

Jan MATEJ

## WPLYW WYBRANYCH PARAMETRÓW KONSTRUKCYJNYCH WÓZKA NA STATECZNOŚĆ POPRZECZNĄ GRUPY WAGONÓW BIMODALNYCH W RUCHU PO TORZE PROSTYM

**Streszczenie.** W przedstawionym referacie przedstawiono wpływ tłumienia poprzecznego belki bujawkowej oraz obciążenia wózków przez nadwozia na stateczność poprzeczną pociągu bimodalnego w ruchu po torze prostym. Badania przeprowadzono na liniowym modelu matematycznym, analizując wartości i wektory własne układu złożonego z trzech jednostek bimodalnych.

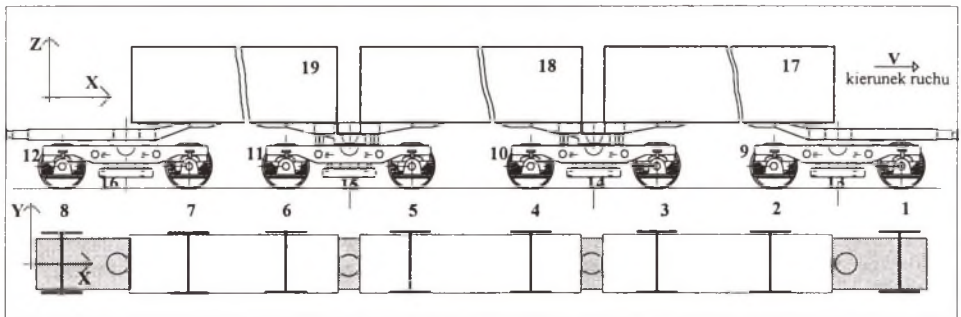
## THE INFLUENCE OF SPECIFIED PARAMETERS BOGIE DESIGN ON THE LATERAL STABILITY OF BIMODAL TRAIN ALONG STRAIGHT TRACK

**Summary.** The influence of lateral damping of bolsters and vertical bogie loading on the lateral stability of bimodal train on a straight track was presented. A linear mathematical model was build to analyse eigenvalues and eigenvectors of a train including three bimodal units.

### 1. WSTĘP

Badany pociąg bimodalny składa się zarówno z typowo kolejowych elementów, w postaci dwuosiowych wózków wagonów towarowych, jak również drogowych jednostek transportowych w formie naczep lub cystern (specjalnie do tego celu przystosowanych). Sąsiednie nadwozia łączą się w pociągu za pomocą adapterów (projekt OBRPS z Poznania) - [13]. Obiekt badań modelowych ma następujące cechy:

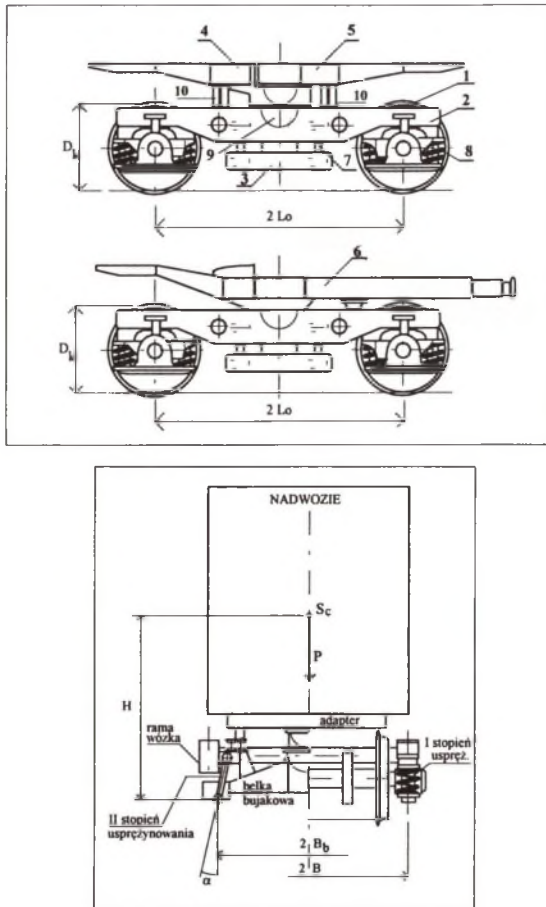
1. Nadwozia sąsiednich wagonów tworzących pociąg bimodalny opierają się na wspólnym wózku, nazywanym dalej *wózkiem pośrednim* (rys.1, rys.2).
2. Nadwozia skrajnych wagonów pociągu opierają się z jednej strony na wózku pośrednim, z drugiej zaś strony na *wózku krańcowym* wyposażonym w urządzenia pociągowo-zderznie (rys.1, rys.2).



Rys. 1. Schemat trójczłonowego pociągu bimodalnego  
 Fig. 1. Three bimodal units scheme

3. Oparcie nadwozia na wózku pośrednim realizowane jest za pomocą dwuczęściowego adaptera (rys.2). Obie części adaptera (*póładaptery 4, 5* w formie lekkich ram) połączone są ze sobą przegubowo.

*Adapter pośredni* opiera się centralnie na *belce bujkowej\_3* wózka za pomocą kulistego czopa skrętu (9) i dodatkowo za pomocą ślizgów bocznych (10), umieszczonych w poprzecznej płaszczyźnie zawierającej oś symetrii wózka (po jednej parze ślizgów dla każdego póładaptera). *Póładaptery*, po osadzeniu na nich nadwozia podczas formowania składu, tworzą strukturalną całość z nadwoziem i stanowią jego przedłużenie.



Rys.2. Układy adapterów oraz elementy usprężynowania I i II stopnia  
 Fig.2. Bogie adapters and first and secondary suspension elements

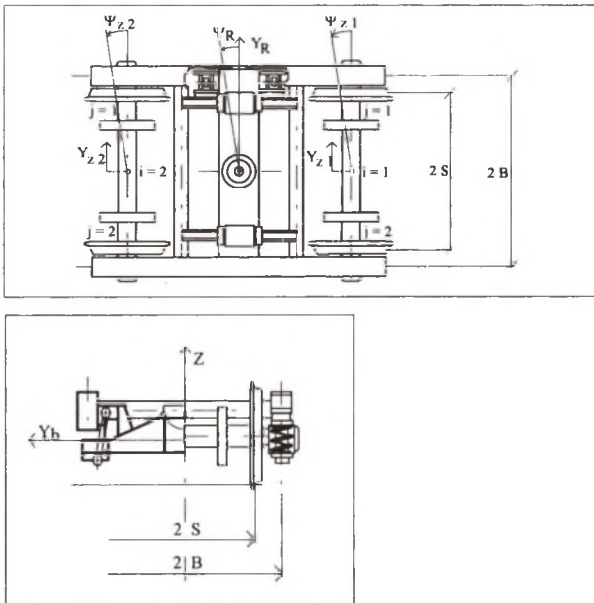
4. Oparcie nadwozia na wózku krańcowym (posiadającym również belkę bujakową) jest realizowane za pomocą *adaptera krańcowego 6*, wyposażonego w urządzenia pociągowozderzne (rys.2). Adapter krańcowy opiera się na wózku centralnie, za pomocą kulistego czopa skrótu i pary ślizgów bocznych, umieszczonych w poprzecznej płaszczyźnie osi symetrii wózka. Po osadzeniu nadwozia na adapterze tworzy ono z nim strukturalną całość.
5. Każdy z wagonów tworzących pociąg ma dwa stopnie usprężynowania przedstawione schematycznie na rys.2. Pierwszy stopień tworzą sprężyny śrubowe umieszczone parami z każdej strony zestawu kół. Drugi stopień to belka bujakowa połączona z ramą wózka poprzez dwie pary wieszaków (po jednej parze na stronę).
6. Rozpatrywany pociąg składa się z trzech pojazdów opartych na dwóch wózkach krańcowych i dwóch wózkach pośrednich (rys.1).

### 3. LINIOWY MODEL MATEMATYCZNY POCIĄGU BIMODALNEGO

Model matematyczny pociągu bimodalnego ma charakter dyskretnego modelu strukturalnego, w którym wyodrębniono nieodkształcalne bryły oraz łączące je bezmasowe elementy odkształcalne. Założenia idealizujące układ tor-pojazd są następujące: tor jest doskonale sztywny, gładki i prosty; obręcze kół mają jednakowy i ustabilizowany profil; średni promień toczenia kół w wybranym zestawie równy jest średniej arytmetycznej aktualnych promieni toczenia kół; różnica aktualnych promieni toczenia kół  $i$ -tego zestawu oraz różnica kątów styku kół z szynami liniowo zależy od przemieszczenia poprzecznego osi zestawu; ruch odbywa się wzdłuż toru bez wytwarzania sił pociągowych i hamujących zestawu kół.

Rysunek 1 przedstawia wszystkie wyodrębnione bryły sztywne przyjęte do opisu drgań ruchu zaburzonego dla modelu matematycznego pociągu, przy czym nadwozia wraz z przypisanymi do nich adapterami stanowią jedną całość.

Zestawom kół przyporządkowano indeksy od 1 do 8. Dla ram wózków zarezerwowano indeksy 9, 10, 11, 12, natomiast belkom bujającym przypisano wskaźniki 13, 14, 15, 16. Ruchy zaburzone pierwszych 12 brył opisywane są przez dwie współrzędne  $Y, \Psi$ . W przypadku każdej z belk bujających jest to tylko jedna współrzędna dotycząca poprzecznego przemieszczenia.



Rys.3. Współrzędne uogólnione opisujące ruch zaburzony układu  
 Fig.3. Generalized coordinates according to disturbed motion of the system

## 4. RÓWNIANIA RUCHU ZABURZONEGO DLA MODELU POCIĄGU

Badany model pociągu bimodalnego jest układem o 28 stopniach swobody. Do wyprowadzenia równań ruchu zaburzonego użyto równań Lagrange'a II rodzaju - [1, 2, 8]

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial E_K}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial E_K}{\partial q_i} + \frac{\partial E_P}{\partial q_i} + \frac{\partial E_R}{\partial \dot{q}_i} = Q_i, \quad (1)$$

w których  $E_K$  oznacza energię kinetyczną układu,  $E_P$  energię potencjalną,  $E_R$  - funkcję Rayleigh'a,  $Q_i$  - siły uogólnione,  $q_i$  - współrzędne uogólnione,  $\dot{q}_i$  - pochodne  $q_i$  po czasie. W zapisie macierzowym równania te przedstawiają się następująco:

$$[A]\{\ddot{q}\} + [B']\{\dot{q}\} + [C']\{q\} = \{F\}, \quad (2)$$

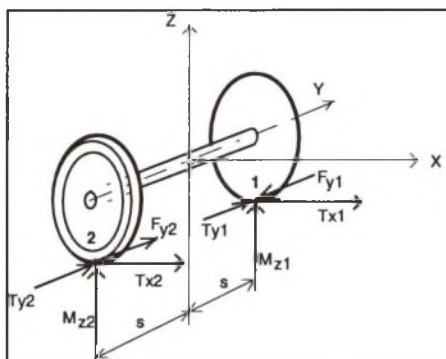
gdzie  $\{q\}$  jest wektorem zadeklarowanych przemieszczeń i obrotów,  $\{\dot{q}\}$  i  $\{\ddot{q}\}$  są wektorami reprezentującymi prędkości i przyspieszenia, natomiast  $\{F\}$  jest wektorem sił uogólnionych powstających w wyniku oddziaływań koło-szyna, będących funkcjami przemieszczeń i prędkości.  $[A]$  jest macierzą bezwładności, zaś macierze  $[B']$  i  $[C']$  reprezentują tłumienie oraz sztywność układu.

Zachowanie się pojazdu szynowego w ruchu po torze prostym uwarunkowane jest w sposób zasadniczy przez siły oddziaływania pomiędzy kołem i szyną. Siły te zależą od profilu koła i szyny, poślizgów oraz rodzaju materiałów. W modelu uwzględniono dwa rodzaje sił zewnętrznych działających na badany system: siły grawitacyjne i siły styczne.

Siły styczne powstają w wyniku poślizgów zachodzących w punktach styku kół z szynami, gdy zestaw kół porusza się wzdłuż toru, doświadczając przemieszczeń poprzecznych i obrotowych w płaszczyźnie poziomej. Poślizgi wyznaczono w układzie toru. W badanym przypadku mamy do czynienia z poślizgami *suwnymi* oraz *wiertnymi* (spin). Zgodnie ze statyczną teorią Herta obszar styku jest eliptyczny, a stosunek półosi elipsy styku  $a/b$  może być wyznaczony na podstawie znajomości głównych promieni krzywizny ciał [1,4]. Liniowe związki, opisujące siły styczne zależne od poślizgów, napisane zostały zgodnie z liniową teorią kontaktową toczenia, rozwiniętą przez Kalkera [4] i szeroko stosowaną w dynamice pojazdów szynowych do określania stateczności poprzecznej.

Siły centrujące (grawitacyjne), działające na kierunkach równoległych do osi Y, są składowymi reakcji normalnych szyn na koła w punktach styku. Kąty styku  $\gamma_{i1}, \gamma_{i2}$  kół z szynami są w rzeczywistości na tyle małe, że powalają przyjąć założenie, iż każda z reakcji normalnych  $N_{i1}, N_{i2}$  jest w przybliżeniu równa połowie obciążenia przypadającego na oś, czyli  $Q_i$ .

Siłami uogólnionymi działającymi na każdy zestaw kół są wypadkowe sił centrujących  $F_{y_i}$  i styčných  $T_{y_{ij}}$  na kierunku osi Y oraz momenty sił styčných i momenty od spinu względem osi Z - rys.4.



Rys.4. Siły i momenty działające w punktach styku kół z szynami  
 Fig.4. External forces acting in the wheel/rail contact points

## 5. STATECZNOŚĆ POPRZECZNA MODELU POCIĄGU NA TORZE PROSTYM

Stateczność poruszającego się po torze prostym pojazdu związana jest z faktem istnienia profilowanych kół stalowych biegnących po szynach. Jeżeli zestaw kół zostanie wytrącony ze swojego środkowego położenia, to generowane są w punktach styku kół z szynami siły styczne. Siły przywracające równowagę (centrujące) są wynikiem istnienia stożkowatości kół. Efektem ich działania jest sinusoidalny ruch zestawów kół w pojeździe wzdłuż toru prostego. Zjawisko to, znane jako *węzykowanie*, przejawia się na początku jako lekko tłumiona reakcja na nieregularności toru, by nasilić się przy *prędkości krytycznej* i osiągnąć *cykl graniczny*. W rezultacie dochodzi do kontaktu szyn z obrzeżem, co w konsekwencji może grozić wykolejeniem pojazdu. Badanie stateczności, (stabilności) liniowych układów opisanych równaniami różniczkowymi zwyczajnymi, wymaga rozstrzygnięcia o tym, czy wszystkie zera wielomianu charakterystycznego mają ujemną część rzeczywistą.

## 6. WARTOŚCI WŁASNE I WEKTORY WŁASNE MACIERZY STANU

Wyznaczenie i analiza wartości własnych i wektorów własnych macierzy stanu pozwalają na badanie właściwości dynamicznych interesującego nas obiektu bez konieczności rozwiązywania układu liniowych równań różniczkowych opisujących ruch zaburzony modelu. Względy numeryczne wymagają zastosowania podstawienia - [3, 11, 12]:

$$\{\dot{q}\} = [I] \{u\} , \quad (3)$$

aby obniżyć rząd różniczkowych równań ruchu zaburzonego i przekształcić układ (4.3) do postaci normalnej Cauchy'ego:

$$\{y'\} = [D] \cdot \{y\} , \quad (4)$$



gdzie  $[I]$  jest macierzą jednostkową. Wektor współrzędnych stanu  $\{y\}$  utworzony jest wówczas ze współrzędnych  $q_i$  oraz prędkości  $\dot{q}_i$ , zaś macierz stanu  $[D]$  jest kwadratową macierzą stopnia  $2N$ , ( $N=28$ ).

## 7. OBLICZENIA NUMERYCZNE

Wartości liczbowe parametrów (tab.1) zaczerpnięte zostały z różnych źródeł, między innymi z [13]. Obliczenia przeprowadzono dla pustych oraz pełnych nadwozi (cystern bimodalnych) pociągu, w szerokim zakresie wartości tłumienia poprzecznego belek bujawkowych. Otrzymane wartości własne umożliwiają wyznaczenie prędkości krytycznej pociągu, dla danego kompletu parametrów. Towarzyszące wybranemu rozwiązaniu wektory własne pozwalają na przedstawienie postaci drgań poszczególnych elementów badanego układu. Postacie drgań dla samych zestawów kół w modelu pociągu pokazane zostały na rys.6. Natomiast położenie zestawów kół, ramy oraz belki bujawkowej wózka prowadzącego, w sytuacji utraty stateczności poprzecznej przez pociąg bimodalny poruszający się z prędkością krytyczną po torze prostym, obrazuje rys.7. W przedstawionym przypadku belki bujawkowe są tłumione poprzecznie ( $Cy_2 = 40E03 \text{ Ns/m}$ ), nadwozia są obciążone w 100%, a prędkość krytyczna bliska jest 200 km/h.

Tablica 1

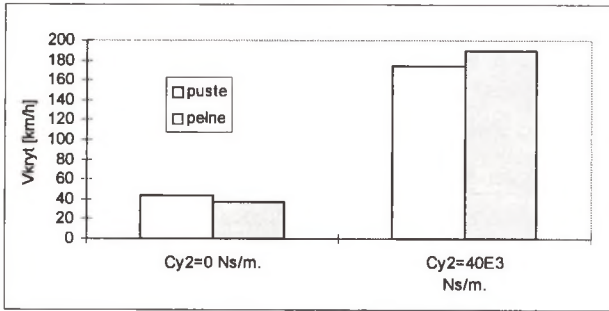
Wartości liczbowe parametrów obliczeniowych adapterowego pociągu bimodalnego

Lp.	Parametr	Opis	Wartość
1.	$r_i$	średni promień toczenia kół w i-tym zestawie [m]; ( $i = 1, \dots, 8$ )	0.46
2.	$v_i$	ekwiwalentna stożkowatość; ( $i = 1, \dots, 8$ )	0.2
3.	$\delta$	współczynnik sztywności grawitacyjnej	12.
4.	$2S$	rozstaw punktów styku kół z szynami [m]	1.5
5.	$2B$	poprzeczny rozstaw łożysk osiowych [m]	2.
6.	$2L_0$	baza wózka [m]	2.3
7.	$2L_N$	baza cysterny [m]	11.134
8.	$MZ_i$	masa zestawu kół z hamulcem [kg]; ( $i = 1, \dots, 8$ )	1750.
9.	$M_R$	masa ramy wózka [kg]	1600.
10.	$M_B$	masa belki bujawkowej [kg]	500.
11.	$M_{AK}$	masa adaptera krańcowego [kg]	1900.
12.	$M_{AS}$	masa adaptera środkowego [kg]	1300.
13.	$M_{Cp}$	masa pustej cysterny [kg]	11000.
14.	$M_{Cł}$	masa pełnej cysterny [kg]	30000.
15.	$JZ_i$	moment bezwładności zestawu kół wzgl. osi pionowej [ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ]; ( $i = 1, 2$ )	810.
16.	$J_R$	moment bezwładności ramy wózka wzgl. osi pionowej [ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ]	1100.
17.	$J_{Cp}$	moment bezwładności pustej cysterny wzgl. osi pionowej [ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ]	80380.
18.	$J_{Cł}$	moment bezwładności pełnej cysterny wzgl. osi pionowej [ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ]	273000.
19.	$K_{y1}$	sztywność poprzeczna prowadzenia osi zestawu kół w ramie wózka; [ $\text{N/m}$ ]* $10^6$	4.

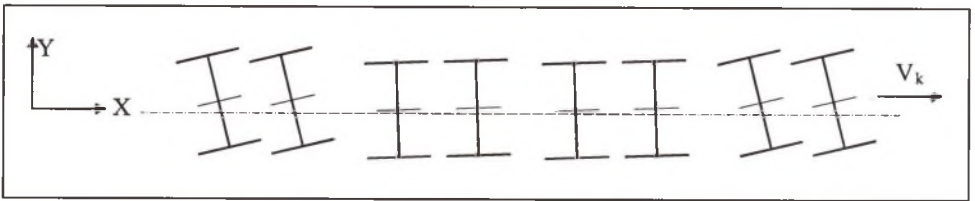
cd. tablicy 1

20.	$K_{y2}$	szywność poprzeczna prowadzenia pustej/ pełnej cysterny względem ramy wózka krańcowego/środkowego; $[\text{N/m}] \cdot 10^6$	0.178 / 0.341 0.524 / 1.032
21.	$K_{x1}$	szywność wzdłużna prowadzenia osi zestawu kół w ramie wózka; $[\text{N/m}] \cdot 10^8$	4.
22.	$C_{y1}$	Tłumienie poprzeczne prowadzenia osi zestawu kół w ramie wózka; $[\text{Ns/m}] \cdot 10^5$	1.4

Wpływ tłumienia poprzecznego belki bujawkowej na prędkość krytyczną modelu pociągu pokazano na rys.5. Wyraźnie widać, że brak takiego tłumienia drastycznie obniża poziom tej prędkości, a niestateczność spowodowana jest oddziaływaniem nadwozia. Gdy belka jest tłumiona poprzecznie, wówczas o niestateczności decyduje wózek i dochodzi do niej przy prędkościach bliskich 200 km/h.

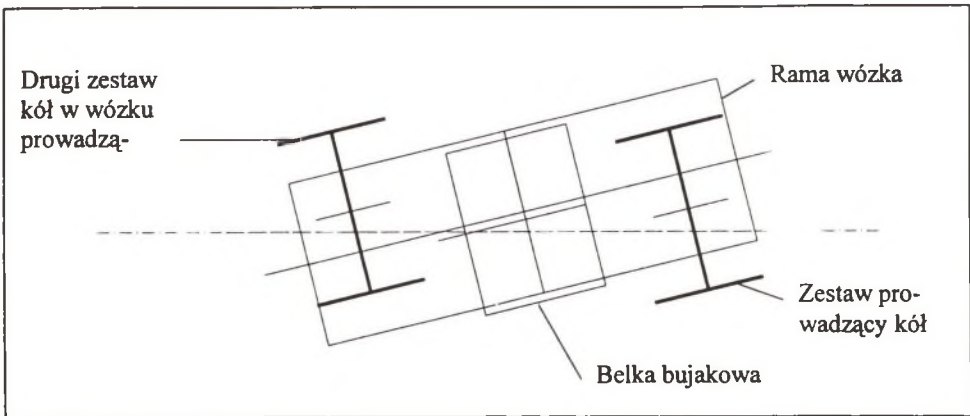


Rys.5. Wpływ tłumienia poprzecznego belki bujawkowej na prędkość krytyczną pociągu  
Fig.5. Influence of lateral bolster damping on a critical train speed



Rys.6. Postacie drgań zestawów kół w chwili utraty stateczności ruchu modelu pociągu  
Fig.6. Wheelsets vibration forms at the moment of critical speed for train model





Rys.7. Postacie drgań elementów wózka prowadzącego w chwili utraty stateczności ruchu modelu pociągu  
 Fig.7. Leading bogie vibration forms at the moment of critical speed for train model

## LITERATURA

1. V.K. Garg, R.V. Dukkipati.: Dynamics of Railway Vehicle Systems. Academic Press, 1984.
2. W. Grzesikiewicz, J. Osiecki, J. Piotrowski.: Podstawy dynamiki pojazdów szynowych. Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1974.
3. Z. Fortuna, B. Macukow, J. Wąsowski.: Metody numeryczne. WNT, Warszawa 1982.
4. J.J. Kalker.: Survey of Wheel-Rail Rolling Contact Theory. Vehicle System Dynamics, 5, 1974.
5. J. Kisilowski i in.: Dynamika układu mechanicznego pojazd szynowy-tor. PWN, Warszawa 1991.
6. J. Kostro.: Budowa taboru bimodalnego i rozwój konstrukcji. Zeszyty Instytutu Pojazdów Politechniki Warszawskiej, z.1, Warszawa 1994.
7. J. Madej.: Badanie dynamiki pociągu złożonego z naczep kolejowo-drogowych. Projekt badawczy KBN, Nr 3-1174-91-01.
8. J. Matej.: Stateczność ruchu składu bimodalnego w torze. Zeszyty Instytutu Pojazdów Politechniki Warszawskiej, z.1, Warszawa 1994.
9. J. Matej.: Dynamika pojazdów do transportu drogowo-szynowego. Praca badawcza 503/123/102/1, Politechnika Warszawska, Instytut Pojazdów, Warszawa 1994.
10. J. Matej.: Badanie stateczności ruchu taboru bimodalnego II generacji na modelach matematycznych. Praca badawcza 503/123/108/5, Politechnika Warszawska, Instytut Pojazdów, Warszawa 1995.
11. W. Press, B.: Flannery. Numerical Recipes. The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press, 1986.
12. A. Ralston.: Wstęp do analizy numerycznej. PWN, Warszawa 1983.
13. Dokumentacja techniczna wózków i adapterów pociągu bimodalnego. OBRPS, Poznań 1997.

**Abstract**

We examined a linear mathematical model of a bimodal train, having 28 degrees of system, on a straight track in terms of lateral stability and critical speed. In structure of the train we can indicate railway bogies equipped with bolsters (rail mode), external car-bodies equipped with their own structures (road mode) and special light frames called „adapters”, which are necessary to connect road and rail modes together.

It was introduced some simplifications in mathematical model. We assumed that creep forces are linear function of the creepages and an equivalent conicity and gravitational stiffness are functions of the lateral displacement of wheelset. In analytical approach to the question of lateral stability we reduced the differential equations of motion to algebraic form. To find the critical speed of a train we have calculated numerically eigenvalues, using QR method. The principal purpose of this study was to determine the optimum values of the bogie parameters such as lateral damping of bolster and vertical loading in term of max train speed along a straight track.