

Arkadiusz Mężyk, Eugeniusz Świtoński

SYMULACJA KOMPUTEROWA LUZÓW W UKŁADACH MECHANICZNYCH

Streszczenie. W pracy przedstawiono sposób symulacji luzu w parach kinematycznych układu napędowego. Szczególny nacisk położono na wykorzystanie funkcji posiadających ciągle pochodne do symulacji luzu. Porównano charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe otrzymane przy symulacji luzów wielomianami różnych stopni.

COMPUTER SIMULATION OF CLEARANCES IN DRIVING SYSTEMS

Summary. The paper deals with simulation of clearances in kinematic pairs of driving system. The application of continuously differentiable functions for simulation has been emphasized. The amplitude-frequency characteristics obtained for simulation of clearances by polynomials of different degrees have been compared.

1. WSTĘP

Dotychczasowe badania układów napędowych wskazują, że zjawiska dynamiczne będą wystarczająco dokładnie opisane przy założeniu modelu dyskretnego ze sprzężeniem zwrotnym części mechanicznej i elektrycznej [5,6]. Szczególnie ważne ze względu na trwałość i niezawodność układu są stany nieustalone, takie jak rozruch lub nagłe zmiany stanu obciążenia. W takich przypadkach w parach kinematycznych powstają siły dynamiczne, których wielkości maksymalne niejednokrotnie znacznie przekraczają wartości nominalne [4]. Istotnym czynnikiem wpływającym na otrzymane wielkości sił dynamicznych jest przyjęcie związków fizycznych w parach kinematycznych układu napędowego. Prowadzone badania wskazują na potrzebę uwzględniania nieliniowości wynikających z cech konstrukcyjnych, a w szczególności luzów. Ze względu na konieczność swobodnego ząbienia i wyzębienia się zębów w każdej przekładni zębatej występuje luz międzyzębny i wierzchołkowy większy od zera.

2. MODELOWANIE UKŁADÓW NAPEŁDOWYCH

Stosując współrzędne uogólnione równania ruchu można wyprowadzić z równań Lagrange'a II rodzaju. Uzyskany układ równań różniczkowych zwyczajnych można zapisać w formie macierzowej:

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = Q, \quad (1)$$

gdzie: **M** - macierz bezwładności,
C - macierz tłumienia,
K - macierz sztywności,
Q - macierz sił uogólnionych,
q - macierz przemieszczeń uogólnionych.

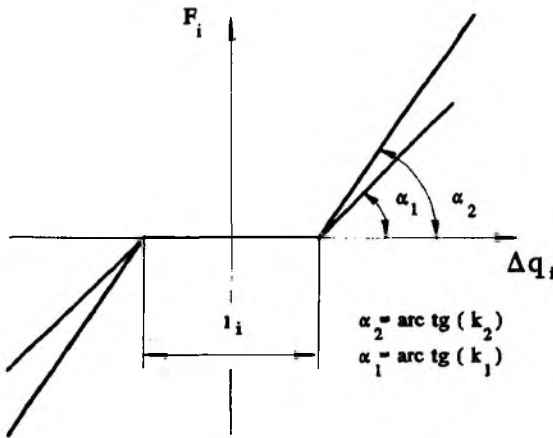
Parametry modelu określa się analitycznie [1,2] bądź doświadczalnie.

3. SYMULACJA LUZU OBWODOWEGO

Wyniki analizy numerycznej przekładni zębatych pracujących w warunkach ustalonych przedstawione przez Müllera [3] wskazują, że w przypadku wystąpienia luzów "główny rezonans" występuje przy mniejszych prędkościach niż dla przekładni bez luzu. Ponadto stwierdzono, że wyniki obliczeń nie zależą od wielkości luzów, gdy ich wartość dwukrotnie przekracza ugięcie statyczne zębów. W zależności od wielkości luzu może wystąpić całkowite oddzielenie się zębów od siebie lub współpraca ich przeciwległych boków. Najprostszym sposobem symulacji występowania luzu w zazębieniu jest opisanie siły dynamicznej w zazębieniu następującą funkcją:

$$F(\Delta q, k) = k(q) \begin{cases} (\Delta q - 0.5l) & \Delta q > 0.5l \\ 0 & -0.5l \leq \Delta q \leq 0.5l, \\ (\Delta q + 0.5l) & \Delta q < -0.5l \end{cases} \quad (2)$$

gdzie: **F** - siła w parze kinematycznej,
 Δq - różnica współrzędnych uogólnionych,
k(q) - współczynnik sztywności,
l - zadana wartość luzu.



Rys. 1 Funkcja symulująca występowanie luzu i zmiennej sztywności w i -tej parze kinematycznej

Powyższa funkcja nie posiada jednak ciągłych pochodnych, co może stwarzać problemy przy analizie wrażliwości. Zatem w takim przypadku korzystniejsze jest opisanie zmiany wartości siły dynamicznej w zależności od współrzędnej uogólnionej, współczynnika sztywności i wartości luzu różniczkowalną funkcją ciągłą. W celu znalezienia współczynników wielomianu n -tego stopnia niezależnych od wartości luzu i współczynnika sztywności wprowadzono nowe zmienne $\Delta q'$ i F' :

$$F' = \frac{2F}{kl}; \quad \Delta q' = \frac{2\Delta q}{l} \quad (3)$$

Podstawiając zmienne (3) do wzoru (2) uzyskano funkcję opisującą względną siłę dynamiczną, która ma jednakowy przebieg dla dowolnego współczynnika sztywności i luzu różnych od 0:

$$F'(\Delta q') = \begin{cases} (\Delta q' - 1) & \Delta q' > 1 \\ 0 & -1 \leq \Delta q' \leq 1 \\ (\Delta q' + 1) & \Delta q' < -1 \end{cases} \quad (4)$$

Wykorzystując wartości F' obliczone z zależności (4) za pomocą metody najmniejszych kwadratów wyznaczono współczynniki a_i wielomianu i -tego stopnia, który wystarczająco dokładnie przybliża przebieg funkcji (2):

$$F(\Delta q, k) = 0.5 k(q) \cdot l \cdot \left(a_0 + \sum_{i=1}^n a_i (\Delta q')^i \right) \quad (5)$$

W przypadku uwzględnienia luzów model dynamiczny układu można opisać następującym układem równań różniczkowych w formie macierzowej:

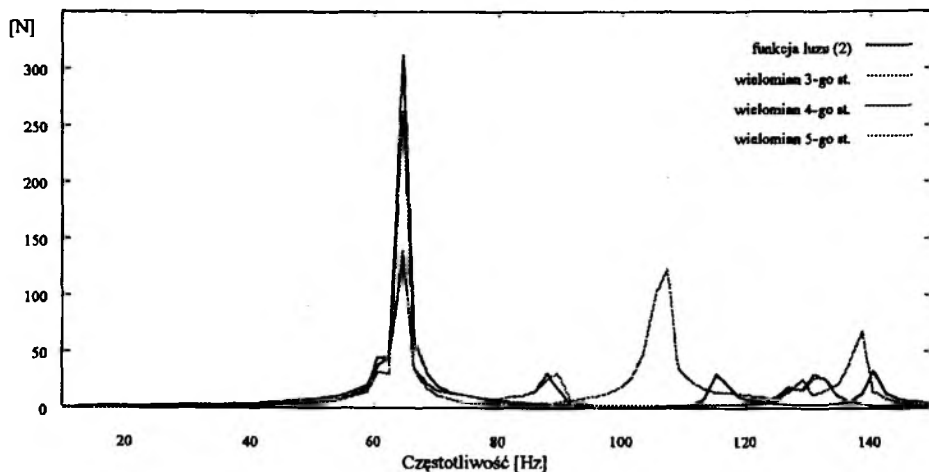
$$M\ddot{q} + C\dot{q} + F = Q, \quad (6)$$

gdzie: **M** - macierz bezwładności,
C - macierz tłumienia,
Q - macierz sił uogólnionych,
F - macierz sił w parach kinematycznych (2) lub (5).

Przedstawiony model matematyczny umożliwia symulacje zmiennych sztywności i luzów w parach kinematycznych układu napędowego.

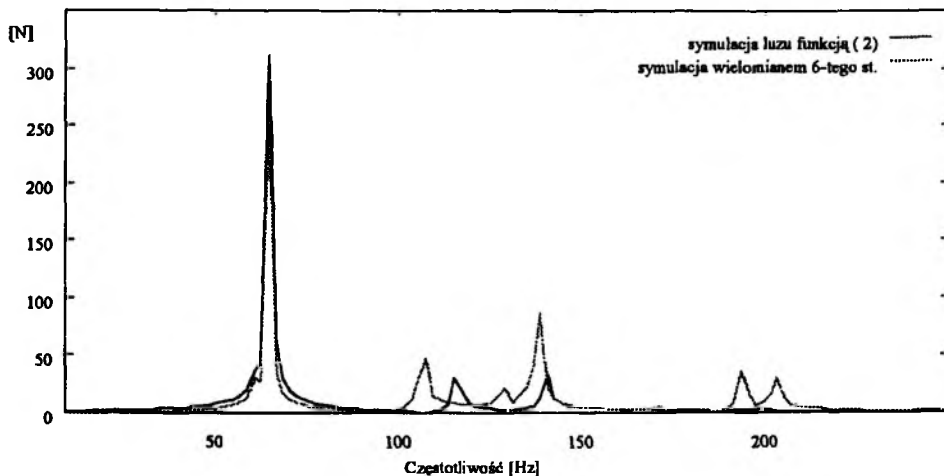
4. WYNIKI OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH

W wyniku obliczeń numerycznych otrzymano przebiegi oddziaływań dynamicznych w parach kinematycznych układu z luzem symulowanym funkcją (2) oraz wielomianami odpowiednio 3, 4, 5 i 6 stopnia. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe dla tych przebiegów przedstawiono na rysunkach 2 i 3. Zastosowanie wielomianu 6. stopnia daje charakterystykę najbardziej zbliżoną do typowej funkcji luzu (rys. 3). Zastosowanie wielomianów niższych stopni nie wpływa na zmianę podstawowej częstotliwości układu, jednakże zmienia amplitudę drgań odpowiadających tej częstości oraz zmienia częstości wyższych harmonicznych. Zastosowanie wielomianów o wyższych stopniach okazało się niekorzystne ze względu na narastające błędy numeryczne. Prezentowany sposób symulacji luzów może być szczególnie korzystny w przypadku rozpatrywania zagadnień wymagających stosowania funkcji posiadających ciągle pochodne, jak to ma miejsce w przypadku analizy wrażliwości.



Rys. 2. Porównanie charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych przebiegów siły otrzymanych przy symulacji luzów funkcją (2) i wielomianami różnych stopni

Fig.2. Comparison of amplitude-frequency characteristics of forces obtained for simulation of clearances by means of clearance function (2) and polynomials of different degrees



Rys. 3. Porównanie charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych przebiegów siły otrzymanych przy symulacji luzów funkcją (2) i wielomianem 6-tego stopnia (5)

Fig.2. Comparison of amplitude-frequency characteristics of forces obtained for simulation of clearances by means of clearance function (2) and polynomial 6th degree (5)

Literatura

- [1] Laschet A.: *Simulation von Antriebssystemen*. Springer-Verlag 1988.
- [2] Marchelek K.: *Dynamika obrabiarek*. WNT, Warszawa 1991.
- [3] Müller L.: *Przekładnie zębate. Dynamika*. WNT, Warszawa 1986.
- [4] Świtoński E., Banasz T.: *Dinamičeskaja model' ugołnogo kombajna*. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej s. Górnictwo z.144, Gliwice 1986.
- [5] Świtoński E., Mężyk A., Rak Z.: *Dynamics of the Mining Machines Including Electromechanical Phenomena*. *Mechanizacja i Automatyzacja Górnictwa* nr 9-10, Katowice 1991.
- [6] Świtoński E., Mężyk A.: *Wpływ cech konstrukcyjnych na wielkości sił dynamicznych w układzie napędowym głowicy kombajnu*. *Materiały konferencyjne Międzynarodowej Konferencji Naukowo-Technicznej "Problemy projektowania, wytwarzania i eksploatacji sprzętu górniczego i środków automatyzacji górnictwa"*. Gliwice 16.09.1993.

Recenzent: doc. dr inż. Eugeniusz Turyk

Wpłynęło do redakcji: 15.07.1995 r.

Abstract

The paper deals with simulation of clearances in kinematic pairs of driving system. The application of continuously differentiable functions for simulation has been emphasized. The calculations have been carried out for two different functions simulating clearances. The polynomials of 3, 4, 5, and 6th degree have been applied for the simulations. The results obtained for the 6th degree polynomial correspond well with the results for clearance function. The higher degrees of polynomial are useless because of numerical errors. The amplitude-frequency characteristics obtained for simulation of clearances by polynomials of different degrees have been compared. The presented way of clearance simulation can be applied for sensitivity analysis and optimization.