ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1994
Seria: TRANSPORT z. 22 Nr kol. 1210

Andrzej WILK,
Grzegorz OLEJEK

OCENA PRZYDATNOŚCI WYBRANYCH METOD OPTYMALIZACJI DO KONSTRUOWANIA PRZEKŁADNI ZĘBATYCH

Streszczenie. W opracowaniu porównano efektywność wybranych metod optymalizacji do konstruowania jednostopniowej przekładni zębatej. Jako funkcji celu przyjęto objętość pary kół zębatych, która jest proporcjonalna do ich masy. Jak wynika z przeprowadzonych analiz komputerowych, największą efektywność wśród rozpatrywanych metod wykazała metoda błądzenia, która w krótkim czasie pozwala osiągnąć rozwiązanie optymalne.

USEFUL EVALUATION OF CHOOSEN OPTYMALIZATION METHOD FOR GEAR DESIGN

Summary. Elaborate was compared the performances of optymalization method to year design, as the aim function was capacity of spur wheel, whis is proportionality to their mass. By the computer analisys the most performances, throught the consideration method. Is err method, which in short time rets achieve the optymal solve.

СПРОВНЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИЗБРАННЫХ МЕТОДОВ ОПТЫМАЛИЗАЦИИ ДЛЯ КОНСТРУИРОВАНИЯ ОДНОСТУПЛЕНЧАТОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

Резюме. В работе проведено спровнение эффектывности избранных методов оптимализации для конструирования одноступенчатой зубчатой передачи. В качестве функции цели принят объём пары шестерён, который является пропорциональнём к их массе.
Исходя из проведенных компьютерных анализов наиболшую эффективность среди рассматриваемых методов проявлен метод блужденина, который в короткое время позваляет достигь оптимального решения.

1. WPROWADZENIE

Optymalizacja konstrukcji jest już od wielu lat bardzo popularnym kierunkiem działalności inżynierskiej. Należy tu jednak podkreślić, że rezultaty, jakie uzyskamy w wyniku zastosowania metod programowania matematycznego, zależą od przyjętego modelu matematycznego konstrukcji.

Metody optymalizacji są bardzo efektywnym i wygodnym narzędziem dla konstruktora, gdyż obciążają go od rutynowych i żmudnych obliczeń, które musiałby wykonać mając do dyspozycji program liczący metodami tradycyjnymi. Nawet dla doświadczonego konstruktora uzyskanie konstrukcji optymalnej, ze względu na postawione kryterium, jest bardzo trudne i wymaga wielu godzin pracy z komputerem. Zamiast tego może on więcej czasu poświęcić na myślenie koncepcyjne.

Wiele metod optymalizacji, mimo swej efektywności, jest nieprzydatnych do konstruowania przekładni ze względu na występowanie w wektorze decyzyjnym zmiennych dyskretnych.

Najchętniej przez konstruktorów stosowana jest metoda błądzenia, która dla tego typu zagadnień jest bardzo efektywna. Istnieją metody optymalizacji mające lepszą zbieżność do punktu optymalnego, jednak mogą one być stosowane tylko dla ciągłych wartości zmiennych decyzyjnych, a ponadto funkcja celu i ograniczenia muszą spełnić szereg wymagań (ciągłość, wypukłość, różniczkowalność).

Dokładne omówienie tych zagadnień można znaleźć w pracach [1, 3, 5, 7, 11].

Do projektowania najlepiej nadają się te metody, które nie naruszają zbioru ograniczeń w czasie wykonywnaia obliczeń, tzn. metod complex, Carrolla, Rosenbrocka i Rosena. Opisy tych algorytmów można znaleźć w pracach [2, 3, 4, 8]. W opracowaniu została podjęta próba zastosowania metody complex do konstruowania przekładni zębatych. Porównano ją także z innymi metodami optymalizacji, często stosowanymi w procesie projektowania przekładni.

2. SFORMUŁOWANIE ZADANIA PROGRAMOWANIA NIELINIOWEGO

2.1. Funkcja celu

Algorytm obliczeń do projektowania pary walcowych kół zębatych został zaczerpnięty z pracy [9]. Jako funkcje celu wg [9,12] przyjęto objętość pary kół zębatych liczonej ze wzoru:

$$V_c = \frac{\pi bw}{4}(d_{w1}^2 + d_{w2}^2) \qquad [m^3]$$

gdzie:

V_c - objętość całkowita zębnika i koła,

bw - szerokość wieńca zębatego,

d_{w1} - średnica toczna zębnika,

d_{w2} - średnica toczna koła.

2.2. Wektor zmiennych decyzyjnych

Dobór wektora zmiennych decyzyjnych jest bardzo istotny, gdyż od niego zależy efektywność obliczeń numerycznych. Zasady doboru wektora zmiennych decyzyjnych i parametrów funkcji wagi dla zagadnień polioptymalizacji zostały omówione w pracy [6]. Składowe wektora decyzyjnego w zależości od wariantu obliczeń zostały przedstawione w tablicy 1.

Tablica 1

Wariant \ Zmienne		$\sum x$	z_1	β	m_n	χ	st
odległość osi	zęby						
Normalizowana	proste		*		*	*	*
	skośne		*	*	*		*
Obliczeniowa	proste	*	*		*	*	*
	skośne	*	*	*	*		*

gdzie:

$\sum x$ - suma współczynników korekcji,

z_1 - liczba zębów zębnika,

β - kąt pochylenia linii zęba,

m_n - moduł w przekroju normalnym,

χ - stosunek szerokości koła b_w do średnicy podziałowej d_1,

st - stosunek twardości rzeczywistej do nominalnej dla materiału zębnika i koła.

Z przeprowadzonych wstępnych analiz wynika, że zmienna st ma istotny wpływ na wartości funkcji celu, dlatego postanowiono włączyć ją do wektora zmiennych decyzyjnych.

2.3. Ograniczenia jawne i funkcyjne

Ograniczenia jawne:

1. Warunek liczby zębów	$10 \le z_1 \le 25$
2. Warunek sumy współczynników korekcji	$0 < x_1+x_2 < 1.2$
3. Warunek kąta beta	$8 \le \beta \le 15$
4. Warunek współczynnika x_1	$x_1 > 0$
5. Warunek współczynnika x_2	$x_2 > 0$
6. Warunek względnej szerokości zębnika	$0,6 \le \chi \le \chi_{max}$
7. Warunek wskaźnika podskokowego	$\varepsilon_\beta = 1$
8. Warunek stosunku twardości	$0,8 \le st \le 0.97$

Ograniczenia funkcyjne gemetryczne:

9. Warunek liczb pierwszych	$nwp(z_1, z_2) = 1$
10. Warunek odchyłki przełożenia	$\Delta u \le \Delta u_{założone}$
11. Warunek zaostrzenia głowy zęba	$Sa_1 \ge 0.25\ m_n$
	$Sa_2 \ge 0.25\ m_n$
12. Warunek interferencji	$tg\alpha_{A1} \ge tg\alpha P_1$
	$tg\alpha_{A2} \ge tg\alpha P_2$
13. Warunek podcinania	$tg\alpha_{P1} > 0$
	$tg\alpha_{P2} > 0$
14. Warunek przyporu czołowego	$\varepsilon\ \alpha \ge 1.2$
15. Warunek luzu wierzchołkowego	$c_1 > 0$
	$c_2 > 0$
16. Warunek poślizgu	$\eta_{12} < \eta(v)$
17. Warunek dodatkowy dla dłutaka	$tg\alpha_{AO} \ge tg\alpha_{PO} \ge 0$

Ograniczenia funkcyjne wytrzymałościowe:

18. Warunek współczynnika bezpieczeństa na naciski

$$1.2 \le x_{P1} \le 2$$
$$1.2 \le x_{P2} \le 2$$

19. Warunek współczynnika bezpieczeństwa na załamanie

$$1.5 \le x_{Z1} \le 2.5$$
$$1.5 \le x_{Z2} \le 2.5$$

20. Warunek maksymalnej odchyłki współczynnika na załamanie

$$-\frac{x_{z1} - x_{z2}}{x_{z1}} < 0.25$$

21. Warunek maksymalnej odchyłki współczynnika na naciski

$$-\frac{x_{p1} - x_{p2}}{x_{p1}} < 0.25$$

22. Warunek stosunku współczynników dla zębnika

$$-\le \frac{x_{z1}}{x_{p2}} \le 1.5$$

gdzie:

nwp(z1,z2) - największy wspólny podzielnik liczby zębów zębnika i koła,

χ_{max} - maksymalna wartość stosunku κ obliczona dla maksymalnej wartości k_{ro} wg [9] (nierównomierność rozkładu obciążenia na szerokość koła zębatego),

$Sa_{1,2}$ - grubość zęba zębnika i koła na średnicy wierzchołkowej,

$tg\alpha_{A1,2}$ - kąt przyporu na kole ograniczającym czynną część ewolwenty,

$tg\alpha_{P1,2}$ - kąt zarysu w punkcie podcięcia ewolwenty,

ε_{α} - liczba przporu czołowego,

$c_{1,2}$ - luz wierzchołkowy,

$\eta_{1,2}$ - wskaźnik poślizgu,

$x_{z1,2}$ - współczynnik bezpieczeństwa na złamanie,

$x_{p1,2}$ - współczynnik bezpieczeństwa na naciski.

3. LOSOWE METODY OPTYMALIZACJI

Metody losowe są często stosowane do projektowania przekładni, ponieważ posiadają trzy bardzo istotne zalety:

- nie wymagają wypukłości i różniczkowalności funkcji celu,
- nie wymagają wypukłości i spójności obszaru dopuszczalnego,
- względna prostota algorytmu obliczeń,
- możliwość obliczeń dla zmiennych dyskretnych.

Do wad tych metod należy zaliczyć:

- stosunkowo słabą zbieżność przy dużej liczbie zmiennych decyzyjnych.

W pracy [13] przedstawiono całą rodzinę algorytmów losowych. Obok metod zaprezentowano ich własności z punktu widzenia zbieżności do poszukiwanego punktu optymalnego oraz efektywność w porównaniu z metodami deterministycznymi. Również w pracy [3] zostały one dość szczegółowo zanalizowane z podaniem ich konkretnych zastosowań do rozwiązywania zagadnień konstrukcyjnych. W pracy [10] przedstawiono algorytm polioptymalizacji pary walcowych kół zębatych modyfikowaną metodą Monte Carlo z użyciem funkcji wagi wg metody mnożników Lagrange'a.

4. METODA COMPLEX

4.1. Wprowadzenie

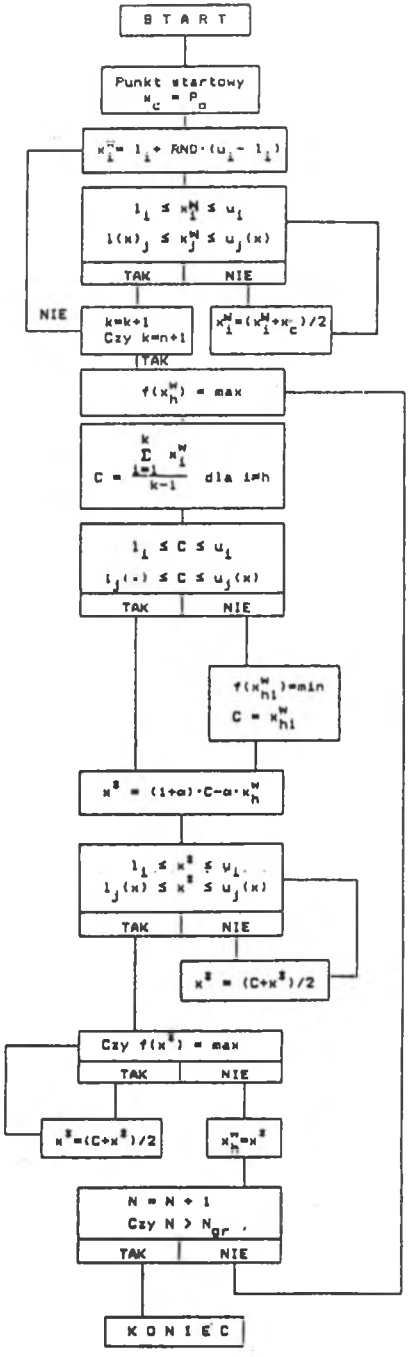
Istota metody polega na utworzeniu w obszarze dopuszczalnym nieregularnego sympleksu o k wierzchołkach. Następnie sympleks ten jest tak przekształcany, że odległość między jego wierzchołkami maleje w miarę posuwania się w kierunku minimum. Jedynym wymaganiem przy stosowaniu tej metody jest wypukłość i spójność obszaru dopuszczalnego. Ze względu na jego skomplikowany charakter, algorytm został zmieniony tak, że wymagania te nie są konieczne. Autorem tej metody jest Box, jej algorytmy są przedstawione między innymi w pracach [2, 3, 4].

4.2. Opis algorytmu obliczeń

Algorytm tej metody został przedstawiony na rys. 1.
W algorytmie metody stosuje się trzy zasadnicze operacje:

- wyliczenie środka ciężkości sympleksu:

$$C = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i^w}{k-1}$$



Rys. 1. Algorytm metody complex

Fig. 1. Complex methods algorythm

- rzutowanie punktu x_w^h względem środka ciężkości c:

$$x^* = (1+\alpha)\ c-\alpha\ x_h^w$$

- przesunięcie punktu x^* w kierunku środka ciężkości:

$$x^* = (c+x^*)/2$$

gdzie:

n - ilość zmiennych decyzyjnych,

k - ilość punktów sumpleksu (k = n + 1),

α - stały parametr metody (α = 1.6),

x_i^w - wektor ziennych decyzyjnych

$$x_i^w = \left\{\sum x, z_1, \beta, m_n, \kappa, st\right\}$$

$f(x_h^w)$ - wartość maksymalna funkcji celu w punkcie x_h^w,

$f(x_{h1}^w)$- wartość minimalna funkcji celu w punkcie x_{h1}^w,

C - środek ciężkości punktów sympleksu,

x^* - rzut punktu x_h^w względem środka ciężkości.

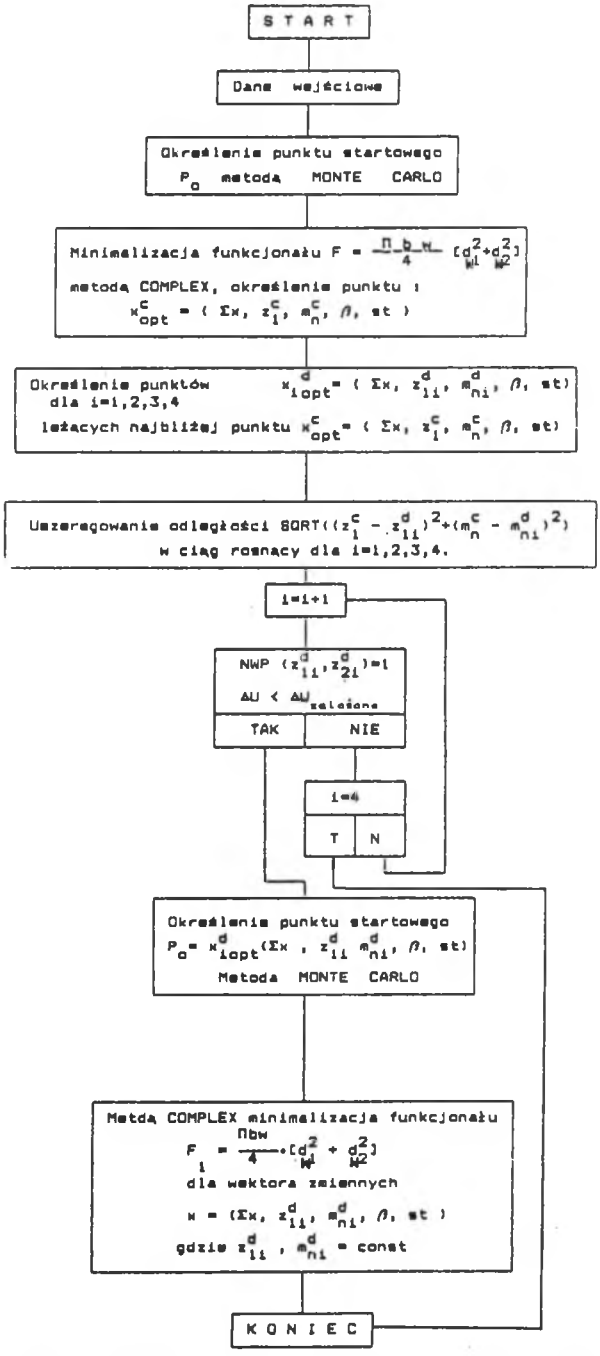
5. OPIS METODY ZMIENNYCH CIĄGŁYCH (MZC)

5.1. Istota metody

W pracy przedstawiono próbę przystosowania do projektowania przekładni tych metod optymalizacji, które ze względu na występowanie zmiennych dyskretnych, nie były dotychczas stosowane. W opracowaniu przedstawiono wyniki zastosowania metody complex. W pierwotnej wersji postanowiono zastosować tę metodę do obliczeń dla zmiennych dyskretnych, jednak tego typu podejście spowodowało znaczne obniżenie efektywności tej metody. Dlatego została ona przystosowana do zmiennych ciągłych. Metoda ta polega na tym, że wszystkie zmienne są traktowane jako ciągłe.

5.2. Opis algorytmu MZC

W metodzie tej postanowiono zmienną modułu m_n i liczby zębów z_1, z_2 potraktować jako ciągłe. Algorytm tej metody przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Algortym metody zmiennych ciągłych (MZC)

Fig. 2. MZC - algorythm

Zasadniczo składa się z trzech etapów:

1. Określenie punktu startowego Po i minimalizacja objętości reduktora metodą complex dla ciągłych wartości m_n, z_1 i z_2. Wektor ziennych decyzyjnych ma wtedy postać:

$$x^c_{opt} = \{x,\ z^c_1,\ m^c_n,\ \beta,\ st\}$$

2. Określenie punktu $x^d_{opt} = \{x,\ z^d_1,\ m^d_n,\ \beta,\ st\}$ na płaszczyźnie {z1, mn} położonego najbliżej punktu x^c_{opt}.

3. Minimalizacja objętości metodą complex dla dyskretnych, stałych wartości z1, z2, mn.

Procedura obliczeń została tak sformułowana, że umożliwia zastosowanie innych metod optymalizacji w miejsce metody complex.

6. WNIOSKI

6.1. Wprowadzenie

Do porównania metod wybrano następujący wariant założeń:

- koła	- zazębienie zewnętrzne
- narzędzie	- frez zębatkowy,
- zęby	- skośne,
- odległość osi	- nienormalizowana,
- moc	N - 56 [kW],
- przełożenie	u1 - 3.21,
- prędkość obrotowa zębnika	n1 - 1500 [obr/min].

Aby uzyskać jednakowe warunki początkowe dla wszystkich metod, dla każdej z nich ustalono punkt startowy Po o współrzędnych:

$\sum x = 0.7418$ [mm],

$z_1 = 18$,

$m_n = 3.5$ [mm],

$\beta = 9.4185$ [ ],

st = 0.8142,

$V_c = 2527$ [cm^3].

Dla każdego punktu wykresu przeprowadzono trzykrotnie obliczenia optymalizacyjne, określono wartość średnią V_{sr} (rys. 3) i współczynnik zmienności $\frac{\sigma}{V}$ (rys. 4). Wyniki przedstawiono w postaci zależności $V_{sr} = f(N)$ i $\frac{\sigma}{V_{sr}} = f(N)$,

gdzie:

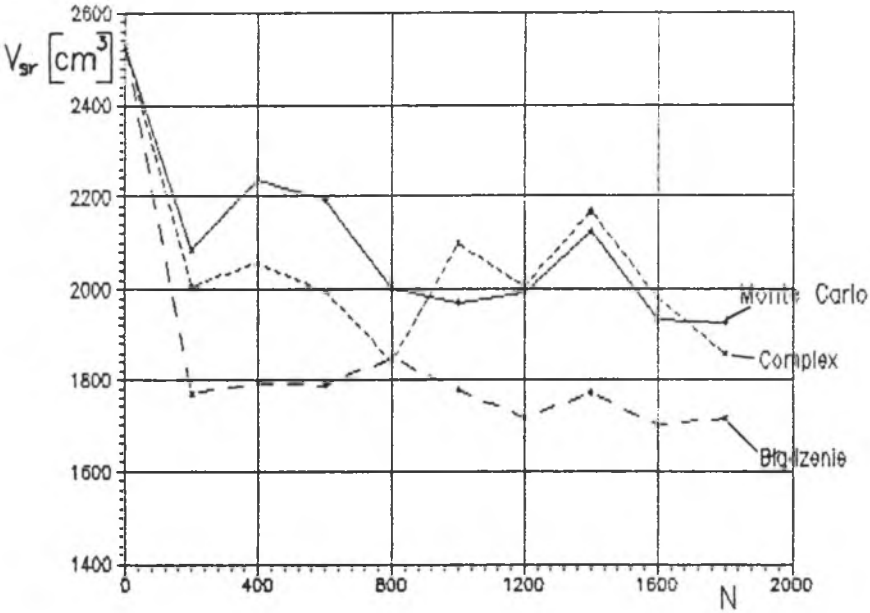
N - ilość obliczeń ograniczeń,

σ - odchylenie standardowe objętości.

6.2. Wnioski

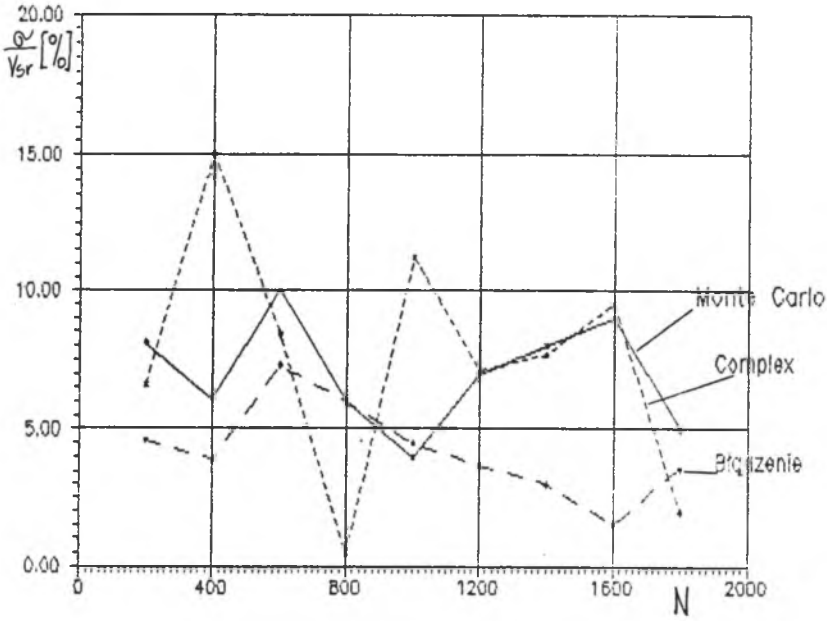
Na podstawie przeprowadzonych obliczeń można sformułować następujące wnioski:

1. Największą efektywność wykazuje metoda błądzenia, gdyż ze wzrostem ilości obliczeń N objętość reduktora maleje (rys. 3). Również przebieg współczynnika zmienności (rys. 4) jest korzystny, gdyż jego wartość maleje ze wzrostem nakładu obliczeń.



Rys. 3. Porównanie efektywności metod optymalizacji

Fig. 3. Compavision the performances of optymalization method



Rys. 4. Porównanie współczynnika zmienności obliczeń

Fig. 4. Compavision of coefficient of results variable

2. Metoda complex, dzięki temu, że wykorzystuje MZC, daje całkiem zadowalające rezultaty i jest potwierdzeniem słuszności zastosowania MZC.

Oczywiście, zbieżność MZC z wykorzystaniem metody complex zastosowania w MZC innej, bardziej efektywnej metody optymalizacji. Do takich metod można zaliczyć metody gradientowe [2,4,8,11], metody funkcji kary [2].

3. Metoda Monte Carlo daje najgorsze rezultaty, gdyż nie ma wyraźnej poprawy funkcji celu ze wzrostem obliczeń, a ponadto dla małej liczby obliczeń (N < 800), wartość funkcji celu jest bardzo duża.

4. Jak wynika z przedstawionych wykresów (rys. 3 i 4), najbardziej efektywna metoda błądzenia zmniejszyła wymiary kół zębatych średnio o σV = 2527-1800=727 [cm^3], tj. o 29 [%] w stosunku do wartości początkowej. Przeprowadzono również orientacyjne porównanie czasu obliczeń. Wynika z niego, że dla sprzętu klasy 80486/50 MHz w przypadku metody błądzenia czas obliczeń dla 1000 iteracji wynosi około 15 sekund! W porównaniu z kilkoma godzinami żmudnych obliczeń dla metody tradycyjnej (bez optymalizacji), jest to duża oszczędność czasu.

Ze względu na zadowalające rezultaty uzyskanych badań postanowiono rozszerzyć zakres stosowalności metod optymalizacji i polioptymalizacji dla przekładni 2- i 3-stopniowych z zastosowaniem nowych, wydajniejszych metod.

LITERATURA

[1] Brdyś M., Ruszczyński A.: Metody optymalizacji w zadaniach. WNT, Warszawa 1985.

[2] Findeisen W., Szymanowski J., Wierzbicki A.: Teoria i metody obliczeniowe optymalizaci. PWN Warszawa 1980.

[3] Goliński J.: Metody optymalizacyjne w projektowaniu technicznym. WNT, Warszawa 1974.

[4] Goliński J.: Adaptacyjne systemy poszukiwania konstrukcji optymalnej. WNT, Warszawa 1974.

[5] Grabowski W.: Programowanie matematyczne. PWE, Warszawa 1982.

[6] Kowalski J.: Modelowanie obiektów konstrukcyjnych w projektowaniu optymalnym. WNT, Warszawa 1983.

[7] Krawczyk S. i inni: Programowanie matematyczne. PWE, Warszawa 1980.

[8] Kręglewski T., Rogowski T., Ruszczyński A., Szymanowski J.: Metody optymalizacji w języku FORTRAN. PWN, Warszawa 1979.

[9] Müller L.: Przekładnie zębate, projektowanie. WNT, Warszawa 1979.

[10] Osiński Z., Wróbel J.: Wybrane metody komputerowo wspomaganego konstruowania maszyn. PWN, Warszawa 1988.

[11] Pietrzak J., Rakowski G., Wrześniowski K.: Macierzowa analiza konstrukcji. PWN, Warszawa 1986.

[12] Wilk A.: Wpływ wybranych cech geometrycznych uzębienia na objętość przekładni obiegowych stosowanych w napędach maszyn transportowych. ZN Pol.Śl., ser. Transport, z.9, Gliwice 1989.

[13] Zieliński R., Neumann P.: Stochastyczne metody poszukiwania minimum funkcji. WNT, Warszawa 1986.

Recenzent: Doc.dr hab.inż. Walter Bartelmus

Wpłynęło do Redakcji 26.02.1993

ABSTRACT

In elaborate was compared the performances of optymalization method to year design,as the aim function was capacity of spur wheel, whis is proportionality to their mass.

By the computer 'analisys the most performances, throught the consideration method is err method, which in short time rets achiere the optymal solue. In the optymalization calculation allow for over a doven or so geometric and strength limits. In tab. 1 showed component of decision vector in depends on calculations variant.

The subiects of analisys were the optymalization method like: complex, err and Monte Carlo. The algorythm of complex method were showed on fig. 1., but MZC algorythm fig.1.

By the computer analisys the most performances trought the consideration method is errmethod. It rets achiewe the optymal results in short time. Fig 3 showd the comparition of optymalizaton method, and on fig 4 coefficient of results variable for this methods.