Piotr FOLĘGA

# ANALIZA WYTRZYMAŁOŚCI TULEI PODATNEJ PRZEKŁADNI FALOWEJ

**Streszczenie.** Wykonane w pracy obliczenia dotyczą jednostopniowych przekładni dwufalowych z tulejami podatnymi współpracującymi z mechanicznym generatorem krzywkowym. Celem analizy wytrzymałościowej było ustalenie wpływu zmian względnych cech konstrukcyjnych tulei podatnej na maksymalne naprężenia redukowane. Analizie wytrzymałościowej poddano dwa rozwiązania konstrukcyjne tulei podatnej przekładni falowej: koło podatne z dnem oraz koło podatne z kołnierzem zewnętrznym. W przeprowadzonych obliczeniach numerycznych za pomocą metody elementów skończonych (MES) wykorzystano system COSMOS/M.

# ANALYSIS OF STRENGTH OF HARMONIC GEAR DRIVE FLEXSPLINE

**Summary.** Application of the Finite Elements Method (FEM) in the numerical analysis of the harmonic gear drive flexspline has been presented in the paper. The presented a stress analysis of the flexspline can help the designer to determine accurately the maximum stress on the flexspline, which can then be used for optimisation of the flexspline construction.

#### 1. WPROWADZENIE

W przekładniach falowych sposób przekazywania momentu zewnętrznego poprzez cykliczne deformowanie generatorem fali tulei podatnej powoduje powstawanie w tym elemencie przekładni złożonego stanu naprężeń. Ważnym problemem w procesie projektowania jest więc dobór cech konstrukcyjnych tulei podatnej, który powinien zapewnić minimalizację naprężeń w przekrojach niebezpiecznych oraz bardziej równomierny rozkład naprężeń w tulei. Proces projektowy wymaga więc od konstruktora starannej analizy przyjętych założeń, a w szczególności weryfikacji ustalonych wstępnie wymiarów geometrycznych członu podatnego, które decydują o wytrzymałości całej konstrukcji.

Poniżej do analizy wytrzymałościowej tulei proponuje się zastosowanie przestrzennego modelu MES. Geometria modelu zapisana została w postaci makropoleceń preprocesora GEOSTAR systemu COSMOS/M [1, 2]. W opracowanym modelu obciążenie członu podatnego zostało zadane w postaci przemieszczeń wyznaczonych uprzednio w modelu płaskim z wykorzystaniem elementów kontaktowych MES [3]. Uzyskane w opracowaniu wyniki obliczeń numerycznych porównano z wynikami zamieszczonymi w literaturze [4, 5].

### 2. PRZESTRZENNY MODEL MES TULEI PODATNEJ

Obliczenia wytrzymałościowe tulei podatnej przekładni falowej z wykorzystaniem MES pozwalają na całościową analizę stanu naprężenia członu podatnego oraz dobór jego cech konstrukcyjnych.

W szczególności konieczna jest analiza:

 naprężeń w tzw. przekrojach niebezpiecznych tulei podatnej, czyli na granicy przejścia wieńca zębatego w jej gładki płaszcz oraz w denku,

naprężeń w przekrojach poprzecznych w całej tulei.

Wykonanie pełnej analizy stanu naprężenia i odkształcenia wymaga stosowania złożonego trójwymiarowego modelu tulei podatnej. Wiąże się to z dużymi kosztami przygotowania danych oraz obliczeń.

Na wstępie analizy przyjęto następujące założenia:

1. Tuleja podatna jest cienkościenną powłoką osiowosymetryczną obciążoną w sposób statyczny.

2. Doboru podstawowych wymiarów geometrycznych tulei podatnej dokonano za pomocą wzorów podanych w pracach [4, 6].

3. Do określenia rozkładu obciążenia działającego na tuleje podatną zastosowano wyniki obliczeń uzyskane w modelu płaskim tulei i generatora fali z wykorzystaniem elementów kontaktowych MES [3].

Podczas modelowania tulei podatnej przyjęto następujące uproszczenia dotyczące jej kształtu:

1. Pominięto ze względu na trudności numeryczne zarysy zębów wieńca zębatego. Wpływ zębów wieńca zębatego uwzględniono poprzez lokalne podwyższenie sztywności ścianki tulei pod wieńcem zębatym stosując odpowiednie zwiększenie jej grubości.

2. W denku pominięto otwory, za pomocą których tuleja łączona jest z wałem wyjściowym przekładni.

W opracowanym modelu zastosowano płaskie czworokątne elementy grubopowłokowe z liniową funkcją kształtu. Dla usprawnienia procesu przygotowania danych potrzebnych do analizy stanu naprężenia geometria modelu została zapisana w postaci makropoleceń preprocesora GEOSTAR systemu COSMOS/M, dzięki czemu zmieniając parametry modelu można wygenerować automatycznie siatki elementów skończonych dla tulei podatnych o różnych cechach geometrycznych i konstrukcyjnych. Model strukturalny MES tulei podatnej przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Model MES tulei podatnej Fig. 1. The FEM model of flexspline

#### 3. WYNIKI OBLICZEŃ

Celem analizy jest ustalenie wpływu zmian cech geometrycznych powłoki zębatej na naprężenia redukowane i dobór tych cech zapewniający minimalizację tych naprężeń. W obliczeniach numerycznych modelu przestrzennego powłoki podatnej założono wartości przemieszczeń powierzchni wewnętrznej tulei uprzednio wyznaczone w modelu płaskim tulei i generatora fali [3].

Przykładowe wyniki obliczeń analizowanej tulei podatnej dotyczą wpływu następujących cech konstrukcyjnych na naprężenia:

- względnej deformacji promieniowej w₀/m, w₀/m ∈ (0.9, 1, 1.1)
- względnej grubości powłoki g/d\_f, g/d\_f  $\in$  (0.009, 0.012, 0.015)

Rozpatrzono wpływ tych parametrów na wartości naprężeń w przypadku pracy przekładni bez obciążenia zewnętrznego oraz przy obciążeniu nominalnym. Poddano analizie wytrzymałościowej dwa rozwiązania konstrukcyjne członu podatnego przekładni falowej: koło podatne z dnem oraz koło podatne z kołnierzem zewnętrznym. W szczególności przeprowadzono analizę stanu naprężenia w następujących przekrojach poprzecznych badanych tulei podatnych przedstawionych na rysunkach 2 i 3:

- przekrój I w połowie szerokości wieńca zębatego,
- przekrój II na granicy przejścia wieńca zębatego w gładki płaszcz tulei,
- przekrój III w połowie długości tulei,
- przekrój IV w denku i kołnierzu zewnętrznym tulei.



Rys. 2. Koło podatne z dnem Fig. 2. The harmonic drive flexspline



Rys. 3. Koło podatne z kołnierzem zewnętrznym Fig. 3. The harmonic drive flexspline

Przykładowe wyniki przeprowadzonych obliczeń przedstawiono na rysunkach od 4 do 7.



Rys. 4. Wykres maksymalnych naprężeń redukowanych w funkcji względnej deformacji promieniowej Fig. 4. The diagram of maximum stress  $\sigma_{red}=f(wo/m)$ 



Koło podatne z kołnierzem zewnętrznym

Rys. 5. Wykres maksymalnych naprężeń redukowanych w funkcji względnej deformacji promieniowej Fig. 5. The diagram of maximum stress  $\sigma_{red}$ =f(wo/m)



Rys. 6. Wykres maksymalnych naprężeń redukowanych w funkcji względnej grubości powłoki Fig. 6. The diagram of maximum stress  $\sigma_{red}$ =f(g/df)



Rys. 7. Wykres maksymalnych naprężeń redukowanych w funkcji względnej grubości powłoki Fig. 7. The diagram of maximum stress  $\sigma_{red}$ =f(g/df)

#### 4. WNIOSKI

Celem analizy numerycznej przeprowadzonej w opracowaniu było ustalenie wpływu zmian względnych cech konstrukcyjnych powłoki zębatej na maksymalne naprężenia redukowane oraz dobór tych cech zapewniający minimalizację tych naprężeń. Wyniki obliczeń numerycznych przedstawione na rysunkach od 4 do 7 odpowiadają jakościowo wynikom zamieszczonym w literaturze [4, 5]. Analizując charakter zmian maksymalnych naprężeń

redukowanych  $\sigma_{red}$  w zależności od rozpatrywanych cech konstrukcyjnych tulei podatnej można podać następujące wnioski:

1. Wzrost względnej deformacji promieniowej powoduje odpowiednie większe wartości naprężeń redukowanych w tulei (przekroje I, II, III, IV na rys. 4 i 5).

W przekrojach poprzecznych II, IV w kołach podatnych z dnem występuja większe wartości  $\sigma_{red}$  niż w kołach podatnych z kołnierzem zewnętrznym (rys. 4 i 5). Natomiast w przekrojach I, III wartości σ<sub>red</sub> są większe w kole podatnym z kołnierzem zewnętrznym.

2. Wartość względnej grubości ścianki tulei podatnej pod uzębieniem ze względu na minimum naprężeń  $\sigma_{red}$  należy przyjmować: 0.009 < g/d<sub>f</sub> < 0.015 (rys. 6 i 7). Grubość tulei podatnej poza uzębieniem powinna być od 1.3 do 1.6 raza mniejsza niz grubość tulej podatnej pod uzebieniem.

3. Mniejsze spiętrzenie naprężeń w przekrojach niebezpiecznych, niższe wartości maksymalnych naprężeń redukowanych oraz bardziej równomierne ich rozłożenie w tulei występują w tulei podatnej z kołnierzem zewnętrznym w przeciwieństwie do tulei wykonanej w postaci koła z dnem.

## Literatura

- 1. Cosmos/M: User Guide, dokumentacja elektroniczna ver. 1.75.
- 2. Cosmos/M: Preprocessing, Analysis and Postprocessing Interface. ver. 1.7, vol. 1, 2, 3, Santa Monica 1993.
- 3. Folęga P., Wilk A.: Analiza numeryczna tulei podatnej z wykorzystaniem elementów kontaktowych MES, ZN Pol. Śl., s. Transport, z. 41, Gliwice 2000.
- 4. Nalepa A.: Stan naprężeń w tulejach podatnych zebatych przekładni falowych, Przegląd Mechaniczny, Nr 11, 1976, str. 376-378.
- 5. Ostapski W.: Structural Modification of Flexspline of a Harmonic Drive Gearing Under a Service Load, Machine Dynamics Problems, Vol 20, 1998.
- 6. Nalepa A.: Zasady konstruowania tulei podatnych zębatych przekładni falowych, Przegląd Mechaniczny Nr 21, 1970, str. 635-638.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Jerzy Osiński

### Abstract

Application of the Finite Elements Method (FEM) in the numerical analysis of the harmonic gear drive flexspline has been presented in the paper. The presented approach to a stress analysis of the flexspline can help the designer to determine accurately the maximum stress on the flexspline, which can then be used for optimisation of the flexspline construction. Numerical results of the calculations (Fig. 4,5,6,7) have been compared with results of work [4,5]. The numerical results coincide well with the works results.