XIII KONFERENCJA NAUKOWA ZN POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1998
„POJAZDY SZYNOWE '98" Seria: TRANSPORT z.31, nr kol. 1392

Włodzimierz CHOROMAŃSKI

ZAGADNIENIA MODELOWANIA I SYMULACJI UKŁADU DYNAMICZNEGO POJAZD SZYNOWY - STANOWISKO DO BADAŃ BEZPIECZEŃSTWA

Streszczenie. Przedmiotem artykułu jest analiza metod modelowania i symulacji układu pojazd szynowy - stanowisko do badań bezpieczeństwa. Autor koncentruje się na zagadnieniach liniowych. Prezentowane są algorytm do automatycznej generacji sił od elementów podatnych oraz metody badań symulacyjnych.

PROBLEMS OF MODELING AND SYMULATION OF RAILWAY VEHICLE - STAND SYSTEM FOR SAFETY INVESTIGATION

Summary. The paper deals with the problem of modelling and simulation of the railway vehicle -investigation stand system. The algorithm of automatic generation of forces from flexible elements as well as simulation techniques are presented.

1.WSTĘP

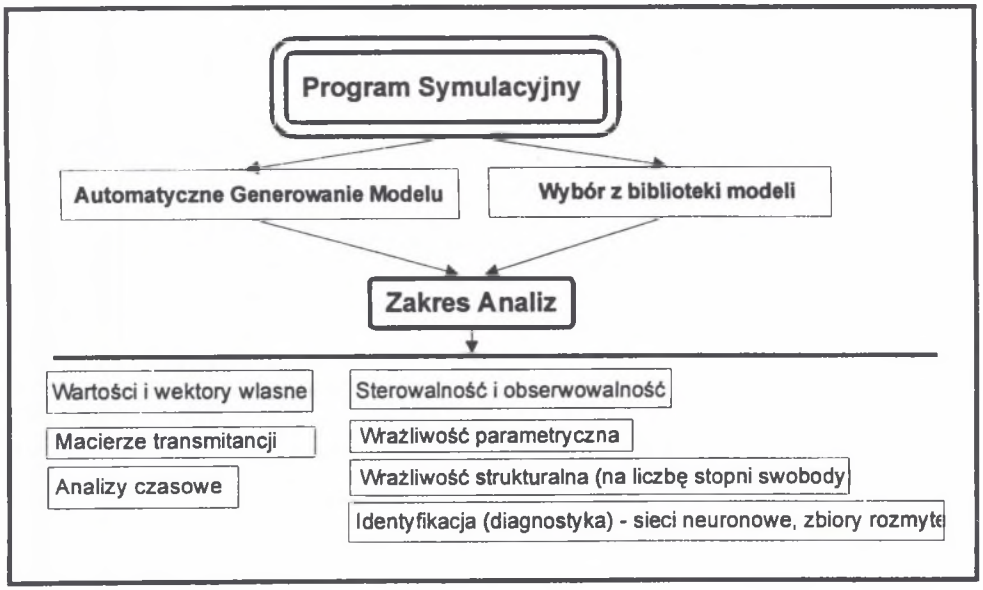
W ramach realizacji projektu badawczego KBN Nr 9 T12C 040 nt. „Modelowa i symulacyjna analiza dynamiki stanowiska badawczego" realizowanego pod kierunkiem Prof.dra hab. Jerzego Madeja budowany jest model matematyczny układu pojazd szynowy - stanowisko badawcze oraz program numeryczny do badań symulacyjnych. W niniejszym artykule przedstawiono zakres działań i symulacji realizowanych przez program, w tym algorytm do generacji sił od elementów podatnych. Rozważania zawężone zostaną do zagadnień w stosunkowo „niskim" zakresie częstotliwości. Konsekwencją tego założenia jest przyjęcie do opisu analizowanych zjawisk modeli matematycznych o stałych skupionych. Założenie to jest w pełni uzasadnione faktem, iż przedmiotem analiz jest pojazd (a nie tor, gdzie występują zjawiska w wyższym paśmie częstotliwości). Przyjęcie modelu o stałych skupionych nie oznacza, że w symulacjach komputerowych nie można będzie badać np. drgań gięto-skrętnych pudła wagonu. Wymagać do będzie jednak podziału analizowanych brył na tzw. „sztywne" elementy skończone [1,2]. Analizowany układ opisany będzie układem równań różniczkowych zwyczajnych. Ze względu na wymiarowość układu jedyną efektywną metodą jego analiz są analizy modalne (wartości i wektory własne, macierze transmitancji

operatorowej i widmowej itd.). Tego typu charakterystyki i analizy zdefiniowane są praktycznie tylko dla modeli liniowych (jedyną uniwersalną metodą analiz wielowymiarowych modeli nieliniowych jest praktycznie tylko ich całkowanie w dziedzinie czasu). Dlatego autorzy, zdając sobie w pełni sprawę z ograniczoności takich modeli. zdecydowali się głównie właśnie na nich oprzeć wszelkie analizy i symulacje. Takie podejście stosowane jest w wielu dziedzinach techniki dotyczących takich obiektów, jak pojazdy samochodowe, statki powietrzne i kosmiczne itd. Znajduje to również odzwierciedlenie w profesjonalnych komputerowych pakietach symulacyjnych, gdzie moduły do analiz i symulacji liniowych są szczególnie silnie rozwinięte (ADAMS, DADS, SIMPACK, MATLAB, 3D-Working Model).

1.1. Wstępne określenie zakresu analiz i symulacji

Na wstępie trzeba określić, czemu w zasadzie powstały model matematyczny, a następnie program komputerowy ma służyć. Niewątpliwie jednym z istotnych celów jest symulacja komputerowa układu dynamicznego pojazd szynowy - stanowisko badawcze. Ze względu na analizę różnych pojazdów oraz różnych modeli stanowiska badawczego (wzbudniki elektrohydrauliczne, sztywność i tłumienie posadowienia elementów wykonawczych itd.) istotne wydaje się uwzględnienie metod automatycznego generowania równań ruchu, zwłaszcza że dla modeli liniowych problem ten jest dobrze określony i nie powoduje znaczących trudności algorytmicznych i numerycznych. Jakkolwiek stworzona zostanie również biblioteka gotowych modeli pojazdów (odnosząca się do typowych „struktur" pojazdów szynowych). Powstały model oraz program symulacyjny pozwalają na analizę wartości i wektorów własnych macierzy stanu pojazdu, co w zasadzie całkowicie definiuje własności pojazdu (traktowanego jako obiekt liniowy). Zakres dalszych analiz to wyznaczenie macierzy transmitacji widmowej, która w sposób szczególnie wygodny dla inżyniera definiuje własności dynamiczne pojazdu w dziedzinie częstotliwości. Program pozwoli również na analizę charakterystyk czasowych. Pomocne do dalszych badań mogą być analizy wrażliwości parametrycznej oraz analizy dotyczące możliwej dekompozycji układu na podukłady o prostszej strukturze (analiza wrażliwości strukturalnej ze względu na liczbę stopni swobody). Istotnym elementem badań symulacyjnych będzie symulacja metod badawczych służących do określenia bądź zidentyfikowania określonych charakterystyk dynamicznych czy wartości parametrów. Na początku określić należy, czy obiekt przy zadanych wymuszeniach i lokalizacji czujników i przetworników pomiarowych jest sterowalny i obserwowalny. Sprawdzenie to dla układów liniowych sprowadza się do sprowadzenia równań ruchu do kanonicznej postaci Kalmana i badania rzędów odpowiednich macierzy. Techniki zdejmowania charakterystyk dynamicznych w sensie ich rodzaju i metod badawczych mogą być bardzo różne. Można tu wyróżnić dwa podstawowe typy charakterystyk dynamicznych: czasowe i częstotliwościowe. Charakterystyki czasowe to odpowiedzi na zdeterminowane wymuszenie (niekoniecznie skok jednostkowy, do czego jesteśmy przyzwyczajeni z klasycznych rozważań z zakresu automatyki). Charakterystyki częstotliwościowe to transmitancje widmowe przedstawione na płaszczyźnie zespolonej czy w postaci dwóch charakterystyk: amplitudowo-częstotliwościowej i fazowo-częstotliwościowej. Sposób ich otrzymania może być różny: poprzez analizę stanów ustalonych dla sygnałów wejściowych o skokowo zmienianej częstotliwości czy poprzez analizę odpowiedzi układu na (ze względu na specyfikę układu) szum dolnopasmowy (a następnie określenie gęstości widmowych - własnych i wzajemnych, funkcji koherencji zwykłych cząstkowych i wielokrotnych). Symulacja komputerowa stanowiska pojazd szynowy - symulator może posłużyć do analizy metod identyfikacji charakterystyk dynamicznych, jak również szeroko rozumianej diagnostyki wibracyjnej tego układu. W tym drugim przypadku można by rozważyć

możliwość zastosowania technik sieci neuronowej oraz teorii zbiorów rozmytych do diagnostyki zawieszeń pojazdów szynowych.



Rys. 1. Schemat blokowy programu

Fig.1. Block-scheme of program

Na rysunku 1 przedstawiono schematycznie zakres analiz programu symulacyjnego.

2. ALGORYTM GENEROWANIA SIŁ OD ELEMENTÓW PODATNYCH

Przedmiotem rozważań w niniejszym rozdziale będzie zagadnienie automatycznej generacji równań ruchu układu symulator-pojazd szynowy. Zgodnie z rozważaniami w poprzednim rozdziale przyjęto, iż przedmiotem badań będzie model liniowy opisujący małe drgania wokół położenia równowagi. Na początku ograniczmy nasze rozważania do modelu bez więzów. W ogólnym przypadku model ten można określić dobrze znanym równaniem macierzowym:

$$A\ddot{\bar{q}} + B\dot{\bar{q}} + C\bar{q} = F(t), \tag{2.1}$$

gdzie:

$\bar{q}$ - wektor współrzędnych uogólnionych,

F - wektor sił zewnętrznych,

A - macierz bezwładności.

Macierze B i C są w istocie sumą macierzy:

$$\begin{aligned} B &= B^1 + B^2 + B^3 \\ C &= C^1 + C^2 \end{aligned}, \tag{2.2}$$

gdzie:

C^1 - macierz sztywności,

C^2 - macierz ujmująca wpływ sił stycznych między kołem a szyną,

B^1 - macierz tłumień,

B^2 - macierz żyroskopowa,

B^3 - macierz ujmująca wpływ sił stycznych między kołem a szyną.

Biorąc pod uwagę charakter analizowanego obiektu (nie jest analizowany ruch pojazdu po torze) przyjmijmy, że macierze C^2, B^2, B^3 są równe zeru. Założenie to nie ma wpływu na ogólność proponowanej metody, a pominięte na aktualnym etapie macierze mogą w razie potrzeby zostać uwzględnione w dalszej analizie. Zauważmy, że w przypadku pominięcia więzów wszystkie macierze posiadają wymiar $6 \cdot n$, gdzie n jest liczbą wyodrębnionych brył sztywnych. Bryły te mogą bezpośrednio odnosić się do takich elementów pojazdu, jak: zestawy kołowe, ramy wózków, pudło wagonu. Biorąc pod uwagę równanie (2.1) można zauważyć, że macierz bezwładności A jest macierzą diagonalną, która na diagonali zawiera wartości mas i momentów bezwładności wyodrębnionych brył. Jej wyznaczenie (przy założeniu iż ruch analizujemy w układzie współrzędnych o osiach zgodnych z głównymi centralnymi osiami bezwładności) jest zadaniem bardzo łatwym. Analizowany problem w niniejszym rozdziale sprowadza się zatem do wyznaczenia macierzy B i C. Zadanie można sformułować następująco:

Niech dany jest układ składający się z n nieodkształcalnych brył połączonych elementami podatnymi o liniowych charakterystykach i dowolnym usytuowaniu przestrzennym. Dla danego wektora stanu X (przemieszczenia, prędkości) określić siły działające na bryły od elementów podatnych, a następnie wyznaczyć macierze B i C. Założyć, iż ruch brył opisany jest w układzie związanym z głównymi osiami bezwładności brył.

Rozważania zostaną przeprowadzone dla pojedynczego elementu podatnego i dowolnego elementu macierzy C (co w niczym nie ogranicza ogólności rozważań - wyznaczenie elementów macierzy B jest analogiczne). Załóżmy, że element podatny o indeksie "l" łączy dwie bryły (traktowane jako nieodkształcalne) odpowiednio o indeksach "i" oraz "j" (jak na rysunku 2). Punkt zamocowania elementu l-tego w bryle "i" oznaczmy symbolem A, zaś w bryle "j" symbolem B. Oś łączącą punkty A oraz B nazywać będziemy osią elementu podatnego k. Analizowane bryły stanowić mogą element większego układu mechanicznego opisanego w ogólności (bez uwzględnienia więzów mechanicznych) wektorem stanu:

$$\bar{x}_{1\ 12*n} = \begin{bmatrix} \bar{q} \\ \dot{\bar{q}} \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

gdzie:

$\bar{q}_{1\ 6*n}$ - wektor przemieszczeń (translacyjnych i rotacyjnych),

$\dot{\bar{q}}_{1\ 6*n}$ - wektor prędkości,

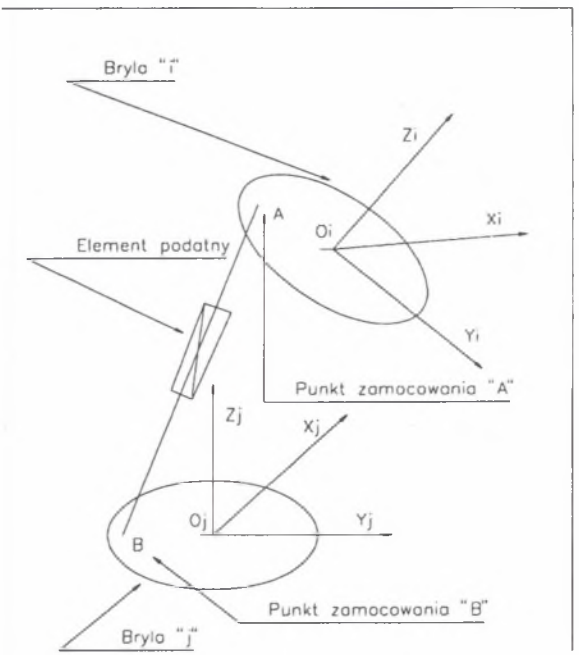
n - liczba brył w analizowanym układzie,

przy czym związek między poszczególnymi składowymi tych wektorów a składowymi wektora stanu $\bar{x}$ jest następujący:

$$q_i[r] = x[6*(i-1)+r] \qquad r = 1,2,3,4,5,6 \tag{2.4}$$

Należy pamiętać, że w równaniu (2.4) trzy pierwsze składniki określają translacje, a trzy następne rotacje. Załóżmy, że analizujemy element sprężysty (w ogólnym przypadku może to być element podatny) jak na rysunku 2. Dla określenia sił generowanych przez ten element (czy macierzy sztywności C) niezbędne jest określenie odkształceń tego elementu (termin "odkształcenie" rozumiany jest tu jako różnica przemieszczeń (translacyjnych i rotacyjnych) punktów zamocowania elementu w bryle "i" oraz "j"). Zakładamy, że element scharakteryzowany jest dwoma parametrami określonymi dla tzw. osi głównej elementu, a mianowicie sztywnością translacyjną i rotacyjną, oznaczoną odpowiednio K_l , KR_l . W tym celu w pierwszej fazie niezbędne jest obliczenie przemieszczeń i rotacji punktów zamocowania (chodzi o przemieszczenia punktów A i B. patrz rysunek 2).

Przeprowadźmy analizę dla punktu A.



Rys. 2. Układ dwóch brył sztywnych sprzęgniętych elementem podatnym

Fig.2. System of two rigid bodies interconnected with flexible element

Niech współrzędne tego punktu w układzie związanym z i-tą bryłą określone są trzyelementowym wektorem: ZAM_{il}. Wtedy wektor q_{il} przemieszczeń translacyjnych i rotacyjnych punktu zamocowania w układzie związanym z i-tą bryłą określony jest zależnością:

$$q_{il} = MT_{il}\, q_i \tag{2.5}$$

gdzie:

$$MT_{il} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & ZAM_{il}[3] & -ZAM_{il}[2] \\ 0 & 1 & 0 & -ZAM_{il}[3] & 0 & ZAM_{il}[1] \\ 0 & 0 & 1 & ZAM_{il}[2] & -ZAM_{il}[1] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

q_i - sześć współrzędnych opisujących ruch i-tej bryły (trzy pierwsze rotacyjne, trzy pozostałe translacyjne).

Wektor przemieszczeń q_{il} należy obecnie zrzutować na oś główną analizowanego elementu podatnego (w naszym konkretnym przypadku jest to element sprężysty; zastępując jednak wektor współrzędnych q_i wektorem prędkości $\dot{q}_i$ możemy analizować elementy tłumiące o charakterystyce liniowej i tym samym prowadzić rozważania dotyczące wyznaczenia macierzy B). Ze względu na to, że rozważania nasze dotyczą jednej osi oraz jednocześnie rotacji i translacji, macierz cosinusów kierunkowych zastąpmy inną macierzą KOS_{il} określającą orientacje osi głównej l-tego elementu podatnego względem głównych centralnych osi bezwładności i-tej bryły:

$$KOS_{il} = \begin{bmatrix} \cos_{il1} & \cos_{il2} & \cos_{il3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos_{il1} & \cos_{il2} & \cos_{il3} \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

gdzie:

$\cos_{il1,2,3}$ określa cosinus kąta między kolejnymi trzema osiami układu związanego z głównymi centralnymi osiami bezwładności i-tej bryły a główną osią elementu sprężystego.

Niech wektor $q_{il\text{g}}$ określa przemieszczenie (translację i rotację elementu sprężystego wzdłuż i wokół osi głównej). Wtedy:

$$q_{il\text{g}} = KOS_{il}\ MT_{il}\ q_i \tag{2.7}$$

Zauważmy, że wektor $q_{il\text{g}}$ jest wektorem dwuelementowym. Analizowany l-ty element może łączyć dwie bryły i-tą i j-tą lub może być połączony z nieruchoma ostoją. Względne odkształcenie l-tego elementu sprężystego określone jest w pierwszym przypadku zależnością:

$$wq_l = KOS_{il}\ MT_{il}\ q_i - KOS_{jl}\ MT_{jl}\ q_j \tag{2.8}$$

W drugim przypadku zależność (2.8) ulega uproszczeniu (wektor q_j jest tożsamościowo równy zeru, a zatem $wg = q_{il\text{g}}$).

Określmy teraz wektor sił generowany przez l-ty element. Można to uczynić za pomocą zależności:

$$FM_l = CC\ (KOS_{il}\ MT_{il}\ q_i - KOS_{jl}\ MT_{jl}\ q_j) = CC_l\ KOS_{il}\ MT_{il}\ q_i - CC_l\ KOS_{jl}\ MT_{jl}\ q_j \tag{2.9}$$

gdzie:

$$CC_l = \begin{bmatrix} K_l & 0 \\ 0 & KR_l \end{bmatrix}$$

Zauważmy, że wektor FM_l jest wektorem dwuelementowym (2x1), którego pierwszy element określa generowaną siłę, a drugi element generowany moment, tzn.:

$$FM_l = \begin{bmatrix} F_l \\ M \end{bmatrix} \tag{2.10}$$

Obecnie zrzutujmy wektor FM_l na główne centralne osie bezwładności i-tej bryły:

$$FM_{li} = KOS_{il}^T\, CC_l\, KOS_{il}\, MT_{il}\, q_l - KOS_{jl}^T CC_l\, KOS_{jl}\, MT_{jl}\, q_l \tag{2.11}$$

gdzie:

index - T - oznacza transpozycję.

Obliczmy aktualnie oddziaływania (siły i momenty) l-tego elementu na i-tą bryłę (pamiętając, że wektor siły, który nie przechodzi przez początek układu współrzędnych, związany ze środkiem ciężkości, generuje moment):

$$FM_{lig} = MT_{il}^T\, KOS_{il}^T\, CC_l\, KOS_{il}\, MT_{il}\, q_l - MT_{il}^T\, KOS_{il}^T CC_l\, KOS_{jl}\, MT_{jl}\, q_l \tag{2.12}$$

gdzie:

$$FM_{lig} = \begin{bmatrix} F_{i1} \\ F_{i2} \\ F_{i3} \\ M_{i1} \\ M_{i2} \\ M_{i3} \end{bmatrix}$$

Analogicznie dla bryły j-tej możemy zapisać:

$$FM_{ljg} = MT_{jl}^T\, KOS_{jl}^T\, CC_l\, KOS_{jl}\, MT_{jl}\, q_l - MT_{il}^T\, KOS_{il}^T CC_l\, KOS_{il}\, MT_{il}\, q_l \tag{2.13}$$

Zauważmy, że macierz CC_l jest macierzą symetryczną. Z elementarnych własności macierzy [3] można wykazać, że macierz:

$$MT_{jl}^T\, KOS_{jl}^T\, CC_l\, KOS_{jl}\, MT_{jl} \tag{2.14}$$

Można również wykazać (dowód zawarty zostanie w ostatecznym opracowaniu), że:

$$MT_{jl}^T\, KOS_{jl}^T CC_l\, KOS_{il}\, MT_{il} = MT_{il}^T\, KOS_{il}^T CC_l\, KOS_{jl}\, MT_{jl} \tag{2.15}$$

Dodatkowo wyżej wymienione macierze są symetryczne.

Wprowadźmy następujące oznaczenia:

$$
\begin{aligned}
C_{iil} &= MT_{il}^T KOS_{il}^T CC_l KOS_{il} MT_{il} \\
C_{jjl} &= MT_{jl}^T KOS_{jl}^T CC_l KOS_{jl} MT_{jl} \\
C_{ijl} &= MT_{il}^T KOS_{il}^T CC_l KOS_{il} MT_{il} = MT_{il}^T KOS_{il}^T CC_l KOS_{jl} MT_{jl}
\end{aligned}
\tag{2.16}
$$

Zauważmy, że macierze te stanowią składnik całkowitej macierzy sztywności C (z zależności (2.1)).

Zapiszmy macierz C jako sumę macierzy C_l, które są generowane przez poszczególne elementy sprężyste. A zatem możemy napisać, że:

$$
C = \sum_{l=1}^{m} C_l \tag{2.17}
$$

gdzie:

m - liczba analizowanych elementów sprężystych.

Przy czym macierz C_l (wygenerowana przez l-ty element łączący i-tą i j-tą bryłę) określona jest zależnością:

$$
C_l = \begin{bmatrix}
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
\dots & C_{iil} & \dots & C_{ijl} & \dots & \dots \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
\dots & C_{ijl} & \dots & C_{jjl} & \dots & \dots \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots
\end{bmatrix} \tag{2.18}
$$

Macierz C jest symetryczną macierzą kwadratową o wymiarze $[6n \times 6n]$.

Macierz B wyznaczamy w sposób analogiczny. We wzorach (2.14) i (2.15) macierz CC_l zastępujemy macierzą BB_l zdefiniowaną:

$$
BB_l = \begin{bmatrix} B_l & 0 \\ 0 & BR_l \end{bmatrix} \tag{2.19}
$$

przy czym:

B_l - współczynnik tłumienia wiskotycznego wzdłuż osi głównej elementu tłumiącego,

BR_l - współczynnik tłumienia wiskotycznego wokół osi głównej elementu tłumiącego.

Zależności (2.16), (2.17) i (2.18) przyjmują teraz odpowiednio postać:

$$
\begin{aligned}
B_{iil} &= MT_{il}^T KOS_{il}^T BB_l KOS_{il} MT_{il} \\
B_{jjl} &= MT_{jl}^T KOS_{jl}^T BB_l KOS_{jl} MT_{jl} \\
B_{ijl} &= MT_{jl}^T KOS_{jl}^T BB_l KOS_{il} MT_{il} = MT_{il}^T KOS_{il}^T BB_l KOS_{jl} MT_{jl}
\end{aligned}
\tag{2.20}
$$

$$B = \sum_{l=1}^{m} B_l \tag{2.21}$$

$$B_l = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & B_{ml} & \dots & B_{ml} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & B_{ml} & \dots & B_{ml} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \tag{2.22}$$

Po wyznaczeniu macierzy A, B i C układ (2.1) można sprowadzić do postaci kanonicznej:

$$\dot{\bar{x}} = G\bar{x} \tag{2.23}$$

gdzie:

G - macierz stanu

$$G = \begin{bmatrix} I & 0 \\ -A^{-1}B & -A^{-1}C \end{bmatrix}$$

Mając określoną macierz stanu G możemy przeprowadzić bogaty zakres analiz omówiony w punkcie 1.2.

3. PODSUMOWANIE

Praca zawiera opis programu technik modelowania i symulacji układu pojazd szynowy - stanowisko badawcze do oceny bezpieczeństwa i własności dynamicznych pojazdu. Rozważania zawężone są do modeli liniowych o stałych skupionych. Obok omówienia zakresu i metod numerycznych analiz symulacyjnych podany jest efektywny algorytm automatycznej generacji liniowego modelu matematycznego. Proces budowy modelu oraz jego badań symulacyjnych jest całkowicie zautomatyzowany. Praca realizowana jest w ramach projektu badawczego 9 T 12C 040 13.

LITERATURA

1. Kruszewski J., Gawroński W., Wittbrodt E., Najbar F., Grabowski S.: Metoda sztywnych elementów skończonych. Arkady, Warszawa 1975.
2. Kruszewski J., Wittbrodt E.: Drgania układów mechanicznych w ujęciu komputerowym. WNT, Warszawa 1992.
3. Bishop R.E.D., Gladwell G.M.L., Michaelson S.: Macierzowa analiza drgań. WNT, Warszawa 1972.

Recenzent: Prof.zw.dr hab.inż. Włodzimierz Gąsowski

Abstract

This work deals with the problems of modelling and simulation techniques of the railway vehicle - stand for dynamics and safety investigation system. Considerations are limited to the discrete linear model. The original algorithm for linear model generation is presented. So the process of model building and simulation is fully automatic.