

Tomasz MATYJA  
Andrzej WILK

## ROZKŁADY NAPRĘŻEŃ NA POWIERZCHNI POŁĄCZENIA SKURCZOWEGO W PRZESTRZENNYM MODELU KOŁA ZĘBATEGO Z NASADZANYM WIĘNCEM

**Streszczenie.** W pracy wykorzystano MES do analizy stanu naprężenia na powierzchni połączenia skurczowego wieńca zębatego i koła. Przygotowano przestrzenny, parametryczny model koła zębatego o konstrukcji spawanej. Przedstawiono przykładowe wyniki obliczeń numerycznych wykonanych w systemie COSMOS/M.

## STRESS PATTERN ON THE INTERFERENCE SURFACE THE THERMOCOMPRESSION BONDING IN THREE-DIMENSIONAL MODEL OF TOOTHED WHEEL WITH FITTED RIM

**Summary.** The paper presents the application of FEM in stresses state analysis on the interference surface of thermocompression bonding the toothed rim and wheel. Three-dimensional, parametric model of toothed wheel with welded construction was prepared. The results of numerical solution in system COSMOS/M was presented.

### 1. WPROWADZENIE

W kołach zębatych z nasadzonymi wieńcami występuje w pewnych warunkach zjawisko lokalnej utraty nośności połączenia skurczowego, którego następstwem może być lokalny poślizg wieńca po kole. Ponieważ obciążenie wędruje po obwodzie koła, wystąpienie lokalnych poślizgów prowadzi do stopniowego przemieszczania się całego wieńca. Poślizg jest zjawiskiem niekorzystnym, powoduje korozję cierną i osłabia połączenie, stając się bezpośrednią przyczyną wielu awarii.

Połączenie skurczowe wieńca zębatego z kołem konstruuje się według metody opracowanej przez L.Müllera i R.Klusa [1],[2], której istotę stanowi warunek nośności opisany wzorem [1]:

$$|\tau| \leq \mu \left( p_0 - \sigma_r \right), \quad (1)$$

gdzie:  $\tau$  - naprężenie styczne do powierzchni połączenia skurczowego,  
 $\mu$  - współczynnik tarcia statycznego wieńca po kole bosym,  
 $p_0$  - ciśnienie wcisku,  $\sigma_r$  - naprężenie w kierunku promieniowym.

Sprawdzenie warunku nośności wymaga wyznaczenia rozkładów sił (naprężeń) normalnych i stycznych do powierzchni połączenia skurczowego. W tradycyjnej metodzie L.Müllera i R.Klusa naprężenia wyznacza się analitycznie, opierając się na klasycznych wzorach dla półprzestrzeni sprężystej obciążonej siłami skupionymi.

W pracach [3],[4],[5] wykazano, że tradycyjny sposób oceny nośności jest mało dokładny, szczególnie w przypadku kół o mniejszej liczbie zębów i dla wieńców cienkich. Tradycyjny model nie pozwala uwzględnić wielu istotnych cech konstrukcyjnych koła zębatego, które niewątpliwie mają wpływ na rozkłady naprężeń w połączeniu skurczowym. Jego istotną wadą jest też konieczność przyjęcia obciążenia w formie sił skupionych [6]. Dlatego w wymienionych pracach zaproponowano wykorzystanie metod numerycznych do wyznaczania rozkładów naprężeń w połączeniu skurczowym (MEB oraz MES). Analizowano modele koła uwzględniające rzeczywistą geometrię wieńca zębatego, ograniczając się jednak do przypadków płaskich (dwuwymiarowych).

Koła zębate z nasadzanymi wieńcami wykonywane są często jako konstrukcje spawane lub odlewane, z otworami w tarczy (lub tarczach) oraz żebrami usztywniającymi. Pełna analiza stanu naprężenia w połączeniu skurczowym wymaga w takich przypadkach rozpatrywania modeli trójwymiarowych.

Poniżej zaprezentowano parametryczny, trójwymiarowy model koła o konstrukcji spawanej oraz przykłady obliczeń wykonanych metodą elementów skończonych w systemie COSMOS/M.

## 2. TRÓJWYMIAROWY MODEL KOŁA ZĘBATEGO

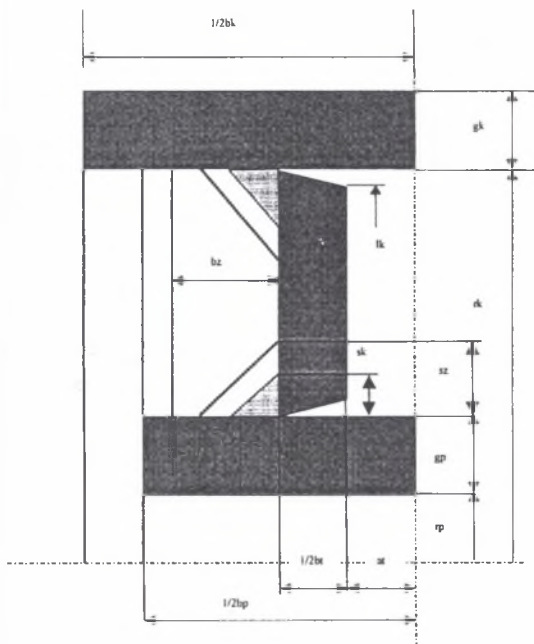
W pracy opracowany został parametryczny model koła jedno- lub dwutarczowego z żebrami i otworami w tarczach przystosowany do obliczeń MES. Pozwala on na przeprowadzenie obliczeń wytrzymałościowych kół wykonanych jako koła spawane z nasadzanymi skurczowo wieńcami. Za jego pomocą wyznaczyć można nie tylko rozkłady naprężeń w połączeniu skurczowym w celu sprawdzenia odporności połączenia na poślizg, ale również naprężenia w połączeniach spawanych i w tarczach, koła (np. w pobliżu otworów oraz w żebrach wzmacniających).

W modelu dokonano niezbędnych uproszczeń, mających na celu ograniczenie liczby elementów skończonych. W celu usprawnienia procesu przygotowania danych geometria modelu zapisana została w postaci makropoleczeń preprocesora GEOSTAR, dzięki czemu zmieniając parametry modelu wygenerować można automatycznie siatki elementów skończonych dla kół o różnych cechach konstrukcyjnych. Listę parametrów niezbędnych do opisu modelu podzielić można na dwie grupy:

## 1. Grupa opisująca kształt wieńca:

- liczba zębów koła,
- współczynnik przesunięcia zarysu zęba ,
- rodzaj narzędzia i jego parametry:
- kąt zarysu,
- wysokość głowy zęba narzędzia,
- promień zaokrąglenia głowy narzędzia ,
- dla zębatego z protuberancją dodatkowo: kąt i wysokość protuberancji,
- dla dłutaka natomiast: liczba zębów dłutaka i współczynnik przesunięcia zarysu
- moduł koła
- wielkość elementu odwzorowującego zarys zęba.

Przygotowano zewnętrzny podprogram automatycznie generujący zarys zęba z zadawaną dokładnością. W praktyce, ze względu na ilość generowanych elementów, ograniczyć trzeba było się do co najwyżej kilku punktów zarysu.



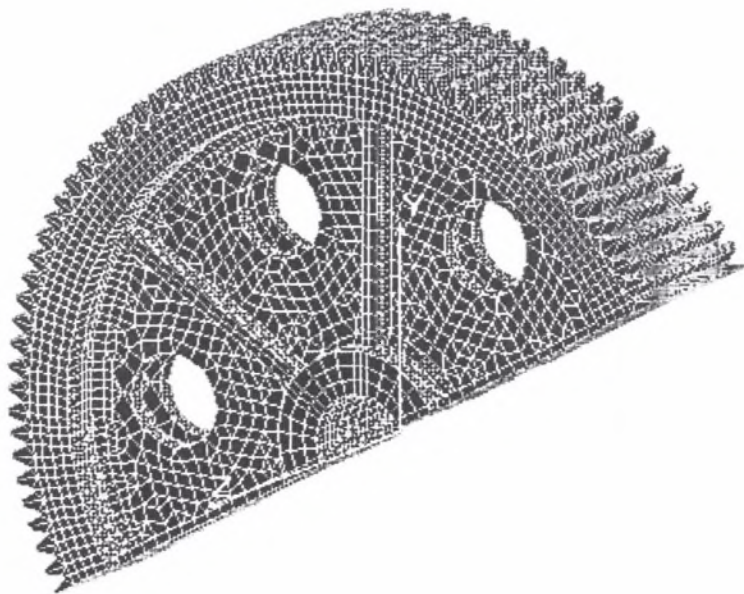
Rys. 1. Parametry modelu koła  
Fig. 1. Parameters of wheel model

## 2. Grupa opisująca koło:

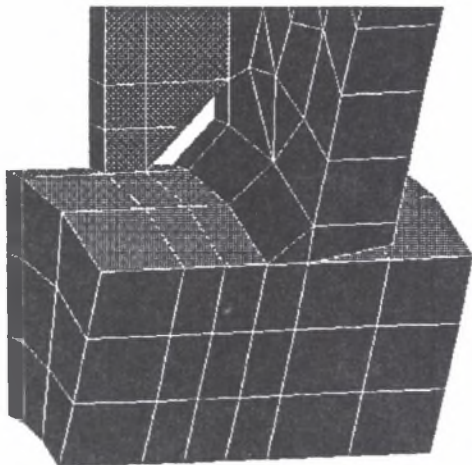
- średni rozmiar generowanego elementu skończonego,
- promień wewnętrzny piasty (rp),
- promień wewnętrzny koła (rk),
- grubość piasty (gp),
- grubość koła (gk),

- szerokość koła ( $bk$ ),
- szerokość piasty ( $bp$ ),
- grubość tarczy ( $bt$ ),
- wysokość zębra ( $bz$ ),
- przesunięcie tarczy od płaszczyzny symetrii koła ( $at$ ,  $at=0$  koło jednotarczowe),
- wymiar spoiny przy kole i piaście ( $sk$ ),
- ścięcie zębra przy kole i piaście ( $sz$ ),
- luz tarczy przy kole i piaście ( $lk$ ),
- szerokość zębra ( $tz$ ),
- promień środka otworu w tarczy koła ( $r0$ , jeden otwór symetrycznie pomiędzy dwoma zębami),
- średnica otworu ( $d0$ ),
- ilość zębów ( $nz$ )

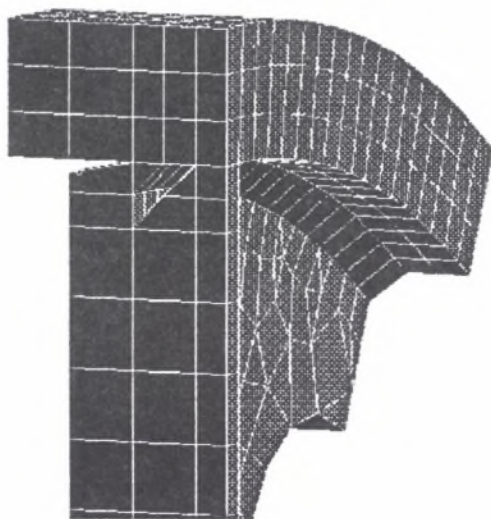
Rysunek 1 schematycznie wyjaśniają znaczenie poszczególnych parametrów koła. Na rysunkach 2 i 3 pokazano przykładowo wygenerowane siatki MES.



Rys.2. Model koła  $z=108$ ,  $m=4.5$ , z sześcioma zębami  
Fig.2. Wheel model  $z=108$ ,  $m=4.5$ , six rib



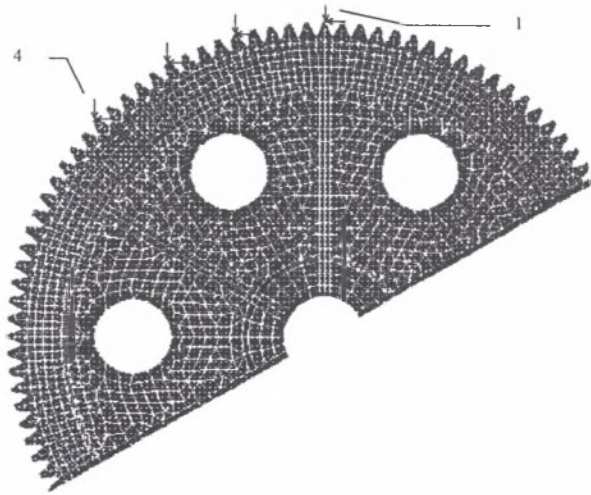
Rys.3a. Fragment koła w pobliżu piasty, modelowanie spoiny, ścięcie żebra i luz tarczy  
Fig.3a. Wheel fragment near nave, modeling of weld, cutting of rib, gap of disk



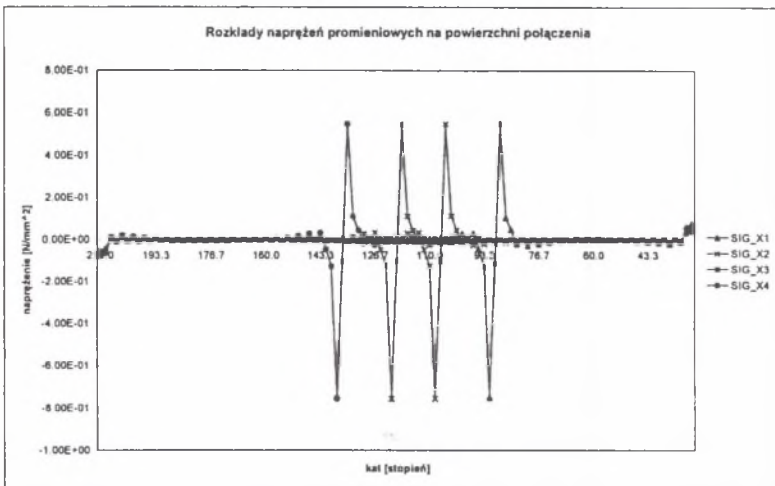
Rys.3b. Fragment koła w pobliżu wieńca  
Fig.3b. Wheel fragment near toothed rim

## 3. PRZYKŁAD OBLICZEŃ

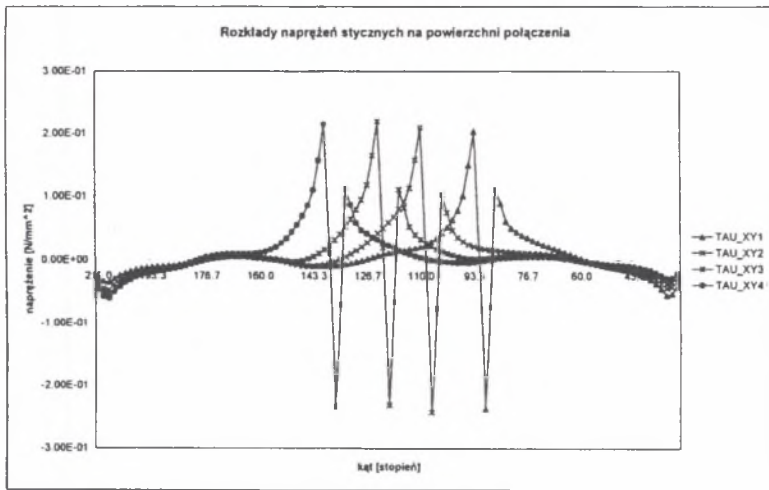
Model z rysunku 2 obciążono kolejno czterema siłami, każda o wartości 1 kN, działającymi na wierzchołki zębów tak jak pokazano na rysunku 4. Przyjęto następujące parametry: moduł  $m=4.5\text{ mm}$ ; liczba zębów  $z=108$ ; promień wewnętrzny koła  $rk=200.5\text{ mm}$ ; grubość koła  $gk=20.5\text{ mm}$ ; szerokość koła  $bk=100\text{ mm}$ ; promień środka otworu  $r0=150\text{ mm}$ ; średnica otworu  $d0=60\text{ mm}$ . Zastosowano 12276 elementów typu „SOLID” z 18469 węzłami.



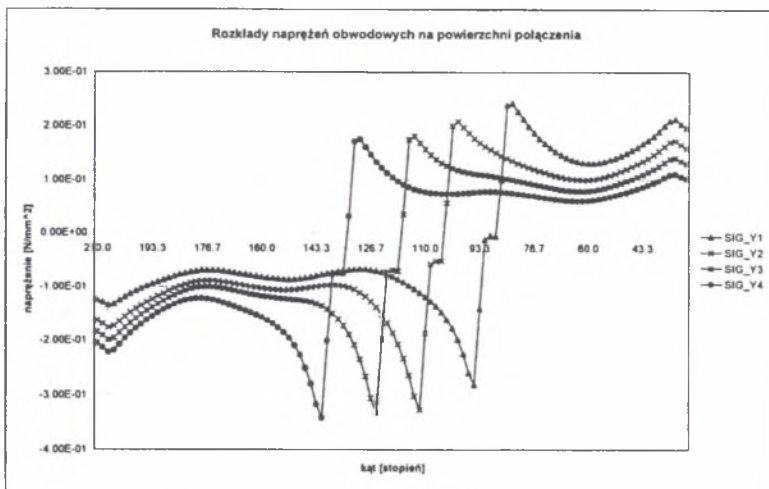
Rys.4. Sposób obciążenia zębów wienca  
Fig.4. Means of loading toothed rim



Rys.5. Rozkłady naprężeń promieniowych  
Fig.5. The distribution of radial stress



Rys.6. Rozkłady naprężeń stycznych  
Fig.6. The distribution of tangential stress



Rys.7. Rozkłady naprężeń obwodowych  
Fig.7. The distribution of circumferences stress

Rysunki 5,6 i 7 przedstawiają rozkłady naprężeń wyznaczone w układzie współrzędnych walcowych, dla węzłów modelu leżących w środku połączenia wieńca zębatego z kołem (płaszczyzna  $z=0$ ). W rozpatrywanym przypadku obręcz koła miała stosunkowo dużą grubość i rozkłady naprężeń uzyskane dla innych płaszczyzn przekroju koła ( $z=const$ ) były identyczne z prezentowanymi na wykresach. Widoczne jest, że z wyjątkiem naprężeń obwodowych, rozkłady te nie zależą także od miejsca przyłożenia siły obciążającej wieńiec.

#### 4. WNIOSKI

Przygotowany model przestrzenny koła zębatego o konstrukcji spawanej pozwala wykonać obliczenia numeryczne szerokiej klasy kół poprzez zmianę odpowiednich parametrów geometrycznych. Jednak wykonanie obliczeń MES i wyznaczenie rozkładów naprężeń na powierzchni połączenia skurczowego jest bardzo czasochłonne, ze względu na znaczną liczbę elementów potrzebnych do opisu modelu. Na podstawie przedstawionego w pracy przykładu stwierdzić można, że powyżej pewnej grubości kół rozkłady naprężeń nie zależą od miejsca przyłożenia siły. Można w takim przypadku stosować znacznie ekonomiczniejsze pod względem czasu obliczeń modele dwuwymiarowe i koła pełne (z pominięciem otworów, żeber itp.).

#### LITERATURA

1. Klus R.: Poślizg sprężysty w połączeniach skurczowych wieńców kół zębatych. Praca doktorska Pol.Śl. Gliwice 1961.
2. Müller L., Klus R.: Die Berechnung der Schrumpfverbindung von Zahnradkränzen. Konstruktion 16, z.5, 1964.
3. Wilk A., Matyja T.: Badanie odporności połączeń skurczowych na mikropoślizgi sprężyste. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej seria Transport, z.27, Gliwice 1995.
4. Wilk A., Matyja T.: Numeryczna ocena nośności połączenia skurczowego wieńca zębatego z kołem bosym. Mat. V Konf. N-T „Trwałość elementów i węzłów konstrukcyjnych maszyn górniczych”, Ustroń, 13-15 listopada 1996.
5. Wilk A., Matyja T.: Modelowanie poślizgów sprężystych w połączeniach skurczowych wieńców. Mat. XXXVI Sympozjonu „Modelowanie w mechanice”. Wisła, 16-20 lutego 1997.
6. Wilk A., Matyja T.: Wpływ cech konstrukcyjnych kół zębatych na rozkłady naprężeń w połączeniach skurczowych wieńców. Mat. XVI Ogólnopolskiej Konf. N-T „Przekładnie Zębate”, Ustroń, 21-25 maja 1997.

Recenzent: Prof.dr hab.inż. Jerzy Madej

#### Abstract

The paper presents the application of FEM and system COSMOS/M to define stresses patterns on the interference surface of thermocompression bonding the toothed rim and wheel. Three-dimensional, parametric model of toothed wheel with welded construction was prepared and presented (fig.2 and 3). The distribution of radial, tangential and circumferences stress was investigated (fig 5,6,7).