ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2001
Seria: TRANSPORT z. 43 Nr kol. 1529

Bogusław ŁAZARZ

ZIDENTYFIKOWANY MODEL DYNAMICZNY PRZEKŁADNI JAKO PODSTAWA PROJEKTOWANIA

Streszczenie. W artykule przedstawiono nową propozycję metody projektowania przekładni zębatych. W metodzie tej model dynamiczny przekładni zębatej w układzie napędowym jest wykorzystany do wyznaczania obciążeń zębów.

IDENTIFICATION TOOTHED GEAR DYNAMICS MODEL AS A BASE OF DESIGN

Summary. The paper presents new propose of a toothed gear design method. In this method dynamic model of toothed gear in power transmission has been used to determinate loads in meshing

1. WSTĘP

W obliczeniach wytrzymałościowych przekładni zębatych w przypadku wyznaczania obciążenia zębów uwzględnia się jego zmienność w układzie napędowym, nadwyżki dynamiczne generowane przez przekładnię, nierównomierny rozkład obciążenia wzdłuż linii styku, nierównomierny rozdział obciążenia na pary zębów, będące jednocześnie w przyporze. Zgodnie z normą ISO całkowitemu obciążeniu zębów odpowiada iloczyn tych współczynników. Taki sposób postępowania może prowadzić do istotnych niedokładności, ponieważ wymienione czynniki są wzajemnie ze sobą powiązane i występują pomiędzy nimi sprzężenia zwrotne.

2. WYZNACZANIE CAŁKOWITEGO OBCIĄŻENIA ZĘBÓW WG NORMY ISO

Trwałość kół zębatych w przekładni ograniczają uszkodzenia zębów. Obecnie rozróżnia się kilka rodzajów uszkodzeń zębów, takich jak:

- złamanie,
- pitting,
- zużycie ścierne,
- zatarcie.

W przypadku najczęściej stosowanych w budowie przekładni zębatych kół utwardzanych powierzchniowo o ich trwałości decydują takie uszkodzenia, jak złamanie zęba i pitting.

Zgodnie z normą ISO wytrzymałość boku zęba na pitting oraz wytrzymałość podstawy zęba na złamanie opiera się na porównaniu odpowiednio występujących i dopuszczalnych

naprężeń stykowych oraz występującego maksymalnego i dopuszczalnego naprężenia u podstawy zęba.

Obliczeniowe naprężenia stykowe przy wykorzystaniu teorii Hertza wyznacza się w sposób opisany dokładnie w [Jask T1].

$$\sigma_H = Z_{B,D} \cdot \sigma_{HO} \cdot \sqrt{K_{AH} \cdot K_{vH} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}} \leq \sigma_{HP} \tag{1}$$

gdzie:

σ_{HP} - dopuszczalne naprężenie stykowe.

Wartość nominalnego naprężenia stykowego σ_{HO} występującego w biegunie zazębienia idealnej bezodchyłkowej przekładni przy prędkości obrotowej zbliżonej do zera oblicza się na podstawie siły międzyzębnej, wymiarów, modułu Younga materiału kół i współczynników uwzględniających geometrię zęba, takich jak:

Z_H - uwzględniający krzywiznę boków zęba w biegunie zazębienia oraz przeliczenie siły obwodowej na walcu podziałowym na siłę normalną do powierzchni zęba,

Z_ε - uwzględniający wpływ długości linii styku,

Z_β - uwzględniający wpływ kąta pochylenia linii zęba.

Naprężenie stykowe σ_H występujące w przekładni rzeczywistej oblicza się na podstawie naprężenia σ_{HO} współczynników obciążenia i współczynnika Z_B dla zębnika oraz Z_D dla koła.

Współczynniki Z_B lub Z_D pozwalają ocenić maksymalne naprężenia stykowe dla zębnika lub koła, jeśli naprężenia te występują w innym położeniu niż biegun zazębienia.

Współczynniki obciążenia uwzględniają wpływ następujących czynników:

K_{AH} - zmienność obciążenia potrzebną do przeliczania obciążenia nominalnego na równoważne,

K_{vH} - nadwyżki dynamiczne generowane przez przekładnię,

$K_{H\beta}$ - nierównomierny rozkład obciążenia wzdłuż linii styku,

$K_{H\alpha}$ - nierównomierny rozdział obciążenia na pary zębów będące jednocześnie w przyporze.

Nominalne naprężenia u podstawy zęba σ_{FO}, które występuje w idealnej bezodchyłkowej przekładni przy prędkości obrotowej dążącej do zera, zależą od siły obwodowej, wymiarów i współczynników uwzględniających geometrię zęba, takich jak:

Y_F - uwzględniający wpływ ramienia zginającego i grubości zęba na naprężenia gnące u podstawy,

Y_S - uwzględniający wpływ zwiększenia naprężeń wskutek działania karbu i złożonego stanu naprężeń,

Y_β - uwzględniający wpływ kąta pochylenia linii zęba.

Obliczeniowe naprężenie u podstawy zęba opisuje zależność:

$$\sigma_F = \sigma_{FO} \cdot K_{AF} \cdot K_{vF} \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha} \leq \sigma_{FP} \tag{2}$$

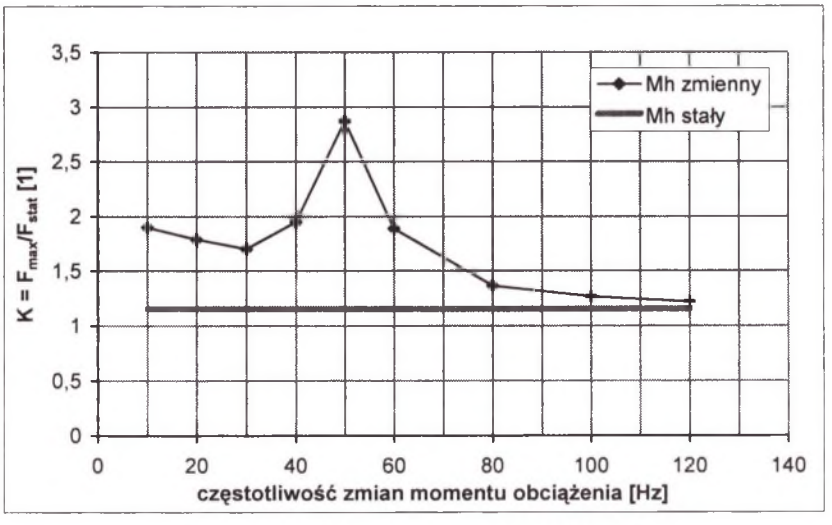
gdzie:

σ_{FP} - dopuszczalne naprężenie u podstawy zęba.

Naprężenia u podstawy zęba σ_F występujące w rzeczywistej przekładni oblicza się na podstawie naprężenia σ_{FO} i współczynników obciążenia $K_{AF}, K_{vF}, K_{F\beta}, K_{F\alpha}$ uwzględniających odpowiednio takie same czynniki jak w przypadku wyznaczania naprężenia stykowego.

Współczynniki zastosowania K_{AH} i K_{AF} uwzględniają wpływ odchyleń rzeczywistego obciążenia od wartości obciążenia nominalnego na wytrzymałość przekładni. Współczynniki te wyznacza się wykorzystując hipotezy kumulacji uszkodzeń zmęczeniowych na podstawie widma obciążenia i linii obciążalności wykresu zmęczeniowego Wöhlera. Widmo obciążenia można otrzymać na podstawie pomiarów przeprowadzanych w czasie eksploatacji lub też można zastosować ogólne wytyczne pozwalające określić przybliżone wartości współczynników zastosowania K_{AH} i K_{AF}.

Pomiary rzeczywistych sił międzyzębnych są bardzo trudne do przeprowadzenia w warunkach eksploatacyjnych i dlatego najczęściej wyznacza się widma obciążeń zewnętrznych, które różnią się od widm obciążeń zębów na skutek oddziaływań dynamicznych elementów układu napędowego, biorących udział w przekazywaniu tych obciążeń. Ponadto, na etapie konstruowania przekładni zębatej widma te nie mogą być wyznaczone na drodze pomiarowej, ponieważ konstruowana przekładnia nie istnieje fizycznie i konstruktor jest zmuszony do stosowania przybliżonych wartości współczynników K_{AH} i K_{AF}.



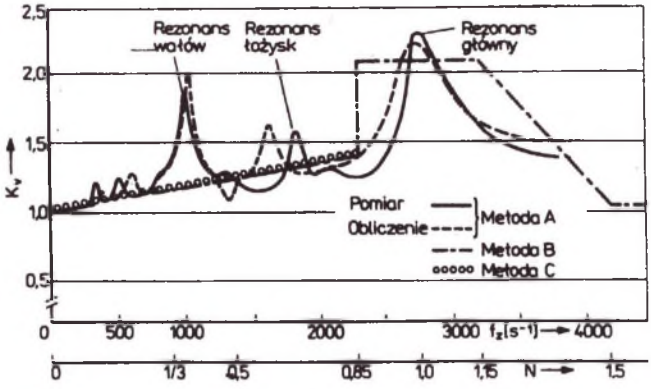
Rys. 1. Współczynnik K w funkcji częstotliwości zmian prostokątnego przebiegu momentu obciążenia M_h dla przekładni pracującej w układzie napędowym, przedstawionej w [3]

Fig. 1. Coefficient K as a function of frequency rectangular course of load torque in case spur gear with toothed wheels working in power transmission system [3]

Na rysunku 1 pokazano, że zmiany sił dynamicznych w zazębieniu zależą w istotny sposób od częstotliwości zmian obciążenia zewnętrznego i dlatego nie zawsze zmiana obciążenia zewnętrznego powoduje taką samą zmianę sił międzyzębnych.

Współczynniki dynamiczne K_{vH} i K_{vF} mogą być wyznaczane różnymi metodami (rys. 2). W metodzie B, najczęściej wykorzystywanej na etapie konstruowania, rzeczywisty przebieg współczynników K_{vH} i K_{vF} w funkcji bezwymiarowej prędkości obrotowej przybliża się liniami prostymi, jak to przedstawiono na rys. 2. Wielkością odniesienia dla bezwymiarowej prędkości obrotowej jest podstawowa prędkość rezonansowa zębnika, przy której ma miejsce rezonans główny. Prędkość ta jest wyznaczana na podstawie jednomasowego modelu przekładni i odpowiada częstości drgań własnych tego modelu. Przyjęte w tym przypadku uproszczenia, takie jak zastąpienie przebiegu zmian współczynników dynamicznych liniami prosty-

mi oraz traktowanie przekładni jako wyizolowanego z zespołu mechanizmu przybliżonego uproszczonym modelem jednomasowym, mogą być źródłem znacznych niedokładności.



Rys. 2. Współczynnik dynamiczny K_v w funkcji częstości zazębienia f_z (prędkości odniesienia N). Przekładnia jednostopniowa o zębach prostych bez modyfikacji, m=4, 5 klasa dokładności wykonania, obciążenie jednostkowe F_t/b=400 N/mm

Fig. 2. Dynamic coefficient K_v as a function of meshing frequency f_z : single-stage spur gear with toothed wheels without modification of toot profile, module m=4, 5 rank quality of work, unitary load F_t/b=400 N/mm

W całym układzie napędowym występuje w rzeczywistości wiele prędkości rezonansowych związanych z własnościami dynamicznymi elementów tego układu oraz charakterystykami dynamicznymi silnika napędzającego i maszyny roboczej. Ponadto szczególnie w przypadku przekładni z kołami o zębach prostych mogą występować rezonanse parametryczne przy prędkościach odpowiadających $1/2, 1/3, 1/4$ prędkości rezonansu głównego. Przy małych obciążeniach może również następować utrata styku pomiędzy współpracującymi bokami zębów, a potem uderzanie zębów o siebie. Uderzenia te generują impulsy siły o dużych wartościach. Jest to tak zwane zjawisko grzechotania przekładni analizowane miedzy innymi w [2].

Pominiecie wpływu tych czynników może prowadzić do różnic pomiędzy rzeczywistymi i przyjmowanymi do obliczeń wartościami nadwyżek dynamicznych.

Współczynniki $K_{H\beta}$ i $K_{F\beta}$ uwzględniają wpływ nierównomiernego rozkładu obciążenia wzdłuż linii styku zębów. Stopień nierównomierności rozkładu zależy od następujących czynników:

- dokładności wykonania kół zębatych, a w szczególności od dokładności linii zęba, zarysu i podziału,
- współosiowości elementów związanych z kołami zębatymi,
- odkształcenia sprężystego elementów przekładni,
- luzów łożyskowych,
- odkształceń zębów spowodowanych naciskiem i zginaniem,
- odkształceń termicznych wskutek temperatury pracy,
- odkształceń wywołanych siłą odśrodkową,
- modyfikacji linii zęba,
- całkowitego obciążenia obwodowego z uwzględnieniem współczynnika zastosowania i współczynnika dynamicznego,
- dodatkowych obciążeń wałka pochodzących z zewnątrz,
- geometrii kół.

Współczynniki $K_{H\alpha}$ i $K_{F\alpha}$ uwzględniają wpływ nierównomiernego obciążenia na pary zębów, znajdujące się jednocześnie w przyporze odpowiednio na naprężenia stykowe i naprężenia u podstawy zęba. Współczynniki te są zdefiniowane jako stosunek maksymalnego obciążenia zęba występującego w przyporze pary kół przy prędkości obrotowej bliskiej zera do odpowiadającego maksymalnego obciążenia zęba podobnej pary kół wolnej od błędów wykonania, czyli idealnie dokładnej.

Głównymi czynnikami wpływającymi na wartość tych współczynników są:

- odkształcenia pod obciążeniem,
- modyfikacja zarysu,
- dokładność wytworzenia zęba,
- docieranie.

Wymienione wcześniej czynniki wpływające na stopień obciążenia zębów kół są ze sobą w złożony sposób powiązane. Skomplikowane nieliniowe zależności pomiędzy nimi uwzględniono w zaproponowanym modelu dynamicznym układu napędowego z przekładnią zębatą [3, 4].

3. PROPOZYCJA NOWEJ METODY PROJEKTOWANIA

Biorąc pod uwagę wyniki badań i analiz przedstawionych w pracy, można zaproponować wykorzystanie tak skonstruowanego i zidentyfikowanego modelu do wyznaczenia rozkładu obciążenia wzdłuż linii styku zębów i na tej podstawie określenie sumarycznego współczynnika obciążenia $K_{F,H}$, który zastąpiłby iloczyn wyznaczanych oddzielnie współczynników $K_A \cdot K_v \cdot K_{F,H\beta} \cdot K_{F,H\alpha}$.

Sumaryczny współczynnik obciążenia można w tym przypadku wyznaczyć z zależności:

$$K_{F,H} = \frac{w_{max}}{w_{stat}}, \tag{3}$$

gdzie:

w_{max} – maksymalne obciążenie jednostkowe,

w_{stat} – średnie statyczne obciążenie jednostkowe.

Taki sposób postępowania jest szczególnie istotny w tych przypadkach, gdy przekładnia ma pracować w warunkach zmiennego obciążenia, gdyż umożliwia dokładną ocenę obciążeń kół zębatych przekładni w układzie napędowym. Zastosowanie tego sposobu postępowania pozwala na uniknięcie znacznych błędów wyznaczania obciążenia zębów kół występujących w przypadku stosowania dotychczasowych metod obliczeń, w których nie uwzględnia się wzajemnego oddziaływania różnych czynników zewnętrznych i wewnętrznych, występujących podczas pracy przekładni w układzie napędowym.

Ponadto model może być wykorzystany do symulowania zużycia przekładni i uszkodzeń zębów kół na potrzeby diagnostyki.

Literatura

1. Jaśkiewicz Z., Wąsiewski A.: Przekładnie walcowe. Wydawnictwo Komunikacji i Łączności, Warszawa 1992.
2. Krupa A.: Współzależność drgań parametrycznych i wymuszonych w układzie z przekładnią zębatą. Rozprawa doktorska Politechnika Warszawska, 1995.

3. Łazarz B.,Wojnar G.: Identyfikacja strat mocy w przekładni zębatej walcowej. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej s. Transport z.43, Gliwice 2001.
4. Łazarz B.,Wojnar G.: Model dynamiczny układu napędowego z przekładnią zębatą. XVII Ogólnopolska Konferencja Przekładnie Zębate, Węgierska Górka 2000.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Zbigniew Dąbrowski

Abstract

The paper presents results of analyse ISO method of determinate a load of tooth in gear. On this base author propose a new method of a toothed gear design. In this method dynamic model of toothed gear in power transmission has been used to determinate loads in meshing.