

Edward Kostowski, Ewa Białas,
Jadwiga Kupisz
Katedra Podstaw Techniki Ciepłej

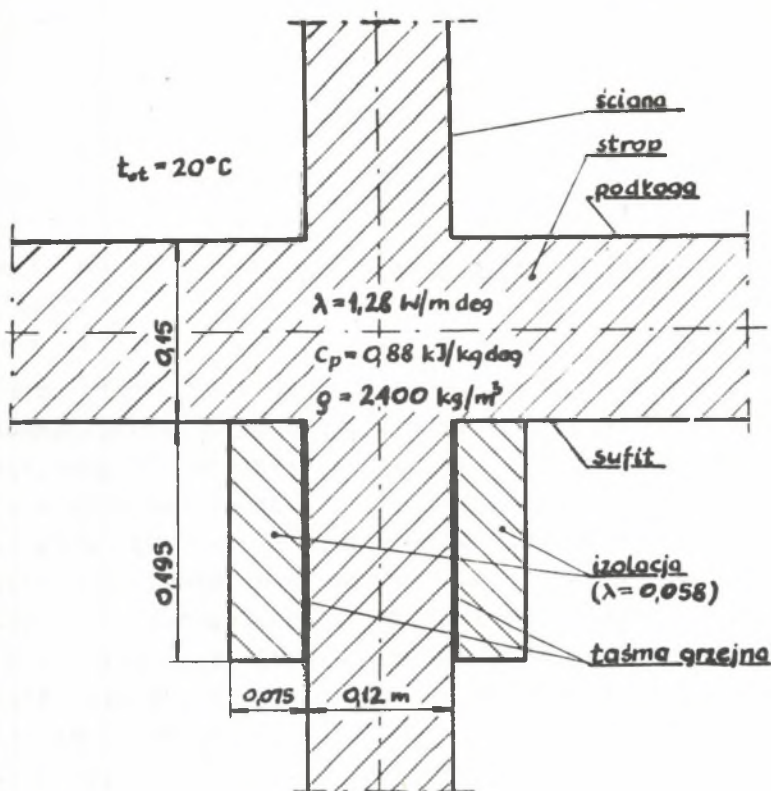
AKUMULACJA CIEPŁA W WĘZLE BUDOWLANYM

1. Wprowadzenie

Jednym ze sposobów ogrzewania pomieszczeń jest ogrzewanie akumulacyjne, tj. gromadzenie energii w pewnych okresach doby i oddawanie jej w pozostałych. Wykorzystuje się przy tym energię elektryczną "pozaszczytową", co oprócz korzyści w systemie energetycznym jest także opłacalne dla odbiorcy, gdyż energia ta jest znacznie tańsza od pobieranej w pozostałym czasie. Energię można akumulować w różny sposób; oprócz podgrzewania wody (z ewentualnym zasobnikiem) stosuje się akumulację w piecach ceramicznych ogrzewanych elektrycznie lub też ogrzewanie akumulacyjne podłogowe [1]. W ostatnim przypadku wykorzystuje się dużą masę i pojemność cieplną materiału stropu, który jest ogrzewany za pomocą grzejnika elektrycznego (specjalny kabel elektryczny) w godzinach nocnych, kiedy energia elektryczna jest tania i oddaje ciepło do pomieszczenia podczas pozostałej części doby. W razie potrzeby następuje dogrzewanie pomieszczenia w dzień.

Duże skupienie materiału występuje w węźle budowlany, jaki tworzą przecinające się ściany pionowe i strop (rys. 1). Możliwość ogrzewania pomieszczeń przy wykorzystaniu zdolności akumulacyjnych węzła jest przedmiotem prac prowadzonych w Katedrze Ogrzewnictwa i Ochrony Atmosfery, przy współpracy Kat. Podstaw Techniki Ciepłej.

W niniejszym artykule przedstawiono rezultaty obliczeń, dotyczące rozkładu temperatur oraz akumulacji ciepła w węźle budowlany przedstawionym na rysunku 1. Rozpatrzono ogrzewanie akumulacyjne elektryczne, w którym przewiduje się dostarczanie energii elektrycznej podczas godzin nocnych. Wynika stąd 8-godzinny cykl ogrzewania ścian, w ciągu następnych 16 godzin do-

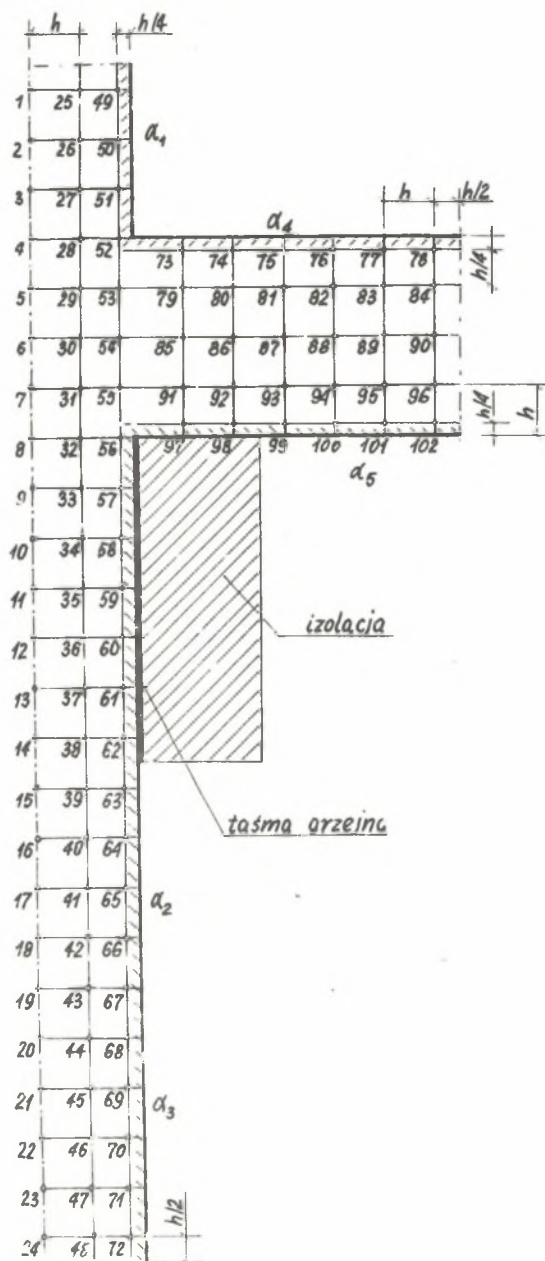


Rys. 1. Szkic rozpatrywanego elementu budynku (przekrój pionowy)

by zakumulowane ciepło jest oddawane do pomieszczenia. Dla uproszczenia założono ponadto, że materiał węzła jest jednorodny, że węzeł jest nieskończenie długi w trzecim kierunku oraz że temperatura pomieszczenia jest stała.

2. Równania różnicowe wymiany ciepła

W celu wyznaczenia pola temperatur rozpatrywany obszar podzielono siatką o wymiarach poprzecznych 0,03 x 0,03 m; w trzecim kierunku przyjęto wymiar jednostkowy (1 m). Brany pod uwagę w obliczeniach zasięg węzła budowlanego (wymiar rozpatrywanego wycinka) ustalono na podstawie wstępnej analizy. Założono, że pojemność cieplna elementarnego pola rozmieszczonego



Rys. 2. Schemat do wyprowadzenia równań różnicowych

wokół węzła skupiona jest w węźle. Węzły powierzchniowe przesunięto o $h/4$ w głąb obszaru, gdyż zwiększa to dokładność obliczeń [2]. Na rys. 2 przedstawiono podział rozpatrywanego obszaru na pola elementarne. Dla przedstawionego podziału wyprowadzono równania różnicowe nieustalanej wymiany ciepła. Równania te sporządzono metodą bilansu energijnego dla skończonego interwału czasowego $\Delta\tau$.

Korzystając z zależności

$$\frac{\partial v_1}{\partial \tau} \approx \frac{v'_1 - v_1}{\Delta\tau} \quad (1)$$

gdzie:

v_1 - temperatura węzła "1" w chwili τ ,

v'_1 - temperatura węzła "1" w chwili $\tau + \Delta\tau$,

można obliczyć temperatury v'_1 poszczególnych węzłów jeżeli znane są temperatury v_1 .

Na przykład wynikające z bilansu strumieni ciepła równanie różnicowe dla węzła 79 ma postać:

$$\Delta\tau \left[(v_{53} - v_{79}) \frac{4}{3} \lambda - (v_{79} - v_{80}) \lambda + (v_{85} - v_{79}) \lambda - (v_{79} - v_{73}) \frac{4}{3} \lambda \right] = \rho c_p h^2 (v'_{79} - v_{79})$$

co po przekształceniu można zapisać następująco:

$$v'_{79} = v_{79} + \frac{\alpha \Delta\tau}{h^2} \left[v_{53} + v_{80} + v_{85} + v_{73} - 4v_{79} - 3(v_{53} - 5v_{73} + 2v_{79})/15 \right] \quad (2)$$

Podobnie wyprowadza się równania dla większości węzłów.

2.1. Warunki brzegowe

A. Dla węzłów leżących na brzegu obszaru i stykających się z otoczeniem wykorzystano III warunek brzegowy

$$\alpha(t_{\text{płynu}} - v_{\text{pow}}) = \lambda \left(\frac{\partial v}{\partial n} \right)_{\text{pow}} \quad (\text{a})$$

t i α - dane.

Ze względu na przesunięcie węzłów brzegowych w głąb obszaru, w równaniu tym występuje temperatura węzła oddalonego, o $h/4$ od brzegu i współczynnik przenikania ciepła k

$$k(t_{\text{płynu}} - v_{\text{węzła}}) = \lambda \left(\frac{\partial v}{\partial n} \right)_{\text{węzła}} \quad (\text{b})$$

gdzie:

$$k = \frac{\alpha}{1 + \frac{\alpha h}{4 \lambda}} \quad (\text{c})$$

Dla przykładu równanie różnicowe dla węzła 73 ma postać:

równanie bilansu:

$$\Delta \tau \left[(v_{52} - v_{73}) \frac{2}{5} \lambda - (v_{73} - v_{74}) \frac{\lambda}{2} + (v_{79} - v_{73}) \frac{4}{3} \lambda - \right. \\ \left. - k \cdot h (v_{73} - t_0) \right] = \frac{1}{2} \rho c_p h^2 (v'_{73} - v_{73})$$

ostateczne równanie

$$v'_{73} = v_{73} + \frac{\alpha \Delta \tau}{h^2} \left[v_{79} + \frac{1}{15} (12 v_{52} + 40 v_{79} - 67 v_{73}) - \right. \\ \left. - 2 k' h (v_{73} - t_0) \right] \quad (\text{3})$$

gdzie:

$$k' = \frac{k}{\lambda}$$

B. Dla węzłów 56 ÷ 62 wykorzystano II warunek brzegowy

$$q = -\lambda \frac{\partial v}{\partial n} \quad (q - \text{dane}) \quad (d)$$

Przyjęto strumień ciepła q [W/m²] wynikający z mocy grzejnika dla okresu grzania i $q = 0$ dla ochładzania. Przykładowo bilans energetyczny dla punktu 57 wygląda następująco:

$$\Delta \tau \left[(v_{58} - v_{57}) \frac{\lambda}{2} - (v_{57} - v_{56}) \frac{\lambda}{2} + (v_{53} - v_{57}) \frac{4}{3} \lambda + \right. \\ \left. + q h \right] = \frac{1}{2} \rho c_p h^2 (v_{57} - v_{57}')$$

i po przekształceniu:

$$v_{57}' = v_{57} + \frac{a \Delta \tau}{h^2} \left[v_{58} - v_{56} + (8 v_{53} - 14 v_{57})/3 + \right. \\ \left. + 2 q \frac{h}{\lambda} \right] \quad (4)$$

przy czym $q = q$ dla $\tau = 0 \div 8$ h
oraz $q = 0$ dla $\tau = 8 \div 24$ h

C. Skrajne węzły typu 1, 31, 61 itd. leżą na brzegu obszaru wynikającego z wydzielenia pewnej części węzła budowlanego, w której spodziewano się największych wahań temperatury. Przyjęto więc, że akumulacja poza rozpatrywanym obszarem jest znikoma.

Aby uwzględnić akumulację ciepła również w węzłach leżących na krańcach obszaru (np. węzeł 1), założono że rozkład temperatury na skraju ma kształt paraboliczny. Przy założeniu bowiem liniowego rozkładu temperatury nie otrzymano by akumulacji ciepła w tych węzłach.

Przyjęto, że temperatura w punktach 3, 2, 1 rozkłada się według paraboli (rys. 3)

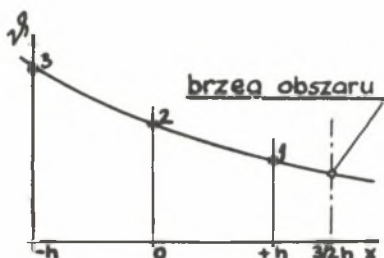
$$\dot{v} = a x^2 + b x + c \quad (5)$$

Wynika stąd

$$\dot{v}'_x = 2 a x + b \quad (6)$$

Z układu równań:

$$\left. \begin{aligned} (-h) &= \dot{v}_3 = a h^2 - b h + c \\ (0) &= \dot{v}_2 = c \\ (h) &= \dot{v}_1 = a h^2 + b h + c \end{aligned} \right\} \quad (e)$$



Rys. 3. Schemat do ustalenia warunków brzegowych na krańcu obszaru

wyznacza się współczynniki a , b , c ; następnie oblicza się pochodną w punkcie $x = \frac{3}{2} h$ oraz strumień ciepła odpływającego poza obszar

$$q_x = -\lambda \left(\frac{\partial \dot{v}}{\partial x} \right)_{x = \frac{3}{2} h} \quad (f)$$

Przykładowo dla węzła 1 otrzymuje się równanie bilansu:

$$\begin{aligned} \Delta \tau \left[(\dot{v}_2 - \dot{v}_1) \frac{\lambda}{2} - (\dot{v}_1 - \dot{v}_{25}) \lambda - q \frac{h}{2} \right] &= \\ &= \frac{1}{2} \rho c_p h^2 (\dot{v}'_1 - \dot{v}_1) \end{aligned} \quad (g)$$

Strumień ciepła (warunek brzegowy (f) po podstawieniu doń współczynników) wynosi:

$$q = \frac{\lambda}{h} (3 \dot{v}_2 - 2 \dot{v}_1 - \dot{v}_3) \quad (7)$$

Po podstawieniu (7) do równania (g) i wykonaniu przekształceń otrzymuje się ostatecznie następującą zależność temperatury punktu 1 od czasu:

$$v'_1 = v_1 + \frac{a\Delta\tau}{h^2} (v_3 - 2v_2 + 2v_{25} - v_1) \quad (8)$$

2.1.1. Współczynniki wnikania ciepła

Współczynnik wnikania ciepła α przyjmuje różne wartości w zależności od temperatury powierzchni i jej położenia przestrzennego. Do obliczeń przyjęto sumaryczną wartość współczynnika wnikania ciepła konwekcyjnego i promienistego przy założonej stałej temperaturze powietrza wynoszącej 20°C.

Przy obliczaniu współczynnika wnikania ciepła konwekcyjnego założono konwekcję swobodną, przy czym korzystano z wzoru:

$$Nu = C (Gr \cdot Pr)^A$$

Obliczono α_k dla ściany pionowej, podłogi i sufitu przyjmując kolejno temperatury powierzchni 30, 40, 50, 60, 70°C. Współczynnik wnikania ciepła promienistego α_r obliczono w funkcji temperatury powierzchni (jak dla α_k), przy czym korzystano z wzoru:

$$\alpha_r = \frac{\varepsilon_{1-2} C_0 \left[\left(\frac{\theta}{100} \right)^4 - \left(\frac{T}{100} \right)^4 \right]}{v - t_0} = f(v)$$

Zależność α od temperatury powierzchni ściany dla ściany bocznej (pionowej), podłogi i sufitu pokazuje rys. 4. Analiza wykresów uzyskanych przez sumaryczne rozpatrywanie α_k i α_r dla tych przypadków wykazała, że zależności α od temperatury powierzchni są bardzo zbliżone do zależności liniowych. Przy-

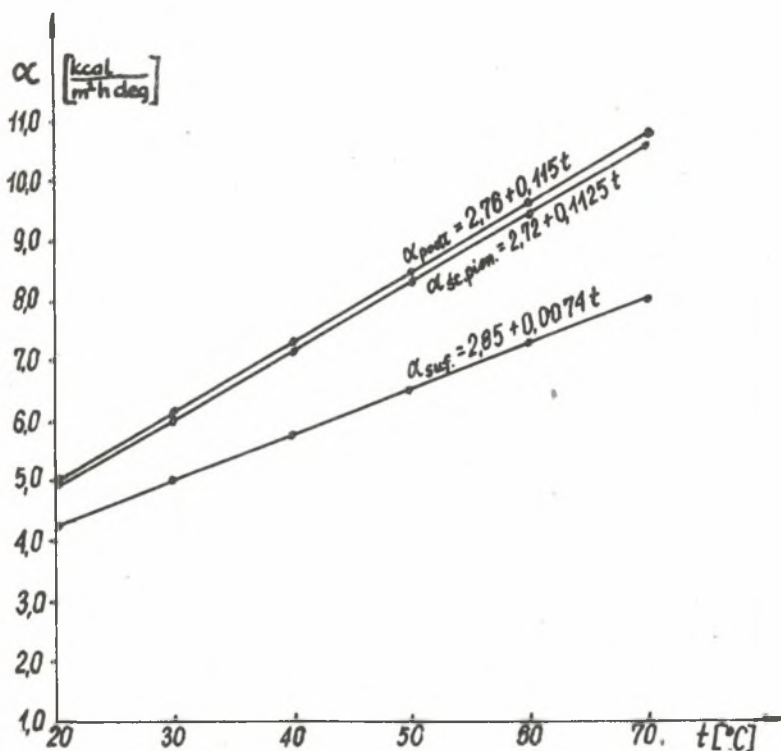
jęto jednakową uśrednioną wartość wyrazu wolnego i otrzymano równania:

$$\alpha = 2,8 + 0,115 t \quad \text{dla ściany pionowej}$$

$$\alpha = 2,8 + 0,115 t \quad \text{dla podłogi}$$

$$0,075 t \quad \text{dla sufitu}$$

gdzie t w $[^{\circ}\text{C}]$, α w $[\text{kcal}/\text{m}^2 \text{ h deg}]$.



Rys. 4. Zależność współczynnika wnikania ciepła α od temperatury powierzchni dla ściany pionowej, podłogi i sufitu

2.2. Określenie granicznego interwału czasu

Dla przyjętego podziału obszaru interwał czasowy $\Delta \tau$ można dobrać dowolnie nie przekraczając jednak pewnej granicznej wartości $\Delta \tau_{\text{max}}$. Wynika ona z warunku, że temperatura ψ_1 nie

może osiągnąć po czasie $\Delta\tau$ wartości większej od tej, która wystąpiłaby dla stanu ustalonego przy założonych chwilowych temperaturach v_1 . Stąd $\Delta\tau_{\max}$ wyniknie z równania różnicowego, jeśli to równanie przyjmie postać słuszną dla zjawiska ustalonego. Tę graniczną wartość interwału czasowego należy sprawdzić dla wszystkich charakterystycznych węzłów siatki, przy czym do obliczeń przyjmuje się najmniejszą spośród otrzymanych wartości.

Dokładność metody rośnie wraz ze zmniejszaniem się wartości $\Delta\tau_{\max}$, ale jest to związane z zagęszczeniem siatki, a więc z większą liczbą równań.

Przykład obliczenia $\Delta\tau_{\max}$ dla węzła 1 (brzeg obszaru)

$$v'_1 = v_1 + \frac{a\Delta\tau}{h^2} (v_3 - 2v_2 + 2v_{25} - v_1)$$

$$v_1 - a \frac{\Delta\tau}{h^2} v_1 = 0 \rightarrow \Delta\tau_{\max} = \frac{h^2}{a}$$

Po podstawieniu danych otrzymuje się dla węzła 1 $\Delta\tau_{\max} = 24,8$ min. Najmniejszą wartość $\Delta\tau_{\max}$ otrzymano dla węzła 50; wynosi ona $\Delta\tau_{\max} = 4,7$ [min].

Do obliczeń przyjęto wartość dogodniejszą: $\Delta\tau_{\max} = 4$ min. Wynika stąd 120 iteracji dla 8-godzinne go cyklu grzania i 240 iteracji dla 16 godzin ochładzania. Dla dostatecznego zbliżenia się do stanu pseudoustalonego należało kilkakrotnie powtórzyć poszczególne cykle, dlatego obliczenia przeprowadzono za pomocą elektronicznej maszyny cyfrowej (EMC) ZAM-2.

3. Rezultaty obliczeń

Temperatury końcowe każdego węzła po kolejnych cyklach tworzą ciąg zbieżny wykładniczo do temperatur po nieskończonej liczbie cykli, czyli do temperatur w stanie pseudoustalonym (quasistacjonarnym). Na skutek niedokładnego przyjęcia początkowych wartości współczynników wnikania ciepła, zbieżność tę dały dopiero wyniki uzyskane po 3, 4, 5 cyklu. Dla tych war-

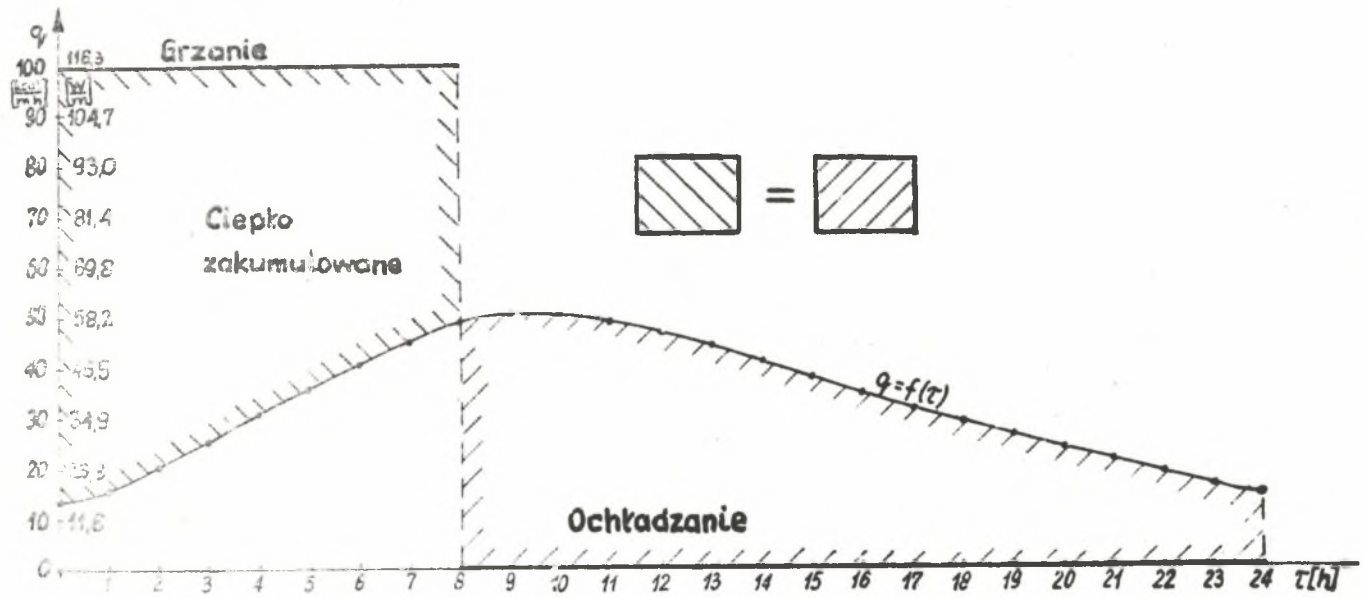
Celem ustalenia przebiegu akumulacji ciepła w ciągu doby wykonano dodatkowe obliczenia temperatur węzłów po każdej godzinie. Punktem wyjścia były temperatury skrajne na początku periodu grzania (najniższe) w stanie pseudoustalonym. Co 15 iteracji (odpowiadało to 1 rzeczywistej godzinie) drukowano rozkład temperatur. Po pełnym cyklu (ogrzewanie z akumulacją i ochładzanie) otrzymano rozkład temperatur praktycznie pokrywający się z wyliczonym wg równania (2), co potwierdziło słuszność przyjętego sposobu postępowania.

Dla cyklu grzania różnica pomiędzy ciepłem dostarczonym przez grzejnik a zakumulowanym przedstawia ilość ciepła oddaną do pomieszczenia. Podozas ochładzania zakumulowane ciepło jest oddawane do pomieszczenia.

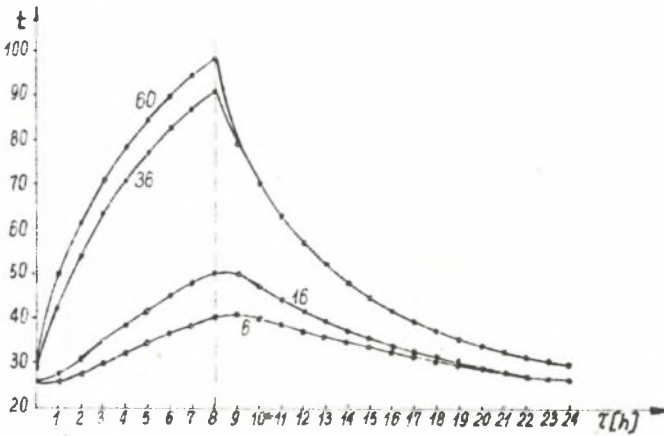
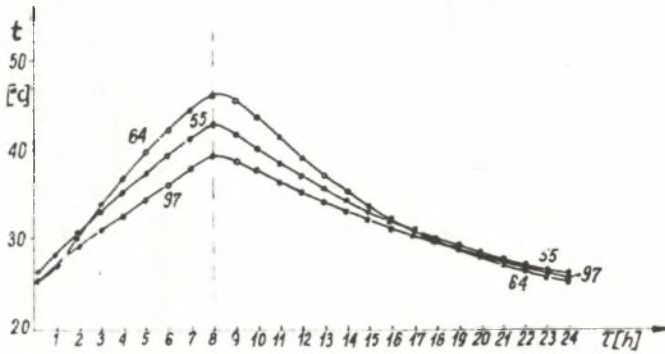
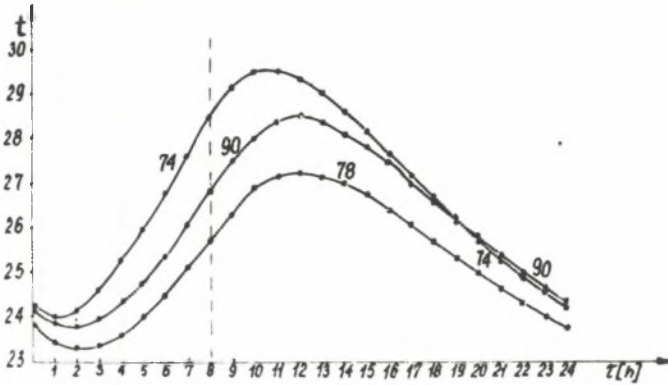
Czasowy rozkład strumienia ciepła oddawanego do pomieszczenia (i akumulację ciepła) przedstawiono na rys. 5. Otrzymane podozas obliczeń wykresy zmian temperatury w ciągu doby dla kilku charakterystycznych punktów przedstawiono na rys. 6.

4. Wnioski

- A. Obliczenie akumulacji ciepła można przeprowadzić za pomocą EMC. Ze względu na dużą liczbę równań wskazane jest jednak korzystnie z maszyn o większej niż ZAM-2 pamięci wewnętrznej i szybkości liczenia.
- B. Z obliczeń szacunkowych wynika, że dostarczona w tym przypadku ilość ciepła jest niewystarczająca do pokrycia strat ciepła przeciętnej wielkości pomieszczenia. Wynika to z usytuowania wstęgi grzejnej na ścianie picnowej (cieplejszej) oraz z ograniczenia maksymalnej temperatury ściany, co w sumie pozwoliło dla rozpatrywanej wstęgi uzyskać zaledwie moc 116 W na 1 mb wstęgi.
- C. Analiza otrzymanych wyników wykazuje, że ciepło akumuluje się głównie w sąsiedztwie wstęgi grzejnej (wynika to z małej przewodności cieplnej ściany - przyjęto $\lambda = 1,1$ koal/m deg jak dla betonu). Przy założonej grubości ściany wydaje się celowe umieszczenie elementu grzejnego na suficie, gdzie większa (ok. 2,5 razy w stos. do ściany) masa materiału po-



Rys. 5. Wykres oddawania ciepła do pomieszczenia w ciągu doby



Rys. 6. Rozkład temperatur w ścianie w procesie nagrzewania i chłodzenia dla charakterystycznych punktów

zwoli zwiększyć akumulację ciepła. Zwiększyłyby to ponadto akumulację w samym węźle który tworzą ściana pionowa i podłoga. Można również rozpatrywać umieszczenie elementu grzejnego w samym środku węzła, co także korzystnie wpłynęłoby na akumulację ciepła w węźle.

- D. Z analizy wykresu 5 wynika, że pomiędzy 6 a 15 godziną cyklu występuje największe i równocześnie względnie równomierne oddawanie ciepła do pomieszczenia. W tym czasie pomieszczenie pobiera około 47% całej ilości ciepła dostarczonego mu w ciągu doby. Taki rozkład ciepła sugeruje stosowanie elektrycznego ogrzewania akumulacyjnego w budynkach użyteczności publicznej, które nie wymagają ogrzewania przez całą dobę np. w szkołach jednozmianowych, biurach itp.
- E. Przedstawione wyniki obliczeń dotyczą wyłącznie akumulacji ciepła w samym węźle, przy czym obliczenia wykonano dla określonych założeń. Aby pełniej ocenić przydatność tego typu ogrzewania należy przeanalizować przebieg zmian temperatury w całym pomieszczeniu (powietrza i ścian) przy stałej lub zmiennej temperaturze otoczenia. Pozwoli to uwzględnić wpływ zmiennych warunków wewnątrz pomieszczenia na akumulację w węźle. Ponadto należy rozpatrzyć możliwość dodatkowego grzania podczas tzw. "doliny dziennej". Wykonanie powyższych obliczeń wymaga jednak zastosowania lepszych niż ZAM-2 komputerów.

LITERATURA

- [1] GAJDA A., ORŁOWSKI Z.: Elektryczne ogrzewanie akumulacyjne pomieszczeń mieszkalnych, *Gospodarka Paliwami i Energią* nr 5, 1963 r.
- [2] GUZIK A.: Wyznaczanie współczynnika przekazywania ciepła w regeneratorsze dla stałych temperatur gazów w oparciu o metody różnicowe. Praca doktorska. Politechnika Śląska, Gliwice 1966 r.

S t r e s z c z e n i e

W oparciu o równania różnicowe nieustalanej wymiany ciepła obliczono akumulację ciepła w węźle budynku. Rozpatrzono ścianę z materiału jednorodnego, ogrzewane okresowo grzejnikiem elektrycznym zainstalowanym na powierzchni bocznej. Wyznaczono czasową zmienność strumienia ciepła oddawanego do pomieszczenia. Obliczenia wykonano za pomocą elektronicznej maszyny cyfrowej.

АККУМУЛЯЦИЯ ТЕПЛОВОЙ ЭНЕРГИИ В СТРОИТЕЛЬНОМ УЗЛЕ

Р е з ю м е

Спираясь на разностные уравнения нестационарного теплообмена сделано расчет аккумуляции тепловой энергии в строительном узле. Рассмотрен случай, в котором стены состоящие с однородного материала нагреваются периодически от электронагревателя установленного на боковой поверхности стены. Определено изменение количества тепловой энергии, отдаваемой помещению в функции времени. Расчеты сделано, пользуясь электронной вычислительной машиной (компьютером).

THE ACCUMULATION OF HEAT IN A BUILDING BEND

S u m m a r y

Lean on the finite difference equations for unsteady heat exchange there calculated the accumulation of heat in a building bend, which creates by cutting the vertical wall with the ceiling. There is discussed the case with homogenous walls, heated by the electric strip fasted on the backsurface of the vertical wall. The diurnal variations of the heat flux delivered to the room is determined. The calculation are made by means of the computers.