ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2002
Seria: TRANSPORT z.46 Nr kol. 1571

Aleksander UBYSZ, Krystian WILK

WYBRANE ASPEKTY DOKŁADNOŚCI OBLICZEŃ WSPÓŁCZYNNIKA OPORÓW TOCZENIA METODĄ WYBIEGU ZE STAŁĄ PRĘDKOŚCIĄ

Streszczenie. W opracowaniu zastosowano metodę Gaussa do określania błędu obliczeń współczynnika oporów toczenia samochodów osobowych metodą wybiegu ze stałą prędkością. Na przykładzie zaprezentowano znaną metodę wyznaczania współczynnika oporów aerodynamicznych w zastosowaniu do opracowanej metody.

THE SELECT ASPECTS FOR EXACT CALCULATING OF THE ROLLING EXISTANCE COEFFICIENT WITH THE METHOD OF THE CONSTANT SPEED

Summary. Presented paper showed utilizing of the Gauss method for the define the coefficiant of the rolling resistance of the personal autos with the method of freedom go down. As the example was presented the method for define the coefficiant of aerodynamical resistance with utilizing the additional measure.

1.WSTĘP

Istotnym problemem przy obliczaniu siły napędowej samochodu jest w miarę dokładne rozeznanie wartości współczynnika oporów toczenia kół pojazdu z nawierzchnią drogi. Na ile jest to problem złożony, świadczy różnorodność formuł opracowanych do jego obliczeń [1, 2, 3] oraz systematycznie powtarzające się próby uaktualniania wiedzy na ten temat, głównie na drodze empirycznej [4, 5].

W metodach obliczeniowych ważnym czynnikiem wydaje się świadomość dokładności pomiaru wielkości fizycznych oraz wielkość błędu, z jakim wyznaczamy współczynnik oporów toczenia. Zastosowano do jego obliczenia metodę Gaussa.

Najniższym progiem ufności obarczony jest współczynnik oporów aerodynamicznych K, w którym współczynnik kształtu c_x jest rzadko podawanym wskaźnikiem pojazdu. Dodatkowo, wskaźnik ten ulega zmianie wraz ze zmianą kierunku i siły wiatru względem osi wzdłużnej samochodu. Dlatego celowe wydaje się w wątpliwych przypadkach w określonych warunkach pomiarowych jego obliczenie na podstawie dodatkowego pomiaru, uzyskując – analogicznie jak i w innych metodach wybiegu – układ dwu równań z dwoma niewiadomymi [2, 9].

2. OKREŚLENIE BŁĘDU OBLICZEŃ METODĄ GAUSSA

Ponieważ w czasie jazdy wybiegiem siła napędowa jest równa zero z równania (1), po przekształceniu otrzymamy wzór obliczeniowy współczynnika oporów toczenia:

$$f = tg\,\alpha - \frac{K\,(v_{śr} \pm w)^2}{m\,g\,\cos\alpha} - \frac{a}{g\,\cos\alpha}, \qquad (1)$$

gdzie:

m - masa rzeczywista samochodu, kg,
g- przyspieszenie ziemskie, 9,81 m/s^2,
f - współczynnik oporów toczenia,
K- współczynnik oporów powietrza, kg/m,
v - średnia prędkość samochodu na odcinku pomiarowym, m/s,
w - składowa wzdłużna prędkości wiatru, m/s,
a - przyspieszenie (opóźnienie) średnie na odcinku pomiarowym, m/s^2,
α - wzdłużne (średnie) pochylenie odcinka drogi, [°],

gdzie $v_{śr}$ jest średnią arytmetyczną kwadratów prędkości początkowej i końcowej na odcinku pomiarowym.

Aby właściwie oszacować wielkość błędu obliczeń współczynnika oporów toczenia, należy w pierwszej kolejności ustalić dokładność pomiaru i obliczeń poszczególnych wielkości wchodzących w skład równania (1).

Kąt wzdłużnego pochylenia jezdni na odcinku pomiarowym mierzony jest za pomocą teodolitu N-ZKL o numerze seryjnym 4160, mierzącym pochylenie z dokładnością ok. 10 cm/1km. Prędkość pojazdu jest wyznaczana wstępnie na podstawie wskazań tachometru, a następnie obliczana dokładnie na podstawie pomiaru czasu przejazdu samochodu przez wyznaczony odcinek jezdni [3]. Można założyć, że prędkość pojazdu wyznaczana będzie z dokładnością ±0,3 m/s (błąd względny dla prędkości jazdy 50 km/h wynosi $\Delta v = 2\%$).

Masa samochodu, mająca znaczny wpływ na wynik końcowy obliczeń, może być wstępnie oszacowana na podstawie danych fabrycznych (masa własna) powiększonych o masę ładunku lub zmierzona na specjalnej wadze z dokładnością co najmniej do 10 kg (błąd względny Δm = 1,5%).

Określenie współczynnika oporów aerodynamicznych obarczone jest znacznym błędem, wynikającym z nieznajomości współczynnika kształtu i współczynnika wypełnienia prostokąta przekroju poprzecznego pojazdu zarysem jego kształtu (założony błąd ΔK= 5%).

Wielkość błędu współczynnika oporów toczenia określono metodą Gaussa (metodą najmniejszych kwadratów), zgodnie z którą dokonuje się różniczkowania zależności (1) po każdej zmiennej zgodnie ze wzorem:

$$\Delta f = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial F_i}{\partial x_i}\right)^2 \cdot \Delta x_i^2}\,, \qquad (2)$$

gdzie uwzględniono wpływ najważniejszych parametrów funkcji (2), a mianowicie:

$$F(x_i) = F\,(tg\,\alpha, K, v, m), \qquad (3)$$

gdzie $\alpha \leq 2{,}5°$, a więc małe.

Różniczkując funkcję F(x) dla każdego z wybranych argumentów, otrzymujemy wyrażenie pod pierwiastkiem jako sumę iloczynów kwadratów funkcji różniczkowych i odchyłek:

$$\sum_i \left(\frac{\partial F_i}{\partial x_i}\right)^2 \cdot \Delta x_i^2 = \frac{1}{\left(\cos^2\alpha\right)^2}(\Delta\alpha)^2 + \left(\frac{(v \pm w)^2}{mg\cos\alpha}\right)^2 (\Delta K)^2 + \left(\frac{2K(v \pm w)v}{mg\cos\alpha}\right)^2 (\Delta v)^2 +$$

$$+\left(\frac{2K(v \pm w)(\pm w)}{mg\cos\alpha}\right)^2 (\Delta w)^2 + \left(\frac{K(v \pm w)^2 g\cos\alpha}{(mg\cos\alpha)^2}\right)^2 (\Delta m)^2 + \left(\frac{K(v \pm w)^2 m\cos\alpha}{(mg\cos\alpha)^2}\right)^2 (\Delta g)^2 +$$

$$+\left(\frac{K(v \pm w)^2 mg(-\sin\alpha)}{(mg\cos\alpha)^2}\right)^2 (\Delta\alpha)^2 + \left(\frac{1}{g\cos\alpha}\right)^2 (\Delta a)^2 + \left(\frac{a\cos\alpha}{(g\cos\alpha)^2}\right)^2 (\Delta g)^2 +$$

$$+\left(\frac{ag\cdot(-\sin\alpha)}{(g\cos\alpha)^2}\right)^2 (\Delta\alpha)^2 = \frac{1}{\left(\cos^2\alpha\right)^2}(\Delta\alpha)^2 + \left(\frac{K(v \pm w)^2}{mg\cos\alpha}\right)^2 \cdot$$

$$\left[\left(\frac{\Delta K}{K}\right)^2 + 2\left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2 + 2\left(\frac{\Delta w}{w}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2 + (tg\alpha\cdot\Delta\alpha)^2\right] +$$

$$+\left(\frac{a}{g\cos\alpha}\right)^2 \cdot \left[\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2 + (tg\alpha\cdot\Delta\alpha)^2\right], \qquad (4)$$

W równaniu (4) pierwsze i trzecie (ostatnie) wyrażenia sumy są na tyle małe, że można je pominąć. Pierwszy składnik jest nieistotny ze względu na bardzo mały błąd odczytu kąta alfa wynoszący 0,1mm/1000mm = 10^{-4} (mierzony sinusem alfa), natomiast w trzecim członie bardzo małą wartość przyjmuje iloraz przyspieszeń $(a/g)^2$. Podstawienie założonych wartości do tych wyrażeń daje rząd wielkości odpowiednio: 10^{-8} oraz 10^{-6} . Tak więc ostatecznie wpływ na wielkość błędu współczynnika oporów toczenia obliczanego ze wzoru (4) ma wyrażenie:

$$\Delta f = \frac{K(v \pm w)^2}{mg\cos\alpha}\sqrt{\left(\frac{\Delta K}{K}\right)^2 + 2\left(\frac{\Delta w}{w}\right)^2 + 2\left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2 + (tg\alpha\cdot\Delta\alpha)^2}, \qquad (5)$$

w którym pod pierwiastkiem ze względu na minimalny wpływ dwa ostatnie człony można pominąć. Natomiast pozostałe człony mają następujący szacunkowy wpływ:

$$\frac{\Delta K}{K} = 0{,}05 - 0{,}07,$$

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{1\,km/h}{30 - 120\,km/h} = 0{,}033 - 0{,}008, \qquad (6\ a,b,c)$$

$$\frac{\Delta m}{m} = 0{,}01$$

Przy bezwietrznej pogodzie człon Δw/w jest pomijalny i w tym przypadku błąd:

$$\frac{\Delta f}{f} \leq 0{,}07$$

a tym samym błąd Δf wynosi 0,0008 i nie przekracza, zgodnie z teorią błędu, maksymalnej odchyłki współczynnika oporów aerodynamicznych. Celowe jest pomniejszenie błędu Δf poprzez zmniejszenie największego błędu ΔK o kilka procent lub przy kilku pomiarach z równania ogólnego $f_1 = f_2$ po podstawieniu wyliczyć nieznane K:

$$K = \frac{\left[tg\alpha_1 - tg\alpha_2 \pm \left(a_1/g - a_2/g\right)\right]mg}{\left(v_1 \pm w_1\right)^2 - \left(v_2 - w_2\right)^2}, \qquad (7)$$

a następnie z jednego z równań obliczyć współczynnik oporów toczenia. W obliczeniach ważne jest dokładne określenie składowej wiatru „w" na kierunku jazdy.

3. OBLICZENIA WSPÓŁCZYNNIKA KSZTAŁTU I OPORÓW TOCZENIA POJAZDU

Rzadko podawany w literaturze technicznej współczynnik kształtu samochodu c_x jest miarodajny dla warunków jazdy, dla których składowa boczna wiatru jest bliska zeru. W przeciwnym razie ze wzrostem jej wartości rośnie siła znosząca samochodu, a tym samym i opory ruchu, co jest wywołane wzrostem oporów aerodynamicznych samochodu, a więc i współczynnika kształtu. Aby przy obliczeniach współczynnika oporów toczenia mieć w wymaganym przedziale odchyłkę współczynnika kształtu, wskazane jest – analogicznie jak to jest w opracowanych dotychczas metodach – zdublowanie pomiarów w podobnych warunkach, dających dwa równania (1) z dwoma niewiadomymi: c_x i f. Z porównania obu równań wylicza się c_x (tak jak we wzorze (7) współczynnik oporów aerodynamicznych K), a po podstawieniu go do jednego z równań wyliczyć można współczynnik oporów toczenia f.

Poniżej zaprezentowano ostateczne równania na wyliczenie szukanych współczynników dla dwu warunków pomiarów: na jednym lub na dwu odcinkach pomiarowych o zróżnicowanym kącie wzdłużnego pochylenia jezdni.

W opracowanej przez autora metodzie wybiegu ze stałą prędkością dochodzi dodatkowa składowa wzniesienia i dlatego równania na obliczanie ww. wskaźników są bardziej złożone.

Wariant I: pomiary na tym samym odcinku jezdni - $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$

Wzory do obliczeń współczynnika kształtu c_x:

$$c_x = \frac{1{,}66\, m(a_1 - a_2)}{A\left(v_2^2 - v_1^2\right)}, \tag{8}$$

i współczynnika oporów toczenia kół samochodu:

$$f = tg\,\alpha - \frac{a_1 v_2^2 - 0{,}996\, a_2 v_1^2}{g\left(v_2^2 - v_1^2\right)}, \tag{9}$$

gdzie: a_1, a_2 - przyspieszenie (opóźnienie) ruchu w czasie kolejnych pomiarów, m/s^2
m - masa pojazdu, kg
g - przyspieszenie ziemskie, m/s^2
v_1, v_2 – średnia prędkość przejazdu w dwu kolejnych pomiarach, m/s.

Wariant II: pomiary na zróżnicowanych odcinkach jezdni - $\alpha_1 \neq \alpha_2$

Wzory do obliczania współczynnika kształtu:

$$c_x = \frac{1{,}66m\left[\left(tg\,\alpha_1 - tg\,\alpha_2\right)g - a_1 + a_2\right]}{A\left(v_1^2 - v_2^2\right)}, \tag{10}$$

i współczynnika oporów toczenia kół samochodu:

$$f = tg\,\alpha_1 - \frac{v_1^2\left[g\left(tg\alpha_1 - tg\alpha_2\right) - 2a_1 + a_2\right] + v_2^2 a_1}{g\left(v_1^2 - v_2^2\right)}. \tag{11}$$

Dzięki dodatkowemu pomiarowi przy bezwietrznej pogodzie można poza współczynnikiem oporów toczenia z dostatecznie wysoką dokładnością obliczyć współczynnik kształtu samochodu. W przypadku występowania składowej wiatru na kierunku jazdy należy pamiętać o oddziaływaniu składowej prostopadłej, która prawdopodobnie ma na niego duży wpływ. Można go obliczyć z równań (8-11) odpowiednio przekształconych, gdzie w miejsce średnich prędkości podstawia się wyrażenie:

$$v^2 = (v \pm w)^2, \tag{12}$$

gdzie:
v – prędkość średnia samochodu, m/s
w – składowa średniej prędkości wiatru na kierunku jazdy, m/s.

Metoda dodatkowych pomiarów jest szczególnie przydatna w przypadku braku danych o współczynniku kształtu samochodów o kształcie niestandardowym, jak np. w przypadku mini- lub mikrowanów, lub samochodów dostawczych. Dla samochodów ciężarowych, z uwagi na ich dużą bezwładność i brak odpowiednio długich odcinków pomiarowych, metoda wybiegu ze stałą prędkością jest mało dokładna.

Tabela 1

Wartości współczynnika cx i f dla α1=α2 oraz α1≠α2 wyznaczone dla samochodu Cinquecento 900. m = 820 kg, A=1,75, α1= 1,0323°, α2= 0,8977°

	Wyniki α1=α2 ($\alpha_1 = \alpha_2$ = 1,0323°)				Wyniki α1≠α2 (α_1 = 0,8977°, α_2 = 1,0323°)			
	pomiar				pomiar			
	1	2	3	4	1	2	3	4
$V_{1śr}$[m/s]	12,98	12,98	12,98	16,08	21,42	21,42	21,42	21,42
a_1 [m/s^2]	0,05	0,05	0,05	0,10	0,2	0,2	0,2	0,2
$V_{2śr}$[m/s]	20,82	17,75	18,24	18,24	12,98	16,08	17,75	17,44
a_2 [m/s^2]	0,15	0,12	0,14	0,14	0,05	0,10	0,12	0,10
Cx	0,30	0,34	0,39	0,38	0,34	0,30	0,34	0,38
F	0,0167	0,0159	0,0147	0,0154	0,0156	0,0179	0,0159	0,0132

W tabeli 1 przedstawiono wybrane wyniki obliczeń współczynników kształtu i oporów toczenia obliczanych metodą wybiegu ze stałą prędkością przy pomiarach na dwu odcinkach, tak jak to przedstawiono powyżej. Jak wskazują wyniki, do tej metody obliczeń przy tak mało dokładnym sposobie określania różnicy prędkości na początku i końcu odcinka pomiarowego niezbędne jest jej zwiększenie poprzez znaczne podwyższenie prędkości początkowej (najazdu na odcinek pomiarowy) [9]. Pozwala to we wzorach (8)-(11) znacznie zmniejszyć błąd wynikający z powtarzającej się różnicy prędkości i przyspieszeń. W ten sposób metoda ta pozwala na małą dokładność określania prędkości samochodu, tracąc równocześnie charakter stałej prędkości wybiegu, zawartej w definicji i tym samym upodabniając się do boszowskiej metody wybiegu [7].

4. WNIOSKI

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń w założonej metodzie pomiaru współczynnika oporów toczenia metodą wybiegu ze stałą prędkością można wyciągnąć następujące wnioski:

1. W przedstawionej metodzie, przy odpowiednio dużej dokładności danych o pojeździe (masa, współczynnik kształtu i wypełnienia powierzchni czołowej), można z zadowalającą dokładnością obliczyć średni dla wszystkich kół jezdnych współczynnik oporów toczenia.
2. Jak wynika z analizy danych, największy błąd obliczeń można popełnić przy szacunkowej ocenie współczynnika kształtu samochodu (dochodzący nawet do kilkunastu procent) i dlatego celowe jest wykonanie pomiaru pomocniczego na tym samym lub innym odcinku jezdni o zbliżonej prędkości średniej wybiegu.
3. Przy obliczaniu metodą wybiegu obu współczynników (oporów aerodynamicznych i kształtu) przy mało dokładnym określaniu różnicy prędkości samochodu na początku i końcu odcinka pomiarowego w celu zmniejszenia błędu obliczeń wskazane jest najeżdżanie na początku ze znacznie wyższą prędkością, niż to wynika z definicji metody; w ten sposób obniża się błąd obliczeń opóźnień występujących we wzorach (8)-(11).

Literatura

1. Taryma S., Mioduszewski P.: Budowa opony a jej opór toczenia. Teka Komisji Naukowo-Problemowej Motoryzacji nt.: Konstrukcja, badania, eksploatacja, technologia pojazdów samochodowych i silników, z. 20, Kraków 2000.
2. Siłka W., Hetmańczyk I.: Estymacja parametrów modelu energetycznego samochodu na podstawie próby wybiegu. Teka jw. z.21, Kraków 2000.
3. Staska G.: Bestimmung der Fahrwiderstande im Fahrversuch. ATZ nr 4, 1984.
4. Mitschke M.: Dynamika samochodu. Napęd i hamowanie. WKŁ, Warszawa 1987.
5. Ubysz A.: Obliczanie współczynnika oporów toczenia pojazdu metodą wybiegu ze stałą prędkością. Zeszyty Naukowe Pol. Śląskiej serii Transport, z. 42, Gliwice 2002.
6. Ubysz A.: Wyniki obliczeń współczynnika oporów toczenia samochodów osobowych metodą wybiegu ze stałą prędkością. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. serii Transport, z. 42, Gliwice 2002.
7. Praca zbiorowa: Informator motoryzacyjny Bosch. WKŁ, Warszawa 1982.
8. Guzella L., Martin R.: Das SAVE - motor conzept. MTZ nr 10, 1998, s. 644-653..
9. Łączkowski M.:Porównanie praktycznych metod wyznaczania współczynników oporów toczenia i aerodynamicznego. Praca dyplomowa na Wydz. Transportu pod kierunkiem dr. Ubysza, Katowice 2002.

Recenzent: Dr hab. inż. Wojciech Siłka, prof. Pol. Opolskiej

Abstract

This peper „ The select aspects for exact calculating of the rolling existance coefficient with the method of the constant speed" presented showed utilizing of the Gauss method for the define the coefficiant of the rolling resistance of the personal autos with the method of freedom go down. As the example was presented the method for define the coefficiant of aerodynamical resistance with utilizing the additional measure.