

Andrzej WILK, Tomasz FIGLUS, Grzegorz WOJNAR

WPLYW CZOŁOWEGO WSKAŹNIKA ZAZĘBIENIA NA OBCIĄŻENIA DYNAMICZNE KÓŁ ZĘBATYCH

Streszczenie. Przekładnia zębata wraz z zespołem napędowym i maszyną roboczą przedstawia zespół elementów generujących drgania. W artykule zaprezentowano jedną z metod ograniczania drgań przekładni zębatej, wykorzystującą zwiększenie czołowego wskaźnika zazębienia ε_α , dzięki zastosowaniu zębów o podwyższonej wysokości.

THE INFLUENCE OF FRONTAL INDICATOR OF MESHING ON DYNAMIC LOAD OF TOOTHED WHEELS

Summary. The paper presents model of toothed gear working in power transmission system. The model was used to simulate the influence of frontal indicator of meshing on dynamic load of toothed wheels. A frontal indicator of meshing was changed thanks to toothed wheels with higher tooth's.

1. WSTĘP

Przekładnia zębata, połączona z silnikiem napędowym i maszyną roboczą pod względem dynamicznym przedstawia zespół elementów sprężystych i bezwładnych, który generuje drgania. Przyczyną powstawania drgań są źródła zewnętrzne, np. silnik lub maszyna robocza, a także źródła wewnętrzne – koła zębate. Powstającym drganiom towarzyszy hałas, który jest negatywnym skutkiem pracy zespołu napędowego [1].

Jedną z metod ograniczania drgań i nadwyżek dynamicznych w przekładni zębatej jest zwiększenie czołowego wskaźnika zazębienia ε_α poprzez zastosowanie zębów o podwyższonej wysokości. W artykule zaprezentowano badania symulacyjne wpływu czołowego wskaźnika zazębienia na wartość współczynnika nadwyżek dynamicznych K_d , wykonane na modelu dynamicznym układu napędu z przekładnią zębatą.

2. WSPÓŁCZYNNIK NADWYŻEK DYNAMICZNYCH K_d

W przekładni zębatej przenoszącej moment obrotowy siły międzyzębne powodują odkształcanie jej elementów. W przypadku kół zębatych objawia się to ugięciem i spłaszczeniem zębów, co doprowadzać może do nieprawidłowej ich pracy. Dodatkowym czynnikiem pogarszającym warunki współpracy kół zębatych są odchyłki kinematyczne zazębienia, powstałe w trakcie ich wykonania. Konsekwencją ww. czynników jest występowanie drgań elementów przekładni.

Obciążenia dynamiczne zazębienia oraz odchyłki wykonania powodować mogą zwiększone ugięcia zębów będących w przyporze, znacznie przekraczające stany statyczne.

W badaniach przekładni zębatych wartości obciążeń dynamicznych opisuje się za pomocą współczynnika nadwyżek dynamicznych K_d (1) [1].

$$K_d = \frac{P_{\max}}{P_{\text{stat}}} \quad (1)$$

gdzie:

P_{\max} – max okresowo powtarzająca się siła w sprężynie,
 P_{stat} – siła statyczna.

3. SZTYWNOŚĆ ZAZĘBIENIA

Zmiany sztywności zazębienia są jednym z najważniejszych czynników wpływających na wibroaktywność pracujących kół zębatych. Obciążony ząb ugina się o wielkość zależną od miejsca przyłożenia obciążenia, stałych materiałowych oraz od kształtu zęba. Niezależnie od tego następuje spłaszczenie powierzchni styku, a także odkształcenie wieńca w okolicy jego podstawy. Wypadkowa sztywność zazębienia zmienia się wskutek zmiany liczby par zębów współpracujących kół będących jednocześnie w przyporze.

W badaniach kół zębatych sztywność zazębienia oblicza się według wzoru (2) [2].

$$c = \frac{E}{w'} \quad (2)$$

gdzie:

E – moduł sprężystości materiału,
 w' – sumaryczne odkształcenie zębów zmienne wzdłuż odcinka przyporu E_1E_2 (3).

$$w' = w_1' + w_2' + w_H' \quad (3)$$

gdzie:

w_1' i w_2' – ugięcia zębów zębnika i koła,
 w_H' – spłaszczenie powierzchni styku zębów.

4. MODEL DYNAMICZNY PRZEKŁADNI ZĘBATEJ W UKŁADZIE NAPĘDOWYM

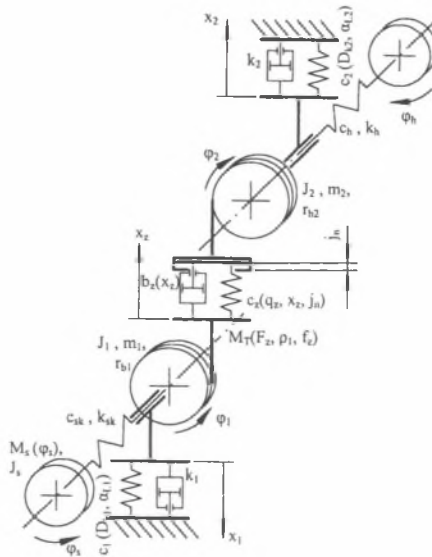
Model dynamiczny przekładni zębatej przedstawiony na rys.1 uwzględnia cały układ napędowy składający się z silnika asynchronicznego, przekładni zębatej, maszyny roboczej, wałów pośrednich oraz sprężeń.

Do wyznaczenia równań ruchu wykorzystano zależność (4) [3].

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_K}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_K}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = \hat{Q}_i - \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} \quad (4)$$

gdzie:

E_K – energia kinetyczna,
 V – energia potencjalna,
 D – energia dyssypacji,
 Q_i – siły uogólnione,
 q_i – współrzędne uogólnione.



Rys. 1. Model dynamiczny przekładni zębatej w układzie napędowym [3]
 Fig. 1. Dynamic model of gearbox in power transmission system [3]

5. METODYKA BADAŃ I WYNIKI SYMULACJI

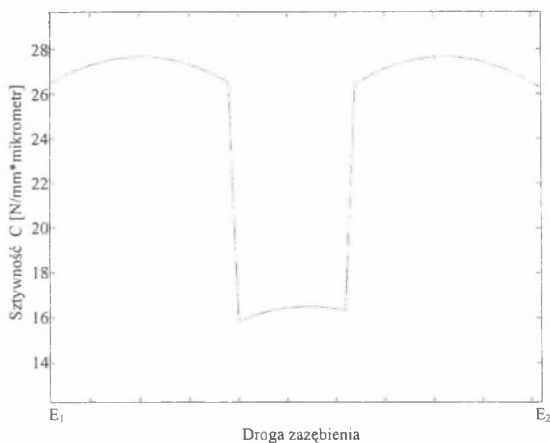
Podstawę obliczeń stanowił model dynamiczny przekładni zębatej w układzie napędowym (rys.1), zbudowany w programie symulacyjnym MATLAB-SIMULINK. Obliczenia przeprowadzono przy założeniach podanych w tabeli 1. Przyjęto dwa warianty kół zębatych, w których zwiększoną wartość czołowego wskaźnika zazębienia ϵ_α uzyskano zwiększając współczynnik wysokości głowy zęba z wartości $h_{ao}^* = 1$ na $h_{ao}^* = 1,25$. W wariantcie 1 liczba przyporu wynosiła 1,63, a w wariantcie 2 liczba ta wynosiła 1,96, a więc była bliska 2.

Tabela 1
 Parametry kół zębatych oraz wartość obciążenia jednostkowego

		Jednostka	Wariant 1	Wariant 2
Liczba zębów zębnika	z_1	-	23	23
Liczba zębów koła	z_2	-	31	31
Moduł	m	mm	4	4
Współ. wysokości głowy zęba	h_{ao}^*	-	1	1,25
Czołowy wskaźnik zazębienia	ϵ_α	-	1,63	1,96
Współczynniki przesunięcia zarysu	x_1, x_2	-	0	0
Szerokość zazębienia	b	mm	64	64
Obciążenie jednostkowe	Q	MPa	3,85	3,85

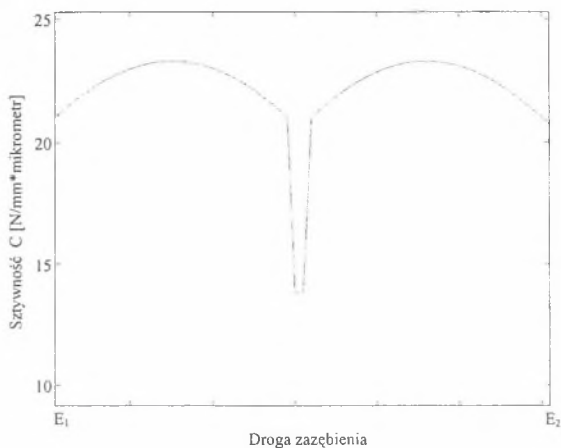
5.1. Wpływ czołowego wskaźnika przyporu na wypadkową sztywność zazębienia

Wypadkową sztywność zazębienia na odcinku przyporu wyznaczono z zależności (2). Wykonane obliczenia wskazują, iż zwiększenie wartości czołowego wskaźnika zazębienia ε_α z wartości 1,63 na 1,96 powoduje znaczne skrócenie odcinka jednoparowego zazębienia. Efektem zastosowania zębów o podwyższonej wysokości jest zmniejszenie wartości sztywności w przypadku zazębienia dwuparowego, korzystnie wpływające na przebieg drgań kół zębatych przy wejściu drugiej pary zębów w przypór.



Rys.2. Wypadkowa sztywność zazębienia na odcinku przyporu (odniesiona do jednostki szerokości koła) przy założeniu $\varepsilon_\alpha = 1,63$

Fig.2. The resultant stiffness of mesh (for 1 mm width wheels) in a path contact (frontal indicator of meshing $\varepsilon_\alpha = 1,63$)



Rys.3. Wypadkowa sztywność zazębienia na odcinku przyporu (odniesiona do jednostki szerokości koła) przy założeniu $\varepsilon_\alpha = 1,96$

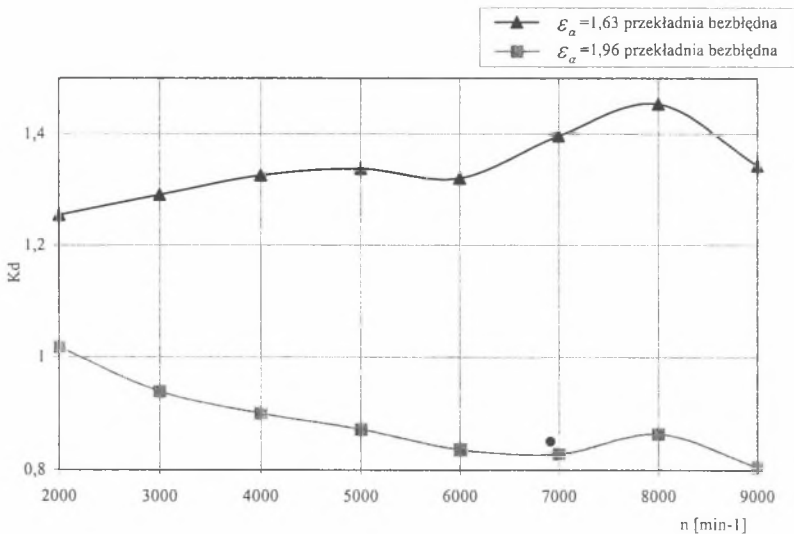
Fig.3. The resultant stiffness of mesh (for 1 mm width wheels) in a path of contact (frontal indicator of meshing $\varepsilon_\alpha = 1,96$)

Otrzymane wyniki zmiany sztywności na odcinku przyporu wskazują, iż podwyższenie czołowego wskaźnika zazębienia poprzez zwiększenie wysokości zęba powinno korzystnie wpłynąć na zmniejszenie drgań przekładni.

5.2. Wpływ czołowego wskaźnika zazębienia na wartość współczynnika nadwyżek dynamicznych K_d

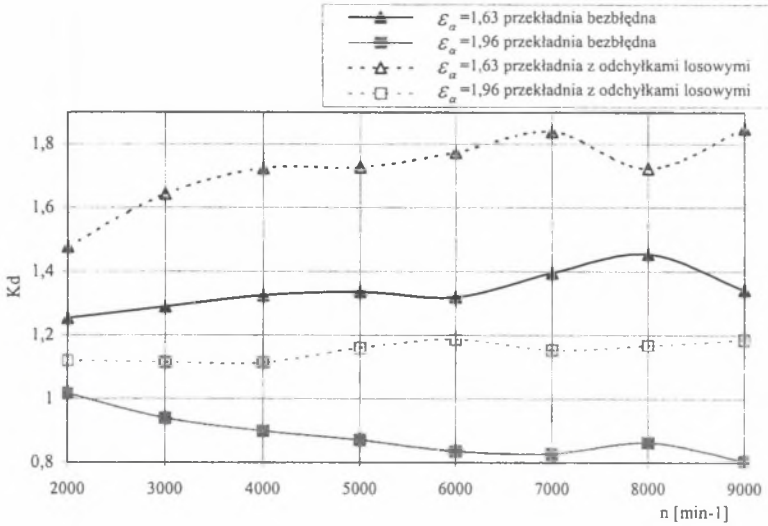
Do badań wpływu wartości czołowego wskaźnika zazębienia ε_α na wartość współczynnika nadwyżek dynamicznych K_d wykorzystano zależność (1). Zmiany współczynnika K_d analizowano w zakresie prędkości podrezonansowych $n = 2000 - 9000$ [min^{-1}]. Prędkość rezonansowa w przypadku kół wariantu 1 $n_{o1} = 11566$ [min^{-1}], a w przypadku wariantu 2 $n_{o2} = 10286$ [min^{-1}].

Ze względu, iż wykonane w rzeczywistości koła zębate są obciążone odchyłkami wykonania badania symulacyjne przeprowadzono dla kół z odchyłkami losowymi zębniaka wynoszącymi $1 \cdot U_{stat}$ oraz z odchyłkami cyklicznymi zębniaka wynoszącymi $-1 \cdot U_{stat}$ (rys.4,5,6), gdzie U_{stat} – odkształcenie statyczne pod obciążeniem nominalnym współpracującej pary zębów kół. W celach porównawczych wykonano obliczenia dynamiczne zazębień bezbłędnych.



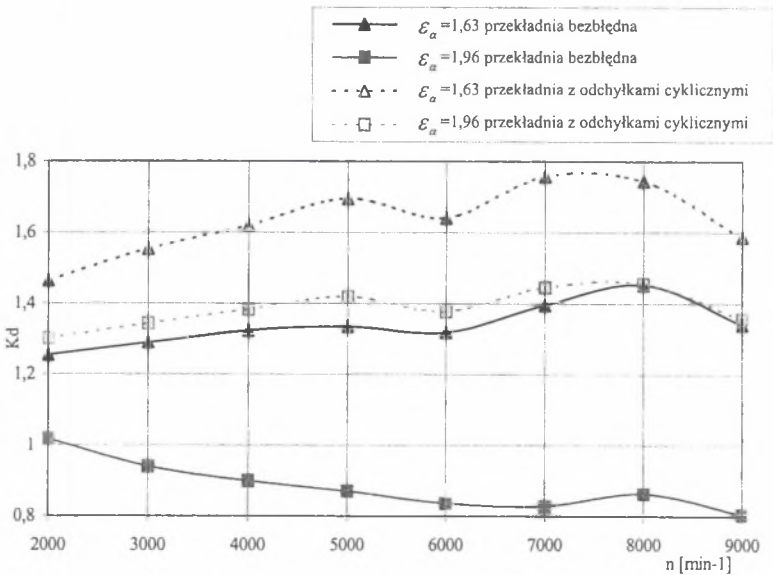
Rys.4. Współczynnik nadwyżek dynamicznych K_d przy założeniu $\varepsilon_\alpha = 1,63$ ($h_{a0}^* = 1$) oraz $\varepsilon_\alpha = 1,96$ ($h_{a0}^* = 1,25$) w przypadku przekładni bezbłędnej

Fig.4. Factor of dynamic load of toothed wheels K_d for gearbox without performance errors ($\varepsilon_\alpha = 1,63$ ($h_{a0}^* = 1$) and $\varepsilon_\alpha = 1,96$ ($h_{a0}^* = 1,25$))



Rys.5. Współczynnik nadwyżek dynamicznych K_d przy założeniu: $\epsilon_\alpha = 1,63$ ($h_{\alpha 0}^* = 1$) i $\epsilon_\alpha = 1,96$ ($h_{\alpha 0}^* = 1,25$) oraz przy wykonaniu przekładni bez i z odchyłkami losowymi wynoszącymi $1 * U_{stat}$

Fig.5. Factor of dynamic load of toothed wheels K_d for gearbox with and without random errors equal one static diffraction ($\epsilon_\alpha = 1,63$ ($h_{\alpha 0}^* = 1$) and $\epsilon_\alpha = 1,96$ ($h_{\alpha 0}^* = 1,25$))



Rys.6. Współczynnik nadwyżek dynamicznych K_d przy założeniu: $\epsilon_\alpha = 1,63$ ($h_{\alpha 0}^* = 1$) i $\epsilon_\alpha = 1,96$ ($h_{\alpha 0}^* = 1,25$) oraz przy wykonaniu przekładni bez i z odchyłkami cyklicznymi wynoszącymi $-1 * U_{stat}$

Fig.6. Factor of dynamic load of toothed wheels K_d for gearbox with and without cyclic errors equal -1 static diffraction ($\epsilon_\alpha = 1,63$ ($h_{\alpha 0}^* = 1$) and $\epsilon_\alpha = 1,96$ ($h_{\alpha 0}^* = 1,25$))

Występujące w kołach zębatych losowe i cykliczne odchyłki ich wykonania powodują wzrost współczynnika nadwyżek dynamicznych w każdej z analizowanych przekładni (rys.5,6).

Uzyskane wyniki symulacji komputerowych wskazują, iż zwiększenie czołowego wskaźnika zazębienia poprzez zastosowanie zębów o podwyższonej wysokości ($h_{ao}^* > 1$) korzystnie wpływa na obniżenie współczynnika nadwyżek dynamicznych K_d .

6. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Zwiększanie trwałości przekładni zębatych, jak również ograniczenie negatywnych skutków jej pracy – zmniejszenie emitowanych drgań i hałasu — należy do głównych czynników, które należy uwzględnić przy projektowaniu.

Wykonane badania symulacyjne dwóch przekładni o $\varepsilon_\alpha = 1,63$ ($h_{ao}^* = 1$) oraz $\varepsilon_\alpha = 1,96$ ($h_{ao}^* = 1,25$) wskazują, iż zastosowanie zwiększonego czołowego wskaźnika zazębienia, dzięki podwyższonej wysokości zębów korzystnie wpływa na zmniejszenie wartości współczynnika nadwyżek dynamicznych K_d , nawet w przypadku kół zębatych obciążonych odchyłkami wykonania o wartościach zbliżonych do ugięcia statycznego.

Wyniki badań symulacyjnych zostały potwierdzone rezultatami prac doświadczalnych przedstawionych m.in. w [4].

Literatura

1. Müller L.: Przekładnie zębate projektowanie. WKiŁ, Warszawa 1996.
2. Müller L.: Przekładnie zębate dynamika. WNT, Warszawa 1986.
3. Wojnar G.: Model dynamiczny układu napędowego złożonego z silnika asynchronicznego, przekładni zębatej oraz maszyny roboczej. Praca magisterska. Politechnika Śląska, Katowice 2000
4. Dejl Z., Moravec V.: Zpusoby snizovani vibraci prevodovek. XVI Ogólnopolska Konferencja Naukowo-Techniczna Przekładnie Zębate. II Międzynarodowa Konferencja ICESA1997. Ustroń'97.
5. Dąbrowski Z., Radkowski S., Wilk A.: Dynamika przekładni zębatych. Badania i symulacje w projektowaniu eksploatacyjnie zorientowanym. Warszawa-Katowice-Radom 2000.
6. Łazarz B.: Zidentyfikowany model dynamiczny przekładni zębatej jako podstawa projektowania. Katowice-Radom 2001.
7. Osiński Z.: Tłumienie drgań. PWN, Warszawa 1997
8. Knot Ł.: Analiza możliwości ograniczenia hałasu emitowanego przez samochodowe skrzynki biegów. Praca magisterska. Politechnika Śląska, Katowice 2002.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Zbigniew Dąbrowski

Abstract

The paper presents a model of toothed gear working in power transmission system. The model was used to simulate the influence of frontal indicator of meshing on dynamic load of toothed wheels. A frontal indicator of meshing was changed thanks to toothed wheels with higher tooth's. The results of computing simulation confirmed that application toothed wheels with higher tooth's cause grow frontal indicator of meshing and fall dynamic load toothed wheels.