

Tomasz MATYJA
Andrzej WILK

PROPOZYCJA MODYFIKACJI METODY KONSTRUOWANIA KÓŁ Z NASADZANYMI WIEŃCAMI W NAPĘDACH ZĘBATYCH

Streszczenie. Przedstawiono zastosowania MEB do wyznaczania rozkładów naprężeń na powierzchni połączenia skurczowego wieńca zębatego z kołem. Rozkłady wykorzystano do oceny nośności połączenia. Porównano proponowaną metodę obliczeń z metodą stosowaną w praktyce inżynierskiej. Analizowano rozwój i przemieszczanie się stref poślizgu w czasie pracy przekładni.

SUGGESTION FOR MODIFYING THE METHOD OF DESIGNING WHEELS WITH FORCE-FITTED RIM IN TOOTHED DRIVE

Summary. The paper presents the application of BEM to define the stress pattern on the interference surface of the toothed-wheel rim and the hub. The fastness of the force-fitted fastening was investigated. Suggested method was compared with a method used in the engineering practice. The elastic microslip and the slipping area evolution of the working gear were considered.

1. WSTĘP

W połączeniach skurczowych elementów maszyn może w pewnych warunkach wystąpić zjawisko mikropoślizgów sprężystych, które polega na lokalnej utracie nośności połączenia, spowodowanej przekroczeniem przez siłę styczną do powierzchni złącza wartości siły tarcia. Wzajemne lokalne przemieszczenia elementów złącza mogą mieć charakter odwracalny lub nieodwracalny. Zależy to od stopnia i charakteru obciążenia złącza. Gdy obciążenie wędruje po obwodzie, tak jak ma to miejsce w kołach zębatych, wystąpienie lokalnych poślizgów może powodować stopniowe globalne przemieszczanie się całego wieńca, czego ostatecznym efektem będzie zsuniecie się wieńca z koła.

Zjawisko mikropoślizgów sprężystych badane było przez L.Müllera i R.Klusa. Opracowali oni metodę projektowania kół zębatych z nasadzonymi skurczowo wieńcami [1],[2], potwier-

dzoną później metodami elastoptycznymi i tensometrycznymi przez N.Arai i T.Aida w pracy [3].

W metodzie Klusa i Müllera przyjmuje się, że złącze zachowuje nośność, jeżeli w każdym jego punkcie siła styczna nie przekroczy siły tarcia oraz że nacisk obciążonego wieńca na koło boscie nigdzie nie będzie ujemny (tzn. nie nastąpi odrywanie się wieńca od koła). Warunek nośności opisany jest wzorem [1]:

$$|\tau| \leq \mu(p_0 - \sigma_r), \quad (1)$$

gdzie: τ - naprężenie styczne do powierzchni połączenia skurczowego,

μ - współczynnik tarcia statycznego wieńca po kole bosym,

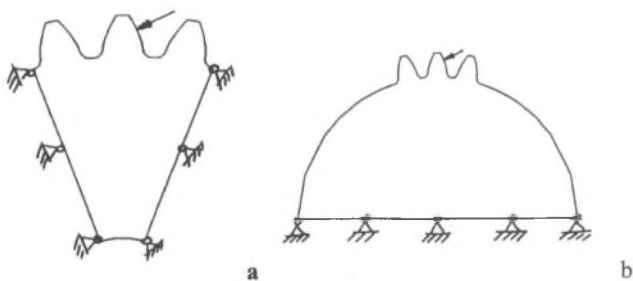
p_0 - ciśnienie wcisku, σ_r - naprężenie w kierunku promieniowym.

Sprawdzenie warunku nośności wymaga wyznaczenia rozkładów sił normalnych i stycznych do powierzchni połączenia skurczowego. Problem ten w pracach [1],[2] rozwiązano analitycznie. Przyjęto uproszczony model połączenia skurczowego, który przy pominięciu krzywizny wieńca sprowadzony został do klasycznego zagadnienia półprzestrzeni sprężystej, obciążonej kolejno siłą styczną, siłą normalną i momentem zginającym (obciążenia uzyskane w wyniku redukcji siły działającej na ząb w centralnym punkcie zazębienia do jego podstawy). Wypadkowe naprężenia wyznaczano metodą superpozycji, uwzględniając przy tym obliczone klasycznie ciśnienie wcisku.

Stosowany powszechnie sposób oceny nośności może być mało dokładny w przypadku kół o mniejszej liczbie zębów i cienkich wieńcach. W pracy do wyznaczenia rozkładów sił w połączeniach skurczowych wykorzystano MEB (prace [4],[5]). W obliczeniach uwzględniono rzeczywistą geometrię wieńca zębatego oraz zmienność obciążenia koła zębatego w trakcie pracy przekładni, w różnych fazach przyporu. Dokładny zarys zębów wyznaczano wg algorytmu opisanego w [6]. Specjalnie opracowany program pozwalał na automatyczne generowanie zarysu koła z uzębieniem oraz automatyczne przygotowanie danych do obliczeń MEB (siatki elementów brzegowych). Autorzy przeprowadzili szczegółową analizę porównawczą wyników uzyskanych MEB i metodą klasyczną.

2. MODEL OBLICZENIOWY MEB DO WYZNACZANIA ROZKŁADÓW SIŁ NA POWIERZCHNI POŁĄCZENIA

Zgodnie ze wzorem (1) do oceny nośności połączenia konieczne jest wyznaczenie MEB naprężeń w punktach wewnętrznych koła, leżących na powierzchni połączenia i transformacja ich do układu styczna-normalna do powierzchni połączenia. Na rys.1.a przedstawiono model obliczeniowy koła i połączenia skurczowego stosowany do wyznaczania rozkładów naprężeń stycznych i normalnych w pracach autorów [4],[5]. Model ten jest wystarczający do sprawdzenia nośności połączenia. Model z rys.1.b stosowano w obliczeniach, których celem było porównanie wyników MEB z wynikami metody klasycznej. Eliminowano w ten sposób wpływ podparcia na wielkość naprężeń w punktach skrajnych połączenia.



Rys. 1. Modele obliczeniowe połączenia skurczowego
Fig. 1. Calculation model of the force-fitted fastening

3. PORÓWNANIE WYNIKÓW MEB Z WYNIKAMI UZYSKANYMI METODAMI KLASYCZNYMI

W celu porównania wyznaczono rozkłady naprężeń stycznych i promieniowych dla czterech kół o liczbie zębów odpowiednio równej $z = 17, 30, 50, 100$ przy różnej grubości wieńców $g = 0.5, 1.0, 1.5, \dots, 10.0$ modułu i jednostkowej sile obciążającej ząb w centralnym punkcie zazębienia. Obliczenia wykonano MEB oraz metodą klasyczną, korzystając ze wzorów dla półprzestrzeni sprężystej obciążonej siłami skupionymi [5]. Uzyskane za pomocą dwóch rozpatrywanych metod wyniki rozkładów naprężeń wykazywały między sobą znaczne różnice w

całym zakresie grubości wieńców i bez względu na liczbę zębów. Szczególnie jednak duże różnice, powyżej 100%, występowały w przypadku wieńców cienkich (rys.3 i 4, krzywe „MEB” i „Klasycznie I”).

Przyczyną tak dużej rozbieżności wyników jest przyjęty w modelu „klasycznym” skupiony charakter obciążenia. W pracach [1],[2] na podstawie badań doświadczalnych zaleca się wprowadzenie, jako wielkości korygującej obliczenia, współczynnika tarcia wieńca po kole w granicach 0.36, tj wartości znacznie większej od rzeczywistej.

Rozłożenie obciążenia na powierzchni półprzestrzeni poprawia znacznie wyniki (rys.3 i 4, krzywa „Klasycznie II”). W przeprowadzonym eksperymencie numerycznym założono rozkład nacisków na powierzchni półprzestrzeni (tylko częściowo zbliżony do rzeczywistego) w postaci:

$$p(s) = p_1 + p_2 \sin\left(\frac{\pi}{a} s\right), \quad q(s) = q_1 \cos\left(\frac{\pi}{a} s\right), \quad (2)$$

gdzie: p - nacisk normalny,

q - nacisk styczny do półprzestrzeni,

a - połowa szerokości zęba u podstawy,

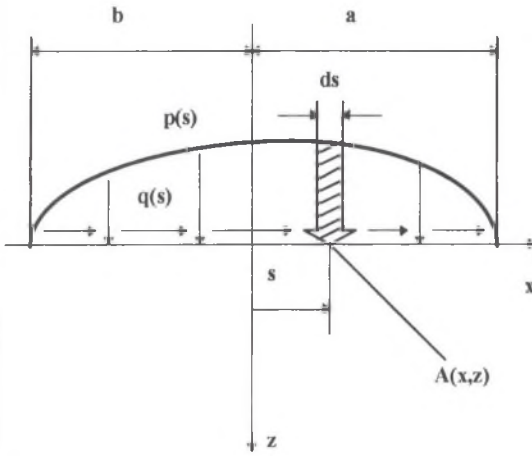
s - współrzędna wzdłuż powierzchni połączenia.

Współczynniki p_1 , p_2 , q_1 dobrano tak, aby uzyskać obciążenie równoważne obciążeniu skupionemu. Naprężenia styczne i normalne wyznaczono według następujących wzorów [7] (rys. 2) :

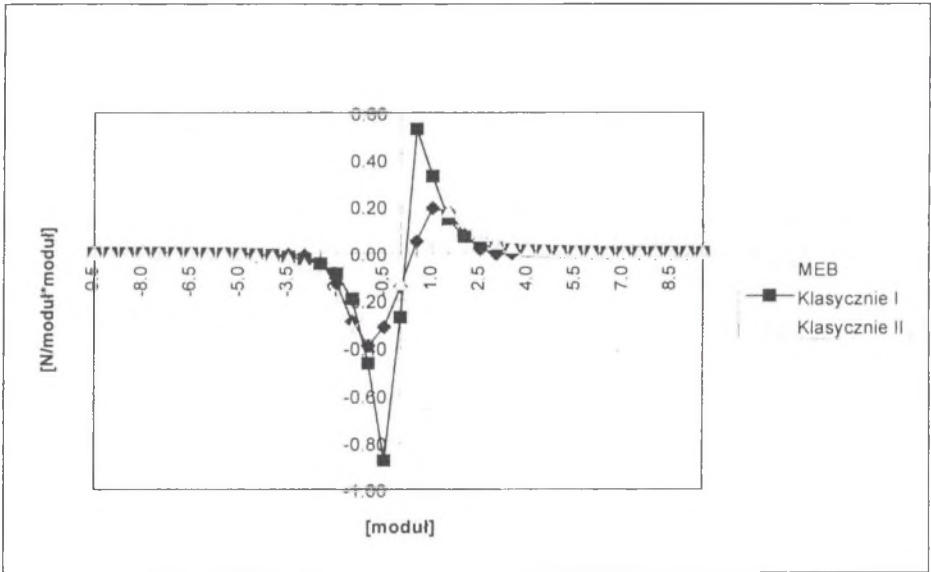
$$\sigma_z = -\frac{2z^3}{\pi} \int_{-b}^a \frac{p(s) ds}{\{(x-s)^2 + z^2\}^2} - \frac{2z^2}{\pi} \int_{-b}^a \frac{q(s)(x-s) ds}{\{(x-s)^2 + z^2\}^2}, \quad (3a)$$

$$\tau_{xz} = -\frac{2z^2}{\pi} \int_{-b}^a \frac{p(s)(x-s) ds}{\{(x-s)^2 + z^2\}^2} - \frac{2z}{\pi} \int_{-b}^a \frac{q(s)(x-s)^2 ds}{\{(x-s)^2 + z^2\}^2} \quad (3b)$$

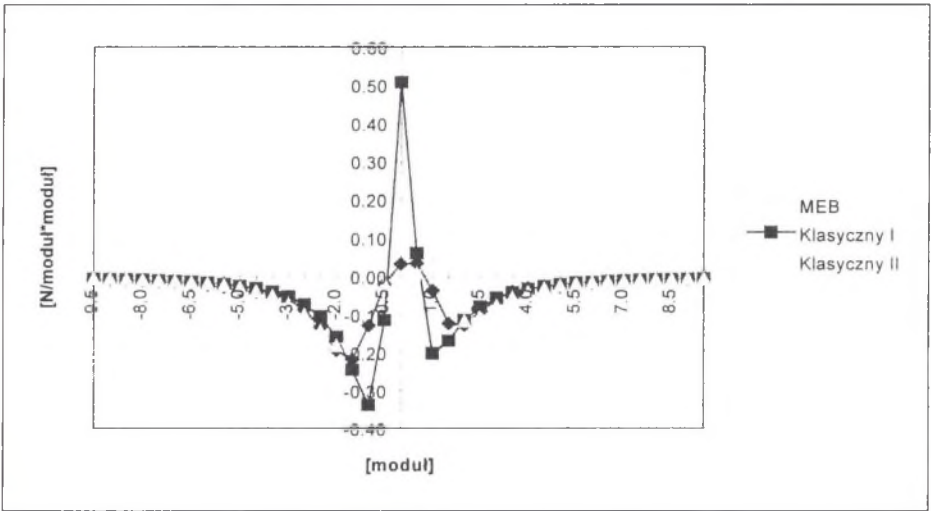
Całkowanie we wzorach (3) wykonano numerycznie metodą trapezów. Granice całkowania przyjęto równe połowie szerokości zęba u podstawy ($a = b$).



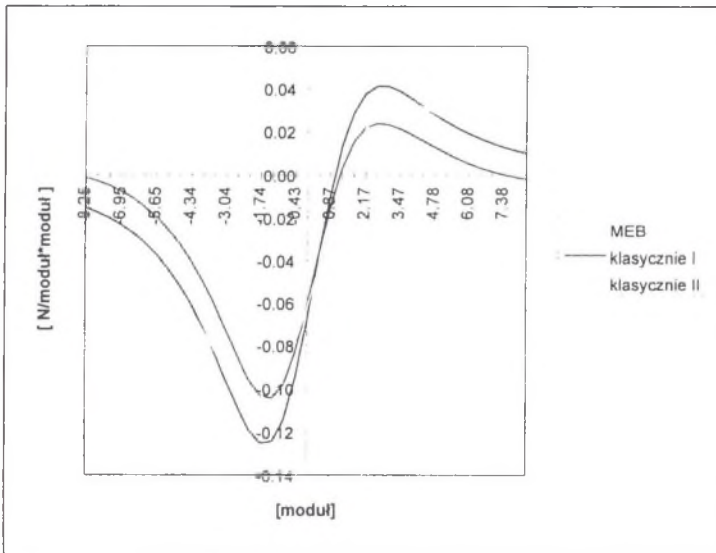
Rys. 2
Fig. 2



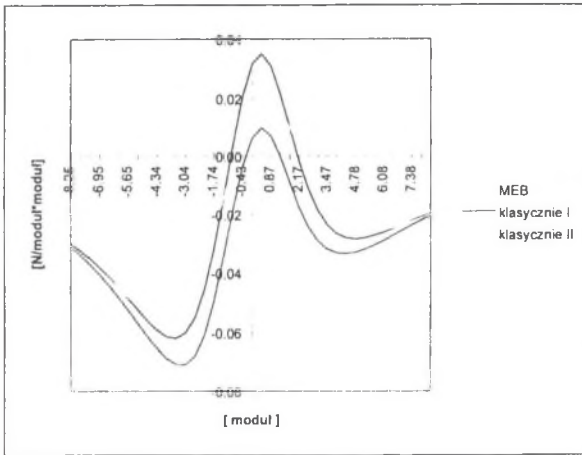
Rys. 3a. Rozkłady naprężeń promieniowych ($z=50, g=1$ modul)
Fig. 3a. The distribution of radial stress ($z=50, g=1$ module)



Rys. 3b. Rozkłady naprężeń stycznych ($z=50, g=1$ moduł)
 Fig. 3b. The distribution of tangential stress ($z=50, g=1$ module)



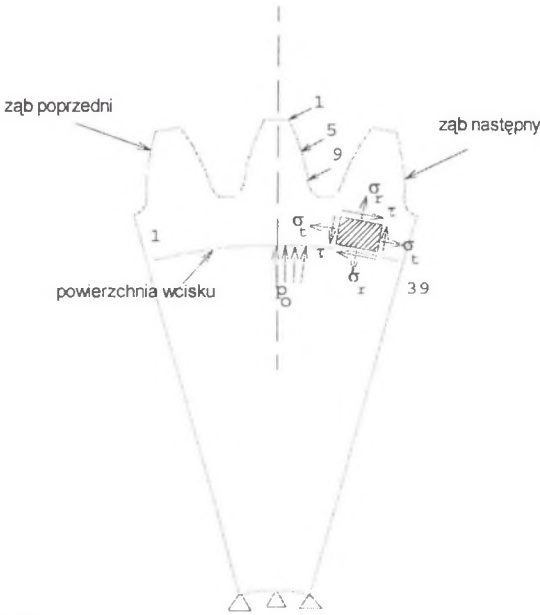
Rys. 4a. Rozkłady naprężeń promieniowych ($z=50, g=4$ moduł)
 Fig. 4a. The distribution of radial stress ($z=50, g=4$ module)



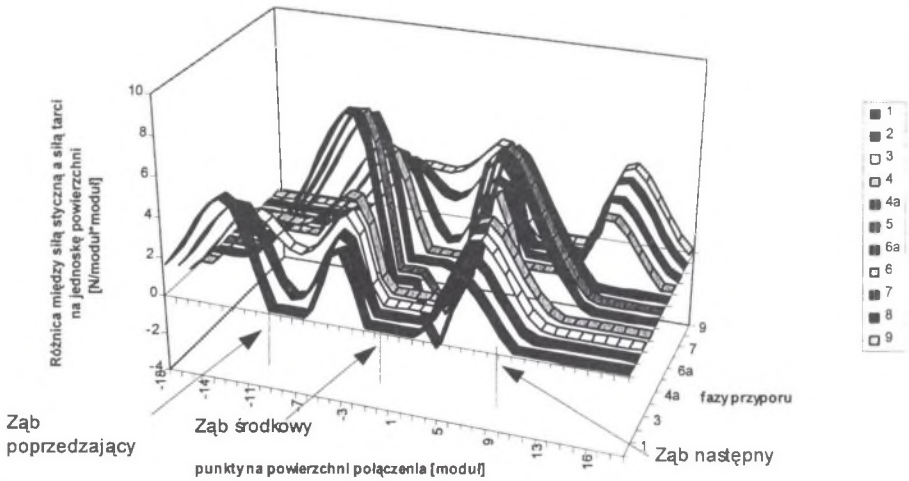
Rys. 4b. Rozkłady naprężeń stycznych ($z=50$, $g=4$ moduły)
 Fig. 4b. The distribution of tangential stress ($z=50$, $g=4$ module)

4. STREFY POŚLIZGÓW

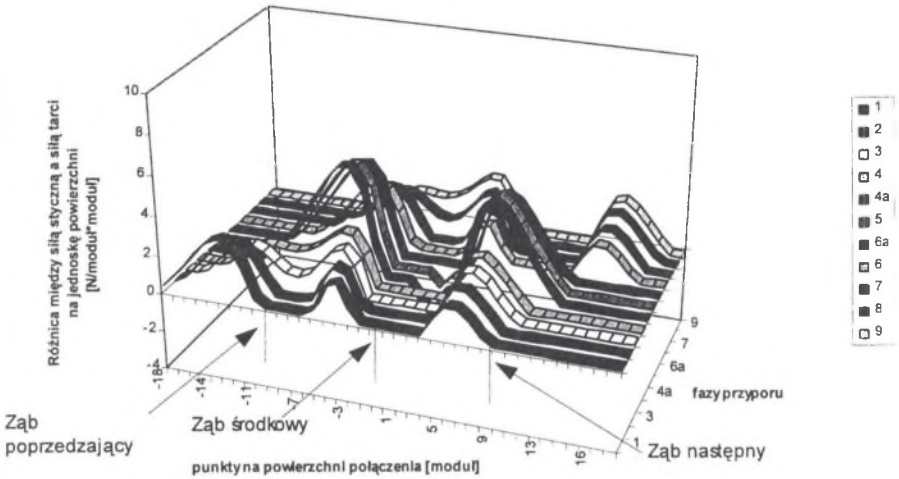
W publikacjach [4],[5] przeprowadzono symulację pracy przekładni zębatej, w której wystąpił globalny poślizg wieńca [1]. Obliczenia przeprowadzono dla kilku wybranych na odcinku przyporu punktów współpracy jednoparowej i dwuparowej zębów (rys.5). Wyznaczono numerycznie sztywności zazębienia, a na tej podstawie podział obciążenia na poszczególne zęby. Badano rozwój i przemieszczanie się stref lokalnej utraty nośności, to znaczy miejsc, gdzie siła styczna przekraczała wartość siły tarcia. Wyniki symulacji przedstawiono na rysunku 6. Rysunki 7 i 8 pokazują, jak na położenie i szerokość stref poślizgu wpływa wartość obciążenia przekładni. Zauważyć można, że strefy poślizgu łączą się „skokowo”. Krytycznym momentem dla nośności połączenia jest chwila przejścia z fazy przyporu jednoparowego do dwuparowego. W przypadku obciążenia zmniejszonego do 50% (rys.8) występują lokalne poślizgi złącza, które jednak nie przenoszą się na sąsiedni ząb, a więc nie występuje globalny poślizg wieńca.



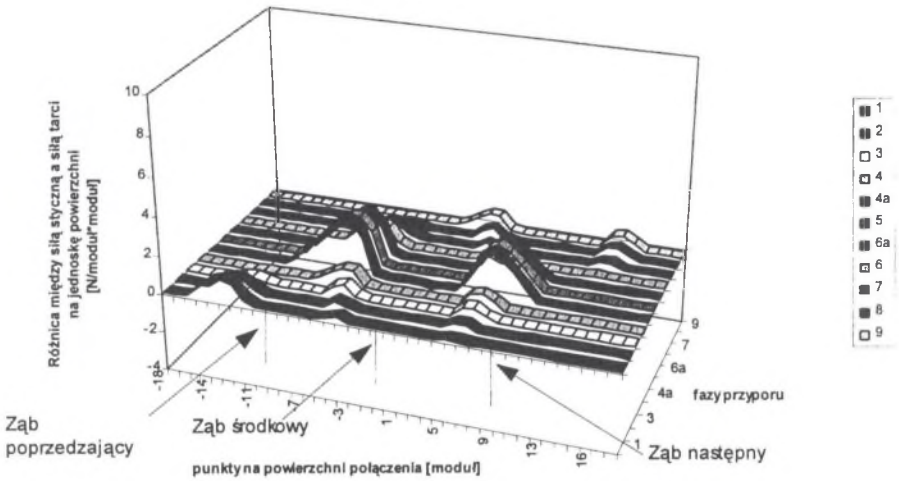
Rys. 5
Fig. 5



Rys. 6. Strefy poślizgu w kolejnych fazach przyporu (100% obciążenia)
Fig. 6. Slipping zones in following tooth contact phases (100% load)



Rys. 7. Strefy poślizgu (75% obciążenia)
 Fig. 7. Slipping zones (75% load)



Rys. 8. Strefy poślizgu (50% obciążenia)
 Fig. 8. Slipping zones (50% load)

5. WNIOSKI

Jak wykazały przeprowadzone analizy, stosowana w praktyce inżynierskiej metoda projektowania kół zębatych z nasadnymi wieńcami posiada liczne mankamenty. Nieuwzględnienie

nie w metodzie krzywizny i innych cech geometrycznych wieńca zębatego jest dużo mniej istotne, niż przyjęcie modelu ze skupionym obciążeniem. Poślizg globalny wieńca po kole wystąpi, jeżeli strefy poślizgów, pojawiające się na powierzchni połączenia w różnych fazach pracy przekładni, będą mogły się połączyć. Z tego względu dla nośności połączenia największe znaczenie ma faza przyporu dwuparowego, ściślej szerokość stref poślizgu występujących w tej fazie zazębienia. W celu poprawienia dokładności obliczeń sprawdzających nośność koła z nasadzonym wieńcem konieczne jest stosowanie bardziej złożonego modelu uwzględniającego w pełni geometrię koła zębatego. MEB jest w tym przypadku efektywnym narzędziem obliczeniowym.

LITERATURA

1. Klus R.: Poślizg sprężysty w połączeniach skurczowych wieńców kół zębatych. Praca doktorska Pol.Śl. Gliwice 1961
2. Müller L., Klus R.: Die Berechnung der Schrumpfungverbindung von Zahnradkränzen. Konstruktion 16 (1964) Heft 5
3. Arai N., Aida T.: Research on the Force-Fitted Gear. Report, On the Change of Stresses at the Circumference of the Force-Fitted Part in the Slipping Test. Bulletin of the JSME, Vol.18, No.125, November 1975
4. Wilk A., Matyja T.: Badanie odporności połączeń skurczowych na mikroślizgi sprężyste. ZN Pol.Śl. s. Transport, z.27, Gliwice 1995
5. Wilk A., Matyja T.: Zastosowanie MEB w obliczeniach wytrzymałościowych kół zębatych. Mat. Konf. „Metody środki projektowania wspomaganego komputerowo”. Politechnika Warszawska, listopad 1995
6. Müller L.: Obliczanie naprężeń w podstawie zęba. ZN Pol. Śl. s.Transport, z.8 Gliwice 1988
7. Johnson K.L.: Contact mechanics. Cambridge University Press 1985

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Ludwik Müller

Abstract

The paper presents the suggestion of modification the well-known engineering method of building the toothed wheel with force-fitted rim. The use of BEM to define the stress and displacement pattern on the interference surface of the toothed-wheel rim and the hub was suggested. Presented calculation model of the force-fitted fastening regard to real geometry of rim was suggested. The results of BEM and traditional method were compared. The final results were different particularly for thin rim. The surface load was not used only the concentrated one in the traditional method. Numerical simulation of variability of the load of the working gear has been made and the slipping area evolution was investigated. Calculation results have been presented on the charts.