

Janusz WOCH

## PRZEPUSTOWOŚĆ ZŁOŻONYCH WĘZŁÓW TRANSPORTOWYCH

**Streszczenie.** Węzły transportowe są przedmiotem zainteresowania zarówno teoretyków potoków ruchu (patrz Drew, 1968, Haight, 1963, Tanner 1962, Webster 1958), jak i projektantów dróg i ruchu transportowego (patrz Datka, Suchorzewski i Tracz 1989, Węgiński 1971). Modelowanie matematyczne węzłów transportowych wymaga zastosowania narzędzi teorii kolejek i metod Monte Carlo (patrz Gross i Harris, 1974, Heidemann 1996, Woch 1977, 1983, 1990, 1998a, 1999a, 1999b). Niniejsze sprawozdanie dotyczy rocznego etapu prac BK-245/RM-10-5/2002 pt. Metody optymalizacji sieci transportowych.

## CAPACITY OF COMPLEX TRANSPORTATION NODES

**Summary.** Transportation nodes are places of considering for searchers of traffic flows (see Drew, 1968, Haight, 1963, Newell, 1965, Tanner, 1962, Webster, 1958), as well the road and traffic flow engineers (see Datka, Suchorzewski and Tracz, 1989, Węgiński, 1971). The mathematical modeling of traffic nodes leads to queueing theory methods (see Gross and Harris, 1974, Heidemann, 1996, Heidemann and Wegmann, 1997, Woch, 1974, 1975, 1977, 1983, 1990, 1998a, 1998b, 1998c, 1998d, 1999a, 1999b). The report is related to annual stage of research BK-245/RM-10-5/2002 entitled "Methods of transportation networks optimisation".

### 1. CHARAKTERYSTYKI ZŁOŻONYCH WĘZŁÓW TRANSPORTOWYCH

**Elementarnym węzłem transportowym** nazywać się będzie skrzyżowanie, połączenie lub rozłączenie dróg dwóch potoków ruchu. Są to miejsca powstawania kolejek ruchu w kolizyjnych sytuacjach ruchowych. W zależności od sposobu zapewnienia bezpieczeństwa ruchu można budować różne modele kolejek w węzłach elementarnych. Jednak bardzo często okazuje się, że niezależne modele kolejek ruchu węzłów elementarnych są niewłaściwe, ponieważ występuje zjawisko równoczesności kolejek więcej niż jednego pojazdu, wywołane przejazdem jednego pojazdu, kolizyjnego dla wielu elementarnych węzłów, które może mieć złożone oddziaływanie na czas kolejek potoków równoległych. Na przykład skrzyżowanie dwutorowej linii tramwajowej z uprzywilejowanym ruchem z jednokierunkową drogą samochodową o trzech pasach ruchu składa się z sześciu elementarnych węzłów, które należy rozważać łącznie w modelowaniu kolejek ruchu. Podobnie łącznie należy modelować kolejki ruchu w kolejowych posterunkach odgałęźnych oraz głowicach stacyjnych, a więc kolejki wywołane kolizyjnością węzłów torowych.

**Podstawowym węzłem transportowym** nazywać się będzie zespół powiązanych węzłów elementarnych taki, że każda jednostka ruchu przechodząca przez ten węzeł może być zakłócona bezpośrednio przez pojazd innego potoku tylko raz. Tak więc podstawowym węzłem ruchu samochodowego jest rejon wjazdu i wyjazdu z ronda, skrzyżowanie linii tramwajowej z drogą samochodową lub kolejowe węzły torowe. Podstawowym węzłem transportowym jest też przejście dla pieszych przez wielopasową drogę samochodową wraz z torami tramwajowymi. Węzły podstawowe w swej istocie są najmniejszymi fragmentami sieci transportowej, które ze względu na modelowanie kolejek ruchu należy rozważać jako całość.

W potocznym rozumieniu pojęcia węzeł transportowy zawiera się zwykle fragment sieci złożony z kilku blisko położonych węzłów podstawowych. Są to więc takie miejsca, w których dla ustalonego pojazdu kolejki z powodu bezpośrednich kolizji ruchowych z pojazdami innych potoków ruchu mogą zdarzać się więcej niż jeden raz. Kolejka w węźle elementarnym może składać się z wielu faz oczekiwania w kolejce, jednak w dalszym ciągu będzie to interpretowane jako pojedyncza kolejka, nazywana kolejką elementarną.

**Głównym węzłem transportowym** nazywać się będzie zespół blisko położonych węzłów podstawowych. Tak więc do głównych węzłów można zaliczyć skrzyżowania dróg lub ulic z systemem regulacji ruchu lub bez oraz stacje kolejowe. Charakterystyki kolejek ruchu i przepustowości w głównych węzłach transportowych należy zdefiniować dla warunków równowagi ruchu, które formuluje się na wiele sposobów, jak to wykazano w pracach Wocha (1997, 1998a), jako agregaty odpowiednich charakterystyk w węzłach podstawowych, to znaczy oczekiwany czas czekania pojazdu  $i$ -tego potoku ruchu jest sumą odpowiednich czasów oczekiwań w węzłach elementarnych:

$$x_i(r_1, r_2, \dots, r_n) = \sum_{j=1}^{k_i} x_i^{(j)}(r_1, r_2, \dots, r_n) \quad l_i \geq 1, \quad (1)$$

gdzie  $w_i^{(j)}(q_1, q_2, \dots, q_n)$  oczekiwany czas czekania  $i$ -tego potoku ruchu  $j$ -tego węzła elementarnego,  $n$  - liczba potoków ruchu,  $l_i$  - liczba węzłów elementarnych  $i$ -tego potoku, a  $q_i$  - intensywność  $i$ -tego potoku.

**Przepustowość węzła głównego** równa jest, dla każdego potoku ruchu  $i$ , najmniejszej z przepustowości węzłów elementarnych:

$$r_{i/.}^* = r_{i/1,2,\dots,i-1,i+1,\dots,n}^* = \min(r_{i/1,2,\dots,i-1,i+1,\dots,n}^{*(j)}), \quad j = 1, 2, \dots, k_i. \quad (2)$$

**Optymalna intensywność  $i$ -tego potoku** jest równa najmniejszej z optymalnych intensywności węzłów elementarnych:

$$q_{0i/.} = q_{0i/1,2,\dots,i-1,i+1,\dots,n} = \min_j(q_{0i/1,2,\dots,i-1,i+1,\dots,n}^{(j)}), \quad j = 1, 2, \dots, l_i, \quad (3)$$

gdzie  $q_{0i/.}^{(j)} = q_{0i/1,2,\dots,i-1,i+1,\dots,n}^{(j)} = (q_{0i}^{(j)} : F_i^{(j)}(q_{0i}^{(j)}) = \max!$ ,  $F_i^{(j)}(q_i) = (1 - p_i^{(j)}(q_i))q_i$ , natomiast  $F_i^{(j)}(q_i)$  jest **oczekiwaną płynnością ruchu**  $i$ -tego potoku w węźle  $j$ -tym, to znaczy oczekiwaną liczbą pojazdów potoku  $i$ , które płynnie przejdą węzeł  $j$ , a  $p_i^{(j)}(q_i)$  jest prawdopodobieństwem kolejki pojazdu  $i$ -tego potoku,  $j$ -tego węzła, dla intensywności  $q_i$ , przy ustalonych intensywnościach pozostałych potoków. Jak widać, optymalna intensywność w złożonych węzłach jest charakterystyką minimaxową.

Powyższe trzy różne sposoby opisu ograniczeń przepustowości sieci transportowej dają tę samą **lokalizację węzłowych wąskich gardel**, to znaczy miejsca  $j$ -tego, w którym jest największy **oczekiwany czas czekania** potoku  $i$ :

$$w_i^{(j)}(q_1, q_2, \dots, q_n) = \max_j (w_i^{(j)}(q_1, q_2, \dots, q_n)), \quad j = 1, 2, \dots, l_i. \quad (4)$$

Jest to samo miejsce  $j$ , co w (2), a więc jest to **miejsce najmniejszej przepustowości**. Również jest to samo miejsce  $j$ , co w (3), a więc - **miejsce najmniejszej płynności ruchu**. W dalszym ciągu analizowane są przyczyny powyższych wniosków.

Ze względu na złożoność opisu ograniczeń przepustowości sieci transportowej dobrze jest stosować jednocześnie dwa równoważne sposoby agregacji charakterystyk (2) - (4) - potokowy, taki jak (1) - oraz węzłowy, w którym charakterystyki otrzymywane są w dwóch etapach: w poszczególnych węzłach głównych obliczane są sumaryczne charakterystyki (2) - (4), a następnie tworzone są sumaryczne charakterystyki (2) - (4) dla sieci transportowej, tak jak w przykładzie w pracach Wocha (1998a, 1999a, 1999b, 1999c, 2001b). Hierarchiczna struktura opisu ograniczeń przepustowości w węzłach głównych oraz sieci transportowej daje możliwość formułowania nowych, lepszych projektów ruchu oraz zapewnia kontrolę ekspertów nad procesem optymalizacji sieci transportowej.

## 2. FUNKCJE KOLEJEK A FUNKCJE PŁYNNOCI RUCHU

Dla ustalonego potoku ruchu kolejkę w węźle elementarnym można charakteryzować na dwa sposoby: poprzez oczekiwany czas czekania oraz oczekiwaną liczbę opóźnionych pojazdów. Ponieważ dotyczą one tego samego procesu kolejek, są to równoważne sposoby opisu procesu kolejek, jednak z formalnego punktu widzenia czasem niesłusznie traktuje się je jako nie równoważne. Co lepiej charakteryzuje proces kolejek ruchu? - długości kolejek czy czasy oczekiwań? Okazuje się, że w zagadnieniach przepustowości dróg lepszą charakterystyką jest długość kolejek lub jej charakterystyki pochodne.

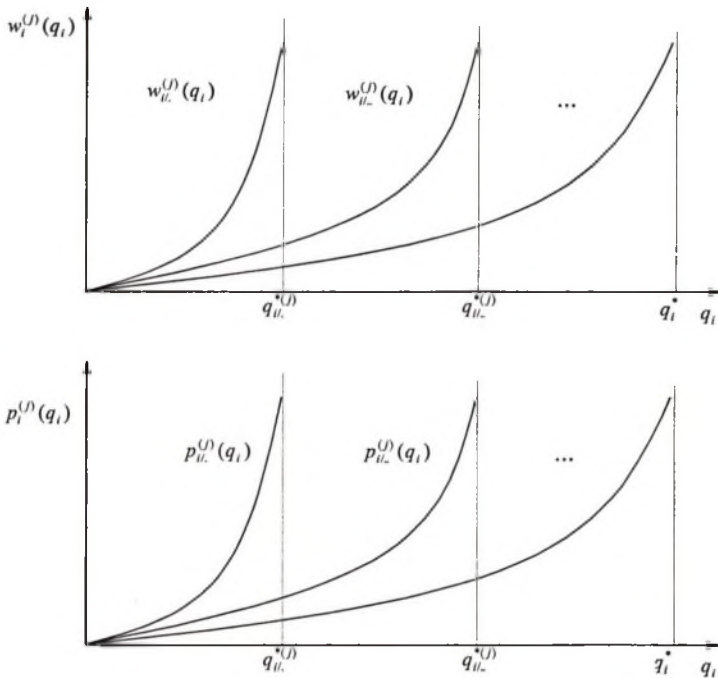
Kolejki elementarne są drobne, ponieważ w potokach ruchu występuje efekt bezpiecznego odstepu między pojazdami, wymuszający małą wariancję odstepu potoku ruchu, co daje charakterystyczną „dużą wypukłość” funkcji kolejek, a więc - drobność kolejek elementarnych. Zjawisko to uzyskało również uzasadnienie teoretyczne w formie tak zwanych zlepionych kolejek (patrz Woch, 1998a, 1999a). Z tego względu w zagadnieniach przepustowości sieci transportowych powinno się stosować charakterystyki długości kolejek, jako dobrze opisujące ograniczenia przepustowości sieci transportowej i zastępujące często kłopotliwy opis poprzez charakterystyki czasu kolejek. Specyfika procesów kolejek potoków ruchu wyrażona jest w haśle: „kolejki ruchowe składają się z dużej liczby drobnych strat czasu” i dlatego charakterystyki liczby kolejek lepiej opisują zjawisko.

Dla ustalonego potoku  $i$  oczekiwany czas czekania w  $j$ -tym węźle elementarnym  $w_i^{(j)}(q_1, q_2, \dots, q_n)$  podobny jest do elementarnego prawdopodobieństwa czekania  $p_i^{(j)}(q_1, q_2, \dots, q_n)$ . Funkcje te nazywa się funkcjami kolejek. Mają one swą specyfikę, są to rosnące, wypukłe funkcje intensywności ruchu  $q_i$  ustalonego potoku ruchu  $i$ . Ponieważ wszystkie opisują ten sam proces kolejek w danym węźle podstawowym, to każda z nich określona jest na tym samym przedziale zmienności wyznaczonym przez przepustowość warunkową  $(0, q_{ii}^{*(j)})$  i każda z osobna wyraża dynamikę wzrostu kolejek w różnych warunkach ruchowych. Funkcje  $w_i^{(j)}$  oraz  $p_i^{(j)}$  są podobne i zależą od stopnia wykorzystania

przepustowości warunkowej, to znaczy, jeżeli dla potoku  $i$  mamy dwa warianty ruchu w pozostałych potokach węzła  $j$ , dające istotnie różniące się przepustowości warunkowe  $q_{i..}^{*(j)}$  oraz  $q_{i..}^{*(j)}$ , to wartości odpowiednich funkcji czekania będą odwrotnie uporządkowane niż te przepustowości warunkowe (rys. 1), a więc dla ustalonej intensywności ruchu  $q_i$ :

$$q_{i..}^{*(j)} < q_{i..}^{*(j)} \Leftrightarrow w_{i..}^{(j)}(q_i) > w_{i..}^{(j)}(q_i) \Leftrightarrow p_{i..}^{(j)}(q_i) > p_{i..}^{(j)}(q_i), \quad (5)$$

gdzie funkcje kolejek  $w_{i..}^{(j)}(q_i)$  i  $p_{i..}^{(j)}(q_i)$  odpowiadają przepustowości warunkowej  $q_{i..}^{*(j)}$ , natomiast funkcje kolejek  $w_{i..}^{(j)}(q_i)$  i  $p_{i..}^{(j)}(q_i)$  -  $q_{i..}^{*(j)}$ . Największa bezwarunkowa przepustowość  $q_i^*$  odpowiada sytuacji braku ruchu w pozostałych potokach węzła (na rys. 1 oznaczoną trzema gwiazdkami: \*\*\*) i jak widać, daje najmniejsze wartości odpowiednich funkcji kolejek.



Rys.1. Funkcje kolejek  $i$ -tego potoku w  $j$ -tym węźle: oczekiwany czas czekania  $w_{i..}^{(j)}(q_i)$  oraz prawdopodobieństwo czekania  $p_{i..}^{(j)}(q_i)$  w trzech różnych strukturach ruchu pozostałych potoków

Fig.1. The queueing functions of  $i$ -th flow of  $j$ -th node: the mean waiting time  $w_{i..}^{(j)}(q_i)$  and the queueing probability  $p_{i..}^{(j)}(q_i)$  in three different traffic assignments for others flows

Jak widać, możliwości efektywnego wykorzystania węzła w danym potoku ruchu zależą od pozostałych potoków ruchu, a więc od organizacji ruchu, która jest doskonalona w sposób ewolucyjny, poprzez doskonalenie poprzednich wariantów ruchu. Na tym polega istota tej problematyki - nie można w sposób analityczny zbudować optymalnego ruchu węzła zaczynając od pustej sieci transportowej. Jest to zawsze długi proces iteracyjny, poprawiający poprzednie projekty ruchu.



Z funkcjami kolejek związane są funkcje płynności ruchu, to znaczy prawdopodobieństwo płynności ruchu -  $1 - p_i^{(j)}(q_1, q_2, \dots, q_n)$  oraz oczekiwana płynność ruchu -  $F_i^{(j)}(q_i) = (1 - p_i^{(j)}(q_1, q_2, \dots, q_n))q_i$ . Są to przeciwstawne pojęcia do funkcji kolejek, a więc w identycznych warunkach różnych przepustowości warunkowych, jak na rys. 1, spełniają odwrotne relacje niż (5):

$$q_{i..}^{*(j)} < q_{i..}^{*(j)} \Leftrightarrow 1 - p_{i..}^{(j)}(q_i) < 1 - p_{i..}^{(j)}(q_i) \Leftrightarrow F_{i..}^{(j)}(q_i) < F_{i..}^{(j)}(q_i), \quad (6)$$

gdzie funkcje płynności z (6) są odpowiednimi do funkcji kolejek z (5), spełniającymi odpowiednie relacje przepustowości warunkowych przedstawione na rys. 1. Dowód relacji (6) jest natychmiastowy, wynikający z definicji funkcji płynności ruchu.

Z punktu widzenia ograniczeń przepustowości postulat zastąpienia charakterystyk czasu czekania poprzez charakterystyki długości kolejek jest postulatem zastąpienia oczekiwanego czasu czekania  $w_i^{(j)}$  prawdopodobieństwem czekania  $p_i^{(j)}$ . Z formalnego punktu widzenia pierwsza funkcja jest nieograniczona, natomiast druga jest ograniczona przez 1. (Jest to odbiciem faktu, że liczba pojazdów w zadanym okresie jest ograniczona.) Z tego względu prawdopodobieństwo czekania dokładniej opisuje ograniczenia przepustowości niż oczekiwany czas czekania. Z drugiej strony, charakterystyki przepustowości zbudowane na podstawie funkcji płynności ruchu ze swej natury są charakterystykami liczby kolejek i jako takie lepiej wyrażają ograniczenia przepustowości niż charakterystyki czasowe. Po trzecie, gdy obserwujemy rzeczywisty proces kolejek, to dla bardzo przeciążonych miejsc łatwiej jest ocenić średnie kolejki, niż średni czas czekania, co jest dodatkowym argumentem za „liczbowym” tylko, a nie „czasowym” rejestrowaniem kolejek.

Wskaźnik wykorzystania przepustowości  $j$ -tego węzła wyrażony jest stosunkiem intensywności ruchu  $q_i$  do warunkowej przepustowości potoku  $i$ :

$$\eta_{i..}^{(j)} = \eta_{i..}^{(j)}(q_i) = \frac{q_i^{(j)}}{q_{i..}^{*(j)}} < 1 \quad (7)$$

i nie powinien osiągać wartości 1. Warunkowa przepustowość  $q_{i..}^{*(j)}$  jest w węzłach transportowych najistotniejszym ograniczeniem przepustowości sieci transportowych i jak widać na rys. 1 decydującym o kształcie funkcji kolejek. Kształt wykresów funkcji kolejek przedstawiony na rys. 1 jest bardzo powszechny w literaturze. Wyjaśnienie teoretyczne takiego kształtu funkcji czekania daje również teoria zlepionych kolejek (patrz Woch, 1998a, 1999a). Spełnienie ograniczeń przepustowości (7) jest równoważne z istnieniem funkcji kolejek, to znaczy charakterystyk oczekiwanych kolejek. Jeżeli dla dwóch sąsiednich węzłów podstawowych  $j$ -tego oraz  $l$ -tego wskaźnik wykorzystania w węzle  $l$ -tym jest bliski jedności, a w węzle  $j$ -tym istnieją duże rezerwy przepustowości, to prawdopodobieństwa czekania też różnią się w dużym stopniu, to znaczy jeżeli dla intensywności  $q$   $\eta_{i..}^{(j)}(q) \approx 1$ , to

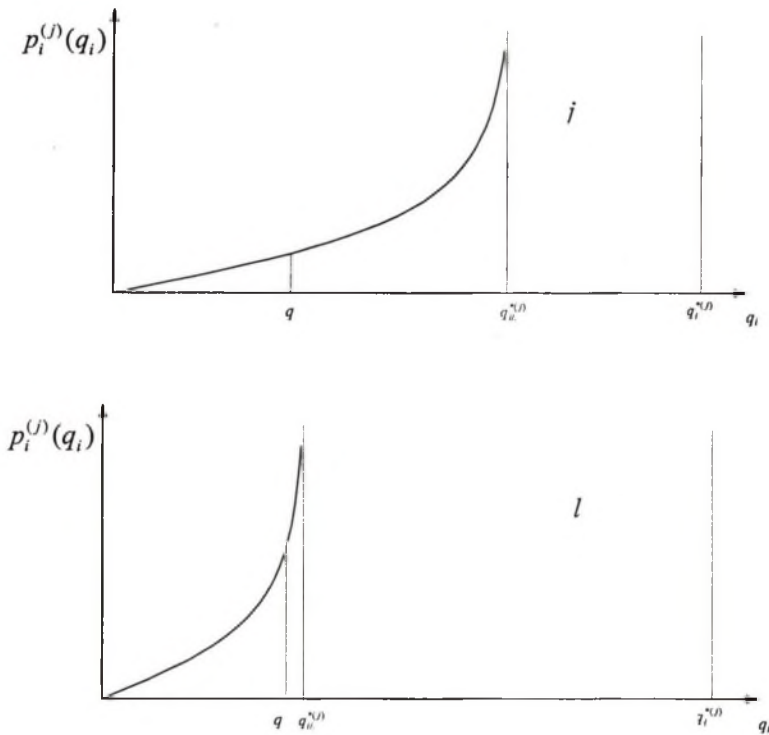
$$p_{i..}^{(j)}(q) \ll p_{i..}^{(l)}(q) \Leftrightarrow \eta_{i..}^{(j)}(q) \ll \eta_{i..}^{(l)}(q). \quad (8)$$

Rys. 2 ilustruje taki przypadek, który jest bardzo typowy, bowiem duże zróżnicowanie przepustowości węzłów elementarnych wynika z dużego wpływu organizacji ruchu na przepustowość warunkową. Jest to sedno problematyki przepustowości węzłów transportowych (patrz Woch, 1990, 1998a, 1999a, 1999b).

Optymalna intensywność ruchu jako pojęcie przeciwstawne prawdopodobieństwu czekania (co wynika z (5) i (6) oraz z definicji optymalnej intensywności (3)) jest uporządkowana w poszczególnych węzłach elementarnych tak, jak odpowiednie przepustowości warunkowe, to znaczy, jeżeli  $\eta_{ii}^{(j)}(q_i) < \eta_{ii}^{(l)}(q_i) < 1$ , to

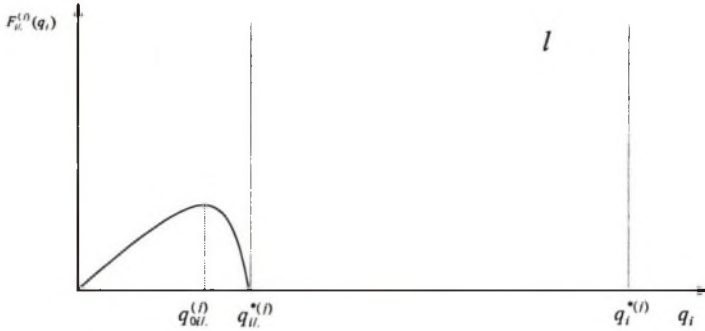
$$q_{oi.}^{(j)} > q_{oi.}^{(l)} \Leftrightarrow q_{ii.}^{*(j)} > q_{ii.}^{*(l)}. \quad (9)$$

Jak widać, charakterystyki płynności ruchu są uporządkowane tak, jak charakterystyki przepustowości warunkowych oraz odwrotnie niż charakterystyki kolejek, a więc węzłowe wąskie gardła mogą być określane na wiele równoważnych sposobów.



Rys.2. Relacje między wskaźnikami wykorzystania a funkcjami kolejek dwóch różnych węzłów elementarnych potoku  $i$

Fig.2. Relations between capacity usage ratios and queuing functions for two different elementary nodes of flow  $i$



Rys. 3. Relacje między wskaźnikami wykorzystania a funkcjami płynności ruchu dwóch różnych węzłów elementarnych potoku  $i$ , tak jak z funkcjami kolejek z rys.2

Fig. 3. Relations between capacity usage ratios and traffic fluency functions for two different elementary nodes of flow  $i$ , by analogy to queueing functions in fig.2

Potoki ruchu, w których intensywność ruchu nie przekracza optymalnej intensywności, nazywane są płynnymi potokami ruchu, w przeciwnym razie - opóźnionymi potokami ruchu. Ruch płynny to taki, w którym wszystkie potoki ruchu są płynne, w przeciwnym razie ruch jest opóźniony.

## Literatura

1. Datka, S., Suchorzewski, W. i Tracz, M. (1989) Inżynieria ruchu. WKŁ, Warszawa.
2. Drew, D. R. (1968) Traffic flow theory and control. McGraw-Hill Book Company, New York.
3. Gross, D. i Harris, C. M. (1974) Fundamentals of queueing theory. John Wiley & Sons, New York.
4. Haight, F. A. (1963) Mathematical theories of traffic flow. Academic Press, New York.
5. Heidemann, D. (1996) A queueing theory approach to speed-flow-density relationships. In: Transportation and Traffic Theory. (ed Lesort), Pergamon, 103-118.
6. Heidemann, D. i Wegmann, H. (1997) Queueing unsignalized intersections. Transportation Research - B 31, 239-263.
7. Kim, T. J. i Suh, S., (1989) A Solution for Nonlinear Bilevel Programming Models of the Equilibrium Network Design Problem. In The Archives of Transport 1/1,2, (PAN Warsaw), 71-89.
8. Pietrusiński, G. (1995) Warianty organizacji ruchu w centrum Katowic. niepublikowana praca dyplomowa Instytutu Transportu Politechniki Śląskiej.
9. Plewnia, M. (1995) Modelowanie płynności ruchu katowickiego ronda. niepublikowana praca dyplomowa Instytutu Transportu Politechniki Śląskiej.
10. Stark, R. i Nicholls, R. (1979) Podstawy projektowania inżynierskiego. PWN, Warszawa.
11. Steenbrink, P. A. (1978) Optymalizacja sieci transportowych. WKŁ, Warszawa.
12. Tanner, J. C. (1962) A theoretical analysis of queues at an uncontrolled intersection. Biometrika 49, 163-170.

13. Webster, F. W. (1958). Traffic signal settings. *Road Searched Technical Paper No. 39*. Her Majesty's Stationery Office, London.
14. Węgierski, J. (1971) Metody probabilistyczne w projektowaniu transportu szynowego. WKŁ Warszawa.
15. Woch, J. (1977) Ogólne ujęcie zagadnień przepustowości jako problemu wymiarowania układów kolejowych. (w): Informatyka w planowaniu technicznym przewozów kolejowych. WKŁ Warszawa, 263-348.
16. Woch, J. (1983) Podstawy inżynierii ruchu kolejowego. WKŁ Warszawa.
17. Woch, J. (1990) Efektywność wykorzystania sieci kolejowej. Eksploatacja Kolei 11-12/90. WKŁ Warszawa, 218-224.
18. Woch J. (1998a) Kształtowanie płynności ruchu w gęstych sieciach transportowych. Oddział PAN w Katowicach.
19. Woch J. (1998b) Centrum logistyczne w Katowicach jako składnik strategii PKP. *Materiały Konferencji Pojazdy Szynowe '98*, Gliwice 287-293.
20. Woch J. (1998c) A effectiveness of the logistic centre in Katowice. *Materiały Konferencji: Communications on the edge of the millenniums, 10<sup>th</sup> International Scientific Conference: University of Žilina*. Žilina 1998, 177-181.
21. Woch, J. (1999a) A queueing theory model for traffic flow. *Modelling and Management in Transportation*, Volume 1, Poznań – Kraków, 295-300.
22. Woch, J. (1999b) Two queueing theory models for traffic flow. *The Archives of Transport*, 11, 1-2, 73-90.
23. Woch, J. (1999c) Capacity of complex nodes. *The Archives of Transport*, 11, 3-4, 87-100.
24. Woch, J. (2001a) Statystyka procesów transportowych. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice.
25. Woch, J. (2001b) Narzędzia analizy efektywności i optymalizacji sieci kolejowej (System Oceny Układów Torowych-SOUT - opis podstawowego oprogramowania). Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice.

Recenzent: Dr hab. Tomasz Ambroziak, prof. Pol. Warszawskiej

## Abstract

Characteristics of complex transportation nodes have been presented in the article. The elementary transportation node is a road intersection with two traffic flows connected or disconnected. There are places of traffic waiting appear in during collision situations. The base transportation node is a set of elementary nodes where each vehicle traveling by this node may be single troubled by vehicle of other flow. The main transportation node is a set of closely neighboring base transportation nodes.

The waiting and capacity characteristics we may define, for traffic equalizing conditions, as the aggregates of characteristics in base nodes. It means that the mean waiting time of  $i$ -th vehicle of traffic flow is the sum of the mean waiting times into elementary nodes. The capacity of main node for each traffic flow  $i$  is equal to the smallest of elementary nodes capacities, and the optimal intensity of  $i$ -th flow is equal to the smallest flow optimal intensity of elementary nodes.



The queue in elementary node for given traffic flow should be described in two ways: by the mean waiting time and the mean queue length. The elementary waiting time for given flow  $i$  of  $j$ -th elementary node is similar to the queueing probability. These functions are called the queueing functions.

*Praca wykonana w ramach badań BK 245/RM10-5/2002.*