ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1979

Seria: INŻYNIERIA SANITARNA z. 21 Nr kol. 575

Krystyna WOJCIECHOWSKA

MATEMATYCZNY MODEL FILTRU POSPIESZNEGO OTWARTEGO DLA CELÓW STEROWANIA POZIOMU WODY W FILTRZE

Streszczenie. W pracy przedstawia się model statyczny i wynikający zeń model dynamiczny dla grawitacyjnego filtru pospiesznego połączonego ze zbiornikiem wody czystej. Przyjmuje się ponadto, że na odpływie wody z filtru zainstalowany jest zawór regulacyjny. Podstawę dla opracowania tego modelu są zależności wiążące straty ciśnienia z prędkościami przepływu w poszczególnych przekrojach. Uzyskany model statyczny przedstawia zależność natężenia wypływu filtratu od kąta φ otwarcia zaworu regulacyjnego, poziomu H_F wody na filtrze oraz współczynnika filtracji złoża i wysokości zwierciadła wody w zbiorniku wody czystej. Model dynamiczny opisuje zmiany poziomu wody na filtrze w funkcji czasu w zależności od natężenia wypływu filtratu oraz dopływu wody surowej. Otrzymany model może być podstawą do syntezy układu automatycznej regulacji poziomu wody na filtrze.

1. Wprowadzenie

Poprawna praca piaskowego filtru pośpiesznego otwartego wymaga zapewnienia stałego poziomu wody na filtrze oraz stałej lub co najwyżej wolnozmiennej prędkości filtracji.

Jednoczesna automatyczna stabilizacja dwu wyżej wymienionych parametrów jest niemożliwa do zrealizowania za pomocą jednej wielkości sterującej - wydatku filtru.

Stąd w najczęściej spotykanych rozwiązaniach stabilizowana jest prędkość filtracji przez odpowiednie zmiany otwarcia zaworu regulacyjnego na wypływie z filtru.

Poziom wody w filtrze jest określony przez natężenie dopływu wody surowej, które powinno być stałe, odpowiednio do stabilizowanej prędkości filtracji. Niewielkie nawet różnice między natężeniami dopływu i wypływu z filtru powodują znaczne wahania poziomu wody w filtrze. Rozwiązanie takie uniemożliwia dalszą automatyzację pracy filtru i stacji. Wymagałaby ona bowiem uzależnienia wartości zadanej regulatora prędkości filtracji od natężenia dopływu wody surowej.

Drugi możliwy wariant rozwiązania polega na stabilizacji poziomu wody w filtrze przez odpowiednie zmiany otwarcia zaworu regulacyjnego na wypływie z filtru. W rozwiązaniu tym prędkość filtracji nie jest stabilizowana i zależy od natężenia dopływu wody surowej, które jest określane w zależności od aktualnego zapotrzebowania wody czystej. Istotne jest jedynie

by szybkość zmiany prędkości filtracji nie przekroczyła maksymalnej dopuszczalnej ze względu na jakość filtratu. Regulowany w powyższy sposób zespół filtrów wraz ze stacją pomp wody surowej badano przez modelowanie w pracy [3].

2. Koncepcja sterowania wydajnością filtru

Klasyczny sposób sterowania wydajnością filtru polega na zainstalowaniu na odpływie z filtru zaworu regulacyjnego. Otwarcie zaworu jest uzależnione od straty ciśnienia w złożu filtracyjnym lub w przypadku stabilizacji prędkości filtracji spadku ciśnienia w kryzie pomiarowej na wypływie z filtru. Przedstawiony powyżej sposób sterowania przydatny przy pracy stacji ze stałą wydajnością (prostota konstrukcji) nie jest możliwy do wykorzystania w przypadku pracy stacji ze zmienną wydajnością. Sposób ten wymagałby, jak już wspomniano w p. 1, sterowania wartością zadaną regulatora przepływu.

Może być zastosowany również inny sposób sterowania wydajnością filtru, zapewniający optymalny reżim pracy. Polega on na zapewnieniu stałego poziomu wody na filtrze przez odpowiednie otwarcie zaworu regulacyjnego na wypływie. W rozwiązaniu tym zmiana wydajności filtru odbywa się przez zwiększenie natężenia dopływu wody surowej. W normalnych warunkach powodowałoby to podniesienie poziomu wody na filtrze, a przy stabilizacji poziomu wody powoduje otwarcie zaworu i zwiększenie wypływu z filtru. Dodatkowo przez odpowiedni dobór nastaw regulatora można osiągnąć redukcję szybkości zmian prędkości filtracji do wartości dopuszczalnych.

Dla określenia własności zaproponowanego sposobu sterowania filtrem potrzebna jest znajomość dynamicznego modelu filtru.

Poziom wody na filtrze jest określony w funkcji czasu następującym równaniem

$$H_F(t) = \frac{1}{F}\int_0^t \left[Q_{we}(\tau) - Q_{wy}(\tau)\, d\tau + H_F(0)\right],$$

gdzie:

$H_F(t)$ - poziom wody w filtrze w chwili t,

$H_F(0)$ - poziom wody w filtrze w chwili początkowej,

Q_{we} - natężenie dopływu wody surowej,

Q_{wy} - natężenie dopływu wody przefiltrowanej,

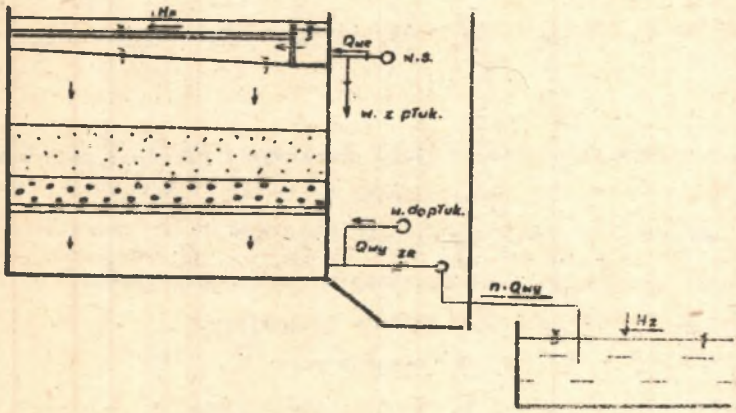
F - powierzchnia przekroju poprzecznego filtru.

Natężenie przepływu Q jest funkcją poziomu H_F wody, otwarcia φ zaworu oraz dodatkowo zależy od zmiennego współczynnika filtracji złoża i wysokości poziomu wody w zbiorniku wody czystej. Funkcja ta w dalszym ciągu będzie nazywana modelem statycznym filtru.

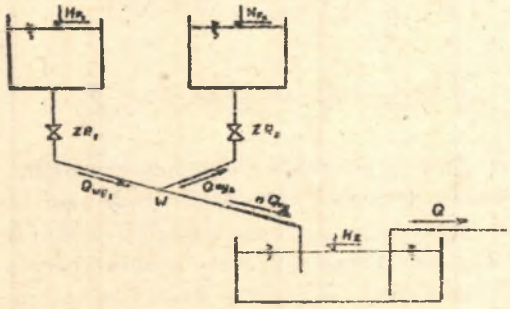
Model statyczny piaskowego grawitacyjnego filtru pospiesznego ze zbiornikiem wody czystej

Dla określenia modelu statycznego rozpatruje się piaskowy grawitacyjny filtr pospieszny połączony ze zbiornikiem wody czystej (rys. 2.1).

Poszukiwany model statyczny powinien wyrażać zależność, w stanie ustalonym natężenia przepływu filtratu Q_{wy} z filtru do zbiornika w funkcji otwarcia φ zaworu regulacyjnego oraz wysokości H poziomu wody w zbiorniku wody czystej.



Rys. 2.1. Filtr pospieszny otwarty ze zbiornikiem wody czystej



Rys. 2.2. Schemat współpracy dwu komór filtr[illegible]

W celu wyrażenia Q_{wy} w funkcji wymienionych wyżej zmiennych rozpatruje się dodatkowo współpracę komór filtracyjnych ze zbiornikiem wody czystej przedstawioną na rysunku 2.2 dla układu dwóch złóż filtracyjnych.

Do dalszych rozważań zakłada się, że wydatki poszczególnych komór filtracyjnych są jednakowe w danej chwili czasu. Jest to równoważne przyjęciu jednakowych strat na odcinku zwierciadło wody na filtrze - punkt W. Wówczas dla układu filtrów z przewodem zbiorczym otrzymuje się wzór:

$$\Delta H = \sum \Delta h + n^2 k_z Q_{wy}^2,$$
$$\Delta H = H_{F_1} - H_z = H_{F_2} - H_z \qquad (1)$$

gdzie:

$\sum \Delta h$ - suma strat na odcinku zwierciadło wody na filtrze punkt W,

n - liczba równocześnie pracujących filtrów,

k_z - współczynnik oporu przewodu zbiorczego.

Straty $\sum \Delta h$ mogą być wyrażone następująco:

$$\sum \Delta h = \Delta h_{zł} + \Delta h_{dr} + \Delta h_{wl} + \Delta h_R + \Delta h_{zo} + \Delta h_k + \Delta h_{ZR} + \Delta h_{wyl} + \Delta h_l,$$

gdzie:

$\Delta h_{zł}$ - strata ciśnienia na złożu piaskowym i warstwie podtrzymującej,

Δh_{dr} - " " na drenażu,

Δh_{wl} - " " na wlocie,

Δh_R - " " przy zmianie przekroju przewodu,

Δh_{zo} - " " na zaworze odcinającym,

Δh_k - " " na kolanach ruroc.,

Δh_{ZR} - " " na zaworze regulacyjnym,

Δh_{wyl} - " " na wylocie do przewodu zbiorczego,

Δh_l - " " na długości przewodów łączących.

Straty:

$$\Delta h_{wl}, \Delta h_R, \Delta h_{zo}, \Delta h_k, \Delta h_{wyl},$$

są wprost proporcjonalne do kwadratu prędkości przepływu z odpowiednimi współczynnikami strat miejscowych, dla konkretnie zastosowanej armatury.

Straty Δh_{dr} w dużym stopniu zależą od rodzaju zastosowanego drenażu. W pracy przyjmuje się zastosowanie drenaży wysoko oporowych, np. drenaż rurkowy, grzybkowy lub kulowy; straty ciśnienia przy przepływie przez wy-

mienione rodzaje drenaży są również proporcjonalne do kwadratu prędkości przepływu. Straty Δh_{ZR} są proporcjonalne do kwadratu prędkości przepływu, przy czym współczynnik strat miejscowych jest funkcją względnego otwarcia zaworu: $\varphi = \alpha/\alpha_{max}$. Funkcja ta w ogólnym przypadku zależy od konstrukcji zaworu. Z tego względu nie przytacza się jej w uściślonej formie (postaci jawnej). Zatem dla grupy wymienionych wyżej strat i dla strat na długości przewodu, można napisać, uwzględniając odpowiednie przekroje, następującą zależność:

$$\Delta h_{dr} + \Delta h_{wl} + \Delta h_R + \Delta h_{zo} + \Delta h_k + \Delta h_{ZR} + \Delta h_{wyl} + \Delta h_l = [A + B(\varphi)]\, Q_{wy}^2 \quad (2)$$

gdzie:

A - suma oporów dla wymienionych wyżej strat,

B - współczynnik oporu zaworu regulacyjnego.

Stratę ciśnienia w złożu jednorodnym można wyrazić następująco:

$$\Delta h_{zł} = \frac{h_{zł}}{k \cdot F} \cdot Q_{wy} = C(k) \cdot Q_{wy}, \quad (3)$$

gdzie:

$h_{zł}$ - grubość złoża wraz z warstwą podtrzymującą,

F - pow. przekroju poprzecznego złoża,

k - współczynnik filtracji, zmienny w czasie cyklu filtracji.

Wstawiając równanie (2) i (3) do (1) otrzymamy równanie następujące

$$[A + B(\varphi) + n^2 \cdot k_z]\, Q_{wy}^2 + C(k)\, Q_{wy} - \Delta H = 0 \quad (4)$$

Równanie kwadratowe (4) posiada pierwiastki

$$Q_{wy} = \frac{-C(k) \mp \sqrt{\Delta}}{2[A + B(\varphi) + n^2 k_z]}$$

$$\Delta = [C(k)]^2 + 4(\Delta H)\,[A + B(\varphi) + n^2 k_z]$$

Łatwo zauważyć, że zawsze $\Delta H = H_F - H_z > 0$, i stąd wynika istnienie dodatniego pierwiastka rzeczywistego posiadającego interpretację fizyczną. Dlatego w dalszym ciągu przyjmuje się:

$$Q_{wy} = \frac{-C(k) + \sqrt{\Delta}}{2[A + B(\varphi) + n^2 k_z]} \quad (5)$$

Równanie (5) stanowi poszukiwany model statyczny filtru przedstawiający zależność natężenia przepływu Q_{wy} od otwarcia zaworu regulacyjnego (współczynnik B jest funkcją φ), współczynnika filtracji k (zależność C/k), liczby n - równocześnie pracujących filtrów oraz poziomów H_F i H_Z wody na filtrze i w zbiorniku.

3. Model dynamiczny piaskowego filtru pospiesznego otwartego

Wykorzystując uzyskany w poprzednim punkcie model statyczny, można przejść do budowy modelu dynamicznego, który powinien opisywać zachowanie się poziomu wody H_F na filtrze. Zmiany poziomu, jak można się spodziewać będą zależeć również od φ, H_Z oraz k. Ponieważ filtr przy zdefiniowanych powyżej warunkach (wyjściowych i wejściowych) jest prostym elementem całkującym, jego zachowanie opisuje równanie:

$$H_F(t) = \frac{1}{F}\int_0^t \left[Q_{we}(\tau) - Q_{wy}(\tau)\right]d\tau + H_F(0)$$

Różniczkując powyższe równanie względem czasu oraz podstawiając:

$$Q_{wy} = Q_{wy}(H_F, \varphi, k, H_z)$$

otrzymuje się równanie różniczkowe pierwszego rzędu ze względu na H_F o postaci:

$$\frac{d}{dt} H_F(t) + \frac{1}{F} Q_{wy}(H_F, \varphi, k, H_z) = \frac{1}{F} Q_{we} \tag{6}$$

z warunkiem początkowym dla $t = 0$ wynoszącym $H_F(0)$. Równanie (6) stanowi poszukiwany model dynamiczny filtru o niestabilizowanym poziomie H_F wody na filtrze. Dla celów sterowania poziomem wody H_F jest interesującym określenie transmitancji (ilorazu operatorowych postaci wielkości wyjściowej i wejściowej) między przyrostem ΔH_F a przyrostem $\Delta\varphi$ względnego otwarcia zaworu regulacyjnego. Transmitancja ta stanowi podstawę doboru rodzaju regulatora i jego nastaw.

Ponieważ równanie (6) jest nieliniowe, konieczna jest jego linearyzacja wokół punktu roboczego $P_o = (H_{F_o}, \varphi_o, k_z, H_{z,o})$, spełniającego równanie statyczne otrzymane z (5). Dla zmiennych H_F, φ założymy przyrosty odpowiednio ΔH_F, $\Delta\varphi$. Rozwijając w szereg zależność $Q_{wy}(H_F, \varphi, k, H_z)$ względem wymienionych wyżej zmiennych otrzymuje się:

$$Q_{wy} = Q_{wy}(H_{Fo}, \varphi_o, k_o \quad H_{zo}) + \frac{\partial Q_{wy}}{\partial H_F}\bigg|_{P_o} \Delta H_F = \frac{\partial Q_{wy}}{\partial \varphi}\bigg|_{P_o} \Delta\varphi + \ldots \tag{7}$$

Ostatecznie równanie (6) zlinearyzowane względem H_F, φ ma postać:

$$\frac{d}{dt}\Delta H_F + \frac{1}{F}\frac{\partial Q_{wy}}{\partial H_F}\bigg|_{P=P_o} \Delta H_F = -\frac{1}{F}\frac{\partial Q_{wy}}{\partial \varphi}\bigg|_{P=P_o} \Delta\varphi \tag{8}$$

Dokonując obustronnej transformacji operatorowej równania (8) otrzymuje się postać poszukiwanej transmitancji przyrostu poziomu wody H_F na filtrze do przyrostu otwarcia φ zaworu regulacyjnego:

$$\frac{\Delta H_F(s)}{\Delta\varphi(s)} = \frac{k_{zR}}{1 + sT} \tag{9}$$

s - operator Laplace'a

gdzie:

$$k_{zR} = \left(\frac{\partial Q_{wy}}{\partial \varphi} \cdot \frac{\partial H_F}{\partial Q_{wy}}\right)\bigg|_{P=P_o}.$$

$$T = F\frac{\partial H_F}{\partial Q_{wy}}\bigg|_{P=P_o}$$

Po zróżniczkowaniu równania (5) otrzymuje się zależność:

$$\frac{\partial Q_{wy}}{\partial \varphi}\bigg|_{P_o} = \frac{H_{Fo} - H_{zo} - \sqrt{\Delta_o} \cdot Q_{wyo}}{\sqrt{\Delta_o}\,[A + B(\varphi_o) + n^2 k_z]} \cdot \frac{dB(\varphi)}{d\varphi}\bigg|_{\varphi=\varphi_o} = k_\varphi,$$

gdzie:

$$\Delta_o = [C(k)]^2 + 4(H_{Fo} - H_{zo})[A + B(\varphi_o) + n^2 k_z]$$

$$Q_{wyo} = \frac{-C(k) + \sqrt{\Delta_o}}{2[A + B(\varphi_o) + n^2 k_z]}$$

$$\frac{\partial Q_{wy}}{\partial H_F}\bigg|_{P=P_o} = \frac{1}{\sqrt{\Delta_o}} = k_H.$$

Otrzymana transmitancja ma charakter elementu inercyjnego, w którym stała czasowa T_{zR} i wzmocnienie k_{zR} są funkcjami aktualnego punktu pracy $P_o(H_{Fo}, \varphi_o, k_o, H_{zo})$, zaś ich konkretne wartości liczbowe mogą być dla konkretnego przypadku określone na podstawie podanych wzorów.

W podobny sposób, linearyzując równanie (6) tylko względem H_F przy ustalonych pozostałych parametrach, możemy otrzymać transmitancję między poziomem wody H_F, a przepływem wejściowym Q_{we}. Zakładając dla zmiennej H_F przyrost ΔH_F a dla zmiennej Q_{we} przyrost ΔQ_{we} i rozwijając w szereg zależność $Q_{wy}(H_F, \varphi, k, H_z)$ względem H_F otrzymuje się:

$$Q_{wy} = Q_{wy}(H_{F,o}, \varphi_o, k_o, H_{z,o}) + \frac{\partial Q_{wy}}{\partial H_F}\bigg|_{P_o} \Delta H_F + \ldots$$

Po podstawieniu powyższego rozwinięcia do równania (6)

$$\frac{d}{dt}\Delta H_F + \frac{1}{F}\frac{\partial Q_{wy}}{\partial H_F}\bigg|_{P=P_o} \Delta H_F = \frac{1}{F}\Delta Q_{we}$$

Stąd po dokonaniu kolejnej transformacji operatorowej uzyskuje się poszukiwaną transmitancję.

$$\frac{\Delta H_F(s)}{\Delta Q_{we}(s)} = \frac{k_F}{1 + sT}. \tag{10}$$

gdzie:

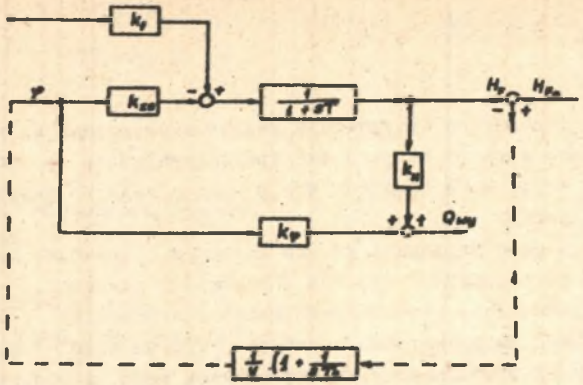
$$k_f = \frac{\partial H_F}{\partial Q_{wy}}\bigg|_{P=P_o} = F\sqrt{\Delta_o}$$

Δ_o - określone jak przy poprzedniej transmitancji.

Transmitancja między poziomem wody na filtrze a przepływem wejściowym również ma charakter inercyjny, a wzmocnienie i stała czasowa są zależne od aktualnych warunków na złożu (punktu pracy). Porównując (9) i (10) można stwierdzić, że odpowiednie transmitancje mają identyczne stałe czasowe, zaś różnią się jedynie wzmocnieniami.

Zatem dla zlinearyzowanego modelu dynamicznego podać można następujący schemat blokowy (rys. 3.1).

Linię przerywaną zaznaczono na rysunku sposób włączenia regulatora poziomu wody na filtrze. Zakłada się, że regulator jest typu proporcjonalno-całkującego. Wartość zadana regulatora jest zaznaczona przez H_{F_o}.



Rys. 3.1. Schemat blokowy zlinearyzowanego modelu dynamicznego filtru pospiesznego otwartego

Dobór nastaw regulatora, zakresu proporcjonalności V i czasu całkowania T jest możliwy dla konkretnego układu, powinien zapewniać pożądane zachowanie poziomu H_F i wypływu Q_{wy} niezależnie od zmian przepływu wejściowego.

4. Wnioski

Przedstawiony model filtru pospiesznego otwartego może być przydatny przy opracowywaniu układu regulacji poziomu wody na filtrze oraz nadrzędnego układu sterującego dopływem wody do filtru przy zmiennych warunkach rozbioru wody. Ponieważ wyprowadzone transmitancje zależą od punktu pracy oraz zmieniają się w czasie, realizacja powyższych układów regulacji przy pomocy konwencjonalnych elementów nie gwarantuje wysokiej jakości regulacji. Wydaje się, że korzystne byłoby zastosowanie regulatora cyfrowego posiadającego możliwość adaptacji.

LITERATURA

[1] М.Н.Сысоев, Л.П.Казакова, С.И.Богданова, Л.С. Круглов: Работа фильтрующих сооружений с переменной скоростью в.и.с.т. 2/1968.

[2] М.Н.Сысоев: Выбор экономичных режимов фильтрования. В.и.с.т. 8/1969.

[3] M. Klinck: The input autput behaviour of a level - controlied rapid sand filter. IFAC - Symposium - Control of Water Resource System. 17-21.9.1973. Haifa.

[4] E. Mielcarzewicz: Obliczenia hydrauliczne układów wodociągowych.Arkady. Warszawa 1965.

[5] N.N. Gienjew, N.N. Abramow, W.I. Pawłow: Wodociągi. BA.Warszawa 1956.

[6] Poradnik inżyniera automatyka. WNT Warszawa 1969.

[7] S. Węgrzyn: Pod wy automatyki. PWN, Warszawa 1972.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СКОРОГО ОТКРЫТОГО ФИЛЬТРА
ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ УРОВНЕМ ВОДЫ В ФИЛЬТРЕ

Р е з ю м е

В работе представляется статическая модель и следующая из ней динамическая модель гравитационного скорого фильтра соединённого со сборником чистой воды. Кроме того, было принято, что у выхода воды из фильтра установлен регулировочный клапан.

Основой для разработки данной модели являются зависимости связывающие потери давления со скоростями течения в отдельных сечениях.

Полученная статическая модель представляет зависимость течения фильтрата от угля открытия регулировочного клапана, уровня воды в фильтре и коэффициента фильтрации биофильтра и высоты зеркала воды в сборнике чистой воды.

Динамическая модель описывает изменения уровня воды на фильтре как функцию времени в зависимости от течения на отводе фильтрата и течения подвода сырой воды. Полученная модель может быть основанием для синтеза системы автоматического регулирования уровня воды на фильтре.

ATHEMATICAL ARCHETYPE OF THE OPEN ACCELERATING FILTER FOR
HE CONTROL OF THE WATER LEVEL IN THE FILTER

u m m a r y

The paper presents the statical model and the resulting from it dynamical model for the gravitation accelerating filter connected with a clean ater tank. It is in addition assumed, that in the water outlet of the filer a control valve is mounted.

The dependances binding the losses of pressure with flow velocities in espective sections are the basis for the elaboration of this model. The btained statical model presents the dependance of filtrates intensity dishange on the control valve's opening angle, the water level in the filter nd on the deposits filtration factor and the height of water level in the lean water tank.

The dynamical model describes the changes of the water level in the filer in the fuction of time depending on the filtrate's intensity discharge and on the inflow of raw water. The obtained model can be the basis for he synthesis of the system for automatic control of the water level in he filter.