots, w_r) \quad (2.18)$$

i dynamicznego:

$$a_n y^{(n)} + \dots + a_1 \dot{y} + y = u. \quad (2.19)$$

Zgodnie z definicją, zawartą w p. 2.2.1, błąd systematyczny statyczny ma postać

$$e_{\text{stat}} = g(x, w_1, \dots, w_r) - x, \quad (2.20)$$

natomiast błąd dynamiczny wyraża zależność:

$$e_{\text{dyn}} = y - y_i. \quad (2.21)$$

Uwzględniając, że zgodnie z definicją idealne równanie przetwarzania dynamicznego ma w tym przypadku postać:

$$y_i = u, \quad (2.22)$$

to zgodnie ze wzorem (2.19) błąd dynamiczny można zapisać jako:

$$e_{\text{dyn}} = - [a_n y^{(n)} + \dots + a_1 \dot{y}]. \quad (2.23)$$

Przytoczone powyżej definicje cechuje wtórność pojęć odnoszących się do wielkości statycznych - w stosunku do pojęć związanych z wielkościami dynamicznymi. Można powiedzieć, że stan pracy dynamicznej przetwornika jest stanem bardziej ogólnym, natomiast praca statyczna jest przypadkiem szczególnym - występuje wtedy, gdy błędy dynamiczne są pomijalne.



Istotne jest pytanie czy w świetle powyższych definicji istnieje współzależność między pomiarami dynamicznymi a pomiarami wielkości zmiennych w czasie? Zmienność w czasie wielkości wejściowej bądź wyjściowej bywa często utożsamiana z dynamicznymi warunkami pomiarów [11] [72]. Natomiast zgodnie z przyjętymi określeniami sama zmienność wielkości w czasie<sup>7)</sup> nie wystarcza do wystąpienia takich warunków - ważne jest czy wartości błędów dynamicznych istotnie wpływają na wypadkowy błąd przetwarzania, czy też nie, ponieważ błędy te zależą zarówno od szybkości zmian w czasie wielkości dynamicznych jak i wartości współczynników stojących przy poszczególnych pochodnych. Zatem przy pomiarze wielkości zmiennych w czasie dopiero od pewnych wartości pulsacji przebiegów można mówić o pomiarach dynamicznych. Podobną interpretację tego zagadnienia można spotkać w pracy [60], gdzie Sydenham (rozd. 16 vol. 2) nazywa "quasi-statycznymi" pomiary wielkości zmiennych w czasie, ale w warunkach statycznych.

Należy w tym miejscu zwrócić uwagę, że dla zaprezentowanego sposobu widzenia kryterium pozwalające zakwalifikować warunki pomiaru jako statyczne bądź dynamiczne odnosi się zarówno od mierzonej wielkości jak i do sposobu jej przetwarzania - dana wielkość może być przetwarzana statycznie lub dynamicznie w zależności od tego czy w warunkach pomiaru model przetwornika jest modelem statycznym, czy też dynamicznym<sup>8)</sup>. Podkreślić przy tym należy, że kryterium to odwołuje się do własności wielkości modelowych, a nie ma bezpośredniego związku z własnościami sygnałów, przenoszących te wielkości: można mówić o pomiarach dynamicznych jedynie wtedy, gdy w równaniu przetwarzania pojawiają się pochodne wielkości modelowych, a nie sygnału. Dlatego przykładowo problem pomiaru wartości skutecznej przebiegów zmiennych w czasie należy w tym duchu zaliczyć do dziedziny pomiarów statycznych, gdzie statyczną wielkością wpływającą jest częstotliwość przebiegu.

Na marginesie głównego toku rozważań można wspomnieć o pewnych dodatkowych możliwościach analizy własności dynamicznych przetworników, które to możliwości stwarza przyjęta definicja błędów dynamicznych. Zagadnienie to można przedstawić używając modelu przetwornika w postaci liniowego równania różniczkowego 2 rzędu:

<sup>7)</sup> O dynamicznych warunkach pomiaru można mówić również wtedy, gdy występują pochodne przestrzenne (pochodne wielkości określających położenie w przestrzeni jedno- lub wielowymiarowej) w równaniu przetwarzania. Ta uwaga dotyczy również wszystkich omówionych uprzednio pojęć. Zatem równanie różniczkowe cząstkowe może być rozpatrywane jako opis zarówno czasowych jak i przestrzennych własności dynamicznych [22]. Można tu także wspomnieć o możliwości widzenia zagadnienia obrazowania jako odtwarzania wielkości dynamicznej przestrzennie. Na możliwość włączenia pochodnych przestrzennych do opisu dynamiki przetworników wskazuje Sydenham [66] s. 656.

<sup>8)</sup> Dopuszczając, aby wielkości wpływające mogły być wielkościami dynamicznymi, może dojść do sytuacji, w której pomiar wielkości stałej w czasie może zachodzić w warunkach dynamicznych.

$$a_2 \ddot{y} + a_1 \dot{y} + y = x. \tag{2.24}$$

Zgodnie ze wzorem (2.14) błąd dynamiczny takiego przetwornika określa wyrażenie:

$$e_{dyn} = -a_2 \ddot{y} - a_1 \dot{y}, \tag{2.25}$$

które można rozbić na dwa człony, wyznaczające cząstkowe błędy dynamiczne od poszczególnych pochodnych:

$$e_2 = -a_2 \ddot{y}, \tag{2.26}$$

$$e_1 = -a_1 \dot{y}. \tag{2.27}$$

Przebieg czasowy błędu dynamicznego  $e_{dyn}$  jest tożsamy z tzw. chwilowym błędem dynamicznym wielkości wyjściowej przetwornika. Błąd ten można analizować zarówno w postaci (2.25), jak również można poddawać analizie składowe tego błędu (2.26) i (2.27). To stwierdzenie odnosi się również do funkcjonałów takich, jak na przykład amplituda błędu, wartość średniokwadratowa itp., będących tradycyjnie podstawą porównywania własności dynamicznych różnych przetworników [37]. Przykładowo błąd średniokwadratowy przetwornika opisanego równaniem (2.24) wyraża się jako:

$$\overline{e^2} = \frac{1}{T} \int_0^T [e_{dyn}(t)]^2 dt, \tag{2.28}$$

gdzie  $T$  jest czasem analizy po wymuszeniu skokowym lub impulsowym. Uwzględniając wzory (2.26) i (2.27) wyrażenie to można zapisać w postaci:

$$\overline{e^2} = \frac{1}{T} \int_0^T (e_1 + e_2)^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T (e_1^2 + e_2^2 + 2e_1e_2) dt. \tag{2.29}$$

Można wykazać, że jeżeli przetwornik znajdował się w stanie statycznym (ustalonym) zarówno przed jak i po zakończeniu całkowania, to całka z iloczynu błędów dynamicznych (2.26) i (2.27) jest równa zeru<sup>9)</sup>. Zatem zachodzi

<sup>9)</sup> Na podstawie wzorów (2.26) i (2.27) można napisać

$$\int_0^T e_1 e_2 dt = \int_0^T (-a_2 \ddot{y})(-a_1 \dot{y}) dt = a_1 a_2 \int_0^T \frac{d\dot{y}}{dt} \dot{y} dt = a_1 a_2 \int_{\dot{y}_1}^{\dot{y}_2} \dot{y} d\dot{y}. \tag{3}$$

$$\overline{e^2} = \overline{e_1^2} + \overline{e_2^2}, \quad (2.30)$$

gdzie oznaczono

$$\overline{e_1^2} = \frac{1}{T} \int_0^T e_1^2 dt, \quad \overline{e_2^2} = \frac{1}{T} \int_0^T e_2^2 dt. \quad (2.31)$$

Z powyższego wywodu wynika, że można prowadzić analizę błędu średniokwadratowego na poziomie błędów cząstkowych i ewentualnie na tym poziomie poszukiwać sposobów poprawiania własności dynamicznych przetwornika analogowego. Błąd przetwarzania (wypadkowy) jest wyznaczany w razie potrzeby na podstawie wzoru (2.30).

Analiza dynamicznych własności przetworników nie leży w głównym nurcie niniejszej pracy i w związku z tym rozważania na temat przydatności przyjętych definicji do tej analizy nie będą kontynuowane. Podobnie ma się rzecz z analizą możliwości przeniesienia tych definicji w dziedzinę operatorową co wynika z faktu, że w pracy nie stosuje się operatorowych sposobów opisu dynamiki przetwornika. Powodem tego jest duża złożoność numeryczna algorytmów korekcji opartych na tego rodzaju opisie dynamiki [3], a zatem niewielka ich przydatność do korekcji bieżącej w warunkach przyjętych w pracy.

#### 2.2.3.2. Sformułowanie reguły rozdzielania

Rozdzielanie jest procedurą mającą na celu uzyskanie oddzielnego, matematycznego opisu własności statycznych i dynamicznych przetwornika analogowego, w sposób zgodny z ogólną definicją błędu przetwarzania (2.14). Przyjmuje się następującą zasadę rozdzielania.

Ogólne równanie przetwarzania zapisuje się w postaci układu równań takich, że:

- każde z równań opisuje jedynie własności statyczne bądź dynamiczne,
- każde z równań daje się interpretować jako opis zniekształceń idealnego równania przetwarzania (2.13), zatem można je zapisać jako:

$$y = x + e, \quad (2.32)$$

cd. dalszy notki 9 ze strony 31

Biorąc pod uwagę, że w stanie statycznym pochodne są równe zeru (z definicji), co można zapisać jako

$$\dot{y}_1 = \dot{y} \Big|_{t=0} = 0, \quad \dot{y}_2 = \dot{y} \Big|_{t=T} = 0, \quad (4)$$

zatem w takim przypadku wyrażenie (3) równe jest zeru.

gdzie:

- dla równania dynamicznego

$$e = e_{dyn}, \quad (2.33)$$

jest błędem dynamicznym, będącym funkcją pochodnych dążącą do zera dla wartości pochodnych dążących do zera,

- dla równania statycznego

$$e = e_{stat} \quad (2.34)$$

nie zależy od wartości pochodnych.

Praktyczne działania przy rozdzielaniu można przedstawić w dwóch krokach. W pierwszym, przyrównując do zera pochodne w równaniu ogólnym, otrzymuje się opis wypadkowych własności statycznych. Należy teraz, dobierając odpowiednio nowe zmienne pomocnicze, zredukować to równanie do postaci idealnej (2.13). Wprowadzając następnie te nowe zmienne do równania ogólnego otrzymuje się dynamiczne równanie przetwarzania, które łącznie z równaniami pomocniczymi stanowią układ równań równoważny matematycznie równaniu ogólnemu, a który fizycznie opisuje łańcuch przetworników, z których każdy realizuje przetwarzanie bądź statyczne, bądź dynamiczne.

Stosując już wcześniej tę zasadę własności statyczne i dynamiczne przetwornika opisanego ogólnie równaniem (2.15) przedstawiono w postaci układu równań (2.18) i (2.19). Dalsze przykłady zastosowania procedury rozdzielania przedstawiono poniżej.

#### Przykład 1.2

Dla równania ogólnego

$$\dot{y} + y^2 = x, \quad (2.35)$$

po wyeliminowaniu pochodnej otrzymuje się równanie statyczne

$$y^2 = x. \quad (2.36)$$

Podstawiając teraz

$$u = y^2 \quad (2.37)$$

i wprowadzając równanie (2.37) do (2.35) otrzymuje się układ równań

$$\frac{1}{2\sqrt{u}} \dot{u} + u = x, \quad (2.38)$$

$$y^2 = u, \tag{2.39}$$

które reprezentują sobą szeregowe połączenie dwóch przetworników, z których pierwszy realizuje przetwarzanie dynamiczne (2.38), drugi statyczne (2.39). Łącznie oba równania są równoważne opisowi w postaci równania ogólnego (2.35).

**Przykład 2.2**

Równanie ogólne

$$\dot{y} + y^2 = x^2 + \dot{x}, \tag{2.40}$$

stosując postępowanie takie jak w przykładzie 2.1 można przedstawić w postaci układu trzech równań:

$$u = x^2, \tag{2.41}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{u}} \dot{u} + u = \frac{1}{2\sqrt{v}} \dot{v} + v, \tag{2.42}$$

$$\sqrt{v} = y, \tag{2.43}$$

które można przedstawić graficznie w postaci łańcucha przetworników pokazanych na rys. 2.2a.

**2.3. PROCEDURA BIEŻĄCEGO ODTWARZANIA PRZEBIEGÓW DYNAMICZNYCH**

**2.3.1. Odtwarzanie a korekcja błędów systematycznych**

Zgodnie z definicją odtwarzanie jest procedurą rozwiązywania odwrotnego równania przetwarzania. W omawianej sytuacji oznacza to wyznaczenie oceny  $\hat{x}$  wielkości mierzonej zgodnie z zależnością

$$\hat{x} = f^{-1}[y, \dot{y}, \dots, y^{(n)}, \dot{x}, \dots, x^{(m)}, w_1, \dots, w_r]. \tag{2.44}$$

Biorąc pod uwagę, że odtwarzanie jest rodzajem przetwarzania wyników pomiarowych, jego skutki - podobnie jak to ma miejsce dla błędu przetwarzania (2.14) - mogą być charakteryzowane przez pewną wielkość  $e_o$  określoną jako różnica wielkości wyjściowej  $\hat{x}$  i wejściowej  $y$  procesu odtwarzania

$$e_o = \hat{x} - y. \tag{2.45}$$

Podstawiając w miejsce  $\hat{x}$  wyrażenie (2.44) równanie (2.45) przyjmuje postać

$$e_o = f^{-1}[y, \dot{y}, \dots, y^{(n)}, \dot{x}, \dots, x^{(m)}, w_1, \dots, w_r] - y. \tag{2.46}$$

Wyznaczając teraz sumę systematycznego błędu przetwarzania analogowego  $e_p$  (2.14) i wielkości  $e_o$  otrzymuje się

$$e_p + e_o = f(x, \dots) - x + f^{-1}(y, \dots) - y = 0, \tag{2.47}$$

przy założeniu, że równania (2.10) i (2.11) stanowią dokładny opis odpowiednio procesu przetwarzania analogowego i odtwarzania (we wzorze (2.47) przy zapisie tych równań w miejsce pochodnych i wielkości wpływających wstawiono kropki).

Z powyższego rozumowania można wyciągnąć następujące wnioski:

- wielkość  $e_o$  dodana do błędu systematycznego przetwarzania powoduje jego wyeliminowanie z wyniku pomiarowego, zatem  $e_o$  jest poprawką na błąd systematyczny przetwarzania analogowego opisaną ogólnie równaniem (2.46),
- zastosowanie procedury odtwarzania powoduje wyeliminowanie błędów systematycznych przetwarzania, zatem można określić odtwarzanie jako korekcję błędów systematycznych drogą rozwiązywania odwrotnego równania przetwarzania.

Przetwornik analogowy w torze odtwarzania stanowi w rzeczywistości łańcuch przetworników, z których każdy opisany jest swoistym równaniem przetwarzania. Każde z tych równań może zostać rozdzielone na odpowiednie równania statyczne i dynamiczne, przy czym ogólna liczba równań cząstkowych zależy od fizycznych własności poszczególnych ogniw tego łańcucha<sup>10)</sup>. Zatem można stwierdzić, że po zastosowaniu procedury rozdzielania własności wszystkich elementów przetwornika analogowego, opisem matematycznym tego przetwornika jest ogólnie łańcuch I równań:

$$\begin{aligned} u_1 &= f_1(x), \\ u_2 &= f_2(u_1), \\ &\vdots \\ y &= f_I(u_{I-1}), \end{aligned} \tag{2.48}$$

<sup>10)</sup> Rozdzielenie własności statycznych i dynamicznych na ogół nie powoduje wydzielenia źródeł błędów, powodowanych przez jedną określoną wielkość. Z definicji rozdzielanie prowadzi do wyodrębnienia osobnego opisu własności statycznych i dynamicznych, z tym że każde z równań może opisywać wiele, jednego rodzaju, źródeł błędów, jak np. równanie (2.18).

przy czym w opisie opuszczono dla prostoty pochodne oraz wielkości wpływające. Symbolami  $u_1, \dots, u_{I-1}$  oznaczono kolejne wielkości pomocnicze w łańcuchu przetwarzania. Zakładając, że wypadkowe własności przetwornika opisuje ogólnie równanie

$$y = f(x), \quad (2.49)$$

to zachodzi:

$$y = f_I \left\{ \dots f_2 [f_1(x)] \right\} = f(x). \quad (2.50)$$

Dla powyższego opisu własności przetwornika analogowego procedura odtwarzania może być określona jako rozwiązywanie kolejno, od ostatniego do pierwszego, równań odwrotnych do odpowiednich równań łańcucha (2.48). Działania te prowadzą do wyznaczenia ocen kolejnych wielkości pośrednich, tj.:  $\hat{u}_{I-1}, \dots, \hat{u}_1$ , a w końcowym kroku do wyznaczenia oceny  $\hat{x}$  wielkości mierzonej. Zatem procedurę odtwarzania można zapisać jako ciąg działań realizowanych zgodnie z układem równań<sup>11)</sup>

$$\begin{aligned} \hat{u}_{I-1} &= f_{I-1}^{-1}(y), \\ \hat{u}_{I-2} &= f_{I-1}^{-1}(\hat{u}_{I-1}), \\ &\vdots \\ \hat{x} &= f_1^{-1}(\hat{u}_1). \end{aligned} \quad (2.51)$$

Zasadność tak sformułowanej procedury odtwarzania można wykazać następująco. Ciąg równań (2.51) może być zapisany w postaci

$$\hat{x} = f_1^{-1} \left\{ \dots f_{I-1}^{-1} [f_{I-1}^{-1}(y)] \right\}, \quad (2.52)$$

skąd po uwzględnieniu zależności (2.50) otrzymuje się

$$\begin{aligned} \hat{x} &= f_1^{-1} \left\{ \dots f_{I-1}^{-1} [f_{I-1}^{-1} (f_I \{ \dots f_2 [f_1(x)] \})] \right\} = \\ &= f_1^{-1} \left\{ \dots f_{I-2}^{-1} [f_{I-1}^{-1} (f_{I-1} \{ \dots f_2 [f_1(x)] \})] \right\} = \dots = x. \end{aligned} \quad (2.53)$$

<sup>11)</sup> Omówioną procedurę odtwarzania można w skrócie określić jako rozwiązywanie równań odwrotnych do równań cząstkowych, wydzielonych z prostego, ogólnego równania przetwarzania. Procedura odtwarzania może być również realizowana przez rozwiązywanie równań wydzielonych z ogólnego równania odwrotnego. Autorowi nie jest znany dowód na tożsamość lub jej brak obu sposobów realizacji odtwarzania.

Zatem po I krokach redukcji funkcji wzajemnie odwrotnych otrzymuje się zależność:

$$\hat{x} = x, \quad (2.54)$$

która oznacza, że w wyniku opisanego ciągu działań przetwarzania analogowego i odtwarzania otrzymuje się ocenę  $\hat{x}$  wielkości wejściowej.

Można przedstawić następującą interpretację powyższych wywodów. Przetwarzanie analogowe daje się opisać za pomocą ciągu równań (2.48), z których każde opisuje elementarne ogniwo przetwarzania. Równania te mogą, zgodnie ze wzorem (2.14), być podstawą opisu źródeł błędów systematycznych, wprowadzanych przez każde z ogniw przetwarzania. W tym ujęciu odtwarzanie może być interpretowane jako korekcja błędów systematycznych, zawartych w surowym wyniku pomiaru, przeprowadzana w kolejności odwrotnej do ich wprowadzania. Wylimowanie każdego z błędów cząstkowych odbywa się drogą rozwiązania odpowiedniego równania odwrotnego. Cała procedura odtwarzania jest ciągiem kolejno po sobie następujących korekcji cząstkowych błędów systematycznych, statycznych i dynamicznych.

### Przykład 3.2

Na procedurę odtwarzania wielkości wejściowej przetwornika analogowego, opisanego równaniem (2.40), składa się rozwiązywanie następującego ciągu równań odwrotnych:

$$\hat{\varphi} = y^2, \quad (2.55)$$

$$\frac{1}{2\sqrt{\hat{\varphi}}} \frac{d\hat{\varphi}}{dt} + \hat{\varphi} = \frac{1}{2\sqrt{\hat{u}}} \frac{d\hat{u}}{dt} + \hat{u}, \quad (2.56)$$

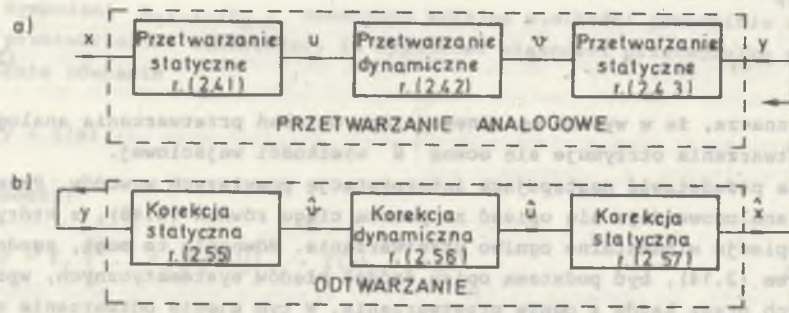
$$\hat{x} = \sqrt{\hat{u}}. \quad (2.57)$$

Ciąg działań w procesie przetwarzania i odtwarzania ilustruje rys. 2.2.

### 2.3.2. Podstawowe własności szybkich algorytmów odtwarzania bieżącego

Dotychczasowe rozważania pozwalają na ogólne scharakteryzowanie zastosowanej w pracy koncepcji rozwiązania zagadnienia bieżącego odtwarzania przebiegów dynamicznych. Zasadniczy tok postępowania oparty jest na założeniu, że znany jest deterministyczny opis własności przetwornika analogowego, ponadto że opis ten daje się rozdzielić na łańcuch równań modelujących

<sup>12)</sup> Dla równania różniczkowego pojęcia "równanie proste" i "odwrotne" określają sposób rozwiązywania tego równania odpowiednio ze względu na wielkość wejściową i wyjściową.



Rys. 2.2. Ciąg działań w procesie

a) przetwarzania analogowego, b) odtwarzania, przykładowego przetwornika opisanego ogólnie równaniem (2.40)

Fig. 2.2. Series of actions in

a) analog processing, b) reconstruction, of signals of the exemplary transducer generally described by the equation (2.40)

cząstkowe - statyczne lub dynamiczne - własności przetwornika, które to równania mogą być rozwiązywane ze względu na wielkość wejściową, czyli jako równania odwrotne. Zatem algorytm odtwarzania w swej zasadniczej postaci stanowi procedurę, na którą składają się algorytmy korekcji błędów statycznych i dynamicznych będące przepisami na bieżące rozwiązywanie odpowiednich cząstkowych równań odwrotnych. Kolejność rozwiązywania tych równań jest odwrotna do kolejności występowania odpowiednich równań w łańcuchu uzyskanym w wyniku rozdzielania statycznych i dynamicznych własności przetwornika.

W ogólnym modelu toru odtwarzania założono (p. 2.1) występowanie wielkości losowo zakłócających deterministyczny proces przetwarzania. Oznacza to, że wielkości losowe powodują błędy zmieniające się w pewnych dopuszczalnych granicach. Ich wpływ na dokładność odtwarzania oceniany jest w trakcie rachunku błędów. Jednak własności algorytmów korekcji powodują, że błędy przypadkowe są wzmacniane w procesie odtwarzania<sup>13)</sup>, wskutek czego ich względny udział w końcowym wyniku może znacznie przekroczyć wartości dopuszczalne. W takim przypadku do procesu odtwarzania wprowadza się filtrację, przy czym liczba i miejsca algorytmów filtracji w łańcuchu algorytmów odtwarzania zależą zarówno od charakterystyk wielkości losowych jak i własności przetwornika analogowego.

Ogólnie można powiedzieć, że wynik odtwarzania składa się z dwóch liczb. Pierwsza jest oceną wartości chwilowej wielkości wejściowej i pojawia się na wyjściu toru z tzw. częstotliwością odtwarzania, czyli częstotliwością,

<sup>13)</sup> Jest to charakterystyczna własność zadań odwrotnych [1] [9], w szczególności dotyczy to algorytmu korekcji dynamicznej.

z którą powtarzana jest procedura odtwarzania (jest ona równa częstotliwości dyskretyzacji modelu ciągłego dynamicznych własności przetwornika, czyli odwrotności okresu dyskretyzacji tego modelu - patrz dodatek). Liczba ta jest wynikiem realizacji dwóch podstawowych etapów: przetwarzania analogowego i programowego odtwarzania. Algorytm odtwarzania jest łańcuchem algorytmów korekcji błędów systematycznych przetwarzania analogowego i filtracji błędów przypadkowych, przy czym postać i kolejność realizacji tych algorytmów jest określona przez deterministyczne własności przetwornika analogowego.

Druga liczba jest oceną niedokładności wyniku odtwarzania; czyli pierwszej liczby. Jest ona wyznaczana jednorazowo w trakcie analizy błędu procesu odtwarzania. Uwzględnienie w modelu toru odtwarzania wielkości losowych powoduje, że błąd odtwarzania jest wielowymiarowym procesem stochastycznym<sup>14)</sup>. Jednak budowanie uniwersalnych modeli błędów odtwarzania w postaci procesu stochastycznego napotyka na szereg trudności praktycznych w warunkach występujących w pracy: przy wielostopniowym, nieliniowym przetwarzaniu analogowym i programowym, charakteryzującym się wielością źródeł błędów zarówno przypadkowych jak i systematycznych, jak również różnymi własnościami algorytmów przy przenoszeniu obu rodzajów błędów. Dodatkową trudność praktyczną stwarza identyfikacja parametrów modelu stochastycznego dla nieliniowych przetworników wielkości nieelektrycznych.

W związku z wymienionymi trudnościami w uzyskiwaniu analitycznego opisu błędów odtwarzania w pracy zastosowano uproszczony sposób wyznaczania oceny niedokładności odtwarzania. Sposób ten cechuje użycie przedziałowych miar błędów nie tylko we wstępnym procesie szacowania przedziałów niepewności błędów cząstkowych, co jest powszechnie stosowanym działaniem w początkowej fazie rachunku błędów [39], lecz rozciągnięcie tego podejścia na opis przenoszenia błędów przez poszczególne ogniwa toru odtwarzania oraz na proces końcowego składania niepewności cząstkowych. Rezygnacja z analitycznego modelu błędów pozwoliła na uzyskanie stosunkowo prostej, zalgorytmizowanej procedury wyznaczania niepewności wypadkowej wyniku odtwarzania opisanej w rozdziale 6.

W kolejnych rozdziałach opisano i poddano analizie algorytmy bieżącej korekcji błędów statycznych, dynamicznych oraz filtracji błędów przypadkowych. Rozpatrywane postacie algorytmów wybrane są pod pewnym szczególnym kątem: są to szybkie wersje algorytmów, które pozwalają na uzyskiwanie minimalnych czasów realizacji odtwarzania w stosunkowo prostych zestawach sprzętu mikroprocesorowego. Można przedstawić kilka argumentów na rzecz wyboru takiej klasy algorytmów. Mogą być one stosowane do pracy na bieżąco w

<sup>14)</sup> Aparat matematyczny przydatny do opisu błędów liniowych przetworników dynamicznych w postaci procesu stochastycznego zawiera między innymi praca [42], modele nieliniowe takich procesów rozważane są w pracach [57] [58].

szerokich granicach zmian częstotliwości przebiegu mierzonego: przy dużych częstotliwościach istotny jest krótki czas ich realizacji, przy względnie wolnozmiennych przebiegach zaletą jest prostota tych algorytmów, z czym związana jest łatwość ich realizacji a także względnie prosta analiza błędów. Można wymienić jeszcze jeden argument za skupieniem uwagi na szybkich algorytmach odtwarzania - można je uważać za pewnego rodzaju "punkt odniesienia" dla innych, dokładniejszych ale i bardziej złożonych, algorytmów. Analiza prostych i szybkich algorytmów pozwala na wskazanie kierunków poszukiwań dokładniejszych algorytmów, a także może być podstawą wnioskowania o celowości tych poszukiwań.

Opisany w pracy algorytm korekcji błędów statycznych zbudowano na zasadzie tablicowania zależności funkcyjnych w pamięci mikroprocesora. Jest to praktycznie najszybszy sposób rozwiązywania nieliniowych, wielowymiarowych zależności funkcyjnych. Stwierdzenie to nie budzi wątpliwości, jednak spotyka się głosy, że sposób ten napotyka na ograniczenia ze względu na wymaganie dużych obszarów pamięci [26]. Jednak zastrzeżenie to w chwili obecnej przestaje mieć znaczenie ze względów ekonomicznych: ciągle malejące ceny elementów pamięciowych powodują, że koszt nawet względnie dużych układów pamięciowych jest nieznaczny w porównaniu z kosztem innych układów czy też oprogramowania. Możliwości jakie daje tablicowanie w zastosowaniu do podwyższenia dokładności przyrządów pomiarowych coraz częściej są przedmiotem badań. [29] [46] i można przypuszczać, że w niedalekiej przyszłości właśnie tego rodzaju rozwiązania będą dominowały w inteligentnej aparaturze pomiarowej.

Przedstawiony w pracy algorytm korekcji statycznej jest wynikiem pewnego rodzaju kompromisu między całkowitym tablicowaniem zależności a analitycznymi metodami ich opisu. Funkcję odwrotną tablicuje się w wybranych, równooddalonych punktach (węzłach) aproksymując je linią prostą między węzłami. Sposób ten pozwala na szybkie rozwiązywanie równania odwrotnego, nieliniowego i wielowymiarowego (własności statyczne obejmują zależność od wielkości wpływających), przy względnie niewielkiej zajętości pamięci. Możliwy jest wzrost dokładności samych obliczeń drogą zmniejszania odległości między węzłami.

Wymagania jakie narzuca pracą bieżącą na algorytmy korekcji dynamicznej są przyczyną istotnego ograniczenia liczby potencjalnie przydatnych sposobów rozwiązań tego zadania. Ograniczenia te wynikają zarówno z żądania prostoty numerycznej algorytmu jak i z faktu, że wynik po korekcji dynamicznej jest uzyskiwany na podstawie dużej liczby wyników pomiaru wartości chwilowych, w pewnych sytuacjach rzędu kilkuset (wskazują na to dane zawarte w tablicy 4.1). W takiej sytuacji algorytm prosty numerycznie musi być rekurencyjny, gdyż wtedy niewielka liczba przechowywanych wyników pośrednich kumuluje w sobie dużą liczbę danych z chwil poprzednich. W pracy zastosowano algorytm oparty na rekurencyjnym rozwiązywaniu - ze względu na wielkość wejściową - dyskretnego równania stanu [42] [52]. Sposób ten może być zatem

stosowany zasadniczo dla przetworników liniowych opisywanych zwyczajnym równaniem różniczkowym. Jednak możliwości jakie stwarza technika tablicowania, scharakteryzowana w trakcie opisu algorytmu korekcji statycznej, pozwalają na stosowanie tego algorytmu w bardziej złożonych sytuacjach pomiarowych. Dotyczy to w szczególności takich przypadków, gdy współczynniki równania różniczkowego są wolnozmiennymi funkcjami czasu, są zależne od wielkości wpływających lub są funkcją "punktu pracy" w przypadku równań nieliniowych dających się linearyzować [42].

Zastosowany w pracy algorytm korekcji dynamicznej narzuca ograniczenie na klasę modeli przetworników pomiarowych, których wielkość wejściowa może być mierzona za pomocą prezentowanej procedury odtwarzania: są to przetworniki dające się opisać zwyczajnym równaniem różniczkowym. Jednak w chwili obecnej trudno jest wskazać rozwiązania konkurencyjne pod względem szybkości działania w stosunku do przyjętego w pracy. Rozważając dwie pozostałe klasy modeli własności dynamicznych przetworników, będące podstawą budowy algorytmów korekcji dynamicznej [3], w obu przypadkach występują silne ograniczenia przy próbie zastosowania ich do pracy na bieżąco. I tak stosując operatorowy model dynamiki przetwornika napotyka się na ograniczenia związane ze złożonością numeryczną przekształceń operatorowych. Natomiast wychodząc z opisu w postaci odpowiedzi impulsowej algorytm korekcji stanowi numeryczne rozwiązywanie całki spłotowej, które praktycznie jest bardzo trudno realizować w postaci rekurencyjnej. Można jednak sądzić, że widoczny wzrost zainteresowań sposobami programowej korekcji dynamicznej przyniesie również opracowanie nowych rozwiązań szybkich algorytmów korekcji bieżącej.

Jak już wspomniano, algorytm filtracji spełnia funkcję pomocniczą w łańcuchu algorytmów odtwarzania - jest stosowany w przypadku, gdy działania numeryczne związane z odtwarzaniem powodują nadmierny wzrost błędów przypadkowych. Jednak używanie dla celów filtracji tych samych wyników co i do korekcji dynamicznej powoduje z kolei, że filtracja może być przyczyną istotnie dużych błędów dynamicznych<sup>15)</sup>. Przyjęcie, że rozkład błędów przetwarzania A/C nie zależy od częstotliwości próbkowania pozwala na uniknięcie tej sprzeczności. W pracy przyjęto, że stosuje się taką częstotliwość próbkowania wielkości wyjściowej przetwornika, aby na każdy wynik używany później do celów korekcji przypadało kilka wyników używanych wyłącznie do celów filtracji. Algorytm zbudowano na zasadzie filtru nierekursywnego [2], o współczynnikach dobieranych w taki sposób<sup>16)</sup>, aby zminimalizować czas realizacji przez mikroprocesor.

<sup>15)</sup> Wynika to z danych przedstawionych w pracy [16], a również pośrednio z analizy błędów dynamicznego algorytmu filtracji przeprowadzonej w p. 5.6.

<sup>16)</sup> Współczynniki filtru są potęgami liczby 2, dzięki czemu operacje mnożenia wykonywane są drogą przesuwania akumulatora, co praktycznie powoduje, że czas ich realizacji jest pomijalnie krótki w stosunku do obliczeń związanych z korekcją. Zastosowany sposób filtracji można traktować jako prosty wariant tzw. filtru Marmeta [41].

W kolejnych trzech rozdziałach poddano analizie scharakteryzowane powyżej rodzaje algorytmów bieżącej korekcji i filtracji. Analiza ta jest prowadzona oddzielnie dla każdego rodzaju algorytmu z pominięciem związków jakie zachodzą między nimi w procesie odtwarzania. Związki te uwidaczniają się w opisanym w rozdziale 6 procedurze uzyskiwania wypadkowej oceny niepewności procesu odtwarzania, a w szczególności są akcentowane w rozdziale 7, który ma głównie na celu ukazanie wzajemnych związków czasowych zachodzących między wielkościami w procesie odtwarzania jak również między częstotliwością a dokładnością odtwarzania.

### 3. ALGORYTM KOREKCJI BŁĘDÓW STATYCZNYCH

#### 3.1. ODWZOROWANIE ODWROTNEGO RÓWNANIA PRZETWARZANIA W PAMIĘCI MIKRO-PROCESORA

Zadaniem korekcji błędów statycznych jest bieżące rozwiązywanie odwrotnego równania przetwarzania

$$x = F(y, w_1, \dots, w_r), \quad (3.1)$$

z zadaną dokładnością dla znanych wartości wielkości wyjściowej  $y$  i wielkości wpływających  $w_1, \dots, w_r$  oraz przy założeniu, że wszystkie wielkości modelowe są wielkościami statycznymi. Opisany poniżej sposób, nazywany metodą węzłową korekcji błędów statycznych, wykorzystuje tablicowanie zależności funkcyjnych w pamięci mikroprocesora. Specyfika tego sposobu polega na tym, że równanie odwrotne (3.1) jest tablicowane w wybranych, równooddalonych punktach (węzłach), natomiast wartości leżące między węzłami są obliczane na zasadzie aproksymacji liniowej. Wartości przechowywane w postaci tablic stanowią odwzorowanie równania odwrotnego w pamięci mikroprocesora, sama zaś procedura korekcji statycznej jest przepisem na odszukanie w pamięci odpowiednich danych i wyznaczenie na ich podstawie, oraz na podstawie  $w_r$ -ników pomiarowych, wartości poprawnej wielkości wejściowej.

Odwzorowanie równania odwrotnego można scharakteryzować następująco. W obszarze zmienności każdej ze zmiennych niezależnych:

$$\begin{aligned} y &\in (y_{\min}, y_{\max}), \\ w_1 &\in (w_{1\min}, w_{1\max}), \\ &\vdots \\ w_r &\in (w_{r\min}, w_{r\max}), \end{aligned} \quad (3.2)$$

wyбира się odpowiednio

$$N_y, N_{w_1}, \dots, N_{w_r}$$

równooddalonych wartości, nazywanych dalej wartościami węzłowymi:

$$\begin{aligned}
& y_0(1), \dots, y_0(n_y), \dots, y_0(N_y), \\
& w_{01}(1), \dots, w_{01}(n_{w_1}), \dots, w_{01}(N_{w_1}), \\
& \quad \vdots \\
& w_{0r}(1), \dots, w_{0r}(n_{w_r}), \dots, w_{0r}(N_{w_r}).
\end{aligned}
\tag{3.3}$$

Każdy z punktów, określonych przez dowolną kombinację wartości węzłowych, nosi nazwę węzła funkcji. Wielkości

$$n_y, n_{w_1}, \dots, n_{w_r}$$

nazywane są współrzędnymi węzła odpowiednio dla zmiennych  $y, w_1, \dots, w_r$ . Natomiast różnica

$$\Delta w_m = w(n_{w_m} + 1) - w(n_{w_m}) \tag{3.4}$$

jest odległością między węzłami, ogólnie dla zmiennej  $w$ ,  $w \in \{y, w_1, \dots, w_r\}$ , przy czym zakłada się, że odległości te są stałe dla poszczególnych zmiennych.

Wektor o wymiarze  $r + 1$

$$w_0 = [y_0, w_{01}, \dots, w_{0r}]^T, \tag{3.5}$$

nosi nazwę wektora wartości węzłowych,  $T$  jest symbolem transpozycji. Natomiast wektor o takim samym wymiarze

$$N = [n_y, n_{w_1}, \dots, n_{w_r}]^T \tag{3.6}$$

jest nazywany wektorem współrzędnych (numerem) węzła.

Odwzorowanie odwrotnego równania przetwarzania w pamięci mikroprocesora stanowi zbiór wartości, które uzyskuje się wychodząc z rozwinięcia równania (3.1) w szereg Taylora wokół dowolnego węzła. Pozostawiając jedynie początkowe wyrazy szeregu otrzymuje się przybliżoną postać rozwiązania równania odwrotnego

$$x \approx F(y_0, w_{01}, \dots, w_{0r}) + \frac{\partial F}{\partial y} \Big|_{x_0} \Delta y + \frac{\partial F}{\partial w_1} \Big|_{x_0} \Delta w_1 + \dots + \frac{\partial F}{\partial w_r} \Big|_{x_0} \Delta w_r,$$

(3.7)

gdzie

$$x_0 = F(y_0, w_{01}, \dots, w_{0r}) \tag{3.8}$$

jest rozwiązaniem równania odwrotnego w węzle,  $\Delta y, \Delta w_1, \dots, \Delta w_r$  są odległościami od węzła określonymi jako

$$\begin{aligned}
\Delta y &= \bar{y} - y_0, \\
\Delta w_1 &= \bar{w}_1 - w_{01}, \\
&\vdots \\
\Delta w_r &= \bar{w}_r - w_{0r},
\end{aligned}
\tag{3.9}$$

gdzie  $\bar{y}, \bar{w}_1, \dots, \bar{w}_r$  są wartościami zmierzonymi, a  $y_0, w_{01}, \dots, w_{0r}$  wartościami węzłowymi odpowiednich zmiennych.

Zastępując teraz w równaniu (3.7) pochodne nachyleniami  $S_y, S_{w_1}, \dots, S_{w_r}$ , wyznaczanymi w sposób pokazany na rys. 3.1, otrzymuje się wyrażenie

$$\hat{x} = \hat{x}_0 + S_y \Delta y + S_{w_1} \Delta w_1 + \dots + S_{w_r} \Delta w_r \tag{3.10}$$

opisujące procedurę przybliżonego rozwiązywania równania (3.1) dla znanych wyników pomiarowych  $\bar{y}, \bar{w}_1, \dots, \bar{w}_r$ , gdzie  $\hat{x}_0$  jest oceną wartości  $x_0$  uzyskaną w wyniku rozwiązania równania (3.8). Zakładając, że jedynym źródłem błędów są uproszczenia dokonane w trakcie uzyskiwania wyrażenia (3.10), różnica między dokładnym rozwiązaniem równania (3.1) a rozwiązaniem przybliżonym (3.10) nazywana jest w pracy błędem modelowym i oznaczana symbolem  $\delta_{mod}$ . Dla przyjętych w p. 2.1.3 własności funkcji przetwarzania błąd ten maleje wraz ze wzrostem liczby węzłów.

Aby zminimalizować liczbę operacji arytmetycznych, koniecznych do wykonania w celu wyznaczenia oceny  $\hat{x}$  zgodnie ze wzorem (3.10), należy przechować w pamięci ocenę  $\hat{x}_0$  oraz wartości nachyleń  $S_y, \dots, S_{w_r}$ . Zatem odwzorowanie odwrotnej funkcji przetwarzania stanowi zbiór  $\{P\}$ , którego elementy są parami składającymi się z:

- oceny  $\hat{x}_0$  wielkości wejściowej w węzle wyznaczonej zgodnie ze wzorem (3.8),
- $r + 1$  wymiarowego wektora nachyleń funkcji odwrotnej w węzle

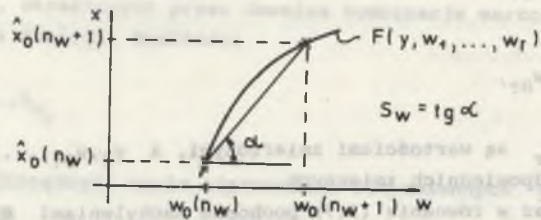
$$s = [S_y, S_{w_1}, \dots, S_{w_r}]^T, \tag{3.11}$$



gdzie nachylenie<sup>17)</sup>  $S_w$  jest definiowane dla wielkości  $w, w \in \{y, w_1, \dots, w_r\}$ ,  
jako:

$$S_w = \frac{\hat{x}_0(n_w+1) - \hat{x}_0(n_w)}{w_0(n_w+1) - w_0(n_w)}, \quad (3.12)$$

przy założeniu, że pozostałe zmienne niezależne nie zmieniają wartości,  
tzn. zachodzi  $v = \text{const.}$  dla każdego  $v \in \{y, w_1, \dots, w_r\}$  i  $v \neq w$ .



Rys. 3.1. Interpretacja graficzna sposobu definiowania nachylenia  $S$  funkcji przetwarzania w węzle

Fig. 3.1. Definition of the slope coefficient  $S$  specified in nodes of the transfer function

Elementy zbioru  $\{P\}$  są przechowywane w obszarach pamięci o adresach określonych przez wektor współrzędnych węzła  $N$ . Można to zapisać jako

$$P = \text{ADR}(N), \quad (3.13)$$

co oznacza, że element  $P$  jest zawartością obszaru pamięci o adresie zależnym od  $N$ . Współrzędne węzła są z kolei pewną funkcją  $g$  wektora wartości węzłowych

$$N = g(W_0). \quad (3.14)$$

<sup>17)</sup> Współczynniki  $S_{w_1}, \dots, S_{w_r}$  nazywane są czułościami na zmiany wielkości wpływających - w tym przypadku odwrotnej funkcji przetwarzania. Natomiast współczynnik  $S_y = \frac{\Delta x}{\Delta y}$  nazywany jest stałą przetwornika i oznaczany literą  $C$ . W pracy używane jest jedno, wspólne określenie tych wielkości: współczynniki nachylenia funkcji przetwarzania. Nie uwzględnia się zatem metrologicznej interpretacji tych współczynników, która dla odwrotnej funkcji przetwarzania może prowadzić do sprzeczności.

### 3.2. REALIZACJA PROCEDURY KOREKCJI STATYCZNEJ

Zależności (3.13) i (3.14) stanowią ogólny zapis odwzorowania statycznych własności przetwornika analogowego, czyli model tych własności przechowywany w pamięci mikroprocesora. Procedura korekcji jest natomiast ciągiem działań zmierzających do wyznaczenia oceny  $\hat{x}$  wielkości wejściowej na podstawie tego modelu oraz na podstawie znanych (zmierzonych) wartości wielkości wyjściowej i wielkości wpływających. Działanie tej procedury można przedstawić w trzech krokach.

#### Krok 1

Na podstawie wektora cyfrowych wyników pomiarowych

$$\tilde{W} = [\tilde{y}, \tilde{w}_1, \dots, \tilde{w}_r]^T, \quad (3.15)$$

wyznacza się wektor wartości węzłowych  $W_0$  drogą rozdzielania bitów wyników na dwie części (rys. 3.2): bity starsze o długości  $M$  i młodsze o długości  $L$ . Bity starsze określają elementy wektora  $W_0$ , zatem można napisać

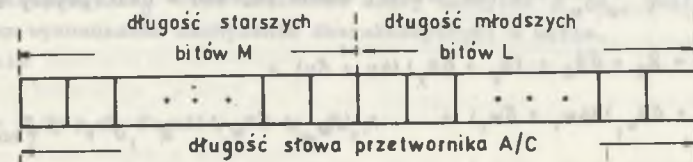
$$W_0 = f_M(\tilde{W}), \quad (3.16)$$

gdzie  $f_M$  oznacza działanie polegające na zerowaniu młodszych  $L$  bitów.

W dalszym ciągu działań wyznaczana jest różnica:

$$\Delta W = \tilde{W} - W_0 = [\Delta y, \Delta w_1, \dots, \Delta w_r]^T, \quad (3.17)$$

czyli wektor młodszych  $L$  bitów wyników przetwarzania A/C nazywany dalej wektorem przyrostów. Elementy tego wektora określają odległość wyników pomiaru od węzła.



Rys. 3.2. Rozdzielanie wyniku przetwarzania A/C na bity starsze i młodsze w procesie korekcji statycznej

Fig. 3.2. Splitting A/D conversion result to most and least significant bits in the static correction process

Krok 2

Na podstawie wektora  $W_0$  wyznacza się współrzędne węzła zgodnie z zależnością (3.14), a następnie na tej podstawie odszukuje się w pamięci mikroprocesora wartość  $\hat{x}_0$  i składowe wektora  $S$ .

Krok 3

Wyznacza się ocenę wielkości wejściowej zgodnie z zależnością (3.10) jako:

$$\hat{x} = \hat{x}_0 + S^T \Delta W = \hat{x}_0 + S_Y \Delta y + S_{W_1} \Delta w_1 + \dots + S_{W_r} \Delta w_r \quad (3.18)$$

3.3. ANALIZA BŁĘDÓW WYNIKÓW PO KOREKCJI STATYCZNEJ

3.3.1. Ogólne równanie błędu

Błędy wyniku wyjściowego algorytmu można podzielić na dwie podstawowe grupy:

- błędy instrumentalne<sup>18)</sup>, których przyczyną jest nieidealna realizacja zadania korekcji tkwiąca we własnościach samego algorytmu,
- błędy przenoszone, których źródło tkwi poza algorytmem - są to błędy spowodowane błędami danych wejściowych, a więc błędami pomiaru wielkości wyjściowej przetwornika analogowego i wielkości wpływających, w szczególności może to być błąd wielkości wyjściowej poprzedniego algorytmu.

Błędy instrumentalne z kolei dogodnie jest podzielić na dwa rodzaje:

- błędy modelowe, których przyczyną są uproszczenia dokonywane w trakcie uzyskiwania wyrażenia (3.10), oznaczane ogólnie jako  $\delta_{mod}$ ,
- błędy identyfikacji, powstające na skutek ograniczonej dokładności pomiaru współczynników odwzorowania modelu przetwornika analogowego.

Uwzględniając powyższy podział błędów wynik po korekcji statycznej, realizowanej zgodnie z zależnością (3.10), można zapisać w następujący sposób:

$$\hat{x} + \delta \hat{x} = \hat{x}_0 + \delta \hat{x}_0 + (S_Y + \delta S_Y) (\Delta y + \delta y) + (S_{W_1} + \delta S_{W_1}) (\Delta w_1 + \delta w_1) + \dots + (S_{W_r} + \delta S_{W_r}) (\Delta w_r + \delta w_r) + \delta_{mod} \quad (3.19)$$

<sup>18)</sup> Błąd instrumentalny określa się jako wynikający z niedokładności aparatury [28]. W pracy pojęcia tego używa się w nieco szerszym znaczeniu, co wynika ze sposobu prowadzenia analizy błędów odtwarzania. Zakłada się mianowicie, że idealny algorytm odtwarzania, realizowany na dokładnych danych, daje wyniki równe wartościom wielkości mierzonej, tzn. zachodzi  $\hat{x} = x$ . Tor odtwarzania o takich własnościach można traktować jako idealny instrument pomiarowy. Wszystkie błędy wyniku odtwarzania, powodowane różnicami w działaniu toru rzeczywistego w stosunku do idealnego, nazywane są w pracy instrumentalnymi.

gdzie  $\hat{x}_0$ ,  $S_w$ ,  $\Delta w$ , we  $\{y, w_1, \dots, w_r\}$ , oznaczają dokładne wartości odpowiednio: wielkości wejściowej w węźle, nachylenia funkcji przetwarzania i przyrostu wielkości  $w$ ,  $\delta \hat{x}_0$ ,  $\delta S_w$  - są błędami identyfikacji odpowiednio wartości  $\hat{x}_0$  i nachylenia  $S_w$ ,  $\delta w$  - jest błędem pomiaru wielkości  $w$ , przy czym błąd  $\delta y$  oznaczany jest również symbolem  $v$  (rys. 2.1),  $\delta_{mod}$  - jest wypadkowym błędem modelowym.

Biorąc pod uwagę, że iloczyny błędów  $\delta S_w \delta w$  są pomijalnie małe w stosunku do innych składników, wyrażenie (3.19) można zapisać w postaci:

$$\begin{aligned} \hat{x} + \delta \hat{x} = & \hat{x}_0 + S_Y \Delta y + S_{W_1} \Delta w_1 + \dots + S_{W_r} \Delta w_r + \\ & + \delta \hat{x}_0 + \Delta y \delta S_Y + \Delta w_1 \delta S_{W_1} + \dots + \Delta w_r \delta S_{W_r} + \\ & + S_Y \delta y + S_{W_1} \delta w_1 + \dots + S_{W_r} \delta w_r + \delta_{mod} \end{aligned} \quad (3.20)$$

Stąd równanie błędu wyniku po korekcji przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} \delta \hat{x} = & \delta \hat{x}_0 + \Delta y \delta S_Y + \Delta w_1 \delta S_{W_1} + \dots + \Delta w_r \delta S_{W_r} + \\ & + S_Y \delta y + S_{W_1} \delta w_1 + \dots + S_{W_r} \delta w_r + \delta_{mod} \end{aligned} \quad (3.21)$$

Poszczególne składowe błędu ogólnego można pogrupować zgodnie z przedstawioną uprzednio klasyfikacją. I tak wyrażenie:

$$\delta_i = \delta \hat{x}_0 + \Delta y \delta S_Y + \Delta w_1 \delta S_{W_1} + \dots + \Delta w_r \delta S_{W_r} \quad (3.22)$$

nazywane jest błędem identyfikacji. Składowe tego błędu to błąd pomiaru wartości węzłowej  $\delta \hat{x}_0$  oraz cząstkowe błędy nachyleń  $\Delta w \delta S_w$ , gdzie  $\delta S_w$  jest błędem wyznaczania nachylenia charakterystyki w węźle.

Wyrażenie

$$\delta_p = S_Y \delta y + S_{W_1} \delta w_1 + \dots + S_{W_r} \delta w_r \quad (3.23)$$

nazywane jest wypadkowym błędem przeniesionym o składowych  $S_w \delta w$ , gdzie  $\delta w$  jest błędem pomiaru (wyznaczania) wielkości  $w$ .

Uwzględniając wzory (3.22) i (3.23) ogólne równanie błędu przyjmuje postać:

$$\delta \hat{x} = \delta_i + \delta_p + \delta_{mod} \quad (3.24)$$

Pewne własności błędu modelowego i błędu identyfikacji opisano poniżej. Wpływ własności algorytmu na niepewność wyniku odtwarzania przedstawiono w p. 6.3.2.

3.3.2. Błąd modelowy

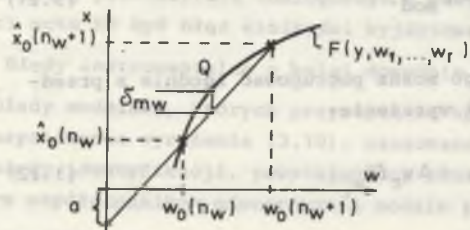
Błąd ten ma swoje źródło w uproszczeniach modelowych, dokonywanych w trakcie odwzorowywania modelu analogowego. Można go zapisać w postaci sumy błędów cząstkowych, związanych z poszczególnymi wielkościami modelowymi

$$\delta_{\text{mod}} = \delta_{\text{my}} + \delta_{\text{mw}_1} + \dots + \delta_{\text{mw}_r} \quad (3.25)$$

Mechanizm powstawania błędu cząstkowego jest taki sam dla każdej z wielkości  $w$ ,  $w \in \{y, w_1, \dots, w_r\}$ . Dla dowolnego punktu  $Q$  na charakterystyce przetwornika błąd modelowy jest różnicą między funkcją przetwarzania a jej cięciwą (rys. 3.3), rozpiętą na dwóch sąsiednich węzłach:

$$\delta_{\text{mw}} = F(y, w_1, \dots, w_r) - (S_w w + a), \quad (2.26)$$

przy założeniu, że zmienia się tylko wielkość  $w$ , a pozostałe zmienne niezależne mają ustalone wartości.



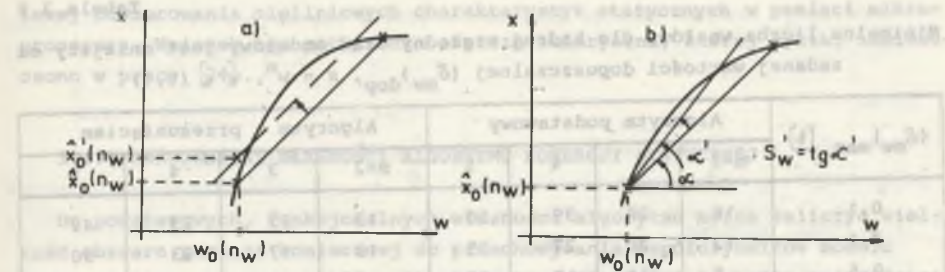
Rys. 3.3. Interpretacja graficzna cząstkowego błędu modelowego

Fig. 3.3. Graphic interpretation of the partial model error

Błąd modelowy zależy zarówno od kształtu charakterystyki przetwarzania, jak i odległości między węzłami. Zmniejszając tę odległość uzyskuje się bardziej dokładne odwzorowanie, a tym samym mniejszy błąd modelowy. Możliwe są także prostsze środki zmniejszania tego błędu: przez dodanie współczynników korekcyjnych do wartości współczynników modelu. Zasadę takiego postępowania wyjaśniono na rys. 3.4. Prosta, aproksymująca przebieg rzeczywistej funkcji przetwarzania w danym węźle można:

- przesuwać równolegle, co jest równoznaczne ze skorygowaniem przechowywanej wartości  $\hat{x}_0$  na wartość  $\hat{x}_0^*$ ,
- obracać o pewien kąt, co oznacza zmianę nachylenia  $S_w$  na wartość  $S_w'$ .

Można wymienić kilka kryteriów pozwalających na wyznaczenie wartości przesunięcia lub obrotu dla znanego przebiegu charakterystyki odwrotnej między węzłami. Można tak dobrać nowe współczynniki modelu, aby wartość



Rys. 3.4. Ilustracja postępowania w celu zmniejszenia błędu modelowego poprzez

- a) przesunięcia prostej aproksymującej, b) obrotu tej prostej

Fig. 3.4. Reduction of the model error in the way of a) displacement, b) rotation of the approximation line

średnia lub średniokwadratowa błędu modelowego była równa zero w obszarze danego węzła; lub tak, aby wartości bezwzględne maksymalnego, dodatniego i ujemnego błędu modelowego były sobie równe. Możliwe są również kombinacje obrotu i przesunięcia przy zastosowaniu wymienionych kryteriów.

W tabelach 3.1 i 3.2 zestawiono dane, ilustrujące własności błędu modelowego dla przykładowych charakterystyk przetwarzania w postaci funkcji potęgowej. Dane te dotyczą dwóch wersji algorytmu: podstawowej oraz wersji z przesunięciem prostej aproksymującej tak, aby wartość średnia błędu w obszarze każdego węzła była równa zero. Obszerniejsze wyniki analizy błędu modelowego podano w [24].

Tabela 3.1

Maksymalne wartości względne (w procentach zakresu przetwarzania) błędu modelowego dla funkcji  $x = w^m$ ,  $w \in (0, 1)$

Liczba węzłów	Błędy wersji podstawowej				Błędy wersji z przesunięciem			
	m=2	3	4	5	m=2	3	4	5
16	0,10	0,28	0,55	0,89	0,065	0,20	0,42	0,71
32	0,024	0,072	0,14	0,23	0,016	0,05	0,10	0,17
64	0,006	0,018	0,036	0,06	0,004	0,012	0,025	0,04

Tabela 3.2

Minimalna liczba węzłów, dla której względny błąd modelowy jest mniejszy od zadanej wartości dopuszczalnej  $(\delta_{mw})_{dop}$ ,  $x = w^m$ ,  $w \in (0,1)$

$(\delta_{mw})_{max} [\%]$	Algorytm podstawowy				Algorytm z przesunięciem			
	m=2	3	4	5	m=2	3	4	5
0,1	16	28	39	50	13	23	33	42
0,2	12	20	27	35	10	17	23	30
0,5	8	12	17	22	6	11	14	19

3.3.3. Błąd identyfikacji

Błąd identyfikacji, zgodnie ze wzorem (3.22), jest sumą błędów pomiaru wartości wielkości wejściowej w węźle oraz błędów cząstkowych  $\Delta w \delta S_w$ ,  $w \in \{y, w_1, \dots, w_r\}$ , gdzie  $\Delta w$  jest odległością wielkości  $w$  od węzła,  $\delta S_w$  jest błędem wyznaczania nachylenia charakterystyki w węźle.

Przyjmując, że nachylenie  $S_w$  wyznacza się na podstawie ocen  $\hat{x}_0$  z sąsiednich węzłów zgodnie z definicją (3.12) oraz zakładając najgorszy przypadek rozkładu błędów, można napisać:

$$S_w + \delta S_w = \frac{[\hat{x}_0(n_w+1) - \delta \hat{x}_0] - [\hat{x}_0(n_w) - \delta \hat{x}_0]}{\Delta w_m} = \frac{\hat{x}_0(n_w+1) - \hat{x}_0(n_w)}{\Delta w_m} + \frac{2\delta \hat{x}_0}{\Delta w_m} \quad (3.27)$$

Stąd skrajny błąd pomiaru nachylenia wynosi

$$\delta S_{wm} = \frac{2\delta \hat{x}_0}{\Delta w_m} \quad (3.28)$$

gdzie  $\Delta w_m$  jest odległością między węzłami dla wielkości  $w$ .

Biorąc pod uwagę, że odległość od węzła może się zmieniać w granicach  $(0, w_m)$ , cząstkowy błąd identyfikacji

$$\delta S_{wm} \Delta w = \frac{2\delta \hat{x}_0}{\Delta w_m} \Delta w \quad (3.29)$$

zmienia się w takim przypadku w granicach  $(0, 2\delta \hat{x}_0)$ . Uwzględniając trudności techniczne pomiaru charakterystyk przetworników wielkości nieelektrycznych, z czym związana jest na ogół niska dokładność tych pomiarów, można sądzić, że błąd identyfikacji jest czynnikiem decydującym o dokładności metody węz-

łowej odwzorowania nieliniowych charakterystyk statycznych w pamięci mikroprocesora. Wniosek ten potwierdza analiza numeryczna, której wyniki zamieszczono w pracy [24].

3.4. FUNKCJONALNE WŁASNOŚCI ALGORYTMU KOREKCYJNY

Do podstawowych, funkcjonalnych własności algorytmu można zaliczyć wielkość obszaru pamięci koniecznej do przechowywania współczynników modelu przetwornika oraz czas realizacji algorytmu. Własności te można najprościej scharakteryzować przyjmując, że przykładowy przetwornik analogowy jest korygowany przy użyciu określonego typu mikroprocesora - w pracy przyjmuje się, że jest to 16 bitowy  $\mu P$  Intel 8086.

Założmy, że własności statyczne przetwornika zależą od jednej wielkości wpływającej, i ponadto - że dla uzyskania wymaganej wartości błędu modelowego należy przyjąć  $N_y = 32$  węzły w obszarze zmian wielkości wyjściowej, oraz  $N_w = 16$  dla wielkości wpływającej. Ogólna liczba węzłów wynosi w takim przypadku  $N = N_y N_w = 32 \cdot 16 = 512$ . Biorąc pod uwagę, że dla każdego węzła muszą być przechowywane 3 wartości:  $\hat{x}_0$ ,  $S_y$ ,  $S_w$  - ogólny obszar pamięci potrzebnej do przechowywania parametrów odwzorowania charakterystyki statycznej wynosi 3.512 słów 16 bitowych, czyli 1,5 k słów.

Można przyjąć, że przeciętny czas realizacji mnożenia przez  $\mu P$  8086 wynosi 80 okresów zegara, operacji dodawania - 20 okresów. Dla przykładowej charakterystyki (zgodnie ze wzorem (3.18)) wymagane są w celu wykonania korekcji po 2 operacje mnożenia i dodawania, co daje w sumie czas realizacji równy 200 okresom zegara. Szacując, że pozostałe operacje (komunikacja z przetwornikiem A/C, przesłania) wymagają około 50 okresów, to cały czas realizacji algorytmu zajmuje około 250 okresów zegara, co przy częstotliwości zegara równej 5 MHz oznacza, że czas ten wynosi 50  $\mu s$ .

#### 4. ALGORYTM BIEŻĄCEJ KOREKCJI BŁĘDÓW DYNAMICZNYCH

##### 4.1. UWAGI WSTĘPNE

Algorytm korekcji błędów dynamicznych jest przepisem na numeryczne rozwiązywanie - ze względu na wielkość wejściową - równania różniczkowego opisującego dynamiczne własności przetwornika analogowego. W dalszym ciągu podano analizie algorytm zbudowany na zasadzie rekurencyjnego rozwiązywania dyskretnego równania stanu [42] [52]. Sposób uzyskiwania tego algorytmu dla znanej postaci zwyczajnego, liniowego równania różniczkowego n-tego rzędu przedstawiono w dodatku. Tutaj rozpatruje się jego własności głównie na przykładzie algorytmu korekcji przetwornika 2 rzędu. Takie podejście uzasadniają dwa argumenty. Po pierwsze można przyjąć, że algorytm w tej postaci jest wystarczająco reprezentatywny dla omawianej klasy algorytmów korekcji błędów dynamicznych i wnioski wypływające z jego analizy mogą być przenoszone na inne, bardziej złożone, postacie algorytmu (nie można tego powiedzieć o przetworniku 1 rzędu, dla którego algorytm ma postać nierekurencyjną - patrz p. 4.2). Po drugie - równanie 2 rzędu stanowi pewien standardowy opis dynamicznych własności przetworników pomiarowych, często spotykany w literaturze, co ułatwia fizyczną interpretację uzyskanych w pracy wyników.

Uzyskane zależności analityczne zilustrowano wynikami badań numerycznych zarówno dla przetwornika 1 jak i 2 rzędu, co ma na celu przedstawienie zakresu zmian własności algorytmu ze wzrostem stopnia złożoności modelu. Badania te przeprowadzono dla algorytmu w postaci szeregu czasowego (dotyczy to przetwornika 2 rzędu), będącego właściwie równaniem różnicowym o nieskończeniu dużej (w praktyce ograniczonej) liczbie wyrazów. Powodem tego jest względna łatwość interpretacji wyników uzyskiwanych w trakcie analizy równań różnicowych, czego nie można powiedzieć o równaniu rekurencyjnym. Stąd w omawianym rozdziale zastosowano następujące podejście: algorytm korekcji buduje się w postaci układu równań rekurencyjnych, natomiast jego analizę dokonuje się przekształcając to równanie w równanie różnicowe.

##### 4.2. ALGORYTM KOREKCJI PRZETWORNIKÓW 1 I 2 RZĘDU

Dla przetwornika 1 rzędu, o własnościach dynamicznych opisanych równaniem:

$$\tau \dot{y} + y = x, \quad (4.1)$$

gdzie  $\tau$  jest stałą czasową, algorytm korekcji opisany ogólnie równaniami (d13) i (d14) przyjmuje postać

$$\hat{x}(k) = \frac{1}{\Phi_1} [y(k+1) - \varphi_{11} y(k)]. \quad (4.2)$$

Wartości współczynników  $\varphi_{11}$  i  $\Phi_1$  wyznacza się odpowiednio z równań (d9) i (d10), które dla przetwornika 1 rzędu są równaniami skalarnymi.

Obliczanie oceny wielkości wejściowej  $\hat{x}(k)$  zgodnie ze wzorem (4.2) polega na dodaniu do siebie dwóch kolejnych wyników pomiarów wartości wielkości  $y$  pomnożonych przez odpowiednie współczynniki. Zatem algorytm korekcji w jego najprostszej postaci trudno nazwać rekurencyjnym - występuje jedynie ułomna postać rekurencji, polegająca na przechowywaniu wyniku pomiaru z chwili  $k+1$  w celu użycia go do obliczeń w chwili  $k$ .

Własności dynamiczne przetwornika 2 rzędu opisywane są równaniem

$$\frac{1}{\omega_0^2} \ddot{y} + \frac{2b}{\omega_0} \dot{y} + y = x, \quad (4.3)$$

gdzie  $\omega_0$  jest pulsacją naturalną,  $b$  - współczynnikiem tłumienia.

W tym przypadku algorytm korekcji przyjmuje postać:

$$\hat{x}(k) = \frac{1}{\Phi_1} [y(k+1) - \varphi_{11} y(k) - \varphi_{12} \hat{y}_2(k)], \quad (4.4)$$

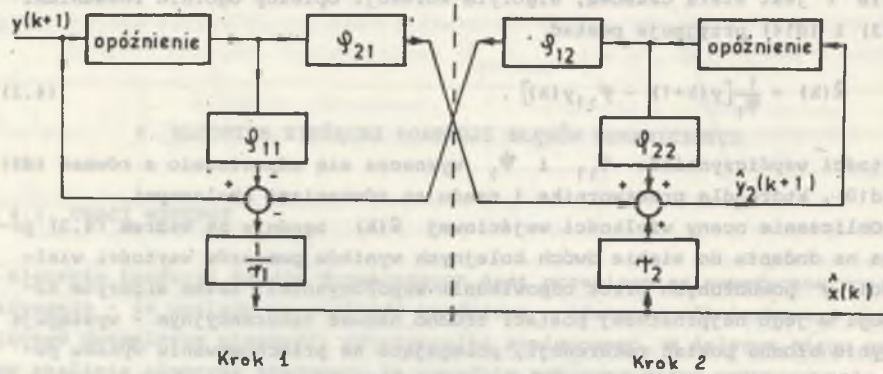
$$\hat{y}_2(k+1) = \varphi_{21} y(k) + \varphi_{22} \hat{y}_2(k) + \psi_2 \hat{x}(k), \quad (4.5)$$

gdzie  $\varphi_{11}, \dots, \varphi_{22}, \psi_1, \psi_2$  są współczynnikami modelu matematycznego przetwornika w postaci dyskretnego równania stanu (d7). Wyznaczanie tych współczynników zgodnie z zależnościami (d9) i (d10) może być realizowane za pomocą jednej z metod opisanych w pracy [52].

Działanie algorytmu w postaci równań (4.4) i (4.5) zobrazowano na rys.

4.1. Odbyna się ono w dwóch krokach. W pierwszym, zgodnie ze wzorem (4.4), obliczana jest ocena  $\hat{x}(k)$  wielkości wejściowej na podstawie aktualnego wyniku pomiaru  $y(k+1)$ , wyniku z chwili poprzedniej  $y(k)$  oraz na podstawie przechowywanej z poprzedniego kroku obliczeń oceny zmiennej stanu  $\hat{y}_2(k)$ . W drugim etapie - równanie (4.5) - wyznaczana jest ocena  $\hat{y}_2(k+1)$  celem użycia jej w następnym kroku obliczeń.

Jak wynika to z przedstawionych postaci algorytmu, wyniki po korekcji są opóźnione (w stosunku do aktualnego momentu pomiaru) o jeden okres dyskretyzacji. Oznacza to, że po nadejściu wyniku pomiaru w chwili  $k+1$ , obliczana jest ocena wielkości wejściowej dla chwili  $k$ -tej. Własność ta dotyczy wszystkich postaci prezentowanego algorytmu.



Rys. 4.1. Schemat działań algorytmu korekcji błędów dynamicznych przetwornika 2 rzędu. Blok "opóźnienie" oznacza operację przechowywania wyniku do następnego kroku obliczeń

Fig. 4.1. Activity diagram of the dynamic correction algorithm of 2-nd order transducer. Block "opóźnienie" describes storage operation of results to the next step of calculation

4.3. ALGORYTM KOREKCJI W POSTACI SZEREGU

Rekurencyjna postać algorytmu, wyrażona równaniami (4.4) i (4.5), stanowi podstawę budowy prostych numerycznie programów korekcji bieżącej. Postać ta jest jednak mało przydatna do celów analizy własności algorytmu - przyczyną jest właśnie jego rekurencyjność. Mianowicie, ocena zmiennej stanu  $\hat{y}_2(k)$  zawiera w sobie teoretycznie wszystkie wyniki od początku pomiarów, co uwidacznia schemat z rys. 4.1. Udział poszczególnych wyników w ocenie  $\hat{y}_2(k)$  nie jest jednak w tej postaci algorytmu widoczny. Do celów analizy należy zatem przekształcić algorytm do takiej postaci, w której występują wszystkie wyniki pomiaru istotnie wpływające na wynik końcowy. Warunek ten spełnia rozwinięcie algorytmu w postać szeregu, będącego równaniem różnicowym o teoretycznie nieskończenie dużej liczbie wyrazów.

Na podstawie równania (4.5) ocena zmiennej stanu  $y_2$  w chwili  $k$  ma wartość:

$$\hat{y}_2(k) = \varphi_{21}y(k-1) + \varphi_{22}\hat{y}_2(k-1) + \psi_2\hat{x}(k-1). \quad (4.6)$$

Wstawiając wzór (4.6) do (4.4) otrzymuje się:

$$\hat{x}(k) = \frac{1}{\varphi_1} [y(k+1) - \varphi_{11}y(k) - \varphi_{12}\varphi_{21}y(k-1) + \varphi_{22}\hat{y}_2(k-1) + \psi_2\hat{x}(k-1)]. \quad (4.7)$$

Z kolei ze wzoru (4.4) wynika zależność:

$$\hat{x}(k-1) = \frac{1}{\varphi_1} [y(k) - \varphi_{11}y(k-1) - \varphi_{12}\hat{y}_2(k-1)]. \quad (4.8)$$

Podstawiając teraz wzór (4.8) do (4.7) i postępując dalej dla kolejnych chwil  $k-1, k-2, \dots, k-m$  zgodnie z powyższym schematem, otrzymuje się równanie różnicowe:

$$\begin{aligned} \hat{x}(k) = & \frac{1}{1 - \varphi_{11}} [y(k+1) + y(k)(H - \varphi_{11}) + \\ & + y(k-1)H(H + \varphi_{22} - 1) + \\ & + y(k-1)H(H + \varphi_{22} - 1)(H + \varphi_{22}) + \\ & \vdots \\ & + y(k-m)H(H + \varphi_{22} - 1)(H + \varphi_{22})^{m-1}] \dots, \quad (4.9) \end{aligned}$$

gdzie oznaczono

$$H = \frac{\varphi_{21}\varphi_{12}}{1 - \varphi_{11}} \quad (4.10)$$

oraz wyeliminowano współczynniki  $\psi_1, \psi_2$  zgodnie z następującymi zależnościami:

$$\psi_1 = 1 - \varphi_{11}, \quad (4.11)$$

$$\psi_2 = -\varphi_{21}. \quad (4.12)$$

które otrzymano odpowiednio z równań (d13) i (d14) przy założeniu, że zachodzi:  $a_0 = b_0$  (czułość przetwornika analogowego  $S=1$ ) w statycznych warunkach pracy (pochodne są równe zero).

Algorytm korekcji w postaci wzoru (4.9) stanowi szereg, którego wyrazy są iloczynem wyników pomiarowych oraz odpowiednich współczynników, które począwszy od trzeciego wyrazu tworzą postęp geometryczny o ilorazie:

$$q = \varphi_{22} + H. \quad (4.13)$$

Szereg (4.9), w celu uproszczenia zapisu, jest przedstawiany w postaci:

$$\hat{x}(k) = A_{k+1}y(k+1) + A_ky(k) + A_{k-1}y(k-1) + \dots + A_{k-m}y(k-m)\dots, \quad (4.14)$$

gdzie poszczególne współczynniki mają wartości:

$$\begin{aligned}
 A_{k+1} &= \frac{1}{1 - \varphi_{11}}, \\
 A_k &= \frac{H - \varphi_{11}}{1 - \varphi_{11}}, \\
 A_{k-1} &= \frac{H(H + \varphi_{22} - 1)}{1 - \varphi_{11}}, \\
 &\vdots \\
 A_{k-m} &= \frac{H(H + \varphi_{22} - 1)}{1 - \varphi_{11}} (H + \varphi_{22})^{m-1}.
 \end{aligned}
 \tag{4.15}$$

Do celów analizy własności algorytmu dla przebiegów sinusoidalnie zmiennych przydatny jest algorytm w postaci szeregu zespolonego. Przyjmując przebieg wielkości wejściowej przetwornika analogowego w postaci

$$x(t) = |X| \sin(\omega t), \tag{4.16}$$

gdzie  $|X|$  jest amplitudą,  $\omega$  - pulsacją przebiegu, to po jego dyskretyzacji w chwilach próbkowania  $t_k = kT_d$ ,  $T_d$  jest okresem dyskretyzacji,  $k = 0, 1, \dots$ , otrzymuje się

$$x(k) = |X| \sin(k\omega T_d). \tag{4.17}$$

Odpowiedzią przetwornika analogowego jest przebieg:

$$y(t) = |Y(\omega)| \sin(\omega t + \varphi(\omega)), \tag{4.18}$$

który ma postać dyskretną:

$$y(k) = |Y(\omega)| \sin(k\omega T_d + \varphi(\omega)), \tag{4.19}$$

gdzie  $|Y(\omega)|$  jest amplitudą, a  $\varphi(\omega)$  przesunięciem fazowym przebiegu wyjściowego. Obydwie te wielkości zależą od pulsacji przebiegu wejściowego w sposób określony przez dynamiczne własności przetwornika.

Przebiegom (4.16) i (4.18) można przyporządkować wektory na płaszczyźnie zespolonej. Wielkości wejściowej odpowiada wektor

$$X(j\omega) = X, \tag{4.20}$$

a wielkości wyjściowej

$$Y(j\omega) = |Y(\omega)| e^{j\varphi(\omega)}. \tag{4.21}$$

Biorąc następnie pod uwagę, że wielkości przesuniętej w czasie

$$y(k+m) = y[(k+m)\omega T_d], \tag{4.22}$$

odpowiada wektor:

$$Y(j\omega) e^{jm\omega T_d}, \tag{4.23}$$

odpowiednikiem algorytmu korekcji w postaci wzoru (4.14) jest szereg określający zespoloną wielkość wejściową po korekcji:

$$\begin{aligned}
 \hat{X}(j\omega) &= A_{k+1} Y(j\omega) e^{j\omega T_d} + A_k Y(j\omega) + \\
 &+ A_{k-1} Y(j\omega) e^{-j\omega T_d} + \\
 &\vdots \\
 &+ A_{k-m} Y(j\omega) e^{-jm\omega T_d} = Y(j\omega) A(j\omega);
 \end{aligned}
 \tag{4.24}$$

gdzie oznaczono:

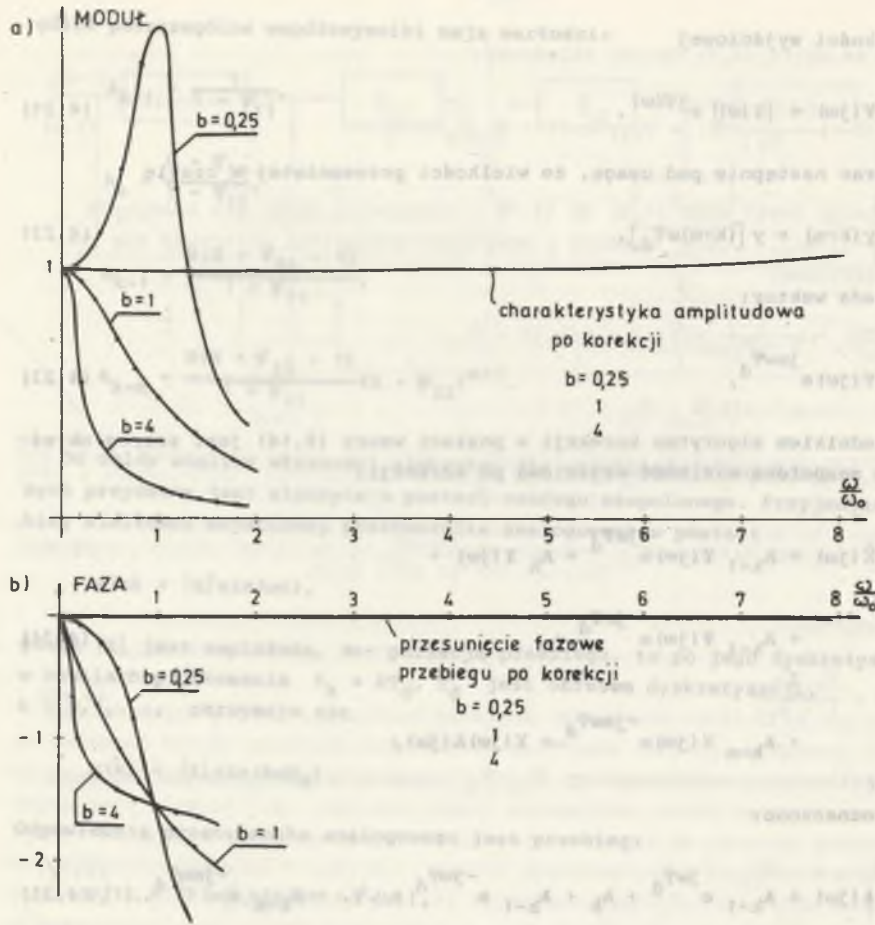
$$A(j\omega) = A_{k+1} e^{j\omega T_d} + A_k + A_{k-1} e^{-j\omega T_d} + \dots + A_{k-m} e^{-jm\omega T_d} \dots \tag{4.25}$$

Analiza błędów algorytmu przeprowadzona w p. 4.5.2 wykazuje, że maksymalną dokładność korekcji uzyskuje się wtedy, gdy wyniki po korekcji są przesunięte (opóźnione) w czasie o pewien stały odcinek  $T_{op}$ . Oznacza to, że ocena wielkości wejściowej, wyznaczona dla chwili  $t_k$ , jest interpretowana jako wartość tej wielkości w chwili  $t_k + T_{op}$ . Opóźnieniu w czasie o  $T_{op}$  odpowiada przesunięcie fazowe [11]:

$$\varphi_{op} = -\omega T_{op}. \tag{4.26}$$

Ocena wielkości wejściowej opóźniona o czas  $T_{op}$  oznaczana jest symbolem  $\hat{X}_{op}$ . Odpowiadająca jej wielkość zespoloną określa zależność:

$$\hat{X}_{op}(j\omega) = Y(j\omega) A(j\omega) e^{-j\omega T_{op}}. \tag{4.27}$$



Rys. 4.2. Przykładowe charakterystyki przetwornika 2 rzędu przed i po programowej korekcji dynamicznej

a) charakterystyka amplitudowa, b) charakterystyka fazowa

Fig. 4.2. Exemplary characteristics of second order transducer before and after programming dynamic correction

a) relative amplitude, b) phase

Przebieg czasowy po korekcji otrzymuje się w tym przypadku z zależności:

$$\hat{x}_{op}(\kappa) = \text{Im} \left\{ \hat{x}_{op}(j\omega) e^{j\kappa\omega T_d} \right\}. \quad (4.28)$$

Wyrażenie (4.27) może służyć do wyznaczania charakterystyki amplitudowo-fazowej wielkości po korekcji<sup>19)</sup>. Oznaczając

$$A(j\omega) = |A(\omega)| e^{j\alpha}, \quad (4.29)$$

oraz

$$\hat{x}_{op}(j\omega) = \hat{x}_{op} e^{j\varphi_{\hat{x}}}, \quad (4.30)$$

na podstawie wzorów (4.21) i (4.27) otrzymuje się wyrażenie na amplitudę przebiegu sinusoidalnego po korekcji

$$|\hat{x}_{op}| = |Y(\omega)| |A(\omega)|, \quad (4.31)$$

oraz na fazę

$$\varphi_{\hat{x}} = \varphi(\omega) + \alpha - \omega T_{op}. \quad (4.32)$$

Przykładowe charakterystyki amplitudowe i fazowe po korekcji dla przetwornika 2 rzędu pokazano na rys. 4.2. Wartości czasu  $T_{op}$  wzięto z tab. 4.3. Przedstawione charakterystyki obliczono dla parametru  $L_2 = 40$ <sup>20)</sup>.

<sup>19)</sup> Jest to wypadkowa charakterystyka dynamicznego przetwornika analogowego o idealnej charakterystyce statycznej oraz programowego korektora dynamicznego.

<sup>20)</sup> Parametr  $L_2$  jest zdefiniowany jako stosunek okresu drgań naturalnych,  $T_0$  przetwornika 2 rzędu do okresu dyskretyzacji  $T_d$ , co można zapisać jako:

$$L_2 = \frac{T_0}{T_d} = \frac{2\pi}{\omega_0 T_d}. \quad (5)$$



#### 4.4. PODSTAWOWE WŁASNOŚCI ALGORYTMU KOREKCJI DYNAMICZNEJ

##### 4.4.1. Własności algorytmu w warunkach statycznych

Algorytm korekcji, przeznaczony zasadniczo do pracy w warunkach dynamicznych, powinien dawać wyniki poprawne również przy statycznych zmianach wielkości wejściowej. Celem niniejszego rozdziału jest wykazanie poprawności statycznej pracy algorytmu. Wnioski płynące z przedstawionych rozważań, stanowią również istotny element analizy przenoszenia błędów statycznych, przez algorytm korekcji dynamicznej.

Dla prostoty problem rozpatrzono dla stałej w czasie wielkości wejściowej. Przyjmując oznaczenia:

$$x(k) = x, y(k+1) = y(k) = \dots = y(k-m) \dots = y, \quad (4.33)$$

wyrażenie (4.9) można zapisać w postaci:

$$\hat{x} = \frac{1}{1-\varphi_{11}} y \left\{ (1 + H - \varphi_{11}) + H(H + \varphi_{22} - 1) \left[ 1 + (H + \varphi_{22}) + \dots + (H + \varphi_{22})^{m-1} \dots \right] \right\}. \quad (4.34)$$

cd. notki 20) ze str. 60

Z drugiej strony zachodzi:

$$L_2 = \frac{T_0}{T_d} = \frac{T_0}{T} \frac{T}{T_d} = \frac{\omega}{\omega_0} \frac{f_d}{f} = \omega^0 f_d^0, \quad (6)$$

gdzie  $\omega$ ,  $T$  są odpowiednio pulsacją i okresem sinusoidalnie zmiennego przebiegu wejściowego. Ze wzoru (6) wynika, że zdefiniowany przez wzór (5) parametr  $L_2$  jest iloczynem tzw. pulsacji zredukowanej  $\omega^0 = \frac{\omega}{\omega_0}$

oraz względnej częstotliwości dyskretyzacji  $f^0 = \frac{f_d}{f}$ , gdzie  $f$  jest częstotliwością przebiegu wejściowego,  $f_d = \frac{1}{T_d}$ ,  $T_d$  jest okresem dyskretyzacji.

Zdefiniowany, w podany wyżej sposób parametr  $L_2$ , ma dwie zalety. Po pierwsze stanowi iloczyn pulsacji zredukowanej i względnej częstotliwości dyskretyzacji, które to wielkości są podstawowymi parametrami służącymi do interpretacji wyników po korekcji. Wyrażenie (6) pozwala na proste przechodzenie z jednych wartości współczynników na drugie, współczynniki dyskretnego modelu przetwornika nie zależą wówczas ani od wartości  $\omega^0$ , ani od okresu dyskretyzacji  $T_d$ . Zatem  $L_2$  stanowi charakterystyczny wyróżnik dyskretnego modelu przetwornika 2 rzędu.

Taką samą funkcję dla przetwornika 1 rzędu spełnia parametr  $L_1$ , określony jako:

$$L_1 = 2\pi \frac{\tilde{\epsilon}}{T_d} = \omega \tilde{\epsilon} \frac{f_d}{f} = \omega^0 \tilde{\epsilon} f_d^0, \quad (7)$$

gdzie  $\tilde{\epsilon}$  oznacza stałą czasową przetwornika. Pulsacja zredukowana definiowana jest w tym przypadku jako  $\omega^0 = \omega \tilde{\epsilon}$ .

Wyrażenie w nawiasie kwadratowym stanowi postęp geometryczny, którego suma wyrazów dąży do granicy:

$$\frac{1}{1-q} = \frac{1}{1-H-\varphi_{22}}, \quad (4.35)$$

gdzie  $q$  jest określone zależnością (4.13). Stąd w granicy ocenę  $\hat{x}$  określa wyrażenie:

$$\hat{x} = \frac{1}{1-\varphi_{11}} y \left[ 1 + H - \varphi_{11} + H(H + \varphi_{22} - 1) \frac{1}{1-H-\varphi_{22}} \right], \quad (4.36)$$

skąd po uproszczeniach otrzymuje się:

$$\hat{x} = y, \quad (4.37)$$

co oznacza, że w tym przypadku algorytm realizuje funkcję idealnego przetwornika statycznego.

Z powyższego rozumowania wynika bezpośrednio związek między współczynnikami równania (4.14), mianowicie zachodzi:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{j=k-m}^{k+1} A_j = 1. \quad (4.38)$$

W praktyce wystarczy wziąć skończoną liczbę wyrazów szeregu (4.14), aby dostatecznie dokładnie wyznaczyć ocenę wielkości wejściowej. Liczba ta zależy zarówno od parametrów modelu przetwornika, okresu próbkowania jak i wartości błędu dopuszczalnego. Można powiedzieć, że liczba wyrazów określa szerokość tzw. okna pomiarowego, tj. odcinka czasu, z którego wyniki pomiaru mają istotny udział w wyznaczanej ocenie [42]. Zarazem szerokość okna określa czas trwania tzw. stanu nieustalonego algorytmu, rozpatrywanego w punkcie 4.4.3. Tamże w tabeli 4.1 zestawiono przykładowe wartości tego czasu.

Z przedstawionej w tym rozdziale analizy wynikają ważne wnioski odnośnie przenoszenia błędów statycznych przez algorytm korekcji dynamicznej. Przede wszystkim zależność (4.37) oznacza, że jeżeli wartości błędu systematycznego wyników pomiarowych nie zmieniają się istotnie w obszarze okna pomiarowego, to błąd taki jest przenoszony przez algorytm bez zmian.

Natomiast w sytuacji, gdy wartości błędu systematycznego kolejnych wyników zmieniają się, analiza błędu wypadkowego jest bardzo trudna, gdyż na ogół nie można wówczas oszacować wartości chwilowych błędów. Niedokładność wnoszona przez taki błąd systematyczny musi być w takim przypadku oszacowana w sposób taki jak dla błędu przypadkowego (p. 6.3.2). Takie podejście uzasadnia przykład 6.1.

#### 4.4.2. Stabilność algorytmu korekcji dynamicznej

Algorytm jest stabilny wtedy, gdy dla ograniczonych wartości wyników pomiarowych wyniki po korekcji przyjmują również wartości skończone. Poniższy ustęp ma na celu wskazanie sposobu postępowania, umożliwiającego określenie warunków stabilności algorytmu korekcji dynamicznej. Sposób ten wybrano ze względu na prostotę, ponieważ umożliwia on uzyskanie prostego, analitycznego kryterium oceny stabilności algorytmu w stosunkowo złożonych warunkach, kiedy badany algorytm ma postać rekurencyjną, a ponadto występują w nim sprzężenia zwrotne (co pokazuje rys. 4.1).

Sposób ten opiera się na analizie algorytmu w postaci szeregu (4.14). Roczawszy od trzeciego wyrazu współczynniki tego szeregu tworzą postęp geometryczny. Biorąc pod uwagę to, że wyniki pomiarów mają wartości ograniczone liczbą bitów przetwornika A/C, algorytm jest stabilny, jeżeli suma wszystkich współczynników rozwinięcia algorytmu w szereg (4.14) jest skończona. Ma to miejsce wtedy, gdy iloraz (4.13) spełnia warunek:

$$|q| < 1. \quad (4.39)$$

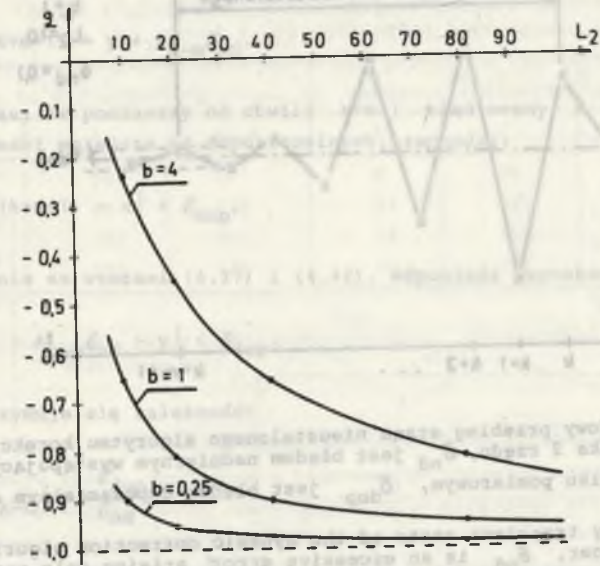
Zatem w ogólnym przypadku analiza stabilności algorytmu sprowadza się do badania warunku (4.39).

Dla przetwornika 2 rzędu iloraz  $q$  ma na podstawie wzorów (4.10) i (4.13) wartość:

$$q = \frac{\varphi_{12}\varphi_{21}}{1 - \varphi_{11}} + \varphi_{22}. \quad (4.40)$$

Wyznaczanie wartości współczynników macierzy metodami analitycznymi jest operacją złożoną nawet dla przetwornika 2 rzędu [52]. Postać analityczna ilorazu  $q$  ze względu na swoją złożoność musi być w końcowej fazie badana numerycznie. Wynika stąd celowość badania stabilności wyłącznie tą drogą: począwszy od numerycznego wyznaczenia wartości współczynników  $\varphi$  dla zmian parametrów dynamicznych przetwornika w rozpatrywanym zakresie, po analizie wyrażenia (4.40). Przykładowe wyniki takiej analizy dla przetwornika 2 rzędu przedstawia rys. 4.3.

Przedstawione na rys. 4.3 wykresy pozwalają sądzić, że  $q$  dąży asymptotycznie do wartości  $-1$  w sposób zależny od wartości współczynnika tłumienia  $b$ . W takim przypadku można stwierdzić, że algorytm korekcji rozważanego przetwornika 2 rzędu jest stabilny. Wniosku tego nie można przenieść na algorytmy korekcji innego rodzaju przetworników 2 i wyższych rzędów. Każda postać algorytmu musi być indywidualnie poddana analizie stabilności zgodnie z przedstawionym schematem postępowania.



Rys. 4.3. Wartości ilorazu  $q$  przetwornika 2 rzędu w funkcji parametru  $L_2 = \omega^0 f_d^0$

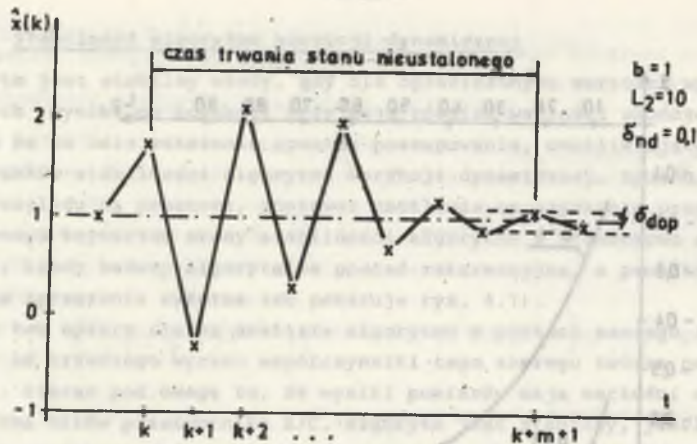
Fig. 4.3. Relationship between the quotient  $q$  of 2-nd order transducer and the parameter  $L_2 = \omega^0 f_d^0$

#### 4.4.3. Stan nieustalony algorytmu

Do rozpoczęcia obliczeń zgodnie z algorytmem korekcji w jego postaci rekurencyjnej (4.4) i (4.5) potrzebna jest znajomość wartości początkowej  $\hat{y}_2(0)$ , zaś w ogólnym przypadku - zgodnie ze wzorem (d13) - znajomość wektora wartości początkowych o składowych  $\hat{y}_2(0), \dots, \hat{y}_n(0)$ . Dokładne dane nie są jednak niezbędne. Można przyjąć jako wartości początkowe praktycznie dowolne, sensowne fizycznie wartości - najprościej jest przyjąć wartości równe zero. W takim jednak przypadku algorytm daje przez pewną liczbę kroków wyniki błędne - mówi się wówczas o stanie nieustalonym algorytmu.

Ogólnie można stwierdzić, że stan nieustalony powstaje po wprowadzeniu do obliczeń danych obarczonych błędami nadmiernymi. Dzieje się tak w dwóch przypadkach: po rozpoczęciu obliczeń od niedokładnych danych początkowych oraz w przypadku użycia niepoprawnego wyniku pomiarowego.

Algorytm stabilny, tzn. spełniający warunek (4.39), ma własność wygaszania stanu nieustalonego. Zgodnie ze wzorem (4.14) wynik niepoprawny wchodzi do kolejnych kroków obliczeń z coraz to mniejszymi wagami - po pewnej liczbie kroków udział wyników niepoprawnych daje błąd mniejszy od dopuszczalnego. Można zatem powiedzieć, że czas trwania stanu nieustalonego



Rys. 4.4. Przykładowy przebieg stanu nieustalonego algorytmu korekcji dynamicznej przetwornika 2 rzędu,  $\delta_{nd}$  jest błędem nadmiernym występującym jednorazowo w  $k+1$  wyniku pomiarowym,  $\delta_{dop}$  jest błędem dopuszczalnym oceny  $\hat{x}$

Fig. 4.4. Exemplary transient state of the dynamic correction algorithm of 2-nd order transducer,  $\delta_{nd}$  is an excessive error arising only at  $k+1$ -th measurement result,  $\delta_{dop}$  is the permissible error of calculation of the estimate  $\hat{x}$

jest określony przez liczbę kroków algorytmu, dającego wyniki niedokładne po jednorazowym wprowadzeniu niedokładnych danych. Przykładowy przebieg stanu nieustalonego pokazuje rys. 4.4.

Czas trwania stanu nieustalonego algorytmu można wyznaczyć na podstawie analizy zaburzenia wywołanego jednorazowym pojawieniem się błędu nadmiernego  $\delta_{nd}$  w stanie statycznym. Zakładając, że błąd nadmierny wystąpił w chwili o numerze  $k+1$ , spowoduje to wyznaczenie niepoprawnej oceny wielkości wejściowej w chwili  $k$

$$\hat{x}(k) = A_{k+1}[y(k+1) + \delta_{nd}] + A_k y(k) + \dots = y + A_{k+1} \delta_{nd} \quad (4.41)$$

bowiem w stanie ustalonym zachodzi:  $y(k+1) = y(k) = \dots = y(k-m)$ , a suma wyrazów szeregu (4.14) dąży do jedności zgodnie ze wzorem (4.38). Wyznaczając ocenę wielkości wejściowej w kolejnych chwilach (moment zaburzenia pozostaje bez zmian), zgodnie z powyższym rozumowaniem otrzymuje się:

$$\hat{x}(k+1) = y + A_k \delta_{nd} \quad (4.42)$$

$$\hat{x}(k+m+1) = y + A_{k-m} \delta_{nd}$$

Zakładając, że począwszy od chwili  $k+m+1$  błąd oceny  $\hat{x}$  zaczyna przyjmować wartości mniejsze od dopuszczalnych, zachodzi:

$$|\hat{x}(k+m+1) - x| < \delta_{dop} \quad (4.43)$$

co, zgodnie ze wzorami (4.37) i (4.42), odpowiada warunkowi:

$$|y + A_{k-m} \delta_{nd} - y| < \delta_{dop} \quad (4.44)$$

Stąd otrzymuje się zależność:

$$|A_{k-m}| < \frac{\delta_{dop}}{\delta_{nd}} \quad (4.45)$$

$A_{k-m}$  jest  $m+2$  współczynnikiem szeregu (4.14), stąd liczba kroków stanu nieustalonego wynosi

$$L_{ns} = m + 2, \quad (4.46)$$

przy czym  $k-m$  jest indeksem wyrazu, począwszy od którego dalsze wyrazy spełniają warunek (4.45). Czas trwania stanu nieustalonego wyznacza się jako:

$$T_{ns} = (m+2)T_d \quad (4.47)$$

Ze wzoru (4.45) wynika, że liczba kroków stanu nieustalonego zależy zarówno od własności algorytmu, określających wartość  $A_{k-m}$ , jak i stosunku wartości błędu dopuszczalnego do wartości błędu wywołującego ten stan. Przykładowe wyniki przedstawionego sposobu analizy stanu nieustalonego podano w tabeli 4.1.

Z wartości przedstawionych w tabeli 4.1 wynika, że stan nieustalony może trwać w pewnych przypadkach kilkaset kroków. O ile tak długi okres zaburzeń w działaniu algorytmu nie ma istotnego znaczenia po rozpoczęciu pracy toru odtwarzania (jest on przeznaczony do pracy ciągłej), o tyle stan nieustalony wywołany niepoprawnym wynikiem pomiarowym może mieć poważne następstwa: w pewnych, występujących przypadkowo okresach czasu, rozważany układ przestaje być wiarygodnym narzędziem pomiarowym. Zatem o ile możliwe jest wy-

Tabela 4.1

Liczba kroków stanu nieustalonego przetwornika 2 rzędu  
błąd nadmierny  $\delta_{nd} = 1$

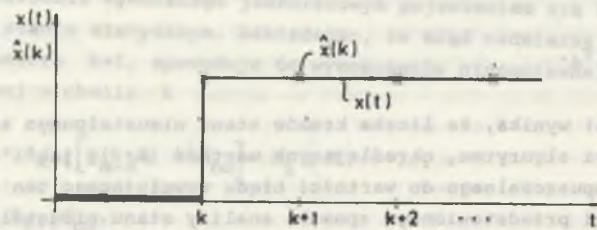
$L_2$	$\delta_{dop} = 0,001$			$\delta_{dop} = 0,01$		
	$b = 0,25$	1	4	0,25	1	4
10	95	26	9	73	20	8
20	217	56	16	173	45	13
40	486	123	33	398	101	27
80	1078	271	69	902	227	58

stępowanie błędów nadmiernych, korekcję dynamiczną należy poprzedzać eliminacją tych błędów.

4.4.4. Własności algorytmu przy wymuszeniach skokowych

Działanie algorytmu korekcji dynamicznej w warunkach, kiedy wielkość wejściowa zmienia się wyłącznie w sposób skokowy, wykazuje pewną specyfikę. Wynika ona głównie z własności błędu modelowego algorytmu, analizowanego w p. 4.5.1 i może być rozpatrywana w dwóch sytuacjach: gdy moment dyskretyzacji pokrywa się - lub nie - z momentem wystąpienia skoku.

W przypadku zsynchronizowania zmian wielkości wejściowej z chwilami dyskretyzacji, co pokazano na rys. 4.5, wyniki po korekcji są pozbawione błędów modelowych. Wynika to stąd, że w takiej sytuacji spełnione jest założenie 3, przyjęte w dodatku, tzn. wielkość wejściowa rzeczywiście nie zmienia się między chwilami dyskretyzacji.

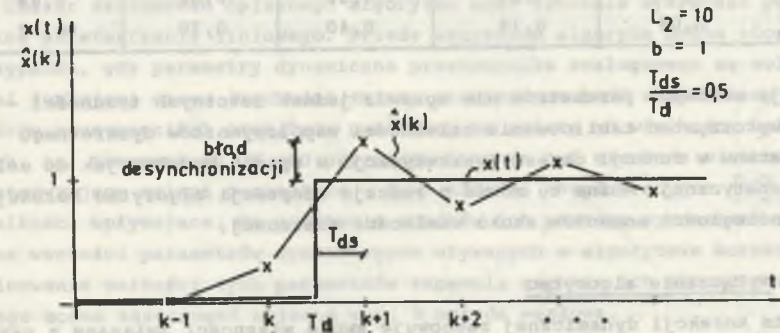


Rys. 4.5. Odpowiedź algorytmu na skokową zmianę wielkości wejściowej przetwornika w chwili próbkowania

Fig. 4.5. Response of the algorithm to a step change of the input quantity at a sampling moment

Inne własności algorytmu w tych warunkach nie zmieniają się. Można jednak w dużym stopniu zwiększyć dokładność algorytmu, zwiększając okres dyskretyzacji  $T_d$ . Jak wynika to z danych zawartych w tabeli 6.1, wzrost  $T_d$  powoduje malenie współczynnika wzmocnienia błędów przypadkowych  $A$  ( $T_d$  maleje

ze wzrostem  $L_1$  i  $L_2$  - patrz komentarz 20), a tym samym zmniejszenie niepewności wyników po korekcji. Brak błędu modelowego, z kolei rosnącego wraz ze wzrostem  $T_d$  (rys. 4.7), pozwala na takie postępowanie. Zatem częstotliwość dyskretyzacji może być w tym przypadku tak mała, jak tylko pozwalają na to względy techniczne, np. wymagana częstotliwość otrzymywania wyników.



Rys. 4.6. Przebieg wyjściowy algorytmu przy niesynchronizowanej, skokowej zmianie wielkości wejściowej,  $T_{ds}$  - czas desynchronizacji

Fig. 4.6. Response of the algorithm with non-synchronized step input change,  $T_{ds}$  - time of desynchronization

W sytuacji, kiedy nie można zapewnić powyższej synchronizacji, wystąpi błąd, którego wartość zależy w niewielkim stopniu od parametrów modelu przetwornika, a głównie od odległości w czasie momentów skoku i dyskretyzacji. Przykładowy przebieg odpowiedzi algorytmu w takiej sytuacji przedstawia rys. 4.6. Można w tym przypadku mówić o stanie nieustalonym algorytmu, wynikłym na skutek desynchronizacji momentów zmian wielkości wejściowej i momentu dyskretyzacji.

W tabeli 4.2 przedstawiono zależność błędu desynchronizacji w funkcji stosunku  $T_{ds}/T_d$  dla wybranych wartości parametrów przetwornika 2 rzędu. Błąd ten jest określony jako maksymalna wartość błędu wyniku po korekcji podczas trwania stanu nieustalonego, będącego skutkiem zjawiska desynchronizacji.

Zestawione poniżej wartości błędów wskazują na konieczność synchronizacji momentu próbkowania - z momentem skokowej zmiany wielkości wejściowej. Stosunkowo proste rozwiązanie polega na tak częstym próbkowaniu przebiegu wyjściowego, aby określić moment skoku z błędem nie większym niż dopuszczalna wartość  $T_{ds}$ . Częstotliwość korekcji (dyskretyzacji) może być w takim przypadku znacznie niższa od częstotliwości próbkowania. Przypadkowe, skokowe zmiany wielkości wejściowej powodują jednak w takiej sytuacji konieczność zmian parametrów modelu na skutek zmian okresu dyskretyzacji.

Tabela 4.2

Błąd desynchronizacji przetwornika 2 rzędu,  $L_2 = 10$

b	$\frac{T_{ds}}{T_d} = 0,1$	0,25	0,5	0,75	0,9
0,25	0,16	0,33	0,44	0,58	0,82
1	0,14	0,27	0,32	0,62	0,84
4	0,09	0,14	0,40	0,70	0,88

Modyfikacja wartości parametrów nie sprawia jednak istotnych trudności - można tu wykorzystać tablicowanie zależności współczynników dyskretnego równania stanu w funkcji okresu dyskretyzacji w sposób podobny jak do celów korekcji statycznej. Można tu mówić o rodzaju adaptacji algorytmu korekcji do zmian odległości momentów skoku wielkości mierzonej.

#### 4.4.5. Wyłączanie algorytmu

Algorytm korekcji dynamicznej zachowuje swoje własności związane z przenoszeniem błędów wyników wejściowych również wtedy gdy przetwarzane są wyniki z przetwornika analogowego, będącego w stanie pracy statycznej. W szczególności dotyczy to własności polegającej na wzmacnianiu błędów przypadkowych, zawartych w wynikach wejściowych. Zjawisko to ilościowo opisano w p. 6.4.3. Niepewność wyników po korekcji może w takim przypadku znacznie przewyższać niepewność wyników, otrzymywanych bez stosowania korekcji dynamicznej. W takiej sytuacji korzystne jest zatem wyłączanie algorytmu. Późniejsze uaktywnienie algorytmu następuje z chwilą przekroczenia przez błędy dynamiczne wartości dopuszczalnych.

Stan nieustalony po ponownym włączeniu algorytmu praktycznie nie występuje, ponieważ w stanie statycznym pochodne mają wartości bliskie zeru. Zatem przyjęcie zerowego wektora wartości początkowych nie spowoduje istotnych błędów w początkowych - po ponownym włączeniu - krokach algorytmu.

#### 4.4.6. Funkcjonalne własności algorytmu

Dyskretny model przetwornika analogowego jest przechowywany w pamięci w postaci współczynników macierzy  $\Phi$  i  $\Psi$ , których liczba jest tak niewielka, że zajmują marginalnie mały obszar pamięci operacyjnej. Dla przetworników 1 i 2 rzędu mogą być one przechowywane wręcz w rejestrach wewnętrznych mikroprocesora co w pewnym stopniu przyspiesza działanie algorytmu korekcji.

Natomiast czasochłonność procedury korekcji dynamicznej można oszacować na podstawie ogólnego zapisu algorytmu w postaci równań (d13) i (d14). Dla przetwornika 1 rzędu, w celu wyznaczenia oceny wielkości wejściowej, należy wykonać dwie operacje mnożenia i jedną dodawania, dla przetwornika 2 rzędu - odpowiednio 6 i 4, dla 3 rzędu - 12 i 9 itd. Stąd stosując dla celów ko-

rekcji przykładowy mikroprocesor INTEL 8086, którego przeciętny czas realizacji mnożenia wynosi 80 okresów zegara, dodawania - 20 okresów, przy częstotliwości zegara 5 MHz otrzymuje się około 40  $\mu s$  i 120  $\mu s$  odpowiednio jako wartości czasów wykonywania algorytmów dla przetworników 1 i 2 rzędu. Czasy te można w pewnym stopniu zmniejszyć, stosując przekształcenie algorytmu do postaci pozwalającej realizować niektóre operacje mnożenia na mniejszej liczbie bitów [33].

Obszar zastosowań opisanego algorytmu może istotnie wykraczać poza dziedzinę przetwarzania liniowego. Przede wszystkim algorytm można stosować w przypadku, gdy parametry dynamiczne przetwornika analogowego są wolnozmiennymi funkcjami czasu (zachodzą zmiany starzeniowe bądź eksploatacyjne parametrów przetwornika) oraz, gdy parametry te zależą od wielkości wpływających, np. temperatury. W obu przypadkach muszą być mierzone wielkości charakteryzujące zmianę parametrów - tzw. zmienne eksploatacyjne [12] lub wielkości wpływające. Na podstawie wyników ich pomiaru wyznaczane są aktualne wartości parametrów dynamicznych używanych w algorytmie korekcji. Tablicowanie wartości tych parametrów zapewnia szybkie ich aktualizowanie, do czego można zastosować opisaną w p. 3 metodę węzłową.

Opisany algorytm można również stosować do korekcji przetworników opisywanych nieliniowymi równaniami dynamicznymi dającymi się linearyzować wokół punktu pracy [42]. Aktualne parametry modelu, związane z punktem pracy, mogą być również wyznaczane drogą tablicowania.

### 4.5. ANALIZA BŁĘDÓW WYNIKÓW PO KOREKCJI DYNAMICZNEJ

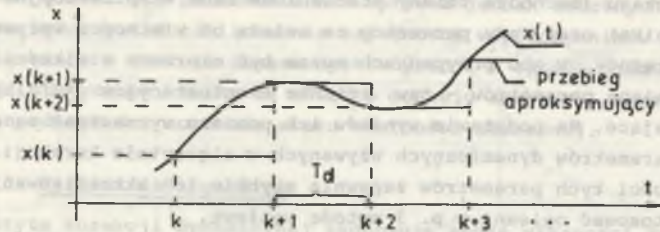
#### 4.5.1. Rodzaje analizowanych błędów

Dokładność wyników po korekcji dynamicznej zależy od dwóch podstawowych czynników. Po pierwsze od własności samego algorytmu charakteryzowanych przez opis źródeł błędów wprowadzanych przez algorytm - nazywanych w pracy błędami instrumentalnymi. Po drugie - od sposobu przenoszenia błędów zawartych w danych wejściowych, które mogą być bezpośrednio wynikami pomiaru wielkości wyjściowej przetwornika analogowego lub stanowić wyniki przetworzone uprzednio przez inny algorytm. Zjawiska charakterystyczne dla obu przypadków przenoszenia błędów omówiono w p. 6.3.3 i 6.4.2. Poniżej poddano analizie błędy instrumentalne, które podzielono na dwie grupy: błędy modelowe, powstające na skutek dyskretyzacji modelu analogowego oraz błędy identyfikacji, związane z ograniczoną dokładnością pomiaru parametrów dynamicznych modelu analogowego.

Inne źródła błędów pominięto, jako mające marginalne znaczenia dla zasadniczego toku rozważań. Między innymi nie rozważa się wpływu niedokładnej znajomości struktury samego modelu analogowego na dokładność korekcji, jak również błędu, będącego skutkiem niedokładności numerycznego wyznaczania parametrów modelu dyskretnego na podstawie parametrów modelu analogowego.

### 4.5.2. Błąd modelowy

Dyskretny model przetwornika stanowi pewne przybliżenie modelu ciągłego, stąd wyniki obliczone na podstawie modelu dyskretnego obarczone są błędem modelowym, nazywanym dalej błędem dyskretyzacji. Mechanizm powstawania tego błędu wynika z konieczności przyjęcia pewnej aproksymacji przebiegu wejściowego pomiędzy punktami dyskretyzacji. Rys. 4.7 przedstawia aproksymację schodkową, przyjętą - założenie 2 i 3 w dodatku - przy dyskretyzacji ciągłego równania stanu. Ten sposób dyskretyzacji pozwala na uzyskanie stałych wartości wszystkich współczynników dyskretnego modelu przetwornika analogowego.



Rys. 4.7. Zasada dyskretyzacji modelu ciągłego: zakłada się, że przebieg wielkości wejściowej między dowolnymi chwilami o numerach k i k+1 jest stały i równy x(k)

Fig. 4.7. Discretization principle of the analog model: one assumes that the input quantity between succeeding moments k and k+1 is constant and equal x(k)

Na podstawie wzoru (d6) dokładna wartość wektora stanu w chwili  $t_{k+1}$  dana jest zależnością:

$$y_d(t_{k+1}) = \Phi y(t_k) + \Phi \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{-F\zeta} Gx(\zeta) d\zeta. \quad (4.48)$$

gdzie  $\Phi$  jest macierzą stanu, określoną wzorem (d9),  $F$ ,  $G$  - macierzami ciągłego równania stanów (d4). Drugi człon równania (4.48), a tym samym i wartość wektora stanu, zależy od przebiegu wielkości wejściowej między chwilami  $t_k$  i  $t_{k+1}$ . Przyjmując, zgodnie ze wspomnianym założeniem 3, że  $x(\zeta) = x(k) = \text{const}$  (co ilustruje rys. 4.7) otrzymuje się takie równanie, w którym wektor stanu nie zależy od przebiegu wejściowego między chwilami próbkowania:

$$y(k+1) = \Phi y(k) + \Phi \int_k^{k+1} e^{-F\zeta} d\zeta G x(k). \quad (4.49)$$

<sup>21)</sup> W równaniu tym przyjęto uproszczony zapis, stosowany także w całej pracy, zgodnie z którym:  $y(t_k) = y(k)$ ,  $x(t_k) = x(k)$  itd.

Własności dynamiczne przetwornika modeluje w takim przypadku równanie stanu:

$$y(k+1) = \Phi y(k) + \Phi x(k), \quad (4.50)$$

o stałych współczynnikach, określonych zależnościami (d9) i (d10). W tej sytuacji wektor stanu obciążony jest błędem wynikającym z różnic między dokładnym (4.48), a przybliżonym - (4.50) opisem:

$$\begin{aligned} \delta_{my}(k+1) &= y(k+1) - y_d(k+1) = \\ &= \Phi x(k) - \Phi \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{-F\zeta} Gx(\zeta) d\zeta. \end{aligned} \quad (4.51)$$

Błąd określony wzorem (4.51) jest błędem modelowym, mającym swe źródło w uproszczeniach przyjętych w procesie dyskretyzacji. Jest on funkcją różnicy między rzeczywistym a aproksymującym przebiegiem wielkości wejściowej; zależy ponadto od własności dynamicznych przetwornika oraz okresu dyskretyzacji. Błąd dyskretyzacji powstaje na każdym kroku działania algorytmu i jest kumulowany w procesie występujących po sobie korekcji. Zatem wartość błędu modelowego oceny  $\hat{x}(k)$  jest wypadkową błędów modelowych z aktualnego i poprzednich kroków obliczeń.

Wartości błędu modelowego mogą być analizowane jedynie dla konkretnych, standardowych przebiegów wielkości wejściowej. Przy synchronicznych wymuszeniach skokowych błąd modelowy jest równy zeru (patrz p. 4.4.4), stąd praktyczną analizę błędu modelowego przeprowadzono dla wymuszeń sinusoidalnie zmiennych. W takim przypadku błąd modelowy zmienia się sinusoidalnie, w sposób dyskretny. Analiza polega na wyznaczaniu amplitudy błędu w zależności od wartości parametrów dynamicznych przetwornika analogowego, okresu dyskretyzacji i pulsacji przebiegu wejściowego.

Do celów analizy błędu modelowego użyto algorytmu w postaci szeregu zespolonego (4.24), zakładając sinusoidalnie zmienną wielkość wejściową o pulsacji  $\omega$  i jednostkowej amplitudzie. Tak określonej wielkości wejściowej odpowiada wektor zespolony

$$X(j\omega) = 1. \quad (4.52)$$

Stąd oraz na podstawie wzoru (4.27) wektor błędu modelowego ma postać:

$$\delta_m(j\omega) = \hat{X}_{op}(j\omega) - X(j\omega) = Y(j\omega)A(j\omega)e^{-j\omega T_{op}} - 1, \quad (4.53)$$

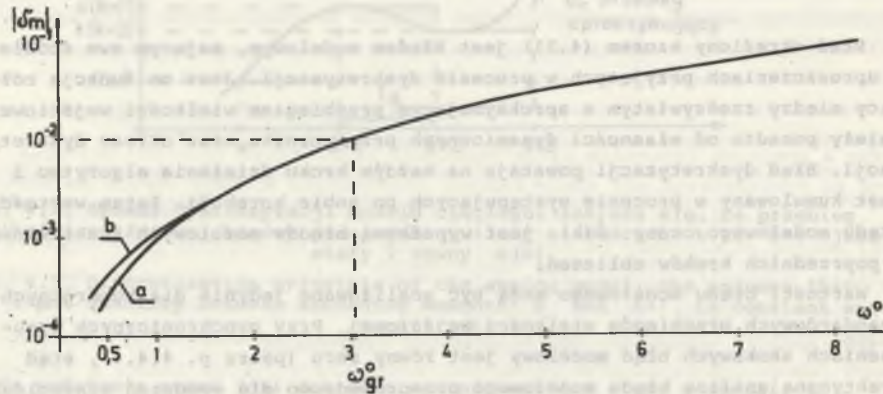
gdzie  $Y(j\omega)$  jest zespoloną wielkością wyjściową przetwornika analogowego, daną zależnością (4.21),  $A(j\omega)$  określa własności algorytmu korekcji dla

przebiegów sinusoidalnie zmiennych zgodnie ze wzorem (4.25),  $T_{op}$  jest czasem opóźnienia wyniku po korekcji, zdefiniowanym w p. 4.3.

Moduł wektora błędu (4.53) stanowi amplitudę błędu modelowego

$$|\delta_m| = \sqrt{(\text{Re}\{\delta_m\})^2 + (\text{Im}\{\delta_m\})^2} \quad (4.54)$$

Wyrażenie to można określić jako amplitudę różnicy przebiegu odtworzonego i wejściowego, dla przebiegu wejściowego sinusoidalnie zmiennego o jednostkowej amplitudzie i pulsacji  $\omega$ , w sytuacji gdy jedynym źródłem błędu jest błąd modelowy. Wyniki analizy wyrażenia (4.54), dla wybranych wartości parametrów przetworników 1 i 2 rzędu, przedstawiono na rys. 4.8 oraz w tabelach 4.4 i 4.5.



Rys. 4.8. Przykładowe zależności błędu modelowego w funkcji pulsacji zredukowanej  $\omega^0$

a) przetwornika 1 rzędu,  $L_1 = 40$ , b) przetwornika 2 rzędu,  $L_2 = 40$ ,  $b = 1$ . Symbolem  $\omega_{gr}^0$  oznaczono pulsację graniczną, powyżej której błąd modelowy przyjmuje wartości większe od dopuszczalnych, w tym przypadku  $\delta_{dop} = 0,01$

Fig. 4.8. Exemplary relationship between the model error and the relative frequency  $\omega^0$  for

a) 1-st order transducer,  $L_1 = 40$ , b) 2-nd order transducer,  $L_2 = 40$ ,  $b = 1$ . The limit of the relative frequency, over which the model error takes values exceeding a permissible one, is marked as  $\omega_{gr}^0$

Czas opóźnienia  $T_{op}$  jest to taki odcinek czasu, o który należy opóźnić wyniki po korekcji, aby uzyskać minimalny błąd modelowy. Przedstawione w dalszym ciągu wyniki obliczeń otrzymano, przyjmując jako wartość  $T_{op}$  opóźnienie otrzymane dla pulsacji względnej  $\omega^0 = 1$ . Praktycznie oznacza to, że składowa urojona błędu modelowego (4.53) dla pulsacji  $\omega^0 = 1$  równa jest zeru.

W tabeli 4.3 zestawiono wartości względnego czasu opóźnienia  $T_{op}/T_d$  dla przetworników 1 i 2 rzędu,  $T_d$  jest okresem dyskretyzacji.

Tabela 4.3

Wartości względnego czasu opóźnienia  $T_{op}/T_d$

a) przetwornik 1 rzędu

$L_1$	10	20	40	80
$\frac{T_{op}}{T_d}$	0,552	0,526	0,513	0,506

b) przetwornik 2 rzędu

b	$L_2 = 10$	20	40	80
0,25	0,499	0,500	0,497	0,524
1	0,498	0,500	0,500	0,502
4	0,496	0,499	0,500	0,500

Tabela 4.4

Wartości graniczne pulsacji zredukowanej dla błędu dopuszczalnego  $\delta_{dop} = 0,01$ , znaczenie tych wartości wyjaśnia rys. 4.7

a) przetwornik 1 rzędu

$L_1$	10	20	40	80
$\omega_{gr}^0$	0,7	1,5	3,1	6,2

b) przetwornik 2 rzędu

b	$L_2 = 10$	20	40	80
0,25	0,7	1,5	3,1	6,1
1	0,8	1,5	3,0	6,0
4	1,1	1,7	3,1	6,1

#### 4.5.3. Wrażliwość algorytmu na zmiany parametrów

Niedokładna znajomość parametrów dynamicznych przetwornika analogowego, jak również zmiany wartości tych parametrów, są przyczynami powstawania błędów zależnych zarówno od błędów wyznaczania samych parametrów, jak i od wrażliwości algorytmu na zmiany tych parametrów. Oznaczając parametry dynamiczne przetwornika symbolami  $P_1, \dots, P_n$ , wypadkowy błąd oceny końcowej,

Tabela 4.5

Minimalne wartości parametrów  $L_1$  i  $L_2$ , dla których błąd modelowy jest mniejszy od wartości dopuszczalnej  $\delta_{dop} = 0,01$ , dla zadanych wartości pulsacji zredukowanej  $\omega^0$

a) przetwornik 1 rzędu

$\omega^0$	0,5	1	2	3
$L_{1min}$	7	13	26	52

b) przetwornik 2 rzędu

$\omega^0$	0,5	1	2	3
$b$				
0,25	6	12	25	76
1	6	12	25	53
4	4	5	24	51

spowodowany zmianami tych parametrów o wartości odpowiednio  $\Delta p_1, \dots, \Delta p_i$ , można zapisać w postaci:

$$\delta_{p_i}^{\hat{x}} = \frac{\partial \hat{x}(p_1, \dots, p_i)}{\partial p_1} \Delta p_1 + \dots + \frac{\partial \hat{x}(p_1, \dots, p_i)}{\partial p_i} \Delta p_i =$$

$$= W_{p_1} \Delta p_1 + \dots + W_{p_i} \Delta p_i, \quad (4.55)$$

gdzie  $W_{p_1}, \dots, W_{p_i}$  są wrażliwościami na zmiany parametrów  $p_1, \dots, p_i$ .

Przetwornik 1 rzędu charakteryzowany jest jednym parametrem dynamicznym: stałą czasową  $\tau$ . Dla tego przetwornika wrażliwość ma postać:

$$W_{\tau} = \frac{d\hat{x}(\tau)}{d(\tau)}, \quad (4.56)$$

Właściwości dynamiczne przetwornika 2 rzędu opisywane są dwoma parametrami: współczynnikiem tłumienia  $b$  i pulsacją naturalną  $\omega_0$ . Zatem wrażliwości cząstkowe określają wyrażenia:

$$W_b = \left. \frac{\partial \hat{x}(b, \omega_0)}{\partial b} \right|_{\omega_0 = \text{const.}} \quad (4.57)$$

$$W_{\omega_0} = \left. \frac{\partial \hat{x}(b, \omega_0)}{\partial \omega_0} \right|_{b = \text{const.}} \quad (4.58)$$

W tabelach 4.6, 4.7, 4.8 przedstawiono wartości wrażliwości na zmiany parametrów przetworników 1 i 2 rzędu. Wartości te wyznaczono jako amplitudę błędu oceny po korekcji dla sinusoidalnie zmiennej wielkości wejściowej o pulsacji  $\omega$  i amplitudzie równej 1, odniesioną do względnej zmiany parametru, przy względnych zmianach odpowiednich parametrów w granicach 0-10%. Dla zmian  $L_1, L_2$  w granicach 10...80 nie stwierdzono istotnego wpływu tych parametrów na wartość wrażliwości.

Tabela 4.6

Wrażliwość przetwornika 1 rzędu na zmiany stałej czasowej  $\tau$ ,  $\omega^0 = \omega \tau$

$\omega^0$	0,5	1	2	4
$W_{\tau}$	0,45	0,70	0,88	0,93

Tabela 4.7

Wrażliwość  $W_b$  przetwornika 2 rzędu na zmiany współczynnika tłumienia  $b$ ,  $\omega_0 = \text{const}$ ,  $\omega^0 = \omega/\omega_0$

$b$	$\omega^0$	0,5	1	2	4
0,25		0,32	1,0	0,32	0,13
1		0,80	1,0	0,80	0,48
4		0,97	1,0	0,97	0,91

Tabela 4.8

Wrażliwość  $W_{\omega_0}$  przetwornika 2 rzędu na zmiany pulsacji naturalnej  $\omega_0$ ,  $b = \text{const}$ ,  $\omega^0 = \omega/\omega_0$

$b$	$\omega^0$	0,5	1	2	4
0,25		0,71	4,1	2,6	2,3
1		0,89	1,4	1,8	1,9
4		0,98	1,0	1,1	1,3

Uzyskane wyniki wskazują, że dla przetwornika pierwszego rzędu ma miejsce wzrost wrażliwości na zmiany parametrów ze wzrostem pulsacji przebiegu wejściowego. Dla przetwornika drugiego rzędu zależności są bardziej złożone: dla współczynnika tłumienia  $b < 1$  największa wrażliwość występuje dla  $\omega = \omega_0$ , dla  $b > 1$  występuje zależność podobna jak dla przetwornika pierwszego rzędu. Widoczna jest ponadto różnica wartości wrażliwości na zmiany  $b$  i  $\omega_0$ .



Podobny wniosek dla przetwornika 1 rzędu wynika z analiz przeprowadzonych w pracy [31], gdzie wykazano na przykładzie przetwornika temperatury, że zachodzi wzrost wrażliwości na zmiany parametrów na skutek zastosowania korekcji dynamicznej.

0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,1	0,2	0,3	0,4	0,5

0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,1	0,2	0,3	0,4	0,5

0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,1	0,2	0,3	0,4	0,5

### 5. ALGORYTM FILTRACJI BŁĘDÓW PRZYPADKOWYCH

#### 5.1. WŁASNOŚCI ZASTOSOWANEGO SPOSOBU FILTRACJI

Algorytm filtracji jest to taka procedura przetwarzania wyników, dla której współczynnik przenoszenia błędów przypadkowych, zdefiniowany wzorem (6.2), jest mniejszy od 1. Oznacza to, że niepewność wyników po filtracji jest mniejsza niż danych wejściowych. Podstawowym zadaniem tego algorytmu w torze odtwarzania jest współdziałanie z algorytmem korekcji dynamicznej, którego własność wzmacniania błędów przypadkowych (patrz tab. 6.1) ogranicza stosowanie tej korekcji dla względnie dużych wartości pulsacji przebiegu wejściowego. Jednak praca filtru na bieżąco i w warunkach dynamicznych zmian wielkości wejściowej narzuca na algorytm filtracji szereg wymagań, istotnie zawężając liczbę filtrów, które mogą być stosowane w tym przypadku.

Podstawowe wymaganie związane jest z samą istotą działania filtru: każdy filtr, realizując właściwe mu zadania, wprowadza jednocześnie błędy dynamiczne do wyników wyjściowych<sup>22)</sup>. Filtr stosowany w torze odtwarzania musi cechować błędy dynamiczne mniejsze od dopuszczalnych przy zadanym współczynniku przenoszenia (tłumienia) błędów przypadkowych. Ponadto filtr musi spełniać wymagania narzucone wszystkim algorytmom do pracy na bieżąco: musi być prosty numerycznie, a ściślej - ciąg instrukcji, składający się na program wynikowy algorytmu, musi być realizowany we względnie krótkim czasie.

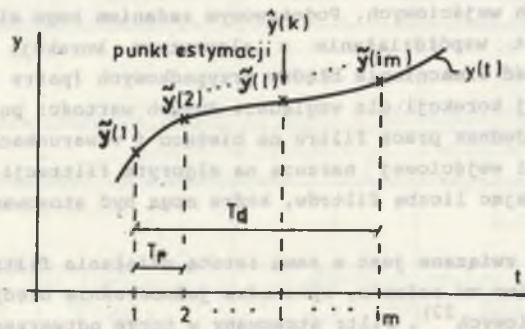
Przyjęte rozwiązanie problemu filtracji można scharakteryzować następująco. Zastosowano filtr tzw. nierekursywny<sup>23)</sup> [2] narzucając takie ograniczenia na wartości jego współczynników, aby uzyskać możliwie krótki czas realizacji. Natomiast sposób użycia tego filtru oparty jest na założeniu, że mechanizm powstawania błędów przypadkowych wyników pomiaru wielkości wyjściowej przetwornika analogowego jest w decydującym stopniu związany z kwantowaniem przebiegu wyjściowego. W takim przypadku można przyjąć, że

<sup>22)</sup> Z tego powodu praktycznie nieprzydatne są filtry działające na tych samych wynikach pomiaru co algorytm korekcji dynamicznej. Do takiego wniosku, odnośnie filtru Kalmana, skłaniają wyniki przedstawione w pracy [16].

<sup>23)</sup> W pracy nie rozpatruje się filtru rekursywnego. Podstawowym tego powodem jest wprowadzanie przez tego rodzaju filtry przesunięcia fazowego przebiegu po filtracji, które ponadto zależy od wartości współczynników filtru [2]. Zjawisko to jest niekorzystne, ponieważ utrudnia interpretację czasową wyników odtwarzania. Problem ten staje się widoczny w trakcie analizy zależności czasowych w procesie odtwarzania opisanej w p. 7.2.

opis losowych własności błędów surowych wyników pomiarowych nie zależy od częstotliwości próbkowania.

Uwzględniając fakt, że szybkość narastania napięcia wyjściowego przetworników pomiarowych nie przekracza pewnej wartości określonej przez własności dynamiczne przetwornika, powyższe założenie pozwala na prowadzenie filtracji w sposób czyniący zadość wymaganiom pracy na bieżąco. Mianowicie, przebieg wyjściowy należy próbować tak często, aby błąd dynamiczny średniej ważonej takiej serii pomiarów - średniej reprezentującej wartość chwilową wielkości poddawanej następnie korekcji - był mniejszy od błędu dopuszczalnego. Liczba surowych wyników, czyli danych wejściowych filtru, musi być taka, aby niepewność średniej nie przekraczała wartości zadanej. Omówiona procedura ilustruje rys. 5.1<sup>24)</sup>.



Rys. 5.1. Zasada zastosowanego sposobu filtracji błędów przypadkowych.  $T_d$  jest okresem dyskretyzacji,  $T_p$  - okresem próbkowania dla celów filtracji,  $i_m$  jest liczbą próbek w okresie  $T_d$  stanowiących dane dla algorytmu filtracji

Fig. 5.1. Principle of the applied kind of random errors filtration.  $T_d$  is the discretization period,  $T_p$  - the sampling period for filtration of measurement data,  $i_m$  is the number of samples in period  $T_d$  being input data for the filtration algorithm

Działanie filtru można opisać następująco. Wielkość wyjściowa przetwornika analogowego jest próbkowana z częstotliwością

$$f_p = i_m f_d, \quad (5.1)$$

<sup>24)</sup> Omawiając działanie filtru użyto symboli takich wielkości, kiedy filtr stanowi pierwsze ogniwo w łańcuchu odtwarzania, tzn. operuje bezpośrednio na wynikach pomiaru. Nie ogranicza to oczywiście zastosowań filtru w dowolnym miejscu łańcucha algorytmów.

gdzie  $f_d = 1/T_d$  jest częstotliwością dyskretyzacji modelu przetwornika analogowego,  $i_m$  jest liczbą wyników, stanowiących dane wejściowe filtru. Wynik filtracji  $\hat{y}(k)$ , będący estymatorem wartości chwilowej przebiegu wielkości wyjściowej przetwornika w chwili  $k$  wyznaczany jest jako średnia ważona (5.4) ciągu wyników  $\tilde{y}(1), \tilde{y}(2), \dots, \tilde{y}(i_m)$ . Punkt estymacji, czyli moment do którego odnoszona jest ocena  $\hat{y}(k)$ , wybrany jest w taki sposób, aby stanowił oś symetrii filtru. Oznacza to, że po obu stronach tego punktu leży taka sama liczba  $l$  wyników pomiarowych, rozłożonych symetrycznie w czasie. Liczba  $l$  nazywana jest w pracy promieniem filtru. Wynik pomiaru, pomnożony przez odpowiednią wagę, stanowi wyraz filtru.

Promień filtru określony jest zależnością:

$$l = \frac{i_m}{2}, \quad (5.2)$$

dla parzystej liczby wyrazów filtru oraz jako

$$l = \frac{i_m + 1}{2}, \quad (5.3)$$

dla nieparzystych.

## 5.2. OGÓLNA POSTAĆ ALGORYTMU FILTRACJI

Na każdym, ogólnie  $k$ , kroku działania algorytmu dane jest  $i_m$  wyników pomiaru wartości chwilowych przebiegu wyjściowego przetwornika analogowego:  $\tilde{y}(1), \tilde{y}(2), \dots, \tilde{y}(i_m)$ , dokonywanych w równych odstępach czasu  $T_p = T_d/i_m$ . Wyniki te są obarczone błędami przypadkowymi - niezależnymi i o takim samym rozkładzie. Wynik po filtracji  $\hat{y}(k)$ , będący oceną wartości chwilowej przebiegu wyjściowego w chwili  $k$  wyznaczany jest jako średnia ważona wyników surowych:

$$\hat{y}(k) = \sum_{i=1}^{i_m} c_i \tilde{y}(i), \quad (5.4)$$

gdzie  $c_i$  jest wagą wyniku pomiaru o numerze  $i$ . Zachodzi:

$$\sum_{i=1}^{i_m} c_i = 1, \quad (5.5)$$

przy czym zakłada się, że

$$c_i = 2^{-g_i}, \quad (5.6)$$

gdzie  $g_i, i = 1, 2, \dots, i_m$ , są liczbami naturalnymi. Ponadto zakłada się, że spełniona jest równość współczynników:

$$c_i = c_{i_m - i + 1}, \quad (5.7)$$

oraz zachodzi:

$$c_{i_2} < c_{i_1} \quad \text{dla każdego} \quad |i_1 - 1| < |i_2 - 1|, \quad (5.8)$$

gdzie  $i_1, i_2 \in (1, i_m)$ , 1 jest promieniem filtru określonym przez wyrażenia (5.2) i (5.3).

Powyższe założenia mają na celu wybór takich postaci filtrów nierekursywnych, które są przydatne dla celów odtwarzania bieżącego w warunkach przyjętych w pracy. I tak warunek (5.6), narzucający wagi o wartościach binarnych, pozwala na uzyskanie bardzo krótkich czasów wykonywania operacji arytmetycznych związanych z filtracją. Mnożenie wyników przez naturalne potęgi liczby 2 wykonywane jest przez mikroprocesor przy użyciu rozkazów przesunięcia akumulatora i trwa kilka do kilkunastu okresów zegara w zależności od liczby przesunięć. Uzyskiwany tą drogą krótki czas realizacji programu filtracji nie powoduje znaczącego wzrostu sumarycznego czasu odtwarzania.

Założenie (5.7) narzuca symetrię współczynników filtru względem punktu estymacji. Pozwala to na uzyskanie struktury filtru nie powodującej przesunięcia fazowego wyników po filtracji, co wykazano w p. 5.7.

Warunek (5.8) ma na celu uzyskanie pewnej gradacji wartości współczynników wagowych filtru - chodzi tutaj o to, aby wyniki leżące bliżej punktu estymacji miały wagi nie mniejsze niż wyniki bardziej oddalone. Przy takiej konstrukcji filtru udział w ocenie końcowej wyników pomiarów leżących bliżej punktu estymacji jest nie mniejszy niż tych bardziej oddalonych. Filtry takie cechuje mniejszy błąd dynamiczny - patrz p. 5.7.

W dalszym ciągu opisano dwie szczególne postacie algorytmu: dla parzystej i nieparzystej liczby wyrazów filtru. Rozróżnienie to jest konieczne ze względu na pewne różnice w budowie algorytmu w obu przypadkach.

### 5.3. FILTR O NIEPARZYSTEJ LICZBIE WYRAZÓW

Dla nieparzystej liczby wyrazów promień filtru 1 wyznaczany jest zgodnie ze wzorem (5.3) jako  $1 = (i_m + 1)/2$ . Algorytm filtracji określa w takim przypadku wyrażenie:

$$\hat{y}(k) = \sum_{i=1}^{i_m} c_i \tilde{y}(k - \frac{i-1}{i_m}), \quad (5.9)$$

w którym, zgodnie z przyjętym sposobem zapisu, zastosowano oznaczenie:

$$\tilde{y}(k - \frac{i-1}{i_m}) = \tilde{y} \left[ \left( k - \frac{i-1}{i_m} \right) T_d \right], \quad (5.10)$$

gdzie  $T_d$  jest okresem dyskretyzacji.

#### Przykład 5.1

Filtr 3 punktowy

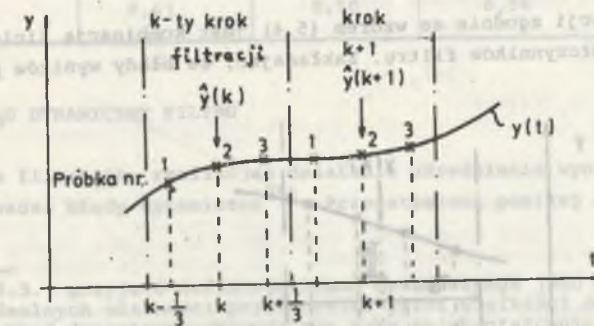
Dla  $i_m = 3$  promień filtru 1 = 2. Algorytm filtracji ma w tym przypadku postać:

$$\hat{y}(k) = c_1 \tilde{y}(k - \frac{1}{3}) + c_2 \tilde{y}(k) + c_3 \tilde{y}(k + \frac{1}{3}), \quad (5.11)$$

przy czym warunki (5.6) i (5.7) spełniają współczynniki o wartościach:

$$c_1 = c_3 = \frac{1}{4}, \quad c_2 = \frac{1}{2}. \quad (5.12)$$

Zależności czasowe przy filtracji ilustruje rys. 5.2. Moment estymacji pokrywa się z chwilą pomiaru drugiego wyniku (dla filtru nieparzystego moment estymacji pokrywa się z momentem pomiaru wyniku o numerze 1).



Rys. 5.2. Zależności czasowe przy filtracji 3-punktowej  
Fig. 5.2. Time relationships in 3 point filtration

5.4. FILTR O PARZYSTEJ LICZBIE WYRAZÓW

Dla parzystej liczby wyrazów promień filtru, zgodnie ze wzorem (5.2), jest równy  $l = i_m/2$ . Algorytm korekcji przyjmuje wówczas postać:

$$\hat{y}(k) = \sum_{i=1}^{i_m} c_i \tilde{y}(k - \frac{1-i+\frac{1}{2}}{i_m}) = \sum_{i=1}^{i_m} c_i \tilde{y}(k - \frac{1-i}{i_m} - \frac{1}{2i_m}). \quad (5.13)$$

Moment estymacji tego filtru leży między dwoma środkowymi wynikami pomiaru, w odległości od nich równej  $T_d/(2i_m)$ .

Przykład 5.2

Filtr 4 punktowy

Dla  $i_m = 4$  wartość promienia filtru wynosi  $l = 2$ . Algorytm filtracji dany jest równaniem:

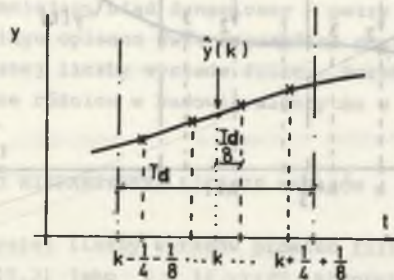
$$\hat{y}(k) = c_1 \tilde{y}(k - \frac{1}{4} - \frac{1}{8}) + c_2 \tilde{y}(k - \frac{1}{8}) + c_3 \tilde{y}(k + \frac{1}{8}) + c_4 \tilde{y}(k + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}), \quad (5.14)$$

gdzie współczynniki wagowe filtru mają wartości:

$$c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = \frac{1}{4}. \quad (5.15)$$

5.5. WSPÓŁCZYNNIK FILTRACJI

Wynik po filtracji zgodnie ze wzorem (5.4) jest kombinacją liniową wyników pomiaru i współczynników filtru. Zakładając, że błędy wyników pomiarów



Rys. 5.3. Zależności czasowe dla filtru 4 punktowego  
Fig. 5.3. Time relationships for 4 point filter

są niezależne i mają jednakowe rozkłady, stosunek wariancji wyników po filtracji do wariancji wyników pomiaru określa wyrażenie

$$C^2 = c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_{i_m}^2, \quad (5.16)$$

gdzie  $c_1, \dots, c_{i_m}$  są współczynnikami filtru, natomiast wielkość  $C$  nazywana jest w pracy współczynnikiem filtracji. Współczynnik ten jest istotnym parametrem filtru - im mniejsze są wartości  $C$  tym większa jest skuteczność filtracji (mniejszy udział błędów przypadkowych w ocenie końcowej). Problem filtracji jest szczególnym przypadkiem przenoszenia błędów przypadkowych przez algorytm odtwarzania, stąd bardziej szczegółowe rozważania zawarto w odpowiednich punktach 6.4.3 i 6.4.4. W tabeli 5.1 zestawiono wartości współczynników filtracji kilku najprostszycy filtrów. Filtr 5 punktowy, jak również filtry o większej liczbie wyrazów, można zrealizować na kilka sposobów. Symbolem a) oznaczono filtr o współczynnikach:

$$c_1 = c_2 = c_4 = c_5 = \frac{1}{8}, \quad c_3 = \frac{1}{2}, \quad (5.17)$$

a symbolem b) filtr, w którym

$$c_1 = c_5 = \frac{1}{8}, \quad c_2 = c_3 = c_4 = \frac{1}{4}. \quad (5.18)$$

Tabela 5.1

Współczynniki filtracji wybranych rodzajów filtrów

Liczba punktów	3	4	5a	5b
C	0,61	0,50	0,56	0,47

5.6. BŁĄD DYNAMICZNY FILTRU

Algorytm filtracji, realizując działanie uśredniania wyników pomiarowych, wprowadza błędy dynamiczne<sup>25)</sup>. Przedstawiona poniżej analiza tych

<sup>25)</sup> W p. 2.2.3.1 przyjęto definicję błędu dynamicznego jako miary odkształcenia idealnych własności przetwornika przez wielkości dynamiczne. Fizycznie błąd dynamiczny objawia się jako zniekształcenie przebiegu wyjściowego przetwornika i zależy od własności przetwornika oraz zmian wielkości wejściowej: wartości tego błędu maleją wraz ze zmniejszaniem się częstotliwości zmian wielkości wejściowej.

W układach dyskretnych, w trakcie programowego przetwarzania danych, również występują błędy, które można nazwać dynamicznymi na podstawie ich zależności od sposobu i szybkości zmian wielkości poddanej przetwa-

błędów oparta jest na sposobie zastosowanym do wyznaczania błędu modelowego algorytmu korekcji dynamicznej, opisanym w p. 4.5.2.

Chwilowy błąd dynamiczny filtracji definiuje się jako:

$$\delta_f(k) = \hat{y}(k) - y(k), \quad (5.19)$$

gdzie  $y(k)$  jest wartością wielkości wyjściowej przetwornika analogowego w chwili  $k$  natomiast  $\hat{y}(k)$  jest oceną tej wartości, otrzymaną na wyjściu filtru jako wynik działania na danych wejściowych  $y(i)$ ,  $i = 1, \dots, i_m$ .

Poniżej przedstawiono analizę błędu dynamicznego filtracji dla wymuszeń sinusoidalnie zmiennych. Wielkością wejściową algorytmu jest wówczas ciąg wartości chwilowych przebiegu sinusoidalnie zmiennego o jednostkowej amplitudzie i pulsacji  $\omega$ . Przechodząc na wielkości zespolone w sposób opisany w p. 4.3 zastosowano przyporządkowanie:

$$y(k) \hat{=} Y(j\omega) = 1, \quad (5.20)$$

$$\hat{y}(k) \hat{=} \hat{Y}(j\omega), \quad (5.21)$$

zatem wektor błędu dynamicznego filtracji określa wyrażenie

$$\delta_f(j\omega) = \hat{Y}(j\omega) - Y(j\omega) = \hat{Y}(j\omega) - 1. \quad (5.22)$$

Biorąc pod uwagę, że dla  $m$  rzeczywistych

$$y(k+m) \hat{=} Y(j\omega)e^{jm\omega T_d}, \quad (5.23)$$

gdzie  $T_d$  jest okresem dyskretyzacji, na podstawie wzoru (5.9) można napisać, że dla filtru nieparzystego zachodzi

$$\hat{Y}(j\omega) = \sum_{i=1}^{i_m} c_i Y(j\omega) e^{-j\omega T_d \frac{1-i}{i_m}}. \quad (5.24)$$

ciąg dalszy notki 25) ze str. 85

rzaniu. Jednak na ogół trudno jest wyodrębnić wielkości, które mogą być traktowane jako przyczyna tych błędów. Stąd definicja błędów dynamicznych algorytmu musi być oparta nie na określeniu fizycznych źródeł tych błędów - jak to w pracy ma miejsce dla przetworników analogowych - lecz na prawidłowościach, którym one podlegają. Natomiast przyczyna występowania tych błędów jest w przypadku każdego algorytmu taka sama: jest nią konkretna struktura algorytmu, określająca kolejność i rodzaj wykonywanych operacji arytmetycznych.

26) Do celów analizy przyjęto, że dane wejściowe filtru są dokładne, tj. zachodzi:  $\hat{y}(i) = y(i)$ ,  $i = 1, \dots, i_m$ .

Stąd wyrażenie (5.22), określające błąd dynamiczny filtru nieparzystego, przyjmuje postać

$$\delta_f(j\omega) = \sum_{i=1}^{i_m} c_i e^{-j\omega T_d \frac{1-i}{i_m}} - 1, \quad (5.25)$$

która może być przedstawiona jako szereg zespolony

$$\delta_f(j\omega) = c_1 e^{-j\omega T_d \frac{1-1}{i_m}} + c_2 e^{-j\omega T_d \frac{1-2}{i_m}} + \dots + c_{i_m} + \dots + c_{i_m-1} e^{-j\omega T_d \frac{1-i_m+1}{i_m}} + c_{i_m} e^{-j\omega T_d \frac{1-i_m}{i_m}} - 1. \quad (5.26)$$

Uwzględniając teraz zależności (5.3) i (5.7), oznaczające symetrię filtru, na podstawie których zachodzi:

$$i_m = 2l - 1, \quad (5.27)$$

oraz

$$c_i = c_{2l-1-i}, \quad (5.28)$$

części urojone wyrażenia (5.26) znoszą się i wektor błędu dynamicznego przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} \delta_f(j\omega) &= 2 c_1 \cos(\omega T_d \frac{1-1}{i_m}) + 2 c_2 \cos(\omega T_d \frac{1-2}{i_m}) + \dots + \\ &+ 2 c_{l-1} \cos(\omega T_d \frac{1}{i_m}) + c_l - 1 = \\ &= 2 \sum_{i=1}^{l-1} c_i \cos(\omega T_d \frac{1-i}{i_m}) + c_l - 1. \end{aligned} \quad (5.29)$$

Dla małych wartości argumentu funkcję cosinus można zastąpić dwoma pierwszymi wyrazami rozwinięcia w szereg Maclaurina, skąd otrzymuje się

$$\delta_f(j\omega) \approx 2 \sum_{i=1}^{l-1} c_i + c_l - \sum_{i=1}^{l-1} c_i (\omega T_d \frac{1-i}{i_m})^2 - 1. \quad (5.30)$$

Uwzględniając zależność (5.5), zgodnie z którą suma wszystkich współczynników filtru równa jest jedności, zachodzi zatem:

$$2 \sum_{i=1}^{l-1} c_i + c_l = 1, \quad (5.31)$$

uzyskuje się uproszczone wyrażenie określające wektor błędu dynamicznego. Część urojona wektora równa jest zeru, zatem amplitudę błędu filtracji równą modułowi wektora błędu opisuje wyrażenie:

$$D_{fn} = \left(\frac{\omega T_d}{1_m}\right)^2 \sum_{i=1}^{l-1} c_i (1-i)^2. \quad (5.32)$$

Przeprowadzając podobne rozumowanie dla filtru parzystego, otrzymuje się wyrażenie na wektor błędu modelowego

$$\delta_f(j\omega) = 2 \sum_{i=1}^{l-1} c_i \cos(\omega T_d \frac{1-i+\frac{1}{2}}{1_m}) - 1, \quad (5.33)$$

oraz na przybliżoną amplitudę błędu dynamicznego filtru o parzystej liczbie wyrazów

$$D_{fp} = \left(\frac{\omega T_d}{1_m}\right)^2 \sum_{i=1}^{l-1} c_i (1 - i + \frac{1}{2})^2. \quad (5.34)$$

Tabela 5.2

Wartości dynamicznego błędu filtracji  
(w % amplitudy przebiegu wejściowego)

Liczba punktów $i_m$	$f_d^0 = 10$	20	40	80
3	1,1	0,27	0,07	0,02
4	1,5	0,39	0,10	0,02
5a	1,0	0,25	0,06	0,02
5b	1,2	0,30	0,07	0,02

W tabeli 5.2 przedstawiono wartości błędu dynamicznego filtracji dla wybranych rodzajów filtrów w funkcji względnej częstotliwości dyskretyzacji równej  $f_d^0 = f_d/f$ ,  $f$  jest częstotliwością sinusoidy wejściowej,  $f_d$  - częstotliwością dyskretyzacji. Częstotliwość próbkowania wynosi w takim przypadku

$$f_p^0 = \frac{1}{1_m} f_d^0. \quad (5.35)$$

## 6. ANALIZA BŁĘDÓW TORU ODTWARZANIA

### 6.1. UWAGI WSTĘPNE

Wynik wyjściowy toru odtwarzania uzyskiwany jest w trzech kolejnych etapach przetwarzania: analogowego, analogowo-cyfrowego i na końcu programowego. Analiza błędów toru odtwarzania powinna więc zasadniczo obejmować wszystkie trzy etapy. Jednak współzależność przetwarzania analogowego i odtwarzania daje możliwość ograniczenia tej analizy do etapu odtwarzania, przy założeniu, że pewne błędy dwóch poprzednich etapów dają się modelować jako źródła błędów cząstkowych procesu odtwarzania.

Idea powyższego podejścia jest następująca. Odtwarzanie realizuje zadanie odwrotne do przetwarzania - oznacza to, że błędy systematyczne procesu przetwarzania analogowego są korygowane w procesie odtwarzania. Idealna korekcja oznacza całkowitą redukcję tych błędów. Rzeczywista, nieidealna korekcja powoduje pojawienie się w wyniku końcowym pewnych błędów, jednak błędy te mogą być analizowane niejako w oderwaniu od systematycznych błędów przetwarzania analogowego - mogą być traktowane jako skutek realizacji nieidealnych algorytmów na danych obciążonych błędami pomiaru.

Przedstawiany sposób pozwala na sprowadzenie analizy błędów toru odtwarzania do analizy błędów łańcucha algorytmów. Każdy z algorytmów może być rozpatrywany przy tym jako źródło swoistych błędów oraz jako element przenoszący błędy danych wejściowych na wyniki wyjściowe. Błędy wnoszone przez algorytmy zostały poddane analizie odpowiednio w trakcie opisu poszczególnych algorytmów. Przenoszenie błędów przez algorytmy korekcji i filtracji jest między innymi tematem dalszych rozważań.

Złożenie błędów cząstkowych, przeniesionych na wyjście algorytmu odtwarzania, jest podstawą wyznaczania końcowej oceny niedokładności wyniku. Podstawowym celem niniejszego rozdziału jest właśnie opis sposobu dochodzenia do wypadkowej oceny niedokładności. Sposób ten uwzględnia najnowsze zalecenia BIPM odnośnie wyrażania niepewności wyników pomiarowych [74]. Wykorzystano również pewne sugestie, co do tzw. przedziałowego wyrażania niedokładności wyników cząstkowych zawarte w pracy [39].

Idea zastosowanego sposobu polega na przedziałowym wyrażaniu niedokładności nie tylko wyniku końcowego, ale również wszystkich niedokładności cząstkowych. Zatem opis wszystkich cząstkowych źródeł błędów poszczególnych wielkości, wyróżnionych w łańcuchu algorytmów, jest wyrażany przez określe-

nie szerokości przedziału, w którym zawarte są rzeczywiste wartości tych wielkości z "pewnością ponad rozsądne wątpliwości"<sup>27)</sup>. Także własności algorytmów związane z przenoszeniem błędów są opisywane przez podanie wpływu tych algorytmów na wielkości określające szerokość przedziału dla tego samego rodzaju błędów na wejściu i wyjściu algorytmu.

Obok argumentów przytoczonych w pracy [39] na rzecz przedziałowego wyrażania niedokładności można przytoczyć szereg innych, specyficznych dla omawianego zagadnienia. Przedstawiony dalej sposób pozwala na uzyskanie względnie prostej procedury składania niepewności cząstkowych w złożonej sytuacji pomiarowej, w której występuje wiele źródeł błędów, wyniki przetwarzane są przez kolejne algorytmy o specyficznych własnościach dla różnych rodzajów błędów i dodatkowo przetwarzanie to jest nieliniowe. Procedura ta formalizuje w dużym stopniu proces dochodzenia do wypadkowej oceny niedokładności minimalizując subiektywne czynniki procesu, pozwalając na śledzenie wartości cząstkowych ocen niedokładności w poszczególnych krokach procedury i zwiększając tym samym wiarygodność oceny. Procedurę tę można scharakteryzować następująco: charakterystykę pierwotnych, cząstkowych źródeł błędów uzyskuje się drogą analizy algorytmów oraz na podstawie oszacowania fizycznych warunków pomiaru. Dochodzenie do oceny wypadkowej jest zalgorytmizowane przez podanie procedury przenoszenia i składania ocen cząstkowych.

W pracy rozróżnia się dwa rodzaje błędów: błędy przypadkowe modelowane probabilistycznie oraz błędy pozostałe, które nazywane są błędami o charakterze systematycznym<sup>28)</sup>. Granice przedziału niepewności dla poszczególnych, pierwotnych źródeł błędów cząstkowych określa się następująco: dla błędów przypadkowych jest to niepewność przypadkowa graniczna, wyznaczana dla poziomu ufności odpowiadającemu tzw. "niepewności 3σ" dla rozkładu nor-

<sup>27)</sup> Sformułowanie to, podane za pracą [39], dobrze oddaje istotę wyznaczania szerokości przedziału określającego niedokładność wyniku.

<sup>28)</sup> Termin ten wymaga komentarza. Należy wyraźnie rozróżnić dwie klasy błędów, do opisu których używa się w pracy terminu "systematyczny". Pierwsza klasa to błędy systematyczne przetwarzania analogowego, o dużych wartościach mogących znacznie przekraczać wartości rzeczywiste wielkości przetwarzanej. Całe działanie algorytmu odtwarzania ukierunkowane jest właśnie na wyeliminowanie tych błędów. Całkowite ich usunięcie nie jest oczywiście możliwe, pozostałości można nazwać nieusuniętymi resztkami błędów systematycznych lub jak to zrobiono w niniejszej pracy - traktować jako swoiste błędy algorytmów korekcji nazywane błędami o charakterze systematycznym. Błędy te mają małe wartości, mniejsze od wartości błędu dopuszczalnego i dla nieznanymi przebiegów wielkości mierzonej można by je traktować jak błędy przypadkowe, gdyby nie specyficzne własności algorytmów: błędy te są inaczej przenoszone przez poszczególne rodzaje algorytmów niż błędy przypadkowe. Czyli ten rodzaj błędów cząstkowych algorytmów, które ze względu na sposób powstawania dają się opisać deterministycznie i są przenoszone w sposób specyficzny dla błędów systematycznych, nazywany jest błędami o charakterze systematycznym.

malnego. Dla błędów pozostałych jest to niepewność systematyczna<sup>29)</sup> graniczna (skrajna), równa wartości skrajnej błędu o charakterze systematycznym.

Zakłada się odpowiedniość tak określonych pierwotnych niepewności: przypadkowej i systematycznej, co oznacza, że obie składowe traktowane są jako równoważne oceny udziału obu rodzajów błędów w ocenie końcowej. Składanie obu rodzajów niepewności dokonuje się wg reguły "sumowania wariancji" [38].

W dalszych rozważaniach określenie "graniczna" jest pomijane dla obu rodzajów niepewności.

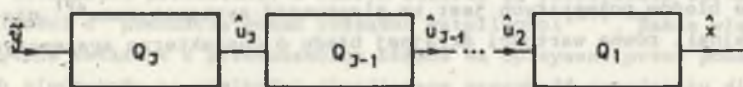
## 6.2. WYZNACZANIE WYPADKOWEJ NIEPEWNOŚCI WYNIKU ODTWARZANIA

Jak to omówiono w p. 2.3.1 przetwarzanie analogowe można opisać jako łańcuch I przetworników, z których każdy realizuje elementarne przetwarzanie statyczne bądź dynamiczne. Błędy systematyczne, powstające na każdym z I kroków przetwarzania, są korygowane w odpowiednich krokach algorytmu odtwarzania: każdemu elementarnemu przetwarzaniu odpowiada jeden algorytm korekcji realizujący działanie odwrotne do przetwarzania. Uwzględniając fakt, że działania algorytmów korekcji są wspomagane przez algorytmy filtracji, ogólnie przyjmuje się, że całkowita liczba algorytmów, realizujących odtwarzanie, wynosi  $J$ , przy czym  $J \geq I$ .

Każdy z algorytmów wprowadza swoiste błędy oraz przenosi<sup>30)</sup> błędy poprzedzających go algorytmów (algorytm o numerze  $J$  przenosi błędy przetwarzania A/C). W dalszym ciągu zarówno źródła błędów jak i ich przenoszenie jest opisywane przy użyciu niepewności granicznych. I tak przenoszenie błą-

<sup>29)</sup> Określenie "niepewność systematyczna" nie jest zalecane przez BIPM [74], jednak w pracy jest stosowane ze względu na swoją trafność w rozważanej sytuacji. Resztki błędów systematycznych w rozważanych warunkach przetwarzania wykazują takie własności, że powinny być oceniane probabilistycznie, czyli do oceniania ich granic stosowny jest termin "niepewność". Natomiast specyfika przenoszenia tych błędów przez algorytmy odtwarzania jest dobrze oddana przez określenie tej niepewności jako systematycznej - czyli przenoszona wg reguły właściwych dla błędów systematycznych.

<sup>30)</sup> W dalszym ciągu używa się sformułowań "wprowadzanie niepewności przez algorytm", "przenoszenie niepewności". Są to uproszczenia używane w celu zachowania komunikatywności wywodu. W rzeczywistości algorytmy mogą przenosić błędy, wykonując na nich określone działania numeryczne. Miara błędów na wejściu i wyjściu algorytmu jest niepewność. Znając stosunek niepewności wyjściowej do wejściowej dla każdego rodzaju algorytmu, można zbudować model łańcucha algorytmów, w którym wielkością przetwarzaną jest niepewność. Model taki w istotnym stopniu upraszcza proces dochodzenia do wypadkowej oceny niedokładności: równania przenoszenia niepewności można traktować z pewnymi uproszczeniami jako liniowe dla nieliniowych własności przetworników. Omawiane sformułowania odnoszą się właśnie do tego rodzaju modeli.



Rys. 6.1. Ogólna struktura algorytmu odtwarzania, na który składają się elementarne algorytmy korekcji i filtracji oznaczone symbolami  $Q_1, \dots, Q_J$ . Wielkości  $\hat{u}_J, \dots, \hat{u}_1$  są ocenami wielkości pomocniczych, powstałych w procesie rozdzielania własności statycznych i dynamicznych oraz ocenami wielkości wyjściowych algorytmów filtracji

Fig. 6.1. General structure of the reconstruction algorithm which is composed of elementary corrections and filtration algorithms marked as  $Q_1, \dots, Q_J$ . The quantities  $\hat{u}_J, \dots, \hat{u}_1$  are evaluations of auxiliary quantities, which arose in the process of splitting static and dynamic properties of the analog transducer, and output quantities of filtration algorithms as well

dów systematycznych przez algorytm jest określone za pomocą współczynnika przenoszenia niepewności systematycznej:

$$k_j^s = \frac{\Delta_j^s}{\Delta_{j+1}^s}, \quad (6.1)$$

gdzie  $\Delta_j^s, \Delta_{j+1}^s$  są niepewnościami systematycznymi odpowiednio na wyjściu i wejściu algorytmu o numerze  $j, j = 1, \dots, J$ .

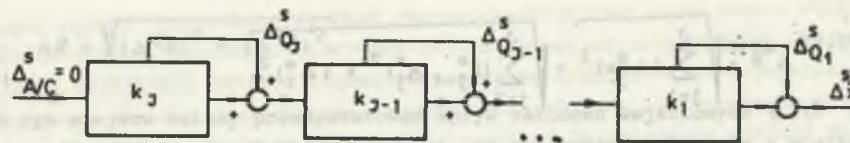
Przenoszenie błędów przypadkowych opisuje współczynnik przenoszenia błędów przypadkowych

$$k_j^p = \frac{\Delta_j^p}{\Delta_{j+1}^p}, \quad (6.2)$$

przy czym  $\Delta_j^p, \Delta_{j+1}^p$  są niepewnościami przypadkowymi, określonymi w sposób podany wyżej.

Jak wynika z rozważań przedstawionych w p. 6.3 współczynniki przenoszenia mogą mieć różne wartości dla obu rodzajów błędów. Stąd też dochodzenie do niepewności wypadkowych musi być przeprowadzane oddzielnie dla składowej systematycznej i przypadkowej. Schemat blokowy łańcucha algorytmów odtwarzania, przedstawiający powstawanie i przenoszenie cząstkowych niepewności systematycznych, przedstawia rys. 6.2. Z tego schematu wynika, że na wyjściu łańcucha algorytmów stosunek niepewności cząstkowej  $\Delta_j^{s\hat{x}}$ , pochodzącej od  $j$ -tego algorytmu, do niepewności  $\Delta_{Q_j}^s$  - wprowadzanej przez ten algorytm, wyraża zależność:

$$\frac{\Delta_j^{s\hat{x}}}{\Delta_{Q_j}^s} = \frac{\Delta_j^s}{\Delta_2^s} \frac{\Delta_2^s}{\Delta_3^s} \dots \frac{\Delta_{j-1}^s}{\Delta_{Q_j}^s}, \quad (6.3)$$



Rys. 6.2. Schemat blokowy łańcucha algorytmów modelujący powstawanie i przenoszenie cząstkowych niepewności systematycznych

Fig. 6.2. Block-diagram of the chain of algorithms modelling arising and propagation of partial systematic uncertainties

gdzie  $\Delta_{j-1}^s, \dots, \Delta_2^s$  są niepewnościami na wyjściach kolejnych algorytmów, przy założeniu, że jedynie  $j$ -ty algorytm jest źródłem niepewności.

Uwzględniając wzór (6.1), zależność (6.3) przyjmuje postać:

$$\frac{\Delta_j^{s\hat{x}}}{\Delta_{Q_j}^s} = k_1^s k_2^s \dots k_{j-1}^s = K_{j-1}^s, \quad (6.4)$$

skąd otrzymuje się

$$\Delta_j^{s\hat{x}} = K_{j-1}^s \Delta_{Q_j}^s. \quad (6.5)$$

Oznacza to, że systematyczną niepewność cząstkową wyniku końcowego, pochodzącą od  $j$ -tego algorytmu,  $j = 1, \dots, J$ , uzyskuje się przez wymnożenie niepewności wprowadzanej przez  $j$ -ty algorytm - przez iloczyn współczynników algorytmu poczynszy od wyjścia  $j$ -tego algorytmu do wyjścia łańcucha algorytmów. Iloczyn ten oznaczono we wzorze (6.4) symbolem  $K_{j-1}^s$ .

Wypadkowa niepewność systematyczna wyniku końcowego  $\Delta^{s\hat{x}}$  powstaje przez złożenie niepewności cząstkowych<sup>31)</sup> wprowadzanych przez poszczególne algorytmy. Zachodzi zatem

<sup>31)</sup> Zakładając niezależność poszczególnych źródeł błędów cząstkowych obowiązuje, w obrębie każdego z obu rodzajów niepewności, swojego rodzaju zasada superpozycji. Mianowicie, jeżeli współczynnik przenoszenia ma taką samą wartość dla różnych niepewności cząstkowych, składanie tych niepewności wg reguł sumowania wariancji można przeprowadzać w dowolnym punkcie łańcucha algorytmów. Przykładowo założmy, że wyniki wejściowe pewnego algorytmu obarczone są dwoma rodzajami błędów, których niepewności oznaczono odpowiednio jako  $\Delta_a$  i  $\Delta_b$ . Składając te niepewności na wejściu algorytmu, otrzymuje się niepewność wypadkową:

$$\Delta_w = \sqrt{(\Delta_a)^2 + (\Delta_b)^2}. \quad (8)$$

Przyjmując teraz, że współczynnik przenoszenia algorytmu dla tego rodzaju niepewności wynosi  $k_j$ , niepewności przeniesione na wyjście określone są odpowiednio przez wyrażenia

$$\Delta_{a_j} = k_j \Delta_a, \quad (9)$$



$$\Delta_{\hat{x}}^s = \sqrt{\sum_{j=1}^J (\Delta_{j^s x}^s)^2} = \sqrt{\sum_{j=2}^J (k_{j-1}^s \Delta_j^s)^2 + (\Delta_{1^s}^s)^2} \quad (6.6)$$

przy założeniu, że niepewność systematyczna wyników przetwarzania A/C, tj.  $\Delta_{A/C}^s$ , równa jest zeru.

Rozumowanie, podobne do powyższego, można przeprowadzić również dla niepewności przypadkowych. Przekładową niepewność cząstkową wyniku końcowego, wprowadzana przez j-ty algorytm, uzyskuje się na podstawie zależności:

$$\Delta_{j^p x}^p = k_{j-1}^p \Delta_{0_j}^p, \quad (6.7)$$

gdzie

$$k_{j-1}^p = k_1^p k_2^p \dots k_{j-1}^p. \quad (6.8)$$

Znaczenie symboli jest podobne jak we wzorze (6.4), przy czym indeks p oznacza wielkość odnoszącą się do niepewności przypadkowej. Wypadkową niepewność przypadkową określa wyrażenie

$$\Delta_{\hat{x}}^p = \sqrt{\sum_{j=2}^J (k_{j-1}^p \Delta_m^p)^2 + (\Delta_1^p)^2 + (\Delta_{A/C}^p k_j^p)^2}, \quad (6.9)$$

w którym  $\Delta_{A/C}^p$  oznacza niepewność przypadkową wyników przetwarzania A/C.

Wynikowa niepewność odtwarzania  $\Delta_{\hat{x}}$ , czyli niepewność wyniku wyjściowego toru odtwarzania, powstaje przez złożenie niepewności systematycznej i przypadkowej

ciąg dalszy notki 31) ze str. 94

$$\Delta_{b_j} = k_j \Delta_b, \quad (10)$$

a niepewność wypadkowa uzyskuje się jako:

$$\Delta_{w_j} = \sqrt{(k_j \Delta_a)^2 + (k_j \Delta_b)^2} = k_j \sqrt{\Delta_a^2 + \Delta_b^2}, \quad (11)$$

Takie same wyrażenie jak wyżej uzyskuje się przenosząc na wyjście niepewność  $\Delta_w$  określoną przez (8):

$$\Delta_{w_j} = k_j \Delta_w = k_j \sqrt{\Delta_a^2 + \Delta_b^2}. \quad (12)$$

Powyższa własność zależności określających składanie niepewności pozwala na ich analizę zarówno na poziomie niepewności cząstkowych jak i wypadkowych.

$$\Delta_{\hat{x}} = \sqrt{(\Delta_{\hat{x}}^p)^2 + (\Delta_{\hat{x}}^s)^2}. \quad (6.10)$$

W tym miejscu należy przedyskutować wpływ zakłóceń wejściowych  $\varepsilon(t)$  na niepewność odtwarzania. Zakłócenia  $\varepsilon(t)$  są przetwarzane łącznie z wielkością wejściową przez wszystkie człony toru odtwarzania tak, że oceny uzyskiwane na wyjściu są właściwie ocenami wielkości wejściowej z nałożonymi zakłóceniami, które nie ulegają filtracji jak to się dzieje z błędami przetwarzania A/C, ponieważ przy częstotliwości próbkowania stosowanej do celów filtracji - nie ujawniają się. Przyczyna tego leży w tym, że przetwornik analogowy działa jak filtr dolnoprzepustowy nie przenosząc częstotliwości, dla których działa algorytm filtracji. Filtracja przeprowadzana na wynikach poddawanych korekcji nie daje pożądanych efektów, ponieważ jak już wspomniano, powoduje to powstawanie stosunkowo dużych błędów dynamicznych. Praktycznie jedyne postępowanie w tym przypadku polega na zmniejszaniu wpływu zakłóceń wejściowych, które z reguły mają swe źródła w obwodach transmisji wielkości analogowych, poprzez skrócenie długości przewodów doprowadzających, ekranowanie itp.

Wpływ zakłóceń wejściowych na niepewność odtwarzania można ocenić wyznaczając niepewność składową  $\Delta_{\varepsilon \hat{x}}$  oceny wielkości wejściowej ze względu na zakłócenia  $\varepsilon$ . Niepewność wypadkowa w takim przypadku jest oceniana jako:

$$\Delta_{\hat{x}} = \sqrt{(\Delta_{\hat{x}}^p)^2 + (\Delta_{\hat{x}}^s)^2 + (\Delta_{\varepsilon \hat{x}})^2}. \quad (6.11)$$

### 6.3. NIEPEWNOŚCI CZĄSTKOWE ALGORYTMÓW ODTWARZANIA

#### 6.3.1. Ogólne kryteria podziału niepewności

W końcowych fragmentach opisu algorytmów odtwarzania przedstawiono analizę poszczególnych źródeł błędów tych algorytmów wyodrębniając te źródła pod kątem przyczyn ich powstawania. Takie podejście daje możliwość wyznaczenia wartości tych błędów jak również określenia działań zmierzających do ich zmniejszenia. Jednak podjęcie decyzji czy dany rodzaj błędów należy traktować jako systematyczne bądź przypadkowe, możliwe jest dopiero po analizie przenoszenia różnych rodzajów błędów przez poszczególne algorytmy.

Ogólnie można stwierdzić, że algorytm odtwarzania wymaga w celu wyznaczenia jednej oceny wielkości wejściowej - ciągu wyników, tworzących tzw. okno pomiarowe. Szerokość tego okna określa liczba kolejnych wyników wejściowych, mających istotny udział w wyznaczanej ocenie (p. 4.4.1). Podjęcie decyzji o zakwalifikowaniu w konkretnych warunkach pomiarowych<sup>32)</sup> danego

<sup>32)</sup> W zależności od warunków pomiaru niektóre rodzaje błędów powinny być traktowane raz jako systematyczne, w innej sytuacji - jako przypadkowe. Jako przykład można tu podać błąd identyfikacji (p. 6.3.2), który należy traktować odmiennie w zależności od tego czy wielkość y zmienia się w granicach przekraczających obszar węzła, czy też nie.

błędu cząstkowego jako systematycznego bądź przypadkowego wymaga odpowiedzi na dwa pytania. Po pierwsze: czy dany błąd cząstkowy zmienia wartość w kolejnych wynikach okna pomiarowego? Jeżeli tak, to czy skutek numerycznego przetwarzania wyników, obarczonych tymi błędami, pozwala wnioskować o ich losowym charakterze? Pozytywne odpowiedzi na obydwa pytania są podstawą traktowania błędu jako przypadkowego - w przeciwnym wypadku uznaje się, że błąd ma charakter systematyczny.

6.3.2. Wyznaczanie niepewności cząstkowych algorytmu korekcji statycznej

W p. 4.2.1 wyróżniono dwie podstawowe grupy błędów algorytmu korekcji statycznej: instrumentalne i przenoszone. Każda z tych grup może obejmować zarówno cząstkowe błędy systematyczne jak i przypadkowe. Zakwalifikowanie poszczególnych błędów cząstkowych do jednego z tych dwu rodzajów można dokonać przyjmując dodatkowo następujące założenia:

- wartości wielkości wpływających nie zmieniają się istotnie w czasie odpowiadającym szerokości okna; oznacza to praktycznie, że wyniki pomiaru wielkości wpływających są takie same dla wszystkich wartości wielkości wyjściowej przetwornika analogowego z obszaru okna,
- wielkość wyjściowa przetwornika analogowego zmienia się w obszarze okna w zakresie większym niż odległość węzłów statycznej funkcji przetwarzania, co oznacza że wartości błędów statycznych zmieniają się w kolejnych wynikach po korekcji statycznej w sposób zależny od kształtu charakterystyki przetwarzania, liczby węzłów oraz szybkości zmian wielkości mierzonej<sup>33)</sup>.

Uwzględniając powyższe założenia w dalszym ciągu dokonano podziału cząstkowych źródeł błędów oraz określono ich graniczną niepewność cząstkową:

Błąd identyfikacji

Zgodnie ze wzorem (3.22) błąd ten określony jest przez wyrażenie:

$$\delta_1 = \delta x_0 + \Delta y \delta s_y + \Delta w_1 \delta s_{w_1} + \dots + \Delta w_r \delta s_{w_r}, \quad (6.12)$$

gdzie  $\Delta y, \Delta w_1, \dots, \Delta w_r$  są odległościami od węzła odpowiednio dla wielkości  $y, w_1, \dots, w_r$ ,  $\delta x_0, \delta s_y, \delta s_{w_1}, \dots, \delta s_{w_r}$  - błędami wyznaczania wartości węzłowych  $x_0, s_y, s_{w_1}, \dots, s_{w_r}$ .

<sup>33)</sup> Należy podkreślić, że przeprowadzona w tym punkcie analiza daje inne rezultaty w specyficznej sytuacji, kiedy wyniki z obszaru okna pomiarowego mieszczą się w obszarze jednego węzła. Sytuacja ta nie jest rozpatrywana, ponieważ odpowiednie rezultaty mogą być łatwo uzyskane przez zastosowanie opisanego sposobu analizy.

Poszczególne błędy związane z wielkościami wpływającymi mają stałe wartości. Ich niepewność systematyczną można określić jako:

$$\Delta S_w^s = |\Delta w_m \delta s_w|_{\max}, \quad w = w_1, \dots, w_r, \quad (6.13)$$

$\Delta w_m$  jest odległością między węzłami dla wielkości  $w$ . Zatem niepewność systematyczną identyfikacji wyznacza wyrażenie

$$\Delta S_1^s = \sqrt{(\Delta S_{w_1}^s)^2 + \dots + (\Delta S_{w_r}^s)^2}. \quad (6.14)$$

Błędy związane z wielkością przetwarzaną przez algorytm, oznaczane indeksem  $y$ , w założonych warunkach przetwarzania są różne dla kolejnych wartości przetwarzanych. Dla przypadkowych zmian wielkości mierzonej błędy te przyjmują wartości przypadkowe z zakresu narzuconego przez dokładność identyfikacji statycznej funkcji przetwarzania. Można wyróżnić w tym przypadku dwa źródła niepewności przypadkowej. Jedno związane jest z niedokładnością wyznaczania wartości węzłowej  $x_0$

$$\Delta x_0^p = |\delta x_0|_{\max}, \quad (6.15)$$

drugie - wyznaczaniem nachylenia funkcji przetwarzania w węźle

$$\Delta S_y^p = |\Delta y_m \delta s_y|_{\max}. \quad (6.16)$$

Zakładając niezależność sposobów wyznaczania wartości  $x_0$  i nachylenia  $S_y$  wypadkowa, przypadkowa niepewność identyfikacji określa wyrażenie:

$$\Delta S_1^p = \sqrt{(\Delta x_0^p)^2 + (\Delta S_y^p)^2}. \quad (6.17)$$

Dla podstawowego sposobu wyznaczania nachyleń zgodnie z (3.12) należy uwzględnić skorelowanie składników wyrażenia (6.17).

Błąd modelowy

Błąd ten wyrażony jest ogólnie zależnością

$$\delta_{\text{mod}} = \delta_{m_y} + \delta_{m_{w_1}} + \dots + \delta_{m_{w_r}}. \quad (6.18)$$

Składowe tego błędu, związane z wielkościami wpływającymi, wprowadzają niepewności systematyczne

$$\Delta_{mw}^s = |\delta_{mw}|_{\max}, \quad w = w_1, \dots, w_r, \quad (6.19)$$

które po złożeniu dają niepewność systematyczną modelową

$$\Delta_{\text{mod}}^s = \sqrt{(\Delta_{mw_1}^s)^2 + \dots + (\Delta_{mw_r}^s)^2}. \quad (6.20)$$

Natomiast błąd związany z wielkością  $y$  jest przyczyną występowania przypadkowej niepewności modelowej. Jej wartość określa maksymalny błąd modelowy

$$\Delta_{\text{mod}}^p = |\delta_{my}|_{\max}. \quad (6.21)$$

Błąd przeniesiony

Błąd ten związany jest z danymi wejściowymi algorytmu, na które składają się wyniki pomiaru wielkości wpływających oraz ocena (w szczególnym przypadku wynik pomiaru) wielkości wyjściowej algorytmu oznaczanej symbolem  $y$ .

Zgodnie ze wzorem (3.22) błąd ten można zapisać w postaci

$$\delta_p = S_y \delta y + S_{w_1} \delta w_1 + \dots + S_{w_r} \delta w_r, \quad (6.22)$$

gdzie  $\delta y, \delta w_1, \dots, \delta w_r$  są błędami danych wejściowych. Pierwszy człon wyrażenia wskazuje w jaki sposób błąd wielkości wejściowej  $y$  jest przenoszony na wielkość wyjściową algorytmu, czyli określa sposób przenoszenia błędów przez algorytm, który to problem omówiono w p. 6.4.1. Pozostałe człony wprowadzają cząstkowe niepewności systematyczne

$$\Delta_{pw}^s = |S_w \delta w|_{\max}, \quad w = w_1, \dots, w_r, \quad (6.23)$$

które po złożeniu dają niepewność systematyczną pomiaru wielkości wpływających

$$\Delta_p^s = \sqrt{(\Delta_{pw_1}^s)^2 + \dots + (\Delta_{pw_r}^s)^2}. \quad (6.24)$$

6.3.3. Niepewności wprowadzane przez algorytmy korekcji dynamicznej i filtracji

Algorytm korekcji dynamicznej wprowadza dwa rodzaje błędów. Pierwszy to błąd modelowy dyskretyzacji  $\delta_m$  poddany analizie w p. 4.5.2, drugi to błąd identyfikacji (p. 4.5.3). Obydwa błędy zmieniają wartości w kolejnych wynikach okna pomiarowego, lecz sposób tych zmian - deterministycznie związany z przebiegiem mierzonym - powoduje, że niepewności związane z tymi błędami kwalifikowane są jako systematyczne.

Liczba składowych błędów identyfikacji zależy od liczby parametrów dynamicznych przetwornika, a tym samym od jego rzędu. Dla przetwornika 1 rzędu niepewność tę opisuje zależność

$$\Delta_i^s = |w_{\tilde{c}} \delta_{\tilde{c}}|_{\max}, \quad (6.25)$$

gdzie  $w_{\tilde{c}}$  jest wrażliwością wielkości wyjściowej algorytmu na zmiany stałej czasowej  $\tilde{c}$ ,  $\delta_{\tilde{c}}$  - błędem wyznaczania  $\tilde{c}$ . Dla przetwornika 2 rzędu niepewność identyfikacji ma składową związaną z wyznaczaniem współczynnika tłumienia  $b$

$$\Delta_b^s = |w_b \delta b|_{\max}, \quad (6.26)$$

oraz składową związaną z wyznaczaniem pulsacji naturalnej  $\omega_0$

$$\Delta_{\omega_0}^s = |w_{\omega_0} \delta \omega_0|_{\max}. \quad (6.27)$$

Niepewność wypadkową wyznacza w tym przypadku zależność

$$\Delta_i^s = \sqrt{(\Delta_b^s)^2 + (\Delta_{\omega_0}^s)^2}. \quad (6.28)$$

Niepewność modelowa algorytmu korekcji dynamicznej określona jest przez maksymalny błąd modelowy

$$\Delta_{\text{mod}}^s = |\delta_m|_{\max}. \quad (6.29)$$

Wypadkową niepewność systematyczną algorytmu uzyskuje się jako:

$$\Delta_{\text{dyn}}^s = \sqrt{(\Delta_i^s)^2 + (\Delta_{\text{mod}}^s)^2}. \quad (6.30)$$

W przyjętych warunkach pomiaru algorytm korekcji dynamicznej nie wprowadza niepewności przypadkowych.

Algorytm filtracji jest jedynie źródłem błędu dynamicznego, opisanego w p. 5.6, który w analizowanej sytuacji ma charakter systematyczny. Niepewność związana z tym błędem określa zależność

$$\Delta_f^S = |\delta_f^S|_{\max} \quad (6.31)$$

gdzie  $|\delta_f^S|_{\max}$  może być wyznaczany jako maksymalna amplituda błędu dynamicznego w warunkach pomiaru.

#### 6.4. PRZENOSZENIE NIEPEWNOŚCI PRZEZ ALGORYTMY ODTWARZANIA

##### 6.4.1. Przenoszenie niepewności przez algorytm korekcji statycznej

Każdy wynik po korekcji statycznej otrzymywany jest na podstawie jednej wartości wielkości poddawanej korekcji, zatem zarówno błędy systematyczne jak i przypadkowe są przenoszone na wynik wyjściowy w taki sam sposób. Jak to wynika z równania (6.22) błąd  $\delta_y$  wielkości korygowanej jest w trakcie korekcji statycznej mnożony przez nachylenie  $S_y$ . Skrajne wartości błędów przeniesionych na wyjście algorytmu otrzymuje się dla maksymalnych wartości nachylenia charakterystyki statycznej, zatem współczynnik przenoszenia algorytmu dla niepewności systematycznych i przypadkowych ma wartość:

$$k_s = k_s^S = k_s^D = |S_y|_{\max} \quad (6.32)$$

##### 6.4.2. Przenoszenie niepewności systematycznych przez algorytmy korekcji dynamicznej i filtracji

Odmienne, niż powyżej, wygląda sytuacja dla algorytmów korekcji dynamicznej i filtracji - w obu przypadkach jeden wynik wyjściowy powstaje przez przetworzenie ciągu danych wejściowych. Jak wynika z zależności (4.38) oraz (5.5) obydwa algorytmy przenoszą bez zmian błędy nie zmieniające wartości w kolejnych wynikach wejściowych, zatem współczynnik przenoszenia niepewności systematycznej algorytmu korekcji dynamicznej

$$k_d^S = 1, \quad (6.33)$$

jak również współczynnik przenoszenia niepewności systematycznej algorytmu filtracji

$$k_E^S = 1. \quad (6.34)$$

##### 6.4.3. Przenoszenie niepewności przypadkowej przez algorytm korekcji dynamicznej

Wyznaczenie współczynnika przenoszenia niepewności przypadkowej wymaga w analizowanej sytuacji określenia typów rozkładów wielkości na wejściu i wyjściu algorytmu. Można przyjąć, że dla omawianej struktury toru przetwarzania praktycznie możliwe są dwie sytuacje. W pierwszej wielkość wejściowa ma rozkład jednostajny. Ma to miejsce w zasadzie w jednym przypadku: gdy algorytm korekcji dynamicznej przetwarza wyniki bezpośrednio pobierane z przetwornika A/C, przy czym błąd przetwarzania A/C jest zdominowany przez błąd kwantowania. W pozostałych sytuacjach można przyjąć, że błędy wyników wejściowych mają praktycznie rozkład normalny. Można to uzasadnić w sposób podany niżej.

Algorytm korekcji dynamicznej z reguły przetwarza wyniki wyjściowe algorytmu filtracji (w pewnych przypadkach mogą to być wyniki poddane uprzednio korekcji statycznej, lecz nie zmienia to w istotnym stopniu rozkładu błędów przypadkowych). Można przyjąć, że błędy wyników po filtracji mają rozkład normalny nawet wtedy, gdy błędy wyników przed filtracją mają rozkład jednostajny. Rozkład złożenia błędów o rozkładzie jednostajnym szybko dąży do rozkładu normalnego [56] i praktycznie już wynik złożenia trzech błędów może być wystarczająco dobrze opisany rozkładem normalnym.

Wynik po korekcji dynamicznej jest wypadkową ciągu wyników wejściowych (4.14). Zakładając, że błędy tych wyników są niezależne oraz mają jednakowe rozkłady o zerowej wartości oczekiwanej i wariancji  $\sigma_j^2$ , to - na podstawie centralnego twierdzenia granicznego [56] - rozkład błędów wyników po korekcji dąży do rozkładu normalnego o zerowej wartości oczekiwanej i wariancji

$$\sigma_{j-1}^2 = (A_{k+1}^2 + A_k^2 + \dots + A_{k-m}^2) \sigma_j^2, \quad (6.35)$$

gdzie  $A_{k+1}, \dots, A_{k-m}$  są współczynnikami rozwinięcia algorytmu korekcji w szereg (4.14). Oznaczając

$$A_{k+1}^2 + A_k^2 + \dots + A_{k-m}^2 = A^2, \quad (6.36)$$

wyrażenie (6.35) można zapisać w postaci:

$$\sigma_{j-1}^2 = A^2 \sigma_j^2. \quad (6.37)$$

W przypadku gdy błędy danych wejściowych mają rozkład jednostajny o wariancji:

$$\sigma_j^2 = \frac{h^2}{12}, \quad (6.38)$$

gdzie  $h$  jest wartością kwantu przetwornika A/C, wariancja błędu wyniku po korekcji ma postać:

$$\sigma_{j-1}^2 = A^2 \frac{h^2}{12} \quad (6.39)$$

Niepewność graniczna dla rozkładu jednostajnego wynosi

$$\Delta_j = \frac{1}{2} h, \quad (6.40)$$

a niepewność graniczna błędów wyników po korekcji

$$\Delta_{j-1}^p = 3\sigma_{j-1} = 3A \frac{h}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{3}}{2} A h. \quad (6.41)$$

Współczynnik przenoszenia niepewności przypadkowej ma w takim przypadku wartość

$$k_d^p = \frac{\Delta_{j-1}^p}{\Delta_j} = \sqrt{3} A. \quad (6.42)$$

Dla rozkładu normalnego błędów zarówno wyników wejściowych jak i wyjściowych otrzymuje się:

$$k_d^p = \frac{A \cdot 3\sigma_{j-1}}{3\sigma_j} = A. \quad (6.43)$$

Ogólnie można powiedzieć, że współczynnik przenoszenia niepewności przypadkowej algorytmu korekcji dynamicznej określa zależność

$$k_d^p = p A, \quad (6.44)$$

gdzie  $p$  jest współczynnikiem zależnym od typów rozkładów błędów na wejściu algorytmu. Dla rozkładu normalnego  $p = 1$ , dla jednostajnego:  $p = \sqrt{3}$ .

W tabeli 6.1 zestawiono wartości wyrażenia  $A$  dla wybranych wartości parametrów przetworników 1 i 2 rzędu.

Tabela 6.1

Przykładowe wartości wyrażenia  $A$  algorytmu korekcji dynamicznej

a) przetwornik 1 rzędu<sup>34)</sup>

$L_1$	10	20	40	80
A	2,4	4,6	9,0	18

b) przetwornik 2 rzędu

b	$L_2 = 10$	20	40	80
0,25	40	242	1396	7960
1	21	119	685	3934
4	25	80	356	1930

6.4.4. Przenoszenie niepewności przypadkowej przez algorytm filtracji

Algorytm filtracji, podobnie jak algorytm korekcji dynamicznej, przetwarza wyniki z pewnego okna pomiarowego. Zatem współczynnik przenoszenia niepewności przypadkowej można zapisać w postaci:

$$k_f^p = p C, \quad (6.45)$$

gdzie  $p$ , tak jak poprzednio przyjmuje wartość 1 lub  $\sqrt{3}$  w zależności o tego, czy błędy wyników wejściowych opisywane są rozkładem normalnym, czy też jednostajnym. Natomiast wartość  $C$  określa wyrażenie:

$$C^2 = c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_m^2, \quad (6.46)$$

gdzie  $c_1, \dots, c_m$  są współczynnikami filtru, wyznaczanymi zgodnie ze wzorami (5.6) i (5.7). Wartości współczynnika  $C$  dla wybranych rodzajów filtru przedstawiono w tabeli 5.1.

Przykład 6.1

Założmy, że przetwarzanie analogowe w torze odtwarzania opisuje ogólnie równanie:

$$2y\ddot{y} + \dot{y}^2 = x, \quad (6.47)$$

<sup>34)</sup> Dla przetwornika 1 rzędu współczynnik  $p$  musi dodatkowo zawierać czynnik korygujący jego wartość ze względu na fakt, że algorytm korekcji dynamicznej przetwarza w takim przypadku tylko 2 wyniki wejściowe.

które można przedstawić - stosując sposób opisany w p. 2.2.3 - w postaci układu równań

$$\dot{u} + u = x, \tag{6.48}$$

$$y = \sqrt{u}, \tag{6.49}$$

opisujących odpowiednio dynamiczne i statyczne własności przetwornika.

Odtwarzanie realizowane jest w tym przypadku za pomocą dwóch działań:

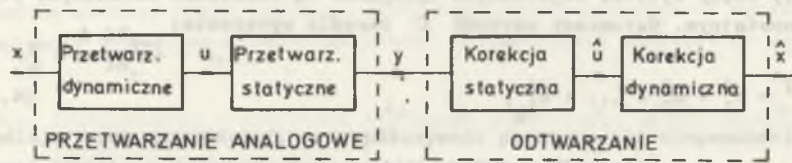
- korekcji statycznej, której celem jest wyznaczanie oceny  $u$  wielkości pośredniej drogą rozwiązywania równania odwrotnego do równania (6.49), tj.:

$$\hat{u} = y^2, \tag{6.50}$$

- korekcji dynamicznej, polegającej na rozwiązywaniu równania różniczkowego (6.48) ze względu na  $x$ . Algorytm korekcji ma w tym przypadku postać:

$$\hat{x}(k) = A_1 y(k+1) + A_0 y(k), \tag{6.51}$$

gdzie  $A_1, A_0$  są współczynnikami, których wartości są wyznaczane odpowiednio na podstawie równań (d9) i (d10).

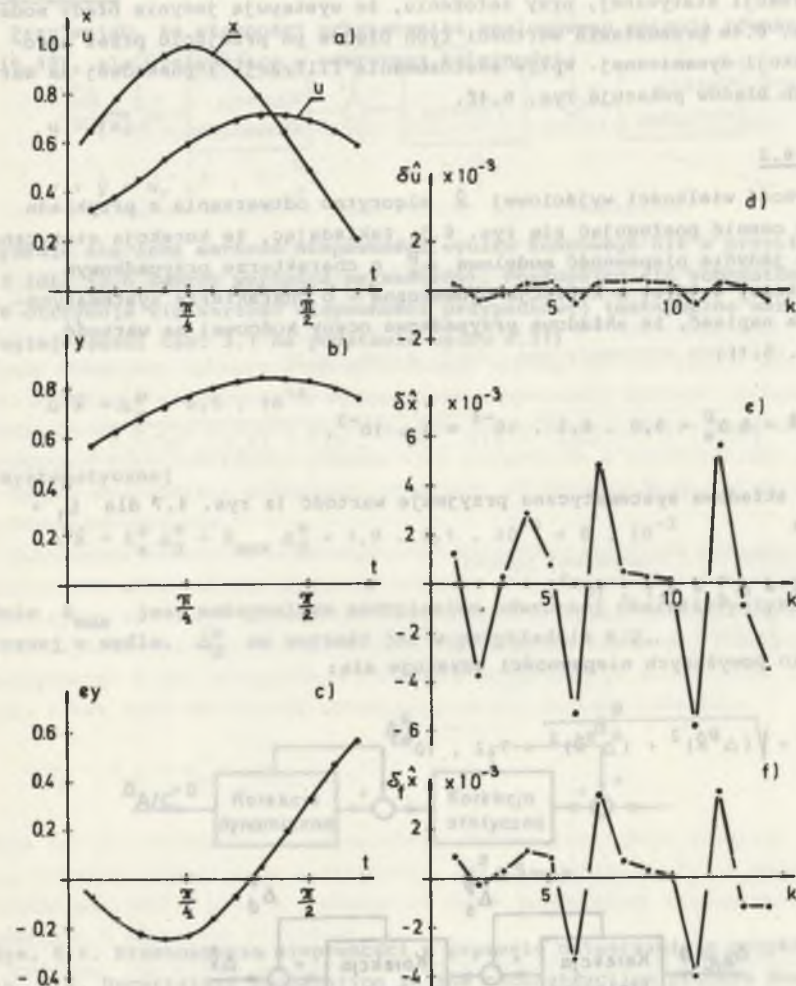


Rys. 6.3. Ciąg działań w trakcie procesu pomiarowego rozważanego w przykładzie 6.1

Fig. 6.3. Action series in the measuring process considered in example 6.1

Ciąg działań w całym procesie przetwarzania przedstawiono w postaci schematu blokowego na rys. 6.3. Rys. 6.4a, b pokazują przebiegi wielkości pomocniczej  $u$  i wielkości wyjściowej  $y$  dla sinusoidalnie zmiennej wielkości wejściowej (przedstawiono przebiegi za 1/2 okresu). Rys. 6.4c przedstawia przebieg wypadkowego błędu systematycznego przetwornika analogowego - błąd ten jest eliminowany z wielkości  $y$  w trakcie procesu odtwarzania. Przebiegi te wyznaczono przyjmując, że przebieg wejściowy ma postać

$$x(t) = 1/2 + 1/2 \sin(\omega t),$$



Rys. 6.4. Przebiegi wybranych wielkości z przykładu 6.1

Fig. 6.4. Time relationships for selected quantities from example 6.1

gdzie  $\omega = \omega^0 / \tau, \omega^0$  jest pulsacją względną,  $\omega^0 = 2, \tau$  - jest stałą czasową,  $\tau = 1, t = k T_p, k$  jest numerem chwili,  $k = 0, 1, \dots, T_p$  jest okresem próbkowania równym okresowi dyskretyzacji i zachodzi:  $T_p = T / f_p^0, T$  jest okresem sinusoidy wejściowej,  $f_p^0$  jest względną częstotliwością próbkowania,  $f_p^0 = 20$ .

Na rys. 6.4d,e,f przedstawiono wartości błędów w kolejnych krokach procesu odtwarzania. Przyjęto, że liczba węzłów odwzorowania charakterystyki

statycznej  $LW = 16$  w zakresie  $(0, 1)$ . Rys. 6.4d pokazuje błędy wielkości  $\hat{u}$  po korekcji statycznej, przy założeniu, że występują jedynie błędy modelowe. Rys. 6.4e przedstawia wartości tych błędów po przejściu przez algorytm korekcji dynamicznej. Wpływ zastosowania filtracji 3-punktowej na wartości tych błędów pokazuje rys. 6.4f.

**Przykład 6.2**

Niepewność wielkości wyjściowej  $\hat{x}$  algorytmu odtwarzania z przykładu 6.1 można ocenić posługując się rys. 6.5. Zakładając, że korekcja statyczna wprowadza jedynie niepewność modelową  $\Delta_s^p$  o charakterze przypadkowym (patrz wykresy 6.4d,e) a korekcja dynamiczna - o charakterze systematycznym, można napisać, że składowa przypadkowa oceny końcowej ma wartość (A z tab. 6.1):

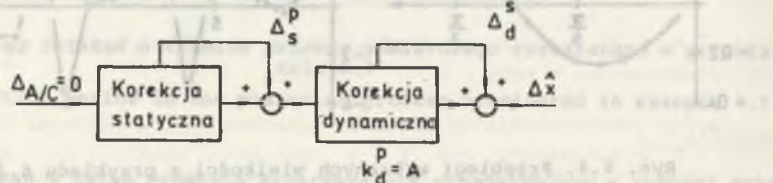
$$\Delta^p_{\hat{x}} = A \Delta_s^p = 9,0 \cdot 6,5 \cdot 10^{-4} = 6 \cdot 10^{-3}$$

Natomiast składowa systematyczna przyjmuje wartość (z rys. 4.7 dla  $L_1 = 2.20 = 40$ )

$$\Delta^s_{\hat{x}} = \Delta_d^s = 4,1 \cdot 10^{-3}$$

Po złożeniu powyższych niepewności uzyskuje się:

$$\Delta_{\hat{x}} = \sqrt{(\Delta^p_{\hat{x}})^2 + (\Delta^s_{\hat{x}})^2} = 7,2 \cdot 10^{-3}$$



Rys. 6.5. Schemat przenoszenia niepewności w procesie odtwarzania z przykładu 6.1

Fig. 6.5. Uncertainty propagation diagram of reconstruction process described in the example 6.1

**Przykład 6.3**

Przyjmując, że własności przetwornika analogowego opisują równania (6.48) i (6.49), ale występujące w odwrotnej kolejności

$$u = \sqrt{x}, \tag{6.52}$$

$$y + \dot{y} = u, \tag{6.53}$$

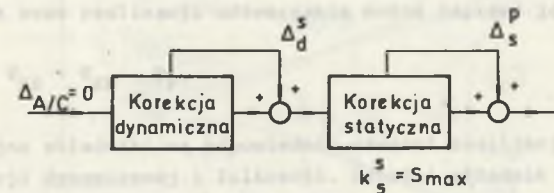
uzyskuje się inną wartość niepewności wyniku końcowego niż w przykładzie 6.2 (dla tych samych wartości parametrów). Posługując się schematem z rys. 6.6 otrzymuje się wartość niepewności przypadkowej (maksymalna wartość z drugiej części tab. 3.1 na podstawie wzoru 6.21)

$$\Delta^p_{\hat{x}} = \Delta_s^p = 6,5 \cdot 10^{-4}$$

i systematycznej

$$\Delta^s_{\hat{x}} = k_s^s \Delta_d^s = S_{\max} \Delta_d^s = 1,9 \cdot 4,1 \cdot 10^{-3} = 8 \cdot 10^{-3}$$

gdzie  $S_{\max}$  jest maksymalnym nachyleniem odwrotnej charakterystyki statycznej w węźle,  $\Delta_d^s$  ma wartość jak w przykładzie 6.2.



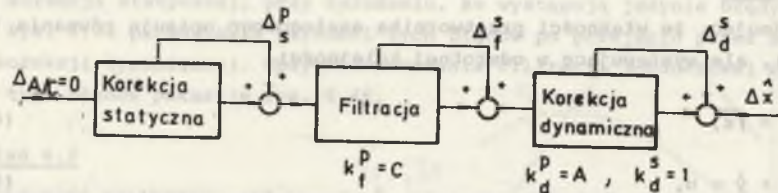
Rys. 6.6. Przenoszenie niepewności w procesie odtwarzania z przykładu 6.3  
Fig. 6.6. Uncertainty propagation in the reconstruction process described in example 6.3

**Przykład 6.4**

Wprowadzając do procedury odtwarzania z przykładu 6.1 - filtrację realizowaną po korekcji statycznej (czego wpływ na błąd modelowy pokazuje rys. 6.4f), niepewność wyniku końcowego można oszacować za pomocą schematu z rys. 6.7.

Składowa przypadkowa niepewności końcowej ma wartość (C z tab. 5.1):

$$\Delta^p_{\hat{x}} = \Delta_s^p C A = 6,5 \cdot 10^{-4} \cdot 0,61 \cdot 9 = 3,6 \cdot 10^{-3}$$



Rys. 6.7. Przenoszenie niepewności w procesie odtwarzania z przykładu 6.4  
Fig. 6.7. Uncertainty propagation in the reconstruction process described in example 6.4

natomiast składowa systematyczna ( $\Delta_{\hat{x}}^s$  z tab. 5.2)

$$\Delta_{\hat{x}}^s = \sqrt{(\Delta_{\hat{x}}^s \cdot 1)^2 + (\Delta_{\hat{x}}^s)^2} = \sqrt{(7 \cdot 10^{-4} \cdot 1)^2 + (4,1 \cdot 10^{-3})^2} = 4,2 \cdot 10^{-3}$$

Wartość niepewności wypadkowej wynosi

$$\Delta_{\hat{x}} = \sqrt{(\Delta_{\hat{x}}^p)^2 + (\Delta_{\hat{x}}^s)^2} = 5,5 \cdot 10^{-3}$$

## 7. FUNKCJONALNE WŁASNOŚCI PROCEDURY ODTWARZANIA BIEŻĄCEGO

### 7.1. PODSTAWOWE PARAMETRY FUNKCJONALNE TORU ODTWARZANIA

Proces odtwarzania można scharakteryzować liczbowo w dwojaki sposób: oceniając niepewność wyników odtwarzania w znanych fizycznych warunkach pomiarowych oraz podając pewne parametry, nazywane tu funkcjonalnymi, określające własności sprzętu i oprogramowania użytego do realizacji odtwarzania. Działania prowadzące do wyznaczania niepewności wyników opisano w rozdziale 6. W tym miejscu podjęto próbę scharakteryzowania podstawowych parametrów funkcjonalnych, głównie tych związanych z zależnościami czasowymi między wartościami chwilowymi przebiegu wejściowego a odpowiadającymi im wynikami odtwarzania.

Analizując własności poszczególnych rodzajów algorytmów podawano dwa parametry charakteryzujące programy odtwarzania: mianowicie czas realizacji określający złożoność numeryczną algorytmu oraz obszar pamięci wymaganej do przechowywania współczynników modelu odpowiednich własności przetwornika analogowego. W obu przypadkach parametry wypadkowe są prostą sumą składowych. I tak czas realizacji odtwarzania można zapisać jako sumę

$$T_A = T_{KS} + T_{KD} + T_F, \quad (7.1)$$

gdzie kolejne składniki są odpowiednio czasami realizacji korekcji statycznej, korekcji dynamicznej i filtracji. Ostatni składnik  $T_F$  z reguły ma wartość pomijalnie małą w stosunku do dwóch pozostałych dla opisanego w rozdziale 5 algorytmu filtracji.

Podobną, jak wyżej, zależność można przedstawić do celów oszacowania obszaru pamięci potrzebnego na przechowywanie współczynników poszczególnych algorytmów. W tym przypadku zasadniczo dominuje obszar potrzebny do celów algorytmu korekcji statycznej (przykład oszacowania tego obszaru przedstawiono w p. 3.4). Jest tak jednak tylko w przypadku, gdy własności dynamiczne są opisywane liniowym równaniem różniczkowym o stałych współczynnikach. W innych przypadkach, scharakteryzowanych w p. 2.3.2, również algorytm korekcji dynamicznej wymaga porównywalnych obszarów pamięci na tablicowanie zależności współczynników modelu od czasu, wielkości wpływających lub w funkcji położenia tzw. punktu pracy na charakterystyce przetwarzania.

W dalszym ciągu przedstawiono analizę zależności czasowych występujących między wartościami chwilowymi przebiegu wejściowego a odpowiednimi wartościami uzyskiwanymi w procesie odtwarzania. Analiza ta dotyczy głównie opóź-





okresu dyskretyzacji. Ponadto, jak wynika to z danych zamieszczonych w tabeli 4.3, przebieg odtworzony na podstawie wzoru (4.2) lub (4.4) wyprzedza przebieg wejściowy<sup>35)</sup> o 1/2 okresu dyskretyzacji  $T_d$ . Zatem aby uzyskać nałożenie, się przebiegu odtworzonego i wejściowego (oczywiście z pewną dokładnością) należy ocenę  $\hat{x}(k)$  traktować jako ocenę z chwili  $k+1/2$ . Oznaczając symbolem  $\mathcal{O}$  operator przesunięcia czasowego o  $T_d/2$  operację tę można zapisać jako:

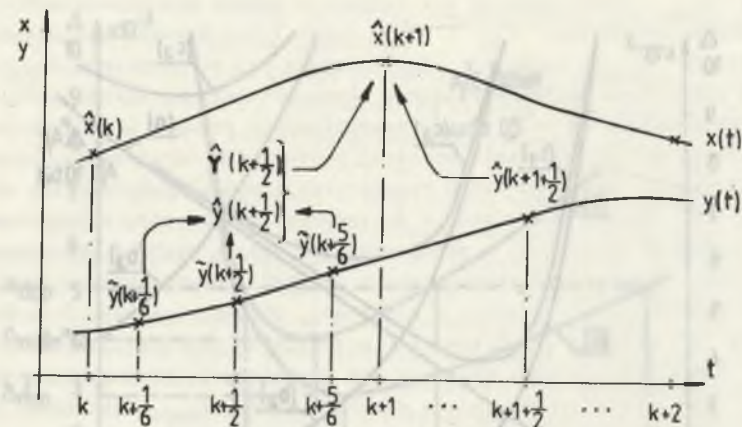
$$\mathcal{O}[\hat{x}(k)] = \hat{x}(k + \frac{1}{2}). \quad (7.3)$$

Konieczność przesunięcia przebiegu odtworzonego o 1/2 okresu dyskretyzacji powoduje desynchronizację momentów pomiaru wielkości wyjściowej y przetwornika analogowego i momentów estymacji wielkości wejściowej, przy czym czasowa odległość wyników pomiaru i odtwarzania jest taka sama i wynosi  $T_d$  (okres próbkowania i odtwarzania jest w tym przypadku taki sam). Wprowadzenie filtracji dodatkowo komplikuje powyższe relacje czasowe. W celu uproszczenia dalszych rozważań przyjmuje się założenie, że numerem k,  $k = 0, 1, \dots$ , oznaczane są chwile estymacji oceny końcowej całego łańcucha algorytmów, czyli algorytmy cząstkowe są tak konstruowane, aby ocena końcowa przypadała właśnie w tych chwilach.

Powyższe założenie narzuca sposób próbkowania przebiegu y dla celów filtracji. Biorąc pod uwagę, że algorytm korekcji dynamicznej przesuwa przebieg odtworzony o  $+T_d/2$ , a wyniki odtwarzania należy wyznaczać zgodnie z założeniem dla chwil o numerach całkowitych, to chwile próbkowania dla celów filtracji muszą być rozłożone symetrycznie w stosunku do środka przedziału ograniczonego przez dowolne momenty k i  $k+1$ <sup>36)</sup>. Przykład takiego postępowania przy zastosowaniu filtra 3 punktowego pokazano na rys. 7.3. Ocena po filtracji  $\hat{y}$  wyznaczana jest dla chwili  $k+1/2$  na podstawie wyników pomiarowych  $\tilde{y}(k+1/6)$ ,  $\tilde{y}(k+1/2)$ ,  $\tilde{y}(k+5/6)$ . Tak wyznaczone oceny  $\hat{y}$  stanowią dane dla algorytmu korekcji dynamicznej. Na podstawie odpowiednich ocen z chwil  $k+1/2$  i  $k+1+1/2$  wyznacza się ocenę po korekcji dla chwil k+1, itd. dla kolejnych kroków odtwarzania, a zatem w chwilach o numerach całkowitych. Taki tor odtwarzania widziany jest od strony wyjścia jako układ

<sup>35)</sup> W pracy przyjmuje się, że przebieg odtworzony reprezentowany jest przez wartości chwilowe. Jednak w pewnych sytuacjach celem uzyskania komunikatywnego wyводу prowadzi się analizę tak, jak gdyby był znany odtworzony przebieg ciągły.

<sup>36)</sup> Warunek ten powoduje, że wyniki do celów filtracji są mierzone w momentach późniejszych o  $T_d/2$  w stosunku do chwil, dla których przeprowadzono w rozdziale 5 analizę własności filtrów. To przesunięcie powoduje, że również wyniki po filtracji są opóźnione w stosunku do chwil estymacji o  $T_d/2$ . Zatem wypadkowe przesunięcie jakie dają algorytmy korekcji dynamicznej i filtracji jest równe zeru.



Rys. 7.3. Ilustracja zależności czasowych między wynikami pomiaru  $\tilde{y}$ , wynikami po filtracji -  $\hat{y}$  oraz wynikami po korekcji -  $\hat{x}$

Fig. 7.3. Illustration of time relationships between measuring results  $\tilde{y}$ , results after filtration  $\hat{y}$  and results after correction  $\hat{x}$

mierzący wartości chwilowe przebiegu wejściowego w chwilach k,  $k = 0, 1, \dots$ . Wyniki pojawiają się na wyjściu z opóźnieniem, w stosunku do odpowiednich chwil k, wynoszącym

$$T_o = T_d + T_A, \quad (7.4)$$

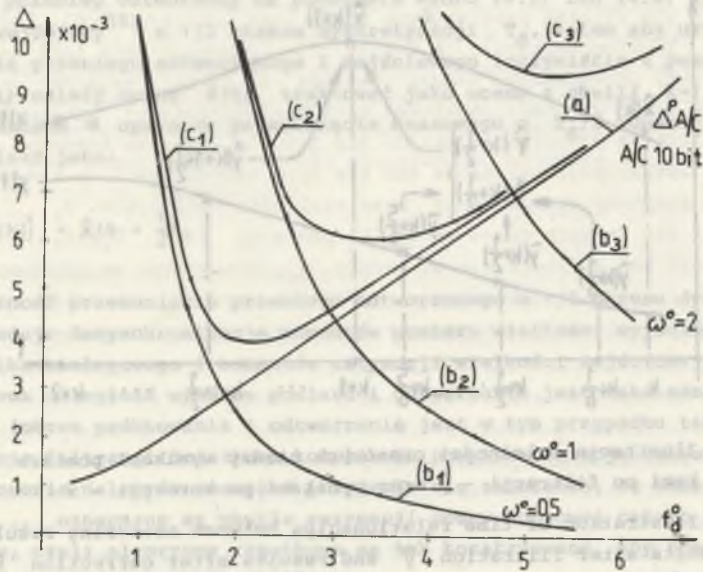
które może zmieniać się w granicach

$$T_d < T_o < 2 T_d \quad (7.5)$$

w zależności od tego, przez jaką część okresu odtwarzania realizowane są obliczenia numeryczne, których czas wykonywania  $T_A$  określony jest wzorem (7.1).

### 7.3. PROBLEMY DOBORU OKRESU DYSKRETYZACJI

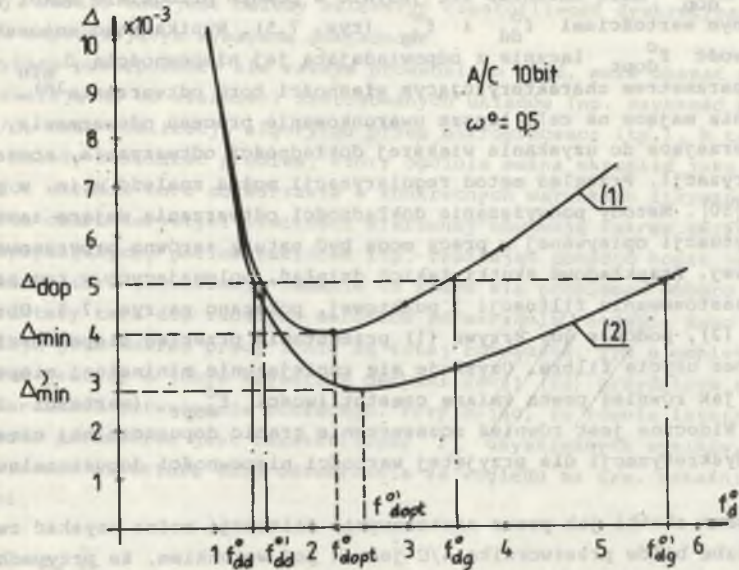
Wyniki wyjściowe odtwarzają przebieg mierzony w chwilach odległych o stały odcinek czasu, nazywany okresem dyskretyzacji  $T_d$ , który w warunkach pracy na bieżąco jest również okresem repetycji procedury odtwarzania nazywanym w skrócie okresem odtwarzania. Zatem okres  $T_d$  określa częstotliwość z jaką pojawiają się wyniki wyjściowe, a zarazem jest istotnym parametrem dyskretnego modelu dynamicznych własności przetwornika analogowego (patrz p. 4.5.2). Powyższe przyczyny, a także inne omówione w dalszym ciągu, spra-



Rys. 7.4. Przykładowe krzywe ilustrujące własności podstawowych źródeł błędów procesu korekcji dynamicznej przetwornika 1 rzędu  
 Fig. 7.4. Exemplary curves illustrating basic properties of sources of errors in the dynamic correction process of the 1-st order transducer

wiają, że na wartość okresu dyskretyzacji ma wpływ wiele czynników zarówno natury programowej jak i sprzętowej. Punktem wyjścia analizy tego problemu jest rozpatrzenie zależności zachodzących między okresem dyskretyzacji a dokładnością wyników po korekcji dynamicznej.

Na rys. 7.4 przedstawiono przykładowe zależności dwóch podstawowych, dominujących składowych niepewności wyników po korekcji dynamicznej dla przetwornika pierwszego rzędu w funkcji zredukowanej częstotliwości dyskretyzacji  $f_d^o = f_d \tilde{z}$ , gdzie  $f_d = 1/T_d$ ,  $\tilde{z}$  jest stałą czasową przetwornika. Krzywe oznaczone symbolami  $(b_1)$ ,  $(b_2)$ ,  $(b_3)$  określają zależność amplitudy błędu modelowego (4.51) dla sinusoidalnej wielkości wejściowej o wartości pulsacji zredukowanej  $\omega^o$  podanej na rysunku. Natomiast krzywa (a) przedstawia zależność niepewności przypadkowej wyników po korekcji przy założeniu, że źródłem danych wejściowych jest binarny, 10 bitowy przetwornik A/C. Krzywe wypadkowe  $(c_1)$ ,  $(c_2)$ ,  $(c_3)$  powstały przez złożenie krzywej (a) i odpowiednich krzywych  $(b_1)$ ,  $(b_2)$ ,  $(b_3)$  zgodnie z regułą sumowania wariancji (jako pierwiastek z sumy kwadratów).



Rys. 7.5. Ilustracja zmian krzywych błędu wypadkowego zachodzących w wyniku zastosowania filtracji błędów przypadkowych  
 Fig. 7.5. Illustration of changes of resultant error being a result of the filtration of random errors

Wypadkowa niepewność korekcji dynamicznej ma przebieg charakterystyczny w wielu zagadnieniach odtwarzania<sup>37)</sup>, które z reguły cechuje tzw. zię uwarunkowanie [1] [9] [68]. Polega ono na tym, że przypadkowe błędy danych wejściowych procedury odtwarzania pojawiają się na jej wyjściu wzmacnione, czyli względny udział błędów przypadkowych w wynikach wyjściowych jest znacznie większy niż w wejściowych. Efekt wzmocnienia zależy od parametrów procedury odtwarzania, w omawianej sytuacji ilustruje go krzywa (a) na rys. 7.4 (uzyskana na podstawie danych zawartych w tabeli 6.1) rosnąca ze wzrostem częstotliwości dyskretyzacji  $f_d$ . Odwrotnie zachowuje się błąd dyskretyzacji - krzywe (c) na rys. 7.4 - silnie rosnący przy zmniejszaniu wartości  $f_d$  (im większa jest odległość między chwilami dyskretyzacji tym model dyskretny gorzej oddaje własności modelu analogowego). W tej sytuacji krzywa błędu wypadkowego osiąga minimum dla pewnej częstotliwości optymalnej  $f_d^o opt$ , a częstotliwość dyskretyzacji - dla zadanej wartości niepewności wy-

<sup>37)</sup> Podobne zależności w celu opisanego wypadkowego błędu korekcji dynamicznej uzyskano w pracy [31] przy użyciu aparatu matematycznego innego niż w omawianej pracy. Są one charakterystyczne dla procesu różniczkowania numerycznego [63], występującego w procesie korekcji dynamicznej przetworników opisywanych równaniami różniczkowymi.

padkowej  $\Delta_{dop}$  - może zmieniać się jedynie w pewnym przedziale wokół  $f_{dopt}^0$  ograniczonym wartościami  $f_{dd}^0$  i  $f_{dg}^0$  (rys. 7.5). Wynika stąd wniosek, że częstotliwość  $f_{dopt}^0$  łącznie z odpowiadającą jej niepewnością  $\Delta_{min}$  jest istotnym parametrem charakteryzującym własności toru odtwarzania<sup>38)</sup>.

Działania mające na celu lepsze uwarunkowanie procesu odtwarzania, a tym samym zmierzające do uzyskania większej dokładności odtwarzania, noszą nazwę regularyzacji. Przegląd metod regularyzacji można znaleźć m.in. w pozycjach [1] [50]. Metody podwyższania dokładności odtwarzania mające zastosowanie w sytuacji opisywanej w pracy mogą być natury zarówno programowej jak i sprzętowej. Przykładowe skutki takich działań, polegających w tym przypadku na zastosowaniu filtracji 3 punktowej, pokazano na rys. 7.5. Obrazuje je krzywa (2), podczas gdy krzywa (1) przedstawia przebieg niepewności wypadkowej bez użycia filtru. Uzyskuje się zmniejszenie minimalnej niepewności  $\Delta_{min}$  jak również pewną zmianę częstotliwości  $f_{dopt}^0$  (wartości  $f_{dopt}^0$  i  $\Delta_{min}^0$ ). Widoczne jest również rozszerzenie granic dopuszczalnej częstotliwości dyskretyzacji dla przyjętej wartości niepewności dopuszczalnej  $\Delta_{dop}$ .

Takie same skutki jak przez zastosowanie filtracji można uzyskać zwiększając liczbę bitów przetwornika A/C jednak pod warunkiem, że przypadkowe błędy danych wejściowych są zdominowane przez błędy kwantowania. W przypadku niewystarczających skutków wymienionych działań pozostaje jeszcze najbardziej radykalne, polegające na zmianie przetwornika analogowego na lepszy pod względem własności dynamicznych (dla przetwornika 1 rzędu oznacza to mniejszą stałą czasową  $\tau$ ). Powoduje to zmianę krzywej niepewności wypadkowej, przykładowo na rys. 7.4 z krzywej ( $c_2$ ) na ( $c_1$ ). Jednak taki krok może pociągnąć za sobą szereg dalszych, m.in. wynikających ze wzrostu częstotliwości dyskretyzacji  $f_{dopt}^0$ . Może to z kolei pociągnąć za sobą konieczność zastosowania przetwornika A/C o większej szybkości działania, lub wręcz szybszego mikroprocesora.

Z przedstawionych rozważań wynikają przesłanki co do sposobu postępowania w trakcie rozwiązywania ważnego zagadnienia jakim jest wyznaczenie częstotliwości dyskretyzacji, tak aby uzyskać wymaganą dokładność odtwarzania dla znanej charakterystyki widmowej wielkości mierzonej. Można przyjąć, że na podstawie tej charakterystyki daje się określić amplitudę i pulsację najwyższej harmonicznej, której udział w odtwarzanym przebiegu jest istotny. Dla tej harmonicznej należy tak dobrać częstotliwość dyskretyzacji, aby błąd wypadkowy nie przekraczał dopuszczalnej wartości. Dalsze postępowanie wykorzystuje pokazaną na rys. 7.4 silną zależność błędu modelowego od pulsacji względnej  $\omega^0$ . Kolejne niższe harmoniczne cechuje odpowiednio niższa pulsacja  $\omega^0$ , a zatem mniejszy błąd modelowy - należy jedynie sprawdzać czy błąd ten nie przekracza wartości dopuszczalnej dla amplitudy danej harmo-

<sup>38)</sup> Nie podjęto tutaj analizy wpływu na wypadkową krzywą niepewności odtwarzania innych źródeł błędów, jak np. błędów korekcji statycznej. Błędy te w pewnym stopniu przesuwają krzywą wypadkową, jednak analiza tych zjawisk jest na tyle prosta, że może zostać tutaj pominięta.

nicznej. Jeżeli tak jest należy zwiększyć częstotliwość dyskretyzacji w stopniu zapewniającym wymaganą dokładność.

Powyższe postępowanie nie zawsze prowadzi do celu, może okazać się, że nie pozwalają na to własności zastosowanych układów (np. szybkość przetwornika A/C, czas realizacji algorytmu przez mikroprocesor itp.). W takiej sytuacji należy rozwiązać problem, który ogólnie można określić jako dobór własności układów toru odtwarzania w konkretnych warunkach fizycznych, które oprócz charakterystyki wielkości mierzonej obejmują zakres zmian wielkości wpływających, poziom zakłóceń itp. Traktując ponadto koszt jako istotny parametr toru odtwarzania zadanie to staje się problemem doboru optymalnej struktury toru dla zadanych warunków odtwarzania. Zadania tego rodzaju wykraczają poza zakres pracy i nie są tutaj rozważane. Tym niemniej można wspomnieć jeszcze o innym kryterium optymalizacji [22] przydatnym szczególnie w warunkach odtwarzania bieżącego. Przyjmując, że równie istotnym jak dokładność parametrem jest częstotliwość  $f_d$  uzyskiwanych wyników, można optymalizować strukturę toru odtwarzania ze względu na tzw. wskaźnik efektywności

$$E = f_d \frac{1}{\Delta}, \tag{7.6}$$

którego fizyczna interpretacja ma sens strumienia informacji (odwrotność niepewności odtwarzania  $1/\Delta$  może być traktowana jako miara ilości informacji w pojedynczym wyniku odtwarzania [31]). Zaletą tak zdefiniowanego wskaźnika jest możliwość poszukiwania rozwiązań optymalnych na poziomie poszczególnych algorytmów korekcji i filtracji czy wręcz na poziomie cząstkowych źródeł błędów. Zastosowanie reguły składania niepewności cząstkowych w odniesieniu do wyrażenia (7.6) pozwala na uzyskanie zależności umożliwiających składanie cząstkowych wskaźników efektywności [22].

### 8. UWAGI KOŃCOWE

Opisaną w pracy koncepcję realizacji odtwarzania można w skrócie określić następująco. Algorytm odtwarzania stanowi przepis na szybkie obliczanie wartości chwilowych zmiennej w czasie wielkości wejściowej przetwornika analogowego - na podstawie przechowywanych w pamięci współczynników dyskretnego modelu tego przetwornika oraz na podstawie danych pomiarowych o aktualnych wartościach wielkości objętych tym modelem. Algorytm przeznaczony jest przede wszystkim do pracy na bieżąco w stosunkowo prostych układach inteligentnych przetworników pomiarowych. Pozwala on na uzyskiwanie względnie dużych szybkości przetwarzania danych pomiarowych przy względnie niskiej cenie użytego sprzętu. Brak jednak sprzężeń zwrotnych w rozpatrywanym torze odtwarzania jest powodem jego wrażliwości na eksploatacyjne i starzeniowe zmiany parametrów przetwornika analogowego. Wynika to stąd, że wszelkie zmiany - wielkości lub parametrów - nie objęte modelem są przyczyną dodatkowych błędów.

Można wymienić kilka sposobów przeciwdziałania temu zjawisku, część z nich poddano analizie w pracy [12]. Przede wszystkim można dokonywać okresowego sprawdzania zgodności przechowywanych wartości parametrów z aktualnym ich stanem, wprowadzenie ewentualnych poprawek wymaga jedynie przeprogramowania pamięci mikroprocesora. Sposób ten wymaga jednak użycia wielkości wzorcowych, co dla przetworników wielkości nieelektrycznych - szczególnie w warunkach dynamicznych - jest problemem często bardzo trudnym. Znacznie prostszy w realizacji jest sposób polegający na takim konstruowaniu przetworników analogowych, aby uzyskać sygnały niosące informację o zmianach istotnych parametrów przetwornika [12]. Należy wówczas mierzyć okresowo dodatkowe wielkości, tzw. eksploatacyjne, na podstawie których można przeprowadzać korekcję tych dodatkowych błędów stosując do tego celu metody tablicowe. Wydaje się także sensowne takie podejście, aby konstruować przetworniki analogowe pod kątem zastosowań w torach odtwarzania - należy stosować takie materiały i sposoby konstrukcji, aby uzyskać pożądaną stabilność czasową przykładowo kosztem liniowości czy też wzrostu czułości na zmiany wielkości wpływających.

Przedstawiona w pracy problematyka z konieczności dotyczy jedynie podstawowych zagadnień metrologicznej analizy procedury odtwarzania bieżącego. Zamieszczone wyniki nie stanowią wyczerpujących danych analizy numerycznej algorytmów, wyniki te służą głównie do ilustracji omawianych własności algorytmów. Bardziej wyczerpujące wyniki analiz algorytmu korekcji statycznej zamieszczono w sprawozdaniu [24].

Można wymienić szereg zagadnień związanych z prezentowaną tematyką, które jednak w pracy pominięto lub scharakteryzowano bardzo ogólnie. Przede wszystkim dotyczy to problemów identyfikacji charakterystyk przetwornika analogowego w sposób pozwalający na uzyskanie założonej dokładności odtwarzania. Problem ten stanowi specyficzną całość i wymaga oddzielnych badań, stąd w pracy został pominięty. Zakłada się w trakcie analizy algorytmów odtwarzania, że odpowiednie współczynniki modelu przetwornika są znane z wymaganą dokładnością. Z tego samego powodu nie rozpatruje się obszernej tematyki związanej z optymalnym doбором struktury toru odtwarzania, jedynie pewne zagadnienia z tego zakresu zostały naszkicowane w p. 7.3.

Pewnym mankamentem pracy jest brak porównań opisywanych rozwiązań z innymi, podobnego rodzaju, algorytmami. Jedną z przyczyn jest dający się zauważyć brak opisów algorytmów o porównywalnej szybkości działania. Pojawiające się wzmianki są z reguły tak skrótowe, że nie dają podstawy do przeprowadzenia porównań. Publikowane dane pozwalają natomiast na porównywanie dokładności algorytmów o różnych szybkościach działania. Tutaj jednak na przeszkodzie stoi brak sposobów jednolitego testowania poszczególnych rozwiązań ze względu na dokładność odtwarzania: daje się zauważyć tendencja do stosowania sygnałów testowych specyficznych dla danej dziedziny pomiarów [50] [60]. Pewne próby porównania dokładności opisanych algorytmów odtwarzania z wybranymi rozwiązaniami algorytmów wsadowych są w chwili obecnej realizowane przez autora w ramach problemu CPBP 02.20 temat I.21.

DODATEK

WYPROWADZENIE ALGORYTMU BIEŻĄCEJ KOREKCJI BŁĘDÓW DYNAMICZNYCH

D1. Założenia

Założenie 1. Własności dynamiczne przetwornika analogowego są opisywane równaniem różniczkowym zwyczajnym n-tego rzędu:

y^{(n)} + a\_{n-1}y^{(n-1)} + ... + a\_1\dot{y} + a\_0y = b\_mx^{(m)} + ... + b\_1\dot{x} + b\_0x, (d1)

gdzie a\_{n-1}, ..., a\_0, b\_m, ..., b\_0 są stałymi współczynnikami, m < n, x jest wielkością wejściową, y - wielkością wyjściową przetwornika.

Założenie 2. Wielkość wyjściowa y(t) jest próbkowana w dyskretnych chwilach t\_k = kT\_d, gdzie k jest numerem chwili dyskretyzacji, k = 0, 1, ..., T\_d jest okresem dyskretyzacji, T\_d = const.

Założenie 3. Wielkość wejściowa nie zmienia się między kolejnymi chwilami dyskretyzacji t\_k. Ewentualna zmiana tej wielkości dokonuje się skokowo w chwilach dyskretyzacji.

D2. Wyprowadzenie algorytmu dla m=0

Zakładając m=0 równanie (d1) przyjmuje postać:

y^{(n)} + a\_{n-1}y^{(n-1)} + ... + a\_1\dot{y} + a\_0y = b\_0x. (d2)

Równanie to można przedstawić w postaci n równań stanu

\dot{y}\_1 = y\_2, \dot{y}\_2 = y\_3, ..., \dot{y}\_{n-1} = y\_n, \dot{y}\_n = -a\_{n-1}y\_n - ... - a\_0y\_1 + b\_0x, (d3)

gdzie y\_1, ..., y\_n są zmiennymi stanu. Zachodzi przy tym: y\_1 = y, co oznacza, że wielkość wyjściowa jest jedną ze zmiennych stanu.

Równanie (d3) można zapisać w postaci macierzowej

\dot{Y} = FY + Gx, (d4)

gdzie:

Y = [y\_1, y\_2, ..., y\_{n-1}, y\_n]^T, F = [0 1 ... 0; 0 0 ... 0; ...; 0 0 ... 1; -a\_0 -a\_1 ... -a\_{n-1}], G = [0; 0; ...; 0; b\_0]^T (d5)

Rozwiązaniem równania (d4) między chwilami t\_k i t\_{k+1} jest wyrażenie:

Y(t\_{k+1}) = e^{FT\_d} Y(t\_k) + e^{FT\_d} \int\_{t\_k}^{t\_{k+1}} e^{-F\tau} G x(\tau) d\tau, (d6)

gdzie t\_{k+1} - t\_k = T\_d, T\_d jest okresem dyskretyzacji.

Przyjmując założenie 3 otrzymuje się dyskretną postać równania (d4)

Y(k+1) = \Phi Y(k) + \Psi x(k), (d7)

gdzie:

Y(k) = [y\_1(k), ..., y\_n(k)]^T, \Phi = [\varphi\_{11} ... \varphi\_{1n}; ...; \varphi\_{n1} ... \varphi\_{nn}], \Psi = [\psi\_1; ...; \psi\_n]^T (d8)

Macierze \Phi i \Psi mają stałe wartości elementów dla stałego okresu próbkowania T\_d. Wyznaczane są one na podstawie następujących zależności, wynikających ze wzoru (d6):

\Phi = e^{FT\_d}, (d9)

\Psi = (\int\_0^{T\_d} e^{F(T\_d-\tau)} d\tau) G. (d10)

Równanie macierzowe (d7) można przedstawić w postaci układu równań:

$$\begin{aligned} y_1(k+1) &= \varphi_{11}y_1(k) + \dots + \varphi_{1n}y_n(k) + \psi_1x(k) \\ &\vdots \\ y_n(k+1) &= \varphi_{n1}y_1(k) + \dots + \varphi_{nn}y_n(k) + \psi_nx(k). \end{aligned} \quad (d11)$$

Biorąc pod uwagę, że mierzona jest bezpośrednio zmienna stanu  $y_1$ , tzn. zachodzi:

$$y_1(k+1) = y(k+1), \quad (d12)$$

to rozwiązując układ równań (d11) ze względu na wielkość wejściową  $x$ , otrzymuje się algorytm korekcji w postaci następującego układu równań:

$$\hat{x}(k) = \frac{1}{\psi_1} [-\varphi_{11}y(k) - \varphi_{12}\hat{y}_2(k) - \dots - \varphi_{1n}\hat{y}_n(k) + y(k+1)] \quad (d13)$$

oraz

$$\begin{aligned} \hat{y}_2(k+1) &= \varphi_{21}y(k) + \varphi_{22}\hat{y}_2(k) + \dots + \varphi_{2n}\hat{y}_n(k) + \psi_2\hat{x}(k) \\ &\vdots \\ \hat{y}_n(k+1) &= \varphi_{n1}y(k) + \varphi_{n2}\hat{y}_2(k) + \dots + \varphi_{nn}\hat{y}_n(k) + \psi_n\hat{x}(k), \end{aligned} \quad (d14)$$

gdzie  $\hat{x}(k)$  jest oceną wielkości wejściowej w chwili  $k$  wyznaczaną na podstawie wyników pomiaru  $y(k+1)$  i  $y(k)$  oraz przechowywanych z poprzedniej chwili ocen zmiennych stanu, tj.  $\hat{y}_2(k), \dots, \hat{y}_n(k)$ . Równania (d14) służą do wyznaczania aktualnych wartości tych ocen, przechowywanych następnie do kolejnej chwili korekcji.

Rozpoczęcie obliczeń zgodnie ze wzorem (d13) wymaga znajomości wartości początkowych zmiennych stanu, tj.  $\hat{y}_2(0), \dots, \hat{y}_n(0)$ . Wartości te można oszacować lub wręcz przyjąć równe zero. Przyjęcie wartości początkowych różnych od wartości rzeczywistych, spowoduje tzw. stan nieustalony algorytmu, analizowany w p. 4.4.3.

### D3. Algorytm korekcji dla $m=n$

W przypadku gdy rząd najwyższych pochodnych wielkości wejściowej i wyjściowej jest taki sam, postać algorytmu korekcji różni się od wyprowadzonej poprzednio. Różnice te wynikają stąd, że wielkość wyjściowa nie jest w tym przypadku zmienną stanu. Zakładając  $m=n$  równanie (d1) przyjmuje postać:

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \dots + a_1\dot{y} + a_0y = b_nx^{(n)} + \dots + b_0x. \quad (d15)$$

Wprowadzając nową zmienną

$$u_1 = y - b_nx, \quad (d16)$$

równanie (d15) można zapisać w postaci następującego układu równań:

$$\begin{aligned} \dot{u}_1 &= -a_{n-1}u_1 + u_2 + (b_{n-1} - a_{n-1}b_n)x, \\ \dot{u}_2 &= -a_{n-2}u_1 + u_3 + (b_{n-2} - a_{n-2}b_n)x, \\ &\vdots \\ \dot{u}_{n-1} &= -a_1u_1 + u_{n-1} + (b_1 - a_1b_n)x, \\ \dot{u}_n &= -a_0u_1 + (b_0 - a_0b_n)x, \end{aligned} \quad (d17)$$

który w zapisie macierzowym ma postać:

$$\dot{u} = Cu + Hx, \quad (d18)$$

gdzie:

$$C = \begin{bmatrix} -a_{n-1} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -a_{n-2} & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_1 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} b_{n-1} - a_{n-1}b_n \\ b_{n-2} - a_{n-2}b_n \\ \vdots \\ b_1 - a_1b_n \\ b_0 - a_0b_n \end{bmatrix} \quad (d19)$$

Wartości współczynników dyskretnego równania stanu

$$u(k+1) = \Phi u(k) + \Psi \bar{x}(k), \quad (d20)$$

wyznaczają się jak poprzednio, zgodnie z zależnościami (d9) i (d10). Algorytm korekcji ma w tym przypadku postać wynikającą z połączenia równań (d16) i (d20). Otrzymuje się:

$$\hat{x}(k) = \frac{1}{b_n} [y(k) - \hat{u}_1(k)], \quad (d21)$$

oraz

$$\begin{aligned} \hat{u}_1(k+1) &= \varphi_{11}\hat{u}_1(k) + \dots + \varphi_{1n}\hat{u}_n(k) + \psi_1\hat{x}(k), \\ &\vdots \\ \hat{u}_n(k+1) &= \varphi_{n1}\hat{u}_1(k) + \dots + \varphi_{nn}\hat{u}_n(k) + \psi_n\hat{x}(k). \end{aligned} \quad (d22)$$

Rozpoczęcie obliczeń zgodnie z powyższym algorytmem wymaga znajomości początkowych wartości zmiennych stanu, tj.  $\hat{u}_1(0), \dots, \hat{u}_n(0)$ .

Różnice w budowie rozpatrywanego algorytmu, w porównaniu z opisanym w p. D2, wynikają z przyjęcia nowej zmiennej zgodnie ze wzorem (d16). Założenie to umożliwia przedstawienie równania (d15) w takiej postaci równania stanu, w której nie występują pochodne wielkości wejściowej  $x$ , a tym samym umożliwia zastosowanie zależności (d6) do rozwiązywania tego równania. Jednak wprowadzenie nowej zmiennej powoduje to, że w tym przypadku wielkość wyjściowa  $y(t)$  nie jest zmienną stanu, czyli żadna ze zmiennych stanu nie jest mierzona bezpośrednio.

D4. Własności algorytmu korekcji dla  $0 < m < n$

W sytuacji gdy  $m < n$ , współczynnik  $b_n$  równania (d15) jest równy zeru. W takim przypadku równanie (d16) przyjmuje postać:

$$u_1 = y, \quad (d23)$$

co oznacza, że zmienna stanu  $u_1$  jest mierzona bezpośrednio. Zatem algorytm korekcji przyjmuje postać równań (d13) i (d14). Różnica między sytuacją opisywaną w punkcie D2 a aktualną, tkwi jedynie w interpretacji fizycznej - zmienne stanu w równaniu (d13) są pochodnymi wielkości  $y$ , natomiast dla  $m > 0$  część pochodnych nie ma takiego sensu fizycznego. Sytuacja ta nie ma żadnego odbicia w strukturze algorytmu, bowiem dla przetwornika analogowego o jednej wielkości wyjściowej tylko jedna zmienna stanu może być mierzona: jest to wielkość wyjściowa. Pozostałe zmienne muszą być wyznaczone pośrednio zgodnie z równaniami (d14).

LITERATURA

- [1] Aleksiejew A.S. (red.): Niekoriektnye zadaczi matematicheskoj fiziki i analiza. Izdat. Nauka, Nowosibirsk 1984.
- [2] Beauchamp K.G.: Przetwarzanie sygnałów metodami analogowymi i cyfrowymi. WNT, Warszawa 1978.
- [3] Bickle L.W., Dove R.C.: Numerical Correction of Transient Measurements. Adv. Instrum. Vol. 27, Part 2, Pittsburgh 1972.
- [4] Cannon R.H.: Dynamika układów fizycznych. WNT, Warszawa 1973.
- [5] Ciesielski G.: Kształtowanie statycznych charakterystyk czujników temperatury w komputerowych systemach pomiarowych. Mat. MKM 84, Poznań 1984.
- [6] Eykhoff P.: Identyfikacja w układach dynamicznych. PWN, Warszawa 1980.
- [7] Finkelstein L., Hofmann D.: Intelligent Measurement - A View of the State of the Art and Current Trends. Measurement, Vol. 5, No 4, 1987.
- [8] Galiulin A.S.: Inverse Problems of Dynamics, Mir. Pub., Moscow 1984.
- [9] Głasko W.B.: Obratnyje zadaczi matematicheskoj fiziki. Izdat. MGU, Moskwa 1984.
- [10] Granowskij W.A.: Dinamiczieskije izmierienija - osnovy metrologiczeskogo obiesieczienija. Izdat. Energoatomizdat 1984.
- [11] Hagel R., Zakrzewski J.: Miernictwo dynamiczne. WNT, Warszawa 1984.
- [12] Hejdukiewicz J.: Autoidentyfikacja charakterystyk statycznych inteligentnych przetworników pomiarowych. Praca dyplomowa, Politechnika Śląska IMEE, Gliwice 1984.
- [13] Hejn K., Leśniowski A.: Digital Correction of the Dynamic Errors Arising in the Input Circuits of the Measuring Instruments. Proc. 4-th IMEKO TC-7 Symposium on Meas. and Estim., Bressanone 1984.
- [14] Hofmann D.: Topical Trends in Computerized Measurements - Sensors, Devices, Strategies. Proc. IMEKO Symp. on Computerized Meas., Dubrovnik 1981.
- [15] Hofmann D., Kariya K.: Intelligent Measurements for Objective Information Acquisition in Science and Technology. Proc. X-th IMEKO World Congress, Vol. 1, Praha 1985.
- [16] Jakubiec J.: Bieżąca korekcja cyfrowa błędów dynamicznych. Praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 1978.
- [17] Jakubiec J.: Real-Time Correction of Transient Measurement. Proc. IMEKO Symp. on Computerized Meas., Dubrovnik 1981.
- [18] Jakubiec J.: A Method of Real-Time Correction of Systematic Errors in Intelligent Transducer. Proc. EMISCON 83, CSSR 1983.
- [19] Jakubiec J.: Modelowanie funkcji przetwarzania w inteligentnych przetwornikach pomiarowych. Mat. MKM 84, Poznań 1984.
- [20] Jakubiec J.: Korrekcija dinamiczieskich pogriessnostiej analogowych priebrazowatelej s ispolzowanijem mikroprocessorow. Mat. SSMSS 84, Warna 1984.
- [21] Jakubiec J.: Specificity of Measurement Problems in Intelligent Transducers. Proc. X-th IMEKO World Congress, Vol. 3, Praha 1985.



- [22] Jakubiec J. i inni: Bieżąca korekcja i filtracja błędów w inteligentnych przetwornikach pomiarowych. Sprawozdanie z I etapu pracy I.05 problemu CPBP 02.20, Gliwice 1986.
- [23] Jakubiec J.: Real-Time Correction of Systematic Errors in Intelligent Analog Transducers. Splitting of Static and Dynamic Properties of Nonlinear Analog Transducer. Proc. EMISCON 87, CSSR 1987.
- [24] Jakubiec J. i inni: Bieżąca korekcja i filtracja błędów w inteligentnych przetwornikach pomiarowych. Sprawozdanie z II etapu pracy I.05 problemu CPBP 02.20, Gliwice 1987.
- [25] Jakubiec J.: Metoda modelowania i korekcji błędów systematycznych w procesie odtwarzania. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka Nr 108 (w druku).
- [26] Janiczek J.: Linearyzacja charakterystyk przetworników pomiarowych w układach mikroprocesorowych. Systemy Mikroprocesorowe, Zeszyt 18, 1985.
- [27] Jansson P.A.: Deconvolution with Application in Spectroscopy. Academic Press. London 1984.
- [28] Jaworski J.: Matematyczne podstawy metrologii. WNT, Warszawa 1979.
- [29] Karkowski Z. i inni: Zastosowanie układów pamięciowych do korekcji charakterystyk przetworników pomiarowych. Sprawozdanie z tematu 1.4.0 problemu R.I.3, Inst. Metrologii Elektr., Politechnika Wrocławska, Wrocław 1985.
- [30] Karkowski Z. i inni: Wybrane zagadnienia konstrukcji, technologii i eksploatacji inteligentnej aparatury pomiarowej. Sprawozdanie z tematu II.05 problemu CPBP 02.20, Politechnika Wrocławska, Wrocław 1986.
- [31] Kraus M., Woschni E.G.: Systemy pomiarowo-informacyjne. PWN, Warszawa 1979.
- [32] Kriesel W., Vogler G., Gibas P.: Intelligent Sensors as a Part of Future Automation Systems. Proc. X-th IMEKO World Congr., Vol. 12, Praha 1985.
- [33] Krodkiewski J.: Zastosowanie metody tablicowej do bieżącej korekcji błędów dynamicznych przetworników pomiarowych. Praca dyplomowa, IMEE Politechnika Śląska, Gliwice 1985.
- [34] Kulikowski R.: Sterowanie w wielkich systemach. WNT, Warszawa 1979.
- [35] Künzel G.: Miniature Transducers Used in Dynamic Measurement of Year Tension. Proc. X-th IMEKO World Congr., Vol. 3, Praha 1985.
- [36] Leśniewski A.: Cyfrowa korekcja błędów dynamicznych powstających w układzie wejściowym przyrządów pomiarowych. Praca doktorska. Politechnika Warszawska, Warszawa 1980.
- [37] Marcyniuk A.: Kryteria dokładności w miernictwie dynamicznym. Mat. Sympozjum: Problemy Miernictwa Dynamicznego, Politechnika Śląska, Wisła 1974.
- [38] Marcyniuk A.: Teoria pomiaru. Podstawy metrologicznej interpretacji wyniku pomiaru. Skrypty Uczelniane Politechniki Śląskiej Nr 687, Gliwice 1977.
- [39] Marcyniuk A.: Formalna i realna dokładność mierzenia. Pomiary, Automatyka Kontrola, Nr 4, 1986.
- [40] Marczuk G.I.: Analiza numeryczna zagadnień fizyki matematycznej. PWN, Warszawa 1983.
- [41] Marmet P.: New Digital Filter for the Analysis of Experimental Data. Rev. Sci. Instrum., Vol. 50, No 1, 1979.
- [42] Meditch J.S.: Estymacja i sterowanie statystycznie optymalne w układach liniowych. WNT, Warszawa 1975.
- [43] Mesch F.: Sampling, Scaling and Interpolation Errors in Digital Processing of Two-Dimensional Signals. Proc. IMEKO Symp. on Comp. Meas., Dubrovnik 1981.

- [44] Mesch F.: System Description of Imaging Methods - An Introduction. Proc. X-th IMEKO World Congr., Vol. 2, Praha 1985.
- [45] Metal A. i inni: Wstęp do teorii pomiarów dynamicznych. Zeszyty Naukowe Politechniki Szczecińskiej, Nr 48, 1963.
- [46] Michaeli L.: The Fast Method for Correction of the Systematic Errors of ADC in Histogram Meas. Proc. X-th IMEKO World Congr. Vol. 2, Praha 1985.
- [47] Morawski R.Z., Podgórski A.: Results of Investigation of Numerical Properties of an Algorithm for Reconstruction of Thermokinetics. Raporty Instytutu Radioelektroniki PW, Zeszyt 68, 1984.
- [48] Morawski R.Z., Podgórski A.: Zastosowanie wielomianów Grama i Legendre'a do wygładzania i różniczkowania danych pomiarowych. Mat. MKM 84, Poznań 1984.
- [49] Morawski R.Z. i inni: Metody i techniki podwyższania dokładności pomiarów podstawowych wielkości elektrycznych i nieelektrycznych. Sprawozdanie z I etapu pracy I.21 problemu CPBP 02.20, Politechnika Warszawska, Warszawa 1986.
- [50] Morawski R.Z. i inni: Metody odtwarzania sygnałów pomiarowych. Sprawozdanie z II etapu pracy I.21 problemu CPBP 02.20, Warszawa 1987.
- [51] Niederliński A.: Systemy cyfrowe automatyki przemysłowej. T. 1, WNT, Warszawa 1977.
- [52] Ogata K.: Metody przestrzeni stanów w teorii sterowania. WNT, Warszawa 1974.
- [53] Olma T.: Algorytm wyznaczania charakterystyk przedziałowo-liniowych dla potrzeb parametrycznych pomiarów pośrednich. Mat. Konf.: Zastosowanie Mikroprocesorów w Automatyce i Pomiarach, Warszawa 1982.
- [54] Ostrowski A.: Osnowy obszczej teorii elektroizmieritielnych ustrojstw. Izdat. Energia 1971.
- [55] Oxaal J.: Low-Power Digital Signal Processing ICs. Analog Dialogue, Vol. 17, No 1, 1983.
- [56] Papoulis A.: Prawdopodobieństwo, zmienne losowe i procesy stochastyczne. WNT, Warszawa 1972.
- [57] Piotrowski J.: Modelowanie matematyczne błędów systemów pomiarowych wielowymiarowym, niestacjonarnym procesem losowym. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Automatyka Nr 77, Gliwice 1984.
- [58] Piotrowski J.: Teoria pomiarów. WNT, Warszawa 1986.
- [59] Plesowicz S.: Cyfrowa metoda linearyzacji charakterystyk statycznych torów pomiarowych w układzie z blokami funkcji odwrotnej. Praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 1982.
- [60] Podgórski M.: Zastosowanie procesora cyfrowego do wspomagania pomiarów cieplnych. Praca doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa 1983.
- [61] Rakowski R.: Statystyczne sumowanie błędów podstawowych i niektórych dodatkowych. Pomiary Automatyka Kontrola, Nr 4, 1985.
- [62] Robinson E.A.: Deconvolution of Time Series as Applied to Speech. In: Application of Statistics. (ed. Krishnaiah P.R), North-Holland Pub. Co 1977.
- [63] Rumszycki L.Z.: Matematyczne opracowanie wyników eksperymentu. WNT, Warszawa 1973.
- [64] Sabatier P.C.: Inverse Problems - An Introduction. Inverse Problems, No 1, Vol. 1, Feb. 1985.
- [65] Seim T.A.: Numerical Interpolation for Microprocessor Based Systems. Computer Design, Feb. 1978.
- [66] Sydenham P.H. (ed.): Handbook of Measurement Science. Vol. 1,2 J. Wiley, and Sons 1982.

- [67] Tachi S.: Sensors for Robotics. Proc. X-th IMEKO World Congr., Vol. 5, Praha 1985.
- [68] Wasilenko G.I.: Teorija wosstanowliemija signalow. Izdat. Sow. Radio 1979.
- [70] Winiecki W.: Metoda przetwarzania danych pomiarowych z wykorzystaniem funkcji odinkowo-jednorodnych oraz jej zastosowania. Praca doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa 1986.
- [71] Włodarski W., Moeschke B.: The MISFET Structure as a Multiparameter Transducer of Nonelectrical Quantities. Proc. X-th IMEKO World Congr., Vol. 3, Praha 1985.
- [72] Woschni E.G.: Messdynamik. S. Hirzel Verlag Leipzig 1972, II wyd.
- [73] Zuchowski A.: Pomiar dynamiczne. Wyd. 2, Wyd. Politechniki Szczecińskiej, Szczecin 1984.
- [74] Międzynarodowe zalecenia w sprawie wyznaczania i wyrażania niepewności wyników pomiarowych. Pomiar Automatyka Kontrola, Nr 8, 1984.

BIEŻĄCE, PROGRAMOWE ODTWARZANIE WARTOŚCI CHWILOWYCH  
DYNAMICZNYCH PRZEBIEGÓW WEJŚCIOWYCH NIELINIOWYCH PRZETWORNIKÓW POMIAROWYCH

S t r e s z c z e n i e

Na podstawie wprowadzonego zbioru definicji własności analogowego przetwornika pomiarowego opisywane za pomocą zwyczajnego równania różniczkowego - w ogólnym przypadku nieliniowego i zależnego od wielkości wpływających - przedstawiane są w postaci łańcucha równań, z których każde stanowi opis cząstkowych, statycznych lub dynamicznych własności tego przetwornika. Odtwarzanie przebiegu wielkości wejściowej przetwornika jest realizowane jako ciąg operacji rozwiązywania równań odwrotnych do wydzielonych równań cząstkowych.

Przyjęte definicje umożliwiają powiązanie analitycznego opisu błędów statycznych i dynamicznych z opisem odpowiednich własności przetwornika, pozwalając tym samym na interpretację odtwarzania jako ciągu korekcji błędów systematycznych, statycznych i dynamicznych oraz filtracji błędów przypadkowych. W pracy opisano i poddano analizie szybkie algorytmy korekcji i filtracji przeznaczone do pracy na bieżąco w inteligentnych przetwornikach służących do pomiaru wartości chwilowych przebiegów dynamicznych.

Ocenę dokładności odtwarzania uzyskano wyznaczając opis własności łańcucha algorytmów jako elementów wprowadzających swoiste błędy oraz przenoszących błędy danych z poprzednich algorytmów, przy czym uwzględniono specyfikę przenoszenia błędów systematycznych i przypadkowych przez poszczególne rodzaje algorytmów. Opisano opracowaną procedurę przenoszenia i składowania niepewności cząstkowych wnoszonych przez poszczególne algorytmy do końcowej oceny wyniku odtwarzania. Pozwala ona na względnie proste wyznaczanie niepewności wyniku odtwarzania w złożonych warunkach pomiarowych: przy wielostopniowym, nieliniowym przetwarzaniu fizycznym i programowym, charakteryzującym się ponadto wielością źródeł błędów systematycznych i przypadkowych oraz różnymi własnościami przy przenoszeniu tych błędów.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ В РЕАЛЬНОМ МАСШТАБЕ ВРЕМЕНИ  
МГНОВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ВХОДНЫХ ВЕЛИЧИН ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ РАБОТАЮЩИХ  
В ДИНАМИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

Резюме

Опираясь на введенные определения, свойства аналогового измерительного преобразователя, описываемые при помощи обыкновенного дифференциального уравнения - в общем случае нелинейного или зависящего от влияющих величин - моделируются как цепь уравнений представляющих собой частные, статические или динамические свойства преобразователя. Восстановление входной величины преобразователя осуществляется как ряд решений обратных уравнений к выделенным частным уравнениям.

Принятые определения позволяют на связь аналитической модели статических или динамических погрешностей с описанием соответствующих свойств преобразователя, позволяют тем самым интерпретировать восстановление как ряд коррекций систематических динамических и статических погрешностей и фильтрации случайных погрешностей.

В работе описываются и анализируются быстродействующие алгоритмы коррекции или фильтрации предназначенные для работы с интеллектуальными преобразователями служащих для измерения мгновенных значений динамических величин.

Оценка точности восстановления получается путем определения свойств цепи алгоритмов как элементов вводящих специфические погрешности или переносящих погрешности результатов предыдущих алгоритмов, при чем, принимается во внимание специфика переноса систематических или случайных погрешностей отдельными типами алгоритмов. Описывается разработанная процедура переноса или складывания частных погрешностей вводимых в конечную оценку разными типами алгоритмов. Эта процедура позволяет на сравнительно простое вычисление неточности результатов восстановления в сложных измерительных условиях: при многозвенном нелинейном физическом или программном преобразовании, характеризующимся многими источниками систематических или случайных погрешностей, а также специфическими свойствами их переноса.

REAL-TIME NUMERICAL RECONSTRUCTION OF INSTANTANEOUS VALUES  
OF DYNAMIC INPUT QUANTITIES OF NONLINEAR TRANSDUCERS

S u m m a r y

Basing an introduced set of definitions, the properties of an analog transducer described by using a differential equation - nonlinear and dependent on influence quantities in a general case - are represented as a chain of equations modelling partial, static or dynamic, properties of the transducer. Reconstruction of the input quantity is carried out as a solution of a series of the equations which are inverse to the partial equations.

The assumed definitions make connecting analytical description of static and dynamic errors with description of proper, splitted properties of the transducer possible what permits to interpret the reconstruction as a series of corrections of the systematic - static and dynamic - errors, and filtrations of the random errors. In the paper fast algorithms assigned for the real-time correction and filtration in an intelligent transducer, used for measuring instantaneous values of dynamic quantities, were described and analysed.

The accuracy of the reconstruction results was evaluated describing the algorithms as a chain of elements introducing specific sources of errors and transferring data errors from preceding algorithms. Differences between propagation of systematic and random errors by the algorithms were taken into account as well. A procedure allowing to assemble partial uncertainties taken into the resultant evaluation by particular algorithms was worked out. It permits a relatively simple fixing the reconstruction result uncertainty under complicated measurement conditions: with multistage, nonlinear physical and programming processing to be also characterized by great number of sources of systematic and random errors, and different properties in propagation of these errors as well.