ZESZYTY
NAUKOWE
POLITECHNIKI
ŚLĄSKIEJ

BOGUSŁAW GRZESIK

ANALIZA KOMUTACJI W PRZEKSZTAŁTNIKACH ENERGOELEKTRONICZNYCH DOSKONAŁYCH I IDEALNYCH

P.3347/93

ELEKTRYKA

Z. 132
GLIWICE
1993

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 1197

P.3347/93

BOGUSŁAW GRZESIK

ANALIZA KOMUTACJI W PRZEKSZTAŁTNIKACH ENERGOELEKTRONICZNYCH DOSKONAŁYCH I IDEALNYCH

GLIWICE 1993

OPINIODAWCY

Prof. dr hab. Marian P. Kaźmierkowski
Prof. dr hab. Kazimierz Mikołajuk

KOLEGIUM REDAKCYJNE

REDAKTOR NACZELNY – Prof. dr hab. inż. Jan Bandrowski
REDAKTOR DZIAŁU – Doc. dr inż. Zofia Cichowska
SEKRETARZ REDAKCJI – Mgr Elżbieta Leśko

REDAKCJA
Mgr Roma Łoś

REDAKCJA TECHNICZNA
Alicja Nowacka

Wydano za zgodą
Rektora Politechniki Śląskiej

PL ISSN 0072-4688

Wydawnictwo Politechniki Śląskiej
ul. Kujawska 3, 44-100 Gliwice

Nakład 150+85 egz., Ark. wyd. 12, Ark, druk. 12,125, Papier offset. kl. III. 70x100, 80g

Zam. 13/93 Oddano do druku 17.02.93 r. Druk ukończ. w marcu 1993 r. Cena zł 16.800,-

Fotokopie, druk i oprawę wykonano w UKiP sc, Gliwice, ul. Pszczyńska 44

SPIS TREŚCI

1. WSTĘP 15
1.1. Wprowadzenie 15
1.2. Określenie tematyki pracy 16
1.3. Motywacja podjęcia tematu 17
1.4. Modele przekształtników energoelektronicznych
Programy komputerowe do analizy przekształtników energo-
elektronicznych 18
1.5. Sformułowanie tematu 19
1.6. Struktura pracy 20

2. KOMUTACJA W MODELACH PRZEKSZTAŁTNIKÓW ENERGOELEKTRO-
NICZNYCH 22
2.1. Wprowadzenie 22
2.2. Komutacja w modelach przekształtników 26
2.2.1. Określanie punktów-chwil komutacji w modelach
przekształtników 26
2.2.2. Komutacja w modelu o niezmiennej topologii 27
2.2.3. Komutacja w modelu o zmiennej topologii 28
2.3. Podsumowanie 31

3. MODELE DIODY, TYRYSTORA I PRZEKSZTAŁTNIKA 32
3.1. Dioda 32
3.2. Tyrystor 34
3.3. Model przekształtnika 36

4. METODA ANALIZY. STRUKTURA KOMUTACYJNA 38
4.1. Metoda analizy 38
4.2. Struktura komutacyjna 39

5. TEZA. CEL. ZAŁOŻENIA PRACY 41
5.1. Teza i cel pracy 41
5.2. Założenia pracy 41

6. ANALIZA KOMUTACJI W PRZEKSZTAŁTNIKACH DIODOWYCH DOSKONAŁYCH (RD^p) 42
6.1. Wprowadzenie 42
6.2. Nierówności modelu matematycznego 43
6.3. Konstrukcja nierówności 44
6.4. Rozwiązania podstawowe układu nierówności 45
6.5. Struktura stożkowa przestrzeni R^{nS}. Druga maksymalna liczba schematów zastępczych 79
6.6. Schematy zastępcze/stożki istotne/nieistotne 86
6.7. Komutacja w przekształtnikach z diodami doskonałymi. Schematy osiągalne 93
6.8. Program komputerowy 103
6.9. Podsumowanie 109

7. ANALIZA KOMUTACJI W PRZEKSZTAŁTNIKACH TYRYSTOROWYCH DOSKONAŁYCH (RT^p) 111
7.1. Wprowadzenie 111
7.2. Nierówńści modelu matematycznego.Rozwiązanie podstawowe 113
7.3. Schemty zastępcze/stożki istotne/nieistotne 114
7.4. Wzajemne położenie stożków 114
7.5. Komutacja w przekształtniku. Schematy osiągalne 115
7.6. Przykład. Prostownik tyrystorowy 117
7.7. Podsumowanie 123

8. ANALIZA KOMUTACJI PRZEKSTAŁTNIKÓW ENERGOELEKTRONICZNYCH IDEALNYCH (RT^iD^i) 125
8.1. Wprowadzenie 125
8.2. Konstrukcja układu nierówności dla schematu zastępczego 126
8.3. Rozwiązanie podstawowe. Struktura komutacji 134
8.4 Zbiór schematów zastępczych osiągalnych. Komutacja w przekształtniku z zaworami idelanymi 135
8.5. Przykład - łącznik statyczny z dławikiem rezonansowym 136
8.6. Podsumowanie 139

9. ZAKOŃCZENIE I WNIOSKI Z PRACY 140

LITERATURA 143

DODATEK 150

D.6-2.1. Stożek. Stożek wypukły 150

D.6.4-3.1. Przykład rozwiązania podstawowego pojedynczej nierówności 151

D.6.4-4.1. Lista wyników sprawdzenia drugiej nierówności liniowej jednorodnej nS-wymiarowej przy podstawieniu do niej zbioru nW wektkorów nS-wymiarowych 152

D.6.4-4.2. Dowód zależności (6.4-4.7), zależności na liczbę typów wyników sprawdzenia 153

D.6.4-4.3. Lista typów wyników sprawdzenia drugiej nierówności liniowej jednorodnej 154

D.6.4-4.4. Maksymalna i minimalna liczba wektorów rozwiązania pojedynczej nierówności $L_1(X)\geq 0$ będących rozwiązaniem $L_1(X)=0$ i $L_2(X)=0$ 155

D.6.4-4.5. Maksymalna i minimalna liczba wektorów rozwiązania $L_1(X)=0$, dla których spełnione jest $L_2(X)>0$ 158

D.6.4-6.1. Przykład. Styczność hiperpłaszczyzny do stożka (wg algorytmu 6.4.6) 160

D.6.4-8.1. Przykład. Tabela 6.4-8.1. Możliwa liczba ścian o wymiarze d oraz wskaźnik przynależności ściany o wymiarze d do zbioru wszystkich ścian o wymiarze d ... 162

D.6.4-8.2. Przykłady nierówności i-tej, gdy hiperpłaszczyzna H_i jest styczna do ścian $N_1 \cap N_2 \cap N_3 \cap N_4 \cap N_5$ o wymiarze 3, 2, 1, 0 163

D.6.4-8.3. Określanie minimalnej liczby wektorów - schemat bloku SUMM z rys. 6.4-8.2 165

D.6.4-8.4. Przykład określania rozwiązania podstawowego przy nD>nS, gdy hiperpłaszczyzna $H_i=H_6$ przecina stożek $N_1 \cap \ldots \cap N_{i-1}$ 167

D.6.5-4.1. Struktura stożkowa przestrzeni R^5 jako zbiór uporządkowany 169

D.6.6-2.1. Przykład. Analiza struktury komutacji przestrzeni R^2 prostownika mostkowego m=2 170

D.6.6-3.1. Struktura stożkowa przestrzeni $R^{nS}=R^2$ dla prostownika moskowego m=2 175

D.6.7-1.1. Analiza komutacji w prostowniku mostkowym m=2 przy zasilaniu ze źródła napięciowego e 177

D.6.7-1.2. Przykład analizy komutacji prostownika mostkowego m=2 przy zasilaniu ze źródła napięciowego e poprzez indukcyjność ls 181

D.7.5-1. Pełna struktura komutacyjna przestrzeni R^{nS} jako zbiór uporządkowany dla przekształtnika 3-tyrystorowego 185

D.8.6-1. Przebiegi czasowe napięcia i prądów tyrystorowego łącznika statycznego z dławikiem rezonansowym 186

STRESZCZENIA 188

CONTENTS

1. INTRODUCTION 15
1.1. Introductory remarks 15
1.2. Description of the subject of the work 16
1.3. Justification of the subject undertaking 17
1.4. Models of power electronic converters. Computer programs for an analysis of power electronic converters 18
1.5. Formulation of the subject 19
1.6. Structure of the work 20

2. COMMUTATION IN MODELS OF POWER ELECTRONIC CONVERTERS 22
2.1. Introductory remarks 22
2.2. Commutation in models of power electronic converters 26
2.2.1. Calculation of the points-moments of commutation in models of power electronic converters 26
2.2.2. Commutation in the model of constant topology 27
2.2.3. Commutation in the model of variable topology 28
2.3. Final remarks 31

3. MODELS OF DIODE, THYRISTOR AND CONVERTER 32
3.1. Diode 32
3.2. Thyristor 34
3.3. Model of converter 36

4. METHOD OF ANALYSIS. STRUCTURE OF COMMUTATION 38
4.1. Method of analysis 38
4.2. Structure of commutation 39

5. THESIS. AIM. ASSUMPTIONS OF THE WORK 41
5.1. Thesis and aim of the work 41
5.2. Assumptions of the work 41

6. ANALYSIS OF COMMUTATION OF PERFECT DIODE CONVERTERS (RD^p) 42
6.1. Introductory remarks 42
6.2 Inequalities of mathematical model 43
6.3. Construction of inequalities 44
6.4. Fundamental solution of the set of inequalities 45
6.5. Cone structure of R^{nS}-space. Second maximum number of equivalent circuits 79
6.6. Fundamental/nonfundamental equivalent circuits/cones 86
6.7. Commutation in converters with perfect diodes. Attainable equivalent circuits 93
6.8. Computer program 103
6.9. Ending remarks 109

7. ANALYSIS OF COMMUTATION OF PERFECT THYRISTOR CONVERTERS (RT^p) 111
7.1. Introductory remarks 111
7.2. Inequalities of mathematical model. Fundamental solution ... 113
7.3. Fundamental/nonfundamental equivalent circuits/cones 114
7.4. Reciprocal position of cones 114
7.5. Commutation in the converter. Attainable equivalent circuits 115
7.6. Example. Thyristor rectifier 117
7.7. Ending remarks 123

8. ANALYSIS OF COMMUTATION OF IDEAL CONVERTERS (RT^iD^i) 125
8.1. Introductory remarks 125
8.2. Construction of inequality set for equivalent circuit 126
8.3. Fundamental solution. Structure of commutation 134
8.4. Set of attainable equivalent circuits. Commutation in the converter with ideal switches 135
8.5. Example - dc thyristor switch with resonant inductance 136
8.6. Ending remarks 139

9. CONCLUSIONS 140

REFERENCES 143

APPENDIX 150

D.6-2.1. Cone. Convex cone 150

D.6.4-3.1. Example of fundamental solution for single inequality 151

D.6.4-4.1. Test results of testing the second nS-dimensional homogeneous linear inequality when nW nS-dimensional vectors are substituted into it 152

D.6.4-4.2. Proof of the formula (6.4-4.7), the formula for mumber of the test results 153

D.6.4-4.3. Types of the test results of the second homogeneous linear inequality 154

D.6.4-4.4. Maximum and mimimum number of vectors of fundamental solution of single inequality $L_1(X)\geq 0$ which are the the solution of the system $L_1(X)=0$ and $L_2(X)=0$ 155

D.6.4-4.5. Maximum and minimum number of vectors of solution of $L_1(X)=0$ for which $L_2(X)\geq 0$ is satisfied 158

D.6.4-6.1. Example. Tangent hyperplane to a cone (due to algorithm of 6.4.6) 160

D.6.4-8.1. Example. Table 6.4-8.1. Possible number of faces of d-dimension and belonging index of d-dimesional face to the set of all d-dimensional faces 162

D.6.4-8.2. Examples of i-th inequality, when hyperplane H_1 is tangent to $N_1 \cap N_2 \cap N_3 \cap N_4 \cap N_5$ fences of dimension 3, 2, 1, 0 163

D.6.4-8.3. Determination of minimum number of vectors - flowchart of the decision block SUMM from fig. 6.4-8.2 165

D.6.4-8.4. Example of findingo of fundamental solution for nD>nS, when hyperplane $H_i=H_6$ intersects $N_1 \cap .. \cap N_{i-1}$ cone 167

D.6.5-4.1. Cone structure of R^5-space as an ordered set 169

D.6.6-2.1. Example. Analysis of commutation structure of R^2-space for bridge rectifier m=2 170

D.6.6-3.1. Cone structure of $R^{nS}=R^{2}$-space for bridge rectifier m=2 175

D.6.7-1.1. Analysis of commutation for bridge rectifier m=2 supplied from voltage source e 177

D.6.7-1.2. Example of analysis of commutation for bridge rectifier m=2 supplying from voltage source via inductance ls 181

D.7.5-1. Complete commutation structure of R^{nS}-space as an ordered set for 3-thyristor converter 185

D.8.6-1. Waveforms of voltage and current for thyristor static switch with resonant inductor 186

SUMMARIES 188

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ 15
1.1. Предварителъные положения 15
1.2. Определение тематики диссертации 16
1.3. Обоснование принятия данной тематики 17
1.4. Модели энергоелэлектронических преобразователей. Компъютерные программы для анализа энергоэлектронических преобразователей 18
1.5. Постановка задачи 19
1.6. Структура работы 20

2. КОММУТАЦИЯ В МОДЕЛЯХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ 22
2.1. Предварителъные положения 22
2.2. Коммутация в моделях преобразователей 26
2.2.1. Определение точек-моментов коммутации в моделях преобразователей 26
2.2.2. Коммутация в модели с постояанной топологией 27
2.2.3. Коммутация в модели с изменяемой топологией 28
2.3. Подведение 31

3. МОДЕЛИ ДИОДА, ТИРИСТОРА И ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ 32
3.1. Диод 32
3.2. Тиристор 34
3.2. Модельь преобразователя 36

4. МЕТОД АНАЛИЗА. КОММУТАЦИОННАЯ СТРУКТУРА 38
4.1. Метод анализа 38
4.2. Коммутационная структура 39

5. ТЕЗИС. ЦЕЛЬ. ОСНОВНЫЕ ДОПУЩЕНИЯ 41
5.1. Тезис и цель работы 41
5.2. Основные допущения 41

6. АНАЛИЗ КОММУТАЦИИ В ПЕРФЕКТНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ НА ДИОДАХ (RD^p) 42
6.1. Предварительные положения 42
6.2. Неравенства математической модели 43
6.3. Построение неравенств 44
6.4. Базисное решение неравенств 45
6.5. Конусная структура пространства R^{nS}. Второе максимальное число схем замещения 79
6.6. Схемы замещения/конусы существенные/несущественные 86
6.7. Коммутация в преобразователях на перфектных диодах. Достижимые схемы 93
6.8. Компьютерная программа 103
6.9. Подведение 109

7. АНАЛИЗ КОММУТАЦИИ В ПЕРФЕКТНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ НА ТИРИСТОРАХ (RT^p) 111
7.1. Предварительные положения 111
7.2. Неравенства математической модели. Базисное решение 113
7.3. Схемы замещения/конусы существенные/несущественные 114
7.4. Взаимое расположение конусов. 114
7.5. Коммутация в преобразователе. Достижимые схемы 115
7.6. Пимер. Тиристорный выпрямитель 117
7.7. Подведение 123

8. АНАЛИЗ КОММУТАЦИИ В ИДЕАЛ)НЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ (RT^iD^i) 125
8.1. Предварительные положения 125
8.2. Конструкция системы неравенств для схемы замещения 126
8.3. Базисное решение, Коммутационная структура 134
8.4. Множество достижимых схем замещения. Коммутация в преобразователе с идеальными вентилями 135
8.5. Пример - статический выключатель с резонансным дросселем ... 136
8.6. Подведение 139

9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ВЫВОДЫ 140

ЛИТЕРАТУРА 143

ПРИЛОЖЕНИЕ 150

D.6-2.1. Конус. Выпуклый конус 150

D.6.4-3.1. Пример базисного решения единичного неравенства 151

D.6.4-4.1. Результаты проверки второго однородного линейного nS-размерного неравенств при вставлении в нее множества nW nS-размерных векторов 152

D.6.4-4.2. Доказательство зависимости (6.4-4.7), зависимости на число типов результатов проверки 153

D.6.4-4.3. Перечень типов результатов проверки второго нелинейного неравенства 154

D.6.4-4.4. Максимальное и минимальное число векторов решения единичного неравенства $L_1(X)\geq 0$ будучих решением $L_1(X)=0$ и $L_2(X)=0$ 155

D.6.4-4.5. Максимальное и минимальное число векторов решения $L_1(X)=0$, для которых выполнено $L_2(X)>0$ 158

D.6.4-6.1. Пример. Соприкосновение гиперплоскости к конусу (по алгоритму 6.4.6) 160

D.6.4-8.1. Пример. Таблица 6.4-8.1. Возможное число стен размером d и показатель принадлежности стены размером d к множеству всех стен размером d 162

D.6.4-8.2. Примеры i-того неравенства, когда гиперплоскость H_i является касательной к стенам $N_1 \cap N_2 \cap N_3 \cap N_4 \cap N_5$ размером 3, 2, 1, 0 163

D.6.4-8.3. Определение минимального числа векторов - схема блока SUMM из рис. 6.4-8.2 165

D.6.4-8.4. Пример определения базисного решения при nD>nS, когда гиперплоскость $H_i=H_o$ пересекает конус $N_1 \cap .. \cap N_{i-1}$ 167

D.6.5-4.1. Конусная структура пространства R^5 как упорядоченного множества 169

D.6.6-2.1. Пример. Анализ структуры коммутации пространства R^2 мостового выпрямителя m=2 170

D.6.6-3.1. Конусная структура пространства $R^{nS}=R^2$ для мостового выпрямителя m=2 175

D.6.7-1.1. Анализ коммутации в мостовом выпрямителе m=2 при питании из источника напряжения e 177

D.6.7-1.2. Пример анализа коммутации мостового выпрямителя m=2 при питании из источника напряжения e через индуктивность ls 181

D.7.5-1. Полная коммутационная структура пространства R^{nS} как упорядоченного множества для 3-тиристорного преобразователя 185

D.8.6-1. Кривые тока и напряжения как функции времени для тиристорного статического выключателя с резонансным дросселем 186

РЕЗЮМЕ 188

1. WSTĘP

1.1. WPROWADZENIE

Najważniejszym współczesnym nośnikiem energii jest elektryczność. Rozwój technologii półprzewodnikowych przyrządów elektronicznych bardzo małych mocy, służących głównie do przetwarzania sygnałów, utorował drogę do realizacji znanych od wielu dziesięcioleci idei przekształcania energii elektrycznej takich jak przekształcanie prądu przemiennego na prąd stały czy też prądu stałego na prąd przemienny na poziomie dużych mocy (idee te na poziomie dużych mocy były przed powstaniem zaworów półprzewodnikowych, diod, tyrystorów, tyrystorów GTO, tranzystorów BIT, tranzystorów IGBT realizowane za pomocą przetworników elektromechanicznych i przekształtników jonowych).

Rozwój technologii przyrządów półprzewodnikowych dał w rezultacie cztery obszerne grupy zaworów dla celów energoelektronicznych: diody, tyrystory, tyrystory GTO, tranzystory BI oraz tranzystory IGB. Mogą one pracować w zakresie dużych napięć, dużych prądów oraz wysokich częstotliwości. Rozwój ten uległ intensywnemu wsparciu udzielanemu przez konkretne zapotrzebowanie współczesnej technologii, która wymaga energii elektrycznej o innych parametrach niż te oferowane przez wytwarzające ją źródła - generatory i baterie elektryczne; w bardzo wielu przypadkach żąda się, aby amplituda napięcia/prądu elektrycznego lub/i ich częstotliwość mogły być regulowane płynnie. Przykładami mogą być napędy elektryczne o regulowanej prędkości obrotowej lub też regulowanym położeniu oparte na maszynach prądu stałego i przemiennego, zasilacze do nagrzewania i topienia metali oraz do mieszania i transportu metali ciekłych, wysokoprądowe prostowniki w elektrochemii oraz prostowniki w liniach przesyłowych energii elektrycznej prądu stałego.

Równolegle z rozwojem technologii rozwijała się teoria energoelektroniki [K3, V1, V2]. Potrzeba rozwoju teorii energoelektroniki istnieje i będzie istniała w przyszłości. Z potrzeby tej wyniknęła niniejsza praca w zakresie omówionym w następnym podrozdziale (1.2).

1.2. OKREŚLENIE TEMATYKI PRACY

W zakres energoelektroniki wchodzi bardzo szeroki zespół zagadnień. Są to między innymi:

- teoria działania i konstrukcji zaworów (diod, tyrystorów i tranzystorów),
- zagadnienia pomiarów parametrów zaworów i parametrów przekształtników, a w tym komputeryzacji pomiarów,
- zagadnienia zabezpieczeń przepięciowych i przetężeniowych zaworów i przekształtników,
- chłodzenie zaworów i przekształtników,
- modelowanie i symulacja przekształtników i systemów z przekształtnikami,
- oddziaływanie przekształtników na sieć zasilającą i odbiornik,
- zastosowanie mikroprocesorów w energoelektronice,
- zagadnienia sterowania i regulacji przekształtników oraz systemów zawierających przekształtniki,
- niezawodność,
- technologia konstrukcji przekształtników,
- projektowanie przekształtników i systemtów zawierających przekształtniki,
- analiza i synteza przekształtników.

Konstrukcja modeli przekształtników energoelektronicznych wchodzi w zakres modelowania. Za pomocą modeli przeprowadza się symulację działania elementów, przekształtników i systemów zawierających przekształtniki energoelektroniczne. Symulacja może mieć na celu analizę, syntezę lub też eksperymenty laboratoryjne (np. badanie współpracy mikroprocesorowego układu sterowania-obiektu fizycznego z modelem analogowym, systemu napędowego zawierającego falownik prądu i silnik indukcyjny klatkowy w czasie rzeczywistym).

Symulacja przekształtników energoelektronicznych realizowana jest współcześnie za pomocą techniki komputerowej, głownie cyfrowej.
Właściwy wybór modelu reprezentującego obiekt fizyczny przesądza o sukcesie w osiągnięciu celów stawianych przy symulacji.
Model teoretyczny-odpowiednie zależności matematyczne elementu, przekształtnika, systemu energoelektronicznego stanowi podstawę konstrukcji odpowiedniego modelu komuterowego.

Całokształt procesów zachodzących w przekształtniku energoelektronicznym można rozdzielić na dwie składowe:

- procesy komutacyjne oraz
- procesy międzykomutacyjne.

Podział taki pozwala wyróżnić w modelu przekształtnika odpowiednie dwie składowe:

- model procesów komutacyjnych,
- model procesów międzykomutacyjnych.

Określenie "komutacja" identyfikuje się z terminem "przełączanie".

Tak nakreślony wycinek "mapy energoelektroniki" pozwala sprecyzować położenie na niej niniejszej pracy. Praca obejmuje analizę konstrukcji modelu komutacji przekształtników z zaworami doskonałymi (przekształtników doskonałych) oraz analizę konstrukcji modelu komutacji przekształtników z zaworami idealnymi (przekształtników idealnych).

1.3. MOTYWACJA PODJĘCIA TEMATU

W uzasadnieniu do podjęcia tematu można wymienić dwa argumenty. Pierwszym jest to, że podejmowany temat jest tematem ogólnopoznawczym w zakresie energoelektroniki. Drugim argumentem jest utylitarność.

Rozwijając pierwszy argument, można by przytoczyć prawie w całości fragment pracy [B10], w którym nakreślony jest uniwersalny dwuetapowy proces tworzenia dowolnej teorii. Pierwszy etap to gromadzenie wyników eksperymentów, ich systematyzacja oraz opis najprostszymi środkami matematycznymi. Drugi etap to ulepszanie metod opisu matematycznego aż po aksjomatyzację. Przedstawiana praca zaklasyfikowana może być do prac mających na celu ulepszenie opisu matematycznego, przy czym opis ten nie sięga stadium aksjomatyzacji.

Wyniki badań przekształtników energoelektronicznych przeprowadzanych laboratoryjnie, komputerowo i analitycznie oraz wyniki badań nad konstrukcją komputerowych metod i programów analizy przekształtników energoelektronicznych, przeprowadzone przez autora niniejszej pracy, doprowadziły do przekonania, że opis matematyczny komutacji może zostać wyraźnie ulepszony.

Stosowanie i rozwijanie przekształtników energoelektronicznych prowadzi do oszczędności energii elektrycznej i to stanowi o utylitarności podejmowanej tematyki. Rozwinięcie teorii z zakresu energoelektroniki może prowadzić w rezultacie do opracowania przekształtników o wyższej sprawności lub przynajmniej do lepszego opisu wykorzystania przekształtników o standardowej konstrukcji.

O utylitarności wyników podejmowanego tematu stanowi ponadto możliwość wykorzystania ulepszonego opisu matematycznego komutacji przekształtników energoelektronicznych do celów dydaktycznych.

Tak sformułowane argumenty zadecydowały o podjęciu badań początkowo nad tematyką modeli przekształtników, a później nad modelem komutacji w przekształtnikach energoelektronicznych. Stan zagadnienia w zakresie modeli przekształtników energoelektronicznych omówiono w kolejnym podrozdziale (1.4), a stan zagadnienia w zakresie komutacji w rozdziale 2.

1.4. MODELE PRZEKSZTAŁTNIKÓW ENERGOELEKTRONICZNYCH. PROGRAMY KOMPUTEROWE DO ANALIZY PRZEKSZTAŁTNIKÓW ENERGOELEKTRONICZNYCH

Istniejące i dostępne na rynku programy komputerowe ukierunkowane na analizę przekształtników energoelektronicznych, np. Tcad, [I2], SUPES, [G3, S1], program Siemensa, [K2] czy też uniwersalne programy analizy układów elektronicznych, np. SPICE, [P2, R3,], ISPICE, [I1], NAP, [R1, R2, T1, T2], MICRO-CAP, [T3] umożliwiają analizę znakomitej większości zadań występujących w praktyce inżynierskiej. Programy te dają możliwość badania procesów zachodzących w przekształtnikach tylko na podstawie analizy numerycznej, gdzie ogólniejszy wizerunek właściwości analizowanego przekształtnika uzyskać można na drodze wykonania ciągu analiz w pewnym zakresie zmienności parametrów elementów, sterowania zaworami i parametrów wymuszenia (napięcia/prądy źródeł). Określone w ten sposób właściwości przekształtnika obowiązują tylko i wyłącznie w zdefiniowanym obszarze parametrów, przy czym nie jest określona ogólna zależność wpływu poszczególnych parametrów na funkcjonowanie przekształtnika (zbiór schematów zastępczych oraz ich następstwo). Na przykład w tyrystorowym łączniku statycznym z dławikiem rezonanansowym, przy odbiorniku rezystancyjnym (podrozdział 8.4, rys. 8.5-1) zbiór schematów zastępczych zawiera 4 schematy zastępcze przy rezystancji odbiornika równej rezystancji pomocniczej lub 6 schematów zastępczych, gdy rezystancje te są różne.

Przykładem trudności, na jakie można napotkać w analizie przekształtników, jest praca [D1]. Trudność wyznaczenia ogólnej zależności określającej wpływ poszczególnych parametrow na funkcjonowanie przekształtnika nie jest wyłącznie cechą przekształtników, gdzie zaworami są tylko diody i tyrystory, w których np. wyłączanie nie jest wynikiem sterowania (bramką), a załączanie sterowane tyrystora nie jest równoznaczne z wprowadzeniem go w stan przewodzenia. Narzędziem, pozwalającym na pewne uogólnienia są metody analityczne.

Istniejące metody analityczne bazują na przybliżeniach polegających na:
- wydzieleniu w układzie: sieć zasilająca-przekształtnik-odbiornik źródeł napięcia/prądu i zastąpieniu ich źródłami o przebiegach najczęściej sinusoidalnych lub schodkowych (np. sgn(sin(ωt)), oraz
- zastąpieniu elementów/układów nieliniowych elementami/układami liniowymi.

Przykładem jest model prostownika m-pulsowego o komutacji natychmiastowej, sterowaniu typu arccos, którego dynamikę sterowanie/napięcie wyprostowane opisuje inercja 1 rzędu [T5, T6, T8]. Innym przykładem jest model 1-fazowego falownika równoległego prądowego, w którym odbiornik wraz z kondensatorem komutacyjnym/kompensacyjnym zastąpione zostają odpowiednimi elementami liniowymi, a napięcie kondensatora komutacyjnego/kompensacyjnego przyjmuje się jako sinusoidalne [S3].

Do bardziej złożonych modeli typu analitycznego należy model przekszatałtnika opisany w pracy [K10]. Przykładów tego typu istnieje wiele i odnoszą się one raczej do konkretnych przekształtników.

Niezależnie od tego, jaką drogą, czy za pomocą badań laboratoryjnych, czy symulacji komputerowej, czy też wykorzystując obydwie techniki, opis funkcjonowania przekształtnika w prawie wszystkich przypadkach przedstawia się poprzez ciąg schematów zastępczych [A1, B4, B6, B7, C4, D3, D4, E2, G2, G4, H1..3, K4..9, K11, L1, L2, M1, M4, M7..9, O1, P1, R4, R5, S2, S5, T4..T8, V1, V3, W1, Z1]. Stwierdzenie to jest podstawą do sformułowania tematu pracy.

1.5. SFORMUŁOWANIE TEMATU PRACY

Istnieje potrzeba opisu funkcjonowania przekształtników energoelektronicznych za pomocą schematów zastępczych. Powstaje pytanie: czy istnieje inna droga ustalenia zbioru schematów zastępczych i ich następstwa niż eksperyment laboratoryjny/komputerowy (numeryczny)? Praca niniejsza prowadzi do odpowiedzi na to pytanie.

Wymieniony zbiór schematów zastępczych i ich następstwo ustala się w pracy poprzez badanie struktury komutacyjnej przekształtnika; strukturę komutacyjną zdefiniowano w rozdziale 5.

1.6. STRUKTURA PRACY

Poszukiwanie odpowiedzi na pytanie postawione w sformułowaniu tematu pracy (podrozdział 1.5) rozpoczęto od opisu stanu zagadnienia komutacji w przekształtnikach; opis ten zamieszczono w rozdziale 2.

Modele zaworów, tj. diod i tyrystorów, zamieszczono w rozdziale 3. Są to dioda i tyrystor doskonały oraz dioda i tyrystor idealny. W rozdziale tym podano definicję przekształtnika doskonałego oraz idealnego.

W rozdziale 5 zdefiniowano strukturę komutacyjną oraz opisano metodę analizy, która, w największym skrócie, polega na zastowowaniu nierówności liniowych i prowadzeniu analizy w przestrzeni R^{nS}, gdzie nS jest liczbą niezależnych źródeł napięcia/prądu (źródeł właściwych i źródeł będących wynikiem sprowadzenia przekształtnika-obiektu dynamicznego do postaci niedynamicznej).

Rozdział 6 stanowi trzon pracy. Analizuje się w nim strukturę komutacyjną przekształtnika doskonałego diodowego (zaworami są tylko i wyłącznie diody doskonałe). Analiza ta bazuje na zastosowaniu nierówności liniowych jako opisu schematu zastępczego oraz na określeniu rozwiązania podstawowego układu nierówności danego schematu zastępczego. Układ nierówności konstruuje się wykorzystując metodę liczb strukturalnych Bellerta. Przedstawiono algorytm poszukiwania rozwiązania podstawowego układu nierówności; algorytm ten stanowi jednocześnie opis struktury komutacyjnej przekształtnika. Wprowadzono i objaśniono pojęcie schematu zastępczego istotnego (podrozdział 6.6) oraz osiągalnego (podrozdział 6.7). Podrozdział 6.8 zawiera opis programu komputerowego, który został skonstruowany specjalnie do badania struktury komutacyjnej przekształtnika doskonałego diodowego (podrozdział 3.3). W podrozdziale 6.5 określono drugą maksymalną liczbę schematów zastępczych. Rozdział 6 stanowi odpowiedź na pytanie postawione w sformułowaniu tematu (podrozdział 1.5) w zakresie przekształtników doskonałych diodowych.
W rozdziale 6 wprowadza się interpretację geometryczną struktury komutacyjnej prowadząc ją w przestrzeni R^{nS}. Cechą charakterystyczną struktury komutacyjnej w R^{nS} jest jej jednoznaczność poza hiperpłaszczyznami komutacji. Rezultaty rozdziału 6 wykorzystywane są w pozostałej części pracy.

W rozdziale 7 analizowana jest struktura komutacyjna przekształtnika doskonałego tyrystotowego. Wyniki uzyskane w rozdziale 6 adaptuje się tak, aby rezultat stosował się do tyrystorów doskonałych. Zastosowana adaptacja pozwala na określenie struktury komutacji przekształtników doskonałych, tzn. z diodami i tyrystorami doskonałymi lub nawet z zaworami doskonałymi

dwukierunkowymi napięciowo i prądowo. Struktura komutacyjna przekształtnika z tyrystorami doskonałymi przedstawiona w R^{nS} jest niejednoznaczna.

Sposób określenia struktury komutacyjnej przekształtnika idealnego, tzn. zawierającego idealne diody i tyrystory , pokazany jest w rozdziale 8. Główną trudnością tego przypadku jest konstrukcja nierówności dla schematu zastępczego. Trudność ta została usunięta przez wprowadzenie odpowiednich założeń. W rezultacie uzyskano możliwość określenia struktury komutacji przekształtnika zawierającego nie tylko diody i tyrystory idealne, lecz również łączniki idealne dwukierunkowe napięciowo i prądowo.
Struktura komutacji przedstawiona geometrycznie w R^{nS} jest jednoznaczna, gdy zaworami przekształtnika są tylko i wyłącznie diody idealne oraz niejednoznaczna, gdy wśród zaworów przekształtnika są zawory idealne innego typu.

W rozdziale 8 przeanalizowano zagadnienie komutacji w przekształtnikach energoelektronicznych idealnych (zawierających wyłącznie diody i tyrystory idealne). Przedstawiono sposób rozwiązania głównej trudności analizy tego rodzaju przekształtników, tj. istnienia oczek i rozcięć osobliwych.

W zakończeniu i wnioskach z pracy - rozdział 9 - przedstawiono w skrócie wyniki uzyskane w pracy, możliwości wykorzystania tych wyników oraz propozycje do dalszych badań.

2. KOMUTACJA W MODELACH PRZEKSZTAŁTNIKÓW ENERGOELEKTRONICZNYC

2.1. WPROWADZENIE

Rozważania w tym rozdziale mają na celu omówienie zagadnienia komutacji w takim zakresie, jaki jest niezbędny w pracy. Podaje się określenia i definicje. Przedstawia się aktualny stan zagadnienia.

Najbardziej ogólna definicja komutacji może być sformułowana następująco: *Komutacja* jest to przełączanie obwodów elektrycznych obejmujące załączanie i wyłączanie; komutacja jest realizowana przez zawory energoelektroniczne.

Należy rozróżnić:

stan wyłączenia i *stan zaworowy*, *stan blokowania* oraz

stan *załączenia* i *stan przewodzenia*.

Komutacja w przekształtnikach energoelektronicznych realizowana jest współcześnie przez zawory półprzewodnikowe - diody, tyrystory, tyrystory GTO oraz tranzystory: bipolarne BIT, tranzystory IGBT oraz tranzystory MOSFET - daje to możliwość uzyskania częstotliwości komutacji powyżej 100 kHz.

Komutacja w zależności od przyczyny, która ją powoduje, może być realizowana jako komutacja spontaniczna lub komutacja sterowana.

Komutacja spontaniczna jest to komutacja zaworu, która inicjowana jest czynnikami spoza zaworu; nie jest ona wynikiem sterowania zaworem komutującym spontanicznie. Przykładami komutacji spontanicznej jest załączanie/wyłączanie diody, wyłączanie tyrystora, w tym i tyrystora GTO.

Komutacja sterowana jest to komutacja, która jest wynikiem sterowania zaworem komutującym. Przykładami komutacji sterowanej jest załączanie/wyłączanie tranzystora i tyrystora GTO oraz załączanie tyrystora i wyłączanie tyrystora dualnego.

Można wyróżnić dwie odmiany komutacji spontanicznej. *Komutacja spontaniczna swobodna* jest to komutacja zaworu wywołana przez procesy zachodzące w

przekształtniku i nie wywoływana komutacją jakiegokolwiek innego zaworu. Przykładem komutacji spontanicznej swobodnej jest załączanie/wyłączanie diody w prostowniku diodowym jednopulsowym lub dwupulsowym przy bezimpedancyjnej sieci zasilającej.

Komutacja spontaniczna stowarzyszona jest to taka komutacja zaworu, która zachodzi jednocześnie wraz z komutacją innego zaworu. Jako przykład można podać wyłączanie diody ustępującej, które jest równoczesne z załączaniem diody następującej w prostowniku diodowym 6-pulsowym, gdy impedancja sieci zasilającej jest równa zero.

Badania nad zmniejszeniem strat występujących w zaworach podczas komutacji wykazały, że najkorzystniejsza jest z tego punktu widzenia komutacja miękka [F2] - można ją określić następująco.

Komutacja miękka (soft commutation) jest to komutacja realizowana przy względnie niskich szybkościach zmian prądu załączania i wyłączania zaworu. Komutacja w tyrystorowym falowniku szeregowym przy częstotliwości prądu wyjściowego wyższej od częstotliwość jego drgań tłumionych jest przykładem komutacji miękkiej. Komutacja miękka nazywana bywa również komutacją naturalną (natural commutation). Termin komutacja naturalna rezerwuje się dla prostownika diodowego/tyrystorowego, gdzie ma on związek z ważnym pojęciem: punkt naturalnej komutacji. Z określeniem komutacja miękka związana jest intensywnie rozwijana klasa przekształtników *rezonansowych*, w których realizowana jest tylko i wyłącznie komutacja miękka.

Jeżeli komutacja przebiega przy znacznych względnych szybkościach zmian prądu załączania i wyłacznia, to jest to *komutacja twarda* (hard commutation). Inną nazwą takiego przypadku jest *komutacja wymuszona*.

Jako typowe przykłady komutacji twardej można podać komutację zachodzącą w falowniku napięciowym tranzystorowym o wyjściu jednofazowym oraz wyłączanie wstecznie przewodzącej diody czy też wstecznie przewodzącego tyrystora.

Gdy przekształtnik zawiera tyrystory załączalne i nie są one wyłączane w procesie komutacji miękkiej czy też pod wpływem sieci zasilającej napięcia przemiennego lub odbiornika, to taki przekształtnik musi być wyposażony w *obwody komutacyjne (lub wyłączania)* - komutacja taka określana jest jako *komutacja wymuszona* (forced commutation). Przykładem komutacji wymuszonej jest komutacja w falowniku tyrystorowym z równoległą gałęzią rezonansową. Innymi przykładami komutacji wymuszonej są: *komutacja impulsowa dwustopniowa wymuszona*, np. [T5], stosowana np. w falowniku napięcia oraz *komutacja impulsowa jednostopniowa wymuszona*, np. [T5], która zachodzi w falowniku prądowym z diodami odcinającymi.

Kolejnym pojęciem jest pojęcie komutacji zewnętrznej: *komutacja zewnętrzna* jest to komutacja spontaniczna lub/i sterowana, odbywająca się pod wpływem przemiennego napięcia sieci zasilającej lub pod wpływem napięcia przemiennego odbiornika.

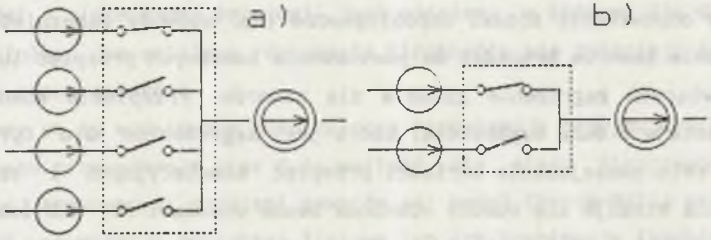
Komutacja sieciowa jest to komutacja zewnętrzna zachodząca pod wpływem napięcia przemiennego sieci zasilającej. Przykładem komutacji sieciowej jest komutacja w prostowniku tyrystorowym/diodowym. Przykładem komutacji zewnętrznej zachodzącej pod wpływej napięcia odbiornika jest komutacja w falowniku prądowym zasilającym maszynę synchroniczną.

Jeżeli komutacja nie jest zewnętrzna, tzn. nie zachodzi pod wpływem napięcią przemiennego sieci zasilającej lub odbiornika, to mamy do czynienia z *komutacją wewnętrzną*.

Pojęciami odnoszącymi się do czasu trwania komutacji są:
Komutacja natychmiastowa, która ma miejsce, gdy załączanie/wyłączanie zachodzi w czasie równym zero.
Komutacja zwłoczna zachodzi, gdy proces załączania/wyłaczania trwa przez pewien niezerowy przedział czasu.
Terminy 'zwłoczna', 'natychmiastowa' mogą być rozpatrywane nie tylko w odniesieniu do zaworów, lecz również w odniesieniu do gałęzi zawierających nie tylko zawory. Przykładem może być komutacja w prostowniku tystorowym przy niezerowej impedancji indukcyjnej sieci zasilającej, gdzie nawet przy natychmiastowej komutacji tyrystorów/diod komutacja gałęzi zawierających impedancje sieciowe trwa określony przedział czasu.

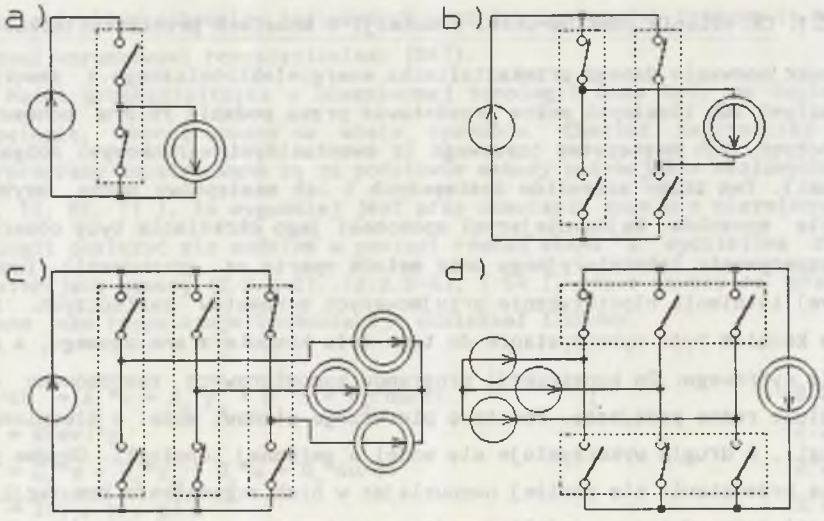
Schemat przekształtnika jest jednym z głównych czynników określających proces komutacji przekształtnika. Terminem z zakresu komutacji i odnoszącym się do schematu przekształtnika jest termin *zespół komutacyjny (commutation unit)* - jego schemat pokazano na rys. 2.1-1.a. Zespół komutacyjny można opisać następująco [F2, T5], :
- każdy zawór jest przyłączony do gałęzi napięciowej,
- do punktu centralnego zespołu przyłączone jest źródło prądu.

Upraszczając zespół komutacyjny do dwóch zaworów, uzyskuje się *jednostkę komutacyjną* - jej schemat pokazano na rys. 2.1-1.b. Używając pojęć 'zespół komutacyjny' i "jednostka komutacyjna" można określić konfigurację źródeł i jednostek komutacyjnych czy też dopuszczalne typy zaworów przy danym schemacie i typach źródeł. Zaznaczając jednostki/zespoły komutacyjne na rys. 2.1-2 pokazano standardowe schematy przekształtników. Przedstawione określenia i definicje dotyczące komutacji stanowią próbę uogólnienia typu opisowego.



Rys. 2.1-1. Zespół komutacyjny - a; jednostka komutacyjna - b; (w każdej chwili tylko jeden zawór jest załączony)

Fig. 2.1-1. Commutation group - a; commutation unit - b; (for each moment only one switch is on)



Rys. 2.1-2. Przekształtniki podstawowe: a - łącznik/regulator napięcia stałego; b - regulator napięcia stałego, falownik napięcia, m_2=1; c - falownik napięcia, m =3; d - prostownik m=6, falownik prądu m_2=3

Fig. 2.1-2. Basic converters topologies: a - switch/regulator of dc/dc type; b - regulator of dc/dc type, voltage inverter, m_2=1; c - voltage inverter, m_2=3; d - rectifier m=6, current inverter m_2=3

Jeżeli w układzie połączeń przekształtnika oraz w jego sterowaniu nie są przewidziane odpowiednie środki zapobiegawcze (np. obowody zabezpieczeń RC), to przełączanie zaworów prowadzi do powstawania znacznych przepięć lub przetężeń stanowiących zagrożenie głównie dla zaworów. Przepięcia komutacyjne ponadto narastają z dużą szybkością, która jest zagrożeniem dla tyrystorów (du_D/dt). W celu zmniejszenia wartości przepięć komutacyjnych i szybkości ich narastania stosuje się obwody ochronne zwane obwodami RC, RCD lub obwodami odciążającymi [T5] - obwody te przy najbardziej szczegółowej analizie muszą być ujmowane w modelu przekształtnika. W przyjętych w pracy modelach diody i tyrystora komutacja jest komutacją natychmiastową.

2.2. KOMUTACJA W MODELACH PRZEKSZTAŁTNIKÓW

2.2.1. Określanie punktów-chwil komutacji w modelach przekształtników

Funkcjonowanie danego przekształtnika energoelektronicznego z zaworami doskonałymi lub idealnymi można przedstawić przez podanie zbioru schematów zastępczych, ich następstwa czasowego (z ewentualnymi warunkowymi rozgałęzieniami). Ten zbiór schematów zastępczych i ich następstwo można uzyskać na wiele sposobów. Najdawniejszymi sposobami jego określania były obserwacje eksperymentu laboratoryjnego oraz metoda oparta na sprawdzaniu (numerycznym) istnienia hipotetycznie przyjmowanych schematów zastępczych. Kolejnym krokiem było wykorzystanie do tego celu komputera analogowego, a następnie cyfrowego. Do konstrukcji programów komputerowych zastosowano dwa zasadniczo różne podejścia. Podstawę pierwszego stanowi model o niezmiennej topologii, w drugim wykorzystuje się model o zmiennej topologii. Obydwa podejścia przedstawia się poniżej uwypuklając w nich zagadnienie komutacji.

Niezależnie od tego, na jakich podstawach teoretycznych budowane są modele i odpowiednie programy komputerowej analizy przekształtników energoelektronicznych, to najbardziej użyteczne są te modele/programy, które umożliwiają

- dobre odwzorowanie procesów fizycznych,
- generację wszystkich istotnych i osiągalnych schematów zastępczych (podrozdział 6.6) przy wszystkich możliwych wariantach stanów pracy (stany normalne oraz wszystkie możliwe stany awaryjne).

Modele i odpowiednie programy komputerowe mające taką właściwość nazywane są *globalnymi* [F3, S6, G5, G6]]. Modele tego typu opisano w dalszej części rozdziału.

2.2.2. Komutacja w modelu o niezmiennej topologii

Model o *niezmiennej topologii* jest modelem, w którym, dla danego przekształtnika, raz ustalone równanania Kirchhoffa nie zmieniają się wraz ze zmianą stanu zaworów.

Zawory są tu modelowane jako zmienna rezystancja przyjmująca małą wartość dla stanu przewodzenia oraz dużą wartość dla stanu nieprzewodzenia. Najczęściej stosowanymi modelami zaworów są: model Ebersa-Molla oraz niejednoznaczna rezystancja odcinkami liniowa lub ich kombinacja (kombinacja stosowana jest np. we wbudowanym modelu diody programu NAP). Skończenie mała/duża rezystancja zaworów umożliwia utrzymanie niezmiennych równań Kirchhoffa. Model ten może, dla danych parametrów przekształtnika, samoczynnie generować wszystkie niezbędne schematy zastępcze. Jeżeli model generuje samoczynnie schematy zastępcze, to jest on nazywany modelem *globalnym* [S6].
(Przeciwstawnm do modelu globalnego jest model *sekwencyjny*, w którym dany a priori zbiór schematów zastępczych oraz ich następstwo czasowe (z ewentualnymi warunkowymi rozgałęzieniami [S6]).

Model przekształtnika o niezmiennej topologii może być, ze względu na topologię, skonstruowany na wiele sposobów. Chociaż najczęściej modele/programy konstruowane są na podstawie metody potencjałów węzłowych [G3, S1, I1, R1, T1], to wygodniej jest przy omawianiu modelu o niezmiennej topologii posłużyć się modelem w postaci równań stanu z wydzieloną częścią zawierającą zawory (2.2.2-1)..(2.2.2-4), [G4], gdzie zawory są przedstawiane jako rezystancje/konduktancje odcinkami liniowe.

$$dx/dt = A_1*x + A_2*y_o + B_1*u + B_2*du/dt \qquad (2.2.2\text{-}1)$$

$$y_o = N(sv)*y_i \qquad (2.2.2\text{-}2)$$

$$y_i = C_1*x + C_2*y_o + D_1*u + D_2*du/dt \qquad (2.2.2\text{-}3)$$

$$sv = f(y_i, y_o, g) \qquad (2.2.2\text{-}4)$$

gdzie

$$x = [u_{Ct} \mid i_{Ll}]^T, \quad y_o = [u_{Vt} \mid i_{Vl}]^T, \quad y_i = [i_{Vt} \mid u_{Vl}]^T, \quad u = [u_E \mid i_J]^T,$$

$$N(sv) = \left[\begin{array}{c|c} R_{Vt}(sv) & 0 \\ \hline 0 & G_{Vl}(sv) \end{array}\right], \qquad \begin{array}{l} R_{Vt}(sv) \text{ - macierz rezystancji zaworów} \\ G_{Vl}(sv) \text{ - macierz konduktacji zaworów} \end{array}$$

wskaźniki dolne: t - $\in$ {gałęzie drzewa}, l - $\in$ {cięciwy}
V - $\in$ {gałęzie zaworowe}.

sv jest wektorem stanu zaworów przekształtnika; jego elementy, stany odpo-

wiednich zaworów przyjmują wartość 0 przy nieprzewodzącym zaworze oraz 1, gdy zawór przewodzi. Każdy element sv określa stan pewnego zaworu i w ogólnym przypadku stan zaworu jest zależny od napięcia, prądu i sygnału sterującego g tego zaworu (sygnał sv np. dla tyrystora doskonałego oznaczony jako sT określono bliżej w rozdziale 3).

Rezystancje/konduktancje zaworów zawarte w macierzy N(sv) zmieniają wartości wraz ze zmianą stanu zaworu (w chwili komutacji), np. dla tyrystora (rozdział 3) rezystancja tyrystora $R_{Vt}(sv)=(R_{DR}-R_F)*(1-sT)+R_F$. Rezystancje/konduktancje te są jedynymi elementami, których wartości ulegają zmianom w chwilach komutacji zaworów. Sprawia to, że operacje, jakie muszą być wykonywane w modelu w czasie każdej komutacji, są prostsze niż operacje wykonywane podczas komutacji w modelu o zmiennej topologii.

W modelu teoretycznym przekształtnika z zaworami doskonałymi każda komutacja zaworu jest komutacją natychmiastową. Opisany w skrócie model o niezmiennej topologii nie jest modelem numerycznym, ponieważ nie odzwierciedla specyfiki modeli i metod numerycznych [S6].

Za pierwszą pracę, w której opisano model o niezmiennej topologii, zrealizowany w technice analogowej, uznaje się pracę Navratila (1966), [N1]. Następne prace z zakresu teorii i implementacji analogowej omawianego modelu to prace Mustafy (1971), [M6], (1973), [M5]. Niezależnie, model, jego implementację analogową oraz cyfrową opracował Foch (1974), [F3]. Współczesne programy analizy komputerowej ukierunkowane na przekształtniki, takie np. jak Tcad, [I2], SUPES, [G3, S1], program opracowany w Tuluzie, [B5], czy też pakiet programów opracowany przez firmę Siemens, [K2] są to programy o niezmiennej topologii.

Za pomoca programów komputerowych o niezmiennej topologii i ukierunkowanych na energoelektronikę nie jest możliwe przeprowadzenie analizy innej niż analiza czysto numeryczna, tzn., nie jest możliwa analiza typu symbolicznego [S8], (MATHEMATICAL).

2.2.3. Komutacja w modelu o zmiennej topologii

Model o *zmiennej topologii* jest modelem, w którym, dla danego przekształtnika, równanania Kirchhoffa zmieniają się za każdym razem, gdy następuje komutacja zaworów. Zawory są tu modelowane najczęściej jako niejednoznaczna zmienna rezystancja przyjmująca wartość zero dla stanu przewodzenia i wartość nieskończoność dla stanu nieprzewodzenia. W ogólnym przypadku rezystancja zaworu zero/nieskończoność uniemożliwia utrzymanie niezmiennej topologi dla wszystkich istotnych lub osiągalnych schematów zastępczych.

Model powstał zanim powstały komputery [K3]. Model ten był najbardziej naturalnym odwzorowaniem obiektu fizycznego w warunkach, gdy najprostsze obliczenia były uciążliwe. O użytecności modelu świadczy to, że jest on wykorzystywany do opisu funkcjonowania przekształtników we współcześnie publikowanej literaturze z zakresu energoelektroniki, np. [T5, T6, T7, T8]. W początkowym etapie poszukiwań efektywnych programów komputerowych dodatkowym argumentem za rozwijaniem tego modelu i opracowaniem jego implementacji komputerowej cyfrowej było zmniejszenie sztywności równań różniczkowych modelu. Należy nadmienić, że sztywność równań różniczkowych była zmniejszana również w modelach o niezmiennej topologii przez dołączanie do zaworów dodatkowych zmieniających swoją wartość przy zmianach stanu zaworu indukcyjności lub pojemności, np. (Eisenack), [E1], (Myrcik), [M10]. Model o zmiennej topologii może być modelem sekwencyjnym [S6] lub globalnym [S6, M7, M8]. W modelu globalnym o zmiennej topologii mechanizm komutacji nie jest tak oczywisty jak w modelu o niezmiennej topologii i nie był dotychczas w pełni wyjaśniony.

Model przekształtnika o zmiennej topologii może być, ze względu na topologię, konstruowany na różne sposoby: wg metody potencjałów węzłowych, według metody prądów obwodowych czy też w postaci równań stanu. Istotne cechy tego typu modelu najwygodniej jest prześledzić używając do tego równań stanu (2.2-3.1)..(2.2-3.3), [G4] oraz przyjmując, że zawory są przedstawiane jako rezystancje/konduktancje odcinkami liniowe.

$$dx/dt = A_1(sv)*x + B_1(sv)*u + B_2(sv)*du/dt \qquad (2.2\text{-}3.1)$$

$$y_i = C_1(sv)*x + D_1(sv)*u + D_2(sv)*du/dt \qquad (2.2\text{-}3.2)$$

$$sv = f(y_i, g) \qquad (2.2\text{-}3.3)$$

gdzie

$x = [u_{Ct} \mid i_{Ll}]^T$, $y_i = [i_{Vt} \mid u_{Vl}]^T$, $u = [u_E \mid i_J]^T$,

wskaźniki dolne: $t - \in$ {gałęzie drzewa}, $l - \in$ {cięciwy}

$V - \in$ {gałęzie zaworowe}.

Podobnie jak w modelu o niezmiennej topologii wykrywanie zmiany stanu zaworów wykonywane jest w bloku opisanym zależnością (2.2-3.3). Stan zaworów sv wyznaczany jest tu także na podstawie ich napięć, prądów oraz sterowania g. Wektor y_i w zależności (2.2-3.2) to dla danego schematu zastępczego zawsze napięcia zaworów nieprzewodzących i prądy zaworów przewodzących. W ogólnym przypadku bez badania równań różniczkowych modelu konkretnego przekształ-

nika nie ma podstaw do tego aby, gdy np. dioda jest w stanie neutralnym, u=0, i=0, można było powiedzieć, w którą stronę przejdzie punkt pracy przekształtnika wyrażony napięciem/prądem danej diody - w kierunku i>0 czy też w kierunku u<0. Dlatego zwykle zakłada się, że dioda zmienia stan z s=0 na s=1 lub odwrotnie i następnie sprawdza, ale już w nowej topologii, czy hipoteza jest prawdziwa.

W modelu istnieje zależność wzajemnie jednoznaczna pomiędzy stanem zaworów s oraz wartościami macierzy $A_1(s)$, $B_1(s)$, $B_2(s)$, $C_1(s)$, $D_1(s)$, $D_2(s)$. Zadaniem w przedstawianym modelu, nie występującym w modelu stałotopologicznym, jest wyznaczanie rozkładu napięć na źródłach prądowych (suma ich wydajności jest równa zero) i zaworach nieprzewodzących tworzących przecięcie oraz wyznaczenie rozkładu prądów w źródłach napięciowych i przewodzących zaworach tworzących obwód. Należy nadmienić, że niezwykle ważnym zagadnieniem w realizacji komputerowej (cyfrowej) modelu zmiennotopologicznego jest jednoczesność wykrywania chwil komutacji [M7]. W przedstawianym modelu z zaworami idealnymi każda komutacja zaworu jest komutacją natychmiastową. Za pierwszą pracę, w której opisano model zmienotopologiczny zrealizowany na maszynie cyfrowej, można uznać pracę Revankara (1973), [R4]. Drugą grupę prac ujmujących teorię jak i realizację w postaci pakietu programów (cyfrowych) ELTRAN przedstawił Mustafa [M7..9]. Problem programów komputerowej analizy przekształtników podejmowany jest nadal - przykładami są prace: Boulos, Glaize [B9], Millias-Argitis [M4], Matt, Glaize [M2].

Wymienione argumenty uzasadniające budowę programów komputerowych zmiennotopologicznych wydają się tracić na znaczeniu przy wzroście możliwości obliczeniowych współczesnych komputerów z jednej strony i potrzebie modelowania zaworów aż do poziomu stanów przejściowych (np. w tyrystorze, opóźnienie załączania, skończoną szybkość opadania napięcia przy załączaniu i ładunek przejściowy) dla celów konstrukcyjnych. Z drugiej strony można uznać, że model będzie stosowany do budowy uproszczonych komputerowych modeli - modułów wykorzystywanych do modelowania złożonych układów zawierających przekształtniki i nie wymagających ich zbyt szczegółowego odwzorowania - istnieje tu możliwość pewnego, chociaż niedużego zwiększenia szybkości obliczeń [M2] (Matt, Glaize).

Za pomocą wymienionych programów komputerowych zmiennotopologicznych również nie jest możliwe przeprowadzenie analizy innej niż analiza czysto numeryczna, tzn., nie jest możliwe przeprowadzenie za ich pomocą analizy symbolicznej [S8], (MATHEMATICAL).

Użyteczność modelu o zmiennej topologii potwierdzona jest powszechnym jego stosowaniem do opisu funkcjonowania przekształtników, np. [T3, T4]; zmiennotopologiczny opis przekształtnika polega na:

- podaniu ciągu schematów zastępczych,
- opisie każdego ze schematów zastępczych za pomocą równań różniczkowych,
- opisie każdego ze schematów zastępczych za pomocą funkcji czasowych określających napięcia i prądy przekształtnika oraz
- podaniu pewnych niezbędnych zintegrowanych wielkości, takich jakich przykładem jest napięcie średnie wyprostowane jako funkcja kąta opóźnienia α dla prostownika tyrystorowego.

2.3. PODSUMOWANIE

Przedstawiony opis zjawiska komutacji miał na celu wykazanie, że:

- zjawisko komutacji w przekształtnikach nie jest wystarczająco zbadane w sposób ogólny,
- model przekształtnika o zmiennej topologii pozostaje nadal ważnym narzędziem opisu funkcjonowania przekształtnika mając przy tym mniejsze znaczenie jako podstawa do konstrukcji komputerowych programów analizy,
- brak metod badania zjawiska komutacji mających cechy badania analitycznego a nie czysto numerycznego jest uzasadnieniem podjęcia tematu niniejszej pracy.

3. MODELE DIODY, TYRYSTORA I PRZEKSZTAŁTNIKA

3.1. DIODA

Dioda jest jednym z zaworów (łączników) stosowanych w energoelektronice. Dioda jest dwójnikiem, którego jedną końcówką jest anoda - A, a drugą katoda - K. Jest to przyrząd niesterowalny - przełączanie diody jest inicjowane pierwotną przyczyną - wymuszeniami, tzn. napięciami/prądami źródłowymi; są to czynniki spoza niej (nie istnieje tu elektroda sterująca).

W analizie funkcjonowania przekształtników energoelektronicznych najczęściej stosowanymi modelami niedynamicznymi diody są (np. [T5..8, C3, I1, R6]):

1. dioda idealna,
2. dioda doskonała,
3. dioda wg modelu Ebersa Molla.

Charakterystyki napięciowo-prądowe we wszystkich tych modelach przyjmuje się jako niezmienne.

W pracy niniejszej analizuje się przekształtniki z diodami doskonałymi i diodami idealnymi; pozwala to sprowadzić nieliniowe zadanie analizy do ciągu zadań liniowych.

Dioda idealna (D^1) jest to dwójnik nieliniowy, którego rezystancja pomiędzy anodą i katodą przyjmuje następujące wartości:

$$R_{AK} = \begin{cases} R_R & \text{- w } \textit{stanie zaworowym} \quad (sD=R;\ R_{AK}=\infty), \quad -u \geq 0 \\ R_F & \text{- w } \textit{stanie przewodzenia} \quad (sD=F;\ R_{AK}=0), \quad i \geq 0 \end{cases} \qquad (3.1.1),$$

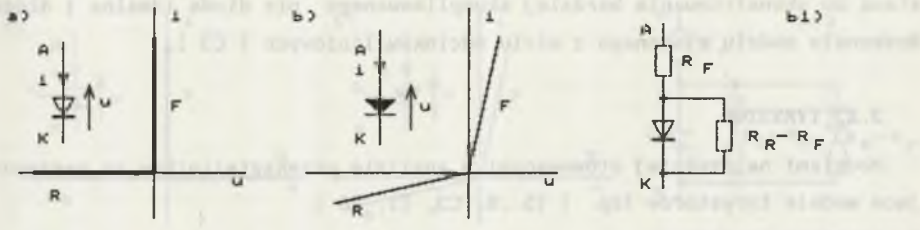
gdzie sD jest *stanem diody*.

Przy u=0, i=0 stan diody jest *stanem neutralnym*, sD=n.

Charakterystyka napięciowo-prądowa diody idealnej pokazana jest na rys. 3.1-1.a; na rysunku tym zamieszczono symbol diody. *Dopuszczalne* dla tej

diody są napięcia mniejsze lub równe zero, $u \leq 0$ oraz prądy większe lub równe zero, $i \geq 0$.

Przełączanie diody ze stanu zaworowego do stanu przewodzenia i odwrotnie odbywa się natychmiastowo - $t_{on} = t_{off} = 0$.



Rys. 3.1-1. Charakterystyka i symbol: diody idealnej - a, diody doskonałej - b; b1 - schemat zastępczy diody doskonałej

Fig. 3.1-1. Characteristic and symbol of: an ideal diode - a, and perfect diode - b; b1 - equivalent circuit of a perfect diode

Sprawdzanie stanu diody wykonywane jest zgodnie z instrukcją:

```
begin
  if ((u≤0) and (sD=R) then sD:=R
  if ((i≥0) and (sD=F) then sD:=F                    (3.1-2)
end.
```

Dioda doskonała (D^P) jest to dwójnik odcinkami liniowy, którego rezystancja pomiędzy anodą i katodą przyjmuje dwie wartości:

$$R_{AK} = \begin{cases} R_R & \text{- w } \textit{stanie zaworowym} \quad (sD=R;\ 0<R_R<\infty),\ -u \geq 0 \\ R_F & \text{- w } \textit{stanie przewodzenia} \quad (sD=F;\ 0<R_F<\infty),\ i \geq 0 \end{cases} \qquad (3.1.3)$$

gdzie sD jest *stanem diody*.

Charakterystyka napięciowo-prądowa, symbol oraz schemat zastępczy diody doskonałej zamieszczono na rys. 3.1-1.b. Analiza charakterystyki napięcio-

wo-prądowej diody doskonałej wykazuje, że wszystkie możliwe napięcia i prądy są dla tej diody napięciami i prądami dopuszczalnymi (teoretycznie a nie technicznie).

Dioda doskonała różni się od diody idealnej tylko charakterystyką napięciowo-prądową. Dioda doskonała przy odpowiednim doborze jej rezystancji może stanowić przybliżony model diody idealnej.

Dioda doskonała wraz z odpowiednimi źródłami napięciowymi może być podstawą do skonstruowania bardziej skomplikowanego niż dioda idealna i dioda doskonała modelu złożonego z wielu odcinków liniowych [C3].

3.2. TYRYSTOR

Modelami najczęściej stosowanymi w analizie przekształtników są następujące modele tyrystorów (np. [T5..8, C3, I1, R6]:

1. tyrystor idealny,
2. tyrystor doskonały oraz
3. tyrystor Ebersa Molla.

W pracy omawia się komutację przekształtników, w których modelami tyrystorów są tyrystor doskonały oraz tyrystor idealny.

Tyrystor idealny (T^1) jest elementem trójkońcówkowym: A - anoda, K - katoda, G - bramka. Obwód anoda-katoda jest obwodem głównym tyrystora. Tyrystor widziany z zacisków anoda-katoda jest dwójnikiem nieliniowym, którego rezystancja może przyjmować trzy wartości:

$$R_{AK} = \begin{cases} R_R & \text{- w } \textit{stanie zaworowym} \quad (sT=R;\ R_{AK}=\infty), \quad -u \geq 0 \\ R_D & \text{- w } \textit{stanie blokowania} \quad (sT=D;\ R_{AK}=\infty), \quad i \geq 0 \\ R_F & \text{- w } \textit{stanie przewodzenia} \quad (sT=F;\ R_{AK}=\infty), \quad u \geq 0 \end{cases} \qquad (3.2\text{-}1)$$

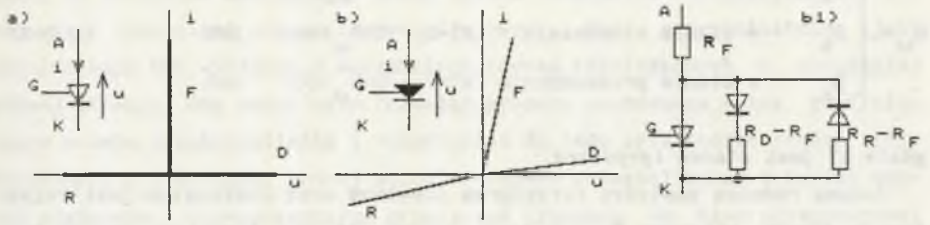
gdzie sT jest *stanem tyrystora.*

Wyróżnia się *stan neutralny* n - u=0, i=0.

Rezystancja pomiędzy zaciskami GK jest równa $R_{GK}=\infty$, tzn. tyrystor jest sterowany napięciem $u_{GK}=g\in\{0, 1\}$. Przy g=1 bramka tyrystora jest wysterowana. Charakterystykę napięciowo-prądową zamieszczono na rys.3.2-1. Rysunek 3.2-1 zawiera również symbol tyrystora. *Dopuszczalne* dla tyrystora idelanego są dowolne napięcia oraz prądy większe lub równe zero, i≥0.

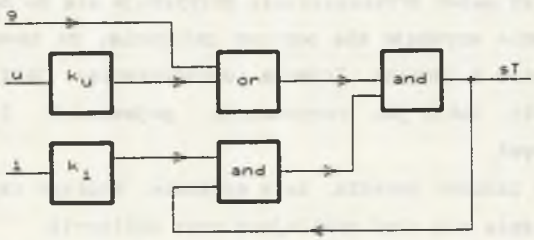
Stan tyrystora określony jest następującą procedurą:

```
if ((u≤0) and (sT=R)) then sT:=R;
if ((u≥0) and (sT=D)) then sT:=D;                    (3.2-2)
if (((g>0> and (u>0)) or ((i>0) and (sT=F))) then sT:=F;
```



Rys. 3.2-1. Charakterystyka napięciowo-prądowa i symbol tyrystora idealnego - a, tyrystora doskonałego - b; b1 - schemat zastępczy tyrystora doskonałego

Fig. 3.2-1. Characteristic and symbol of an ideal thyristor - a, and perfect thyristor - b; b1 - equivalent circuit of perfect thyristor



Rys. 3.2-2. Schemat blokowy sterowania tyrystora

Fig. 3.2-2. Block diagram of the thyristor control

Na rys. 3.2-2. zamieszczono schemat blokowy modelu tyrystora. Opisuje on sterowanie tyrystora.Przełączanie tyrystora ze stanu blokowania do stanu

przewodzenia oraz ze stanu przewodzenia do stanu zaworowego jest natychmiastowe, tzn. $t_{on}=t_{off}=0$.

Tyrystor doskonały (T^p) jest elementem trójkońcówkowym: A - anoda, K - katoda, G - bramka. Obwód anoda-katoda jest obwodem głównym tyrystora. Tyrystor widziany z zacisków anoda-katoda jest dwójnikiem rezystancyjnym, odcinkami liniowym; jego rezystancja może przyjmować trzy wartości:

$$R_{AK}=\begin{cases} R_R & \text{- w } \textit{stanie zaworowym} \quad (sT=R;\ 0>R_{AK}>\infty),\ -u\geq 0 \\ R_D & \text{- w } \textit{stanie blokowania} \quad (sT=D;\ 0>R_{AK}>\infty),\ i\geq 0 \\ R_F & \text{- w } \textit{stanie przewodzenia} \quad (sT=F;\ 0>R_{AK}>0),\ u\geq 0 \end{cases} \qquad (3.2\text{-}3)$$

gdzie sT jest *stanem tyrystora*.

Jedyną różnicą pomiędzy tyrystorem idealnym oraz doskonałym jest rezystancja obwodu głównego R_{AK}. Z tego wynika, że dla tyrystora doskonałego wszystkie napięcia/prądy są *napięciami/prądami dopuszczalnymi*.

3.3. MODEL PRZEKSZTAŁTNIKA

Przekształtnik enegoelektroniczny - urządzenie techniczne jest obiektem złożonym nieliniowym zawierającym obwody główne, układ sterowania oraz układ regulacji. Nieliniowość takiego przekształtnika wynika zarówno z nieliniowości zaworów, jak i nieliniowości rezystancji, indukcyjności oraz pojemności.

Pierwszym uproszczeniem przyjętym do definicji modelu przekształtnika jest założenie, że nazwę przekształtnik przypisuje się do obwodów głównych. Drugie uproszczenie uzyskuje się poprzez założenie, że zaworami są diody i tyrystory doskonałe i idealne. Trzecim uproszczeniem jest założenie, że wszystkie elementy, takie jak rezystancje, pojemności, indukcyjności są obiektami liniowymi.

Wygodnie jest założyć ponadto, że w systemie, którego częścią jest przekształtnik, wyróżnia się sieć zasilającą oraz odbiornik.

Przy takich założeniach przekształtnik energoelektroniczny jest to układ elektryczny zawierający źródła napięcia, źródła prądu, zawory (idealne i doskonałe), pojemności, indukcyjności oraz liniowe rezystancje, łaczący dwa systemy elektryczne liniowe, z których zazwyczaj jeden jest nominalną siecią zasilającą, a drugi nominalnym odbiornikiem.

Jeżeli przekształtnik tak zdefiniowany zawiera wyłącznie zawory doskonałe (np. diody i tyrystory doskonałe), to nazywa się go przekształtnikiem *doskonałym*. W przypadku gdy zaworami w przekształtniku są wyłącznie zawory idealne (np. diody i tyrystory idealne), to przekształtnik taki nazywany jest przekształtnikiem *idealnym*.

Jeżeli zastosować procedurę opisu funkcjonowania przekształtnika za pomocą ciągu schematów zastępczych, to zgodnie z definicją przekształtnika każdy ze schematów zastępczych można opisać równaniami różniczkowymi liniowymi i równaniami algebraicznymi liniowymi. Opis przekształtnika jako całości może być wyrażony w kategoriach równań różniczkowych o nieciągłej prawej stronie. Aby można było rozważać procesy zachodzące w tak zdefiniowanym modelu przekształtnika i wykorzystać do tego celu teorię równań różniczkowych o nieciągłej prawej stronie, należy przeanalizować w ogólny sposób właściwości hiperpłaszczyzn przełączeń (zwanych tu hiperpłaszczyznami komutacji) [F1, K12], czyli strukturę komutacji.

(Należy dodać, że głównym zadaniem przekształtnika energoelektronicznego jest sterowanie przepływem enegii pomiędzy łączonymi systemami w warunkach, gdy parametry jednego z systemów różnią się od parametrów drugiego z systemów; parametrami tymi zazwyczaj są liczba faz, częstotliwość napięcia/prądu, amplituda napięcia/prądu, przy czym każdy z systemów może być traktowany jako obiekt o charakterystyce bliskiej źródłu napięcia lub o charakterystyce bliskiej źródłu prądu).

4. METODA ANALIZY. STRUKTURA KOMUTACYJNA

4.1. METODA ANALIZY

Metodę anlizy prezentuje się na przykładzie przekształtnika z diodami doskonałymi. Do analizy przekształtników doskonałych, tzn. przekształtników z diodami i tyrystorami doskonałymi, stosuje się metodę będącą rozwinięciem metody opracowanej dla przekształtników z diodami doskonałymi. Do analizy przekształtników idealnych, tzn. przekształtników z diodami i tyrystorami idelanymi, zastosowano metodę, która ujmuje elementy metody stosującej się do przekształtników doskonałych oraz elementy niezbędne do opisu zaworów idealnych.

Model przekształtnika energoelektronicznego został zdefiniowany w rozdziale 3. W najogólniejszym przypadku przekształtnik ten jest obiektem dynamicznym opisanym za pomocą równań różniczkowych o nieciągłej prawej stronie. Oznacza to, że przy przyjętych założeniach przekształtnik jest obiektem kawałkami liniowym.

Przekształtnik opisuje się za pomocą ciągu schematów zastępczych, zakładając, że dla każdego z tych schematów zawory pozostają w ściśle określonym stanie. Jeżeli przekształtnik energoelektroniczny jest obiektem dynamicznym, to każdy schemat zastępczy jest również obiektem dynamicznym, ściślej, obowodem dynamicznym liniowym.

Podstawowym zadaniem analizy jest ustalenie, czy analizowany schemat zastępczy może powstać podczas pracy przekształtnika, tj., czy istnieje wymuszenie takie, które spowoduje powstanie tego schematu.

W celu rozwiązamia tego zadania wszystkie pojemności przekształtnika zastępuje się źródłami napięcia, a wszystkie indukcyjności źródłami prądu, traktując te nowe źódła na równi ze źródłami, które istniały w schemacie przekształtnika przed opisaną modyfikacją. Tak zmodyfikowany przekształtnik staje się obwodem rezystancyjnym kawałkami liniowym, a jego schematy zastępcze obwodami rezystancyjnymi liniowymi. W takim obwodzie liniowym, repre-

zentującym dany schemat zastępczy, napięcia i prądy zaworów są wyznaczone jako formy liniowe napięć/prądów źródeł. Uzyskane formy liniowe są podstawą konstrukcji układu nierówności stanowiących warunek pozostawania zaworów w takim stanie, aby zachowany był dany schemat zastępczy.

Badanie układu nierówności liniowych danego schematu zastępczego daje poszukiwane rozwiązanie, pozwalając stwierdzić:

- czy dany schemat zastępczy będzie mógł utworzyć się, gdy dobrane zostanie odpowiednie wymuszenie,
- jaki jest obszar wymuszenia, dla którego istnieje dany schemat zastępczy,
- czy dany schemat nie jest identyczny z pewnym schematem ze zbioru wszystkich hipotetycznych schematów zastępczych.

Takie postępowanie stosuje się względem wszystkich hipotetycznych schematów zastępczych. Rezultatem takiego badania jest pewna część hipotetycznej struktury komutatacyjnej (strukturę komutacyjną zdefiniowano w podrozdziale 4.2).

Zbadanie pełnej struktury komutacyjnej wymaga przywrócenia przekształtnikowi stanu oryginalnego, tzn. przejścia od przekształtnika rezystancyjnego do przekształtnika dynamicznego oraz analizy równań różniczkowych o nieciągłych prawych stronach. Analiza tych równań w najprostszym przypadku może być wykonanana na drodze czysto numerycznej.

4.2. STRUKTURA KOMUTACYJNA

Przyjęcie w modelu przekształtnika energoelektronicznego zaworów doskonałych oraz zaworów idealnych pozwala opisać przekształtnik za pomocą $nDT=2^{nD}*3^{nT}$ *hipotetycznych* schematów zastępczych; nD jest liczbą diod, a nT liczbą tyrystorów. Schematy te w liczbie $2^{nD}*3^{nT}$ wraz z warunkami komutacji pomiędzy tymi schematami stanowią *hipotetyczną strukturę komutacyjną*. Przykładem jest prostownik doskonały zerowy, m=2 (dwudiodowy), dla którego liczba schematów zastępczych hipotetycznych wynosi 4.

Pewien podzbiór zbioru hipotetycznych schematów zastępczych to *schematy zastępcze istotne*. Są to te schematy, które mogą się utworzyć, jeżeli dobrane zostanie właściwe wymuszenie. Zbiór schematów zastępczych istotnych wraz z warunkami komutacji stanowi *strukturę komutacyjną istotną*. W przykładzie: prostownik doskonały zerowy, m=2 (dwudiodowy) z odbiornikiem rezystancyjnym liczba schematów zastępczych istotnych wynosi 4.

Pewien podzbiór zbioru schematów zastępczych istotnych jest zbiorem *schematów zastępczych osiągalnych*. Schematy zastępcze osiągalne są przypisane konkretnemu wymuszeniu. Schematy zastępcze osiągalne wraz z warunkami komutacji stanowią *strukturę komutacyjną osiągalną*. Dla ustalenia struktury komutacyjnej osiągalnej przekształtnika dynamicznego niezbędne jest rozwiązanie odpowiednich równań różniczkowych przy określonych warunkach początkowych. W przykładowym prostowniku doskonałym, m=2 (dwudiodowym) z odbiornikiem rezystancyjnym liczba schematów zastępczych osiągalnych wynosi 2 przy $e_1=-e_2=\sin(\omega t)$.

Pojęcie *struktura komutacyjna* zawiera strukturę komutacyjną hipotetyczną, istotną oraz osiągalną.

Analizę struktury komutacyjnej przekształtników rozpoczęto od analizy struktury przekształtników doskonałych diodowych przedstawionej w rozdziale 6.

Zdefiniowanie struktury komutacyjnej oraz opis metody analizy pozwala na sformułowanie tezy, zakresu i założeń pracy; elementy te przedstawiono w następnym rozdziale.

5. TEZA, CEL, ZAŁOŻENIA PRACY

5.1. TEZA I CEL PRACY

Podjęte w ramach niniejszej pracy badania pozwalają sformułować następującą tezę i cel pracy.

Teza

Istnieje możliwość skonstruowania nowego modelu komutacji dla przekształtnika energoelektronicznego doskonałego oraz przekształtnika idelanego, przy czym model ten ma cechy modelu typu analitycznego.

Cel pracy

Celem pracy jest wykazanie prawdziwości tezy, przedstawienie możliwości wykorzystania wyników pracy do analizy przekształtników oraz określenie możliwości dalszego rozwijania danej tematyki.

5.2. ZAŁOŻENIA PRACY

W pracy przyjęto wiele założeń.

1. Przedstawia się konstrukcję modelu komutacji nie analizując konkretnych przekształtników z wyjątkiem takich przypadków, kiedy analiza konkretnego przekształtnika służy wyjaśnieniu konstrukcji lub właściwości modelu.
2. Zaworami w analizowanych przekształtnikach są diody i tyrystory doskonałe oraz diody i tyrystory idealne.
3. Rezystancje są elementami liniowymi.
4. Analizuje się oddzielnie przekształtniki:
   - doskonałe diodowe,
   - doskonałe tyrystorowe oraz
   - idealne trystorowe i diodowe.

6. ANALIZA KOMUTACJI W PRZEKSZTAŁTNIKACH DIODOWYCH DOSKONAŁYCH (RD^P)

6.1. WPROWADZENIE

W rozdziale przedstawia się konstrukcję modelu komutacji przekształtnika energoelektronicznego zawierającego wyłącznie diody doskonałe. Przedstawiony model umożliwia badanie struktury komutacyjnej przekształtnika, tzn. zbioru schematów zastępczych hipotetycznych, zbioru schematów zastępczych istotnych oraz zbioru schematów zastępczych osiągalnych. Model umożliwia wyselekcjonowanie nierówności istotnych dla każdego ze schematów istotnych.

Przedstawiony model jest modelem rezystancyjnym. Jeżeli przekształtnik jest obiektem dynamicznym, to sprowadza się go do postaci rezystancyjnej poprzez zamianę pojemności na źródła napięcia, a indukcyjności na źródła prądu. Model ujmuje wszystkie możliwe komutacje - od najprostszych (jednodiodowych) do najbardziej złożonych (gdy wszystkie diody komutują jednocześnie), prowadzących z danego istniejącego schematu do schematów sąsiednich.

Przekształtnik z diodami doskonałymi stanowi, przy odpowiednim doborze rezystnacji diod, dobre przybliżenie przekształtnika z diodami idelanymi.

Nazwa przekształtnik RD^P oznacza przekształtnik zawierający diody doskonałe, rezystancje oraz źródła napięcia i prądu; przekształtnik współpracuje z siecią zasilającą i odbiornikiem, które na etapie analizy struktury komutacyjnej sprowadzone są do obwodu RD^Pej.

Zakłada się, że schematy zastępcze przekształtnika RD^P są obwodami spójnymi.

Niektóre zagadnienia tematyki rozdziału przedstawiono w pracach [G7..11].

6.2. NIERÓWNOŚCI MODELU MATEMATYCZNEGO

Omawiane w danym podrozdziale nierówności dotyczą pojedynczego schematu zastępczego przekształtnika RD^p.

6.2.1. Stan (każdej) diody określa się funkcją: *stan diody* sD,

$$sD = \begin{cases} R=0 \Leftrightarrow -u \geq 0 & \text{(stan zaworowy - R)} \\ F=1 \Leftrightarrow i \geq 1 & \text{(stan przewodzenia - F)} \end{cases} \qquad (6.2\text{-}1)$$

Część wspólna tych dwóch stanów jest stanem neutralnym, n.

6.2.2. Stan (wszystkich) diod, gdy ich liczba wynosi nD, określany kombinacją stanów sD wszystkich diod, jest wyrażony funcją: *stan schematu*, sDD,

$$sDD = (sD^1, sD^2, \ldots, sD^j, \ldots, sD^{nD}) \qquad (6.2\text{-}2)$$

Np. sDD=01101 gdy nD=5, sD^1=0, sD^2=1, sD^3=1, sD^4=0, sD^5=1

6.2.3. Stan schematu sDD przyjmuje wartości dyskretne z zakresu $1..2^{nD}$

6.2.4. Nierówności schematu zastępczego. Zbiór schematów zastępczych hipotetycznych liczy 2^{nD} schematów. Każdy z 2^{nD} schematów opisany jest układem nD nierówności liniowych jednorodnych. Każdy z tych 2^{nD} układów zawiera nD nierówności i jest złożony z dwóch części.

Pierwsza część nierówności wynika z warunku pozostawania nDR diod w stanie zaworowym:

$$\sum_{j=1}^{nS} a_{kj}^{sDD} x_j = -u_k \geq 0 \qquad (6.2\text{-}3)$$

k=1..nDR jest numerem diody w stanie zaworowym przy określonej wartości sDD;

x_j - napięcie/prąd źródeł e,j.;

nS - liczba źrodeł napięcia/prądu (po sprowadzeniu przekształtnika do postaci rezystancyjnej).

Druga część nierówności wynika z warunku pozostawania nD-nDR diod w stanie przewodzenia:

$$\sum_{j=1}^{nS} b_{kj}^{sDD} x_j = i_k \geq 0 \qquad (6.2\text{-}4)$$

k=nDR+1,..,nD jest numerem diody w stanie przewodzenia przy określonej wartości stanu diod sDD.

6.2.5. Konstrukcja nierówności. Nierówności (6.2-3), (6.2-4), a ściślej ich współczynniki a, b ustala się na podstawie równań Kirchhoffa oraz zależności napięciowo-prądowych gałęzi. Szczegółowo zagadnienie konstrukcji nierówości przedstawia się w podrozdziale 6.3.

6.2.6. Interpretacja geometryczna układu nierówności schematu zastępczego. Zbiór nierówności (6.2-3), (6.2-4) wyznacza w przestrzeni R^{nS} pewną jej część zwaną za Gassem [G1] stożkiem (definicja stożka podana w Dodatku D.6.2-1). Stożek jest częścią wspólną wszystkich półprzestrzeni, przy czym każda półprzestrzeń jest wyznaczona przez pojedynczą nierówność układu nierówności danego schematu zastępczego.

6.3. KONSTRUKCJA NIERÓWNOŚCI

W tym podrozdziale omawia się możliwości konkretyzacji podanych w podrozdziale 6.2 w postaci ogólnej nierówności (6.2-3), (6.2-4). Zadaniem jest więc ułożenie do danego schematu zastępczego zależności podających napięcia diod nieprzewodzących i prądy diod przewodzących jako funkcji wymuszenia, czyli napięć i prądów źródeł, oraz przedstawienie ich w postaci odpowiednich nierówności.

Ogólną metodą uzyskania jawnych zależności na napięcia i prądy diod doskonałych jest metoda równań hybrydowych zbudowana z wykorzystaniem drzewa grafu [C1.3, M3, B1]. Metoda ta umożliwia obliczenie napięć i prądów diod danego schematu zastępczego bez ograniczeń takich, jakie posiadają: metoda potencjałów węzłowych lub metoda prądów obwodowych.

Drugą metodą jest metoda potencjałów węzłowych [C1..3, M3, B1]. Główną jej zaletą jest łatwość formułowania niezależnych równań potencjałów węzłowych; wadą jest konieczność włączania w szereg ze źródłami napięcia małych rezystancji.

Trzecią możliwością jest metoda topologiczna [B2, B3, D2]. Metoda ta ze względu na to, że znaczna część operacji jest w niej wykonywana na liczbach całkowitych, może dawać dokładniejsze wyniki, jeżeli żąda się tylko numerycznego określenia napięć i prądów zaworów. Metoda ta może być wykorzystana do budowy odpowiedniego programu komputerowego typu symbolicznego.

6.3.1. Metoda 1. Równania Kirchhoffa [C3] mają następującą postać:

$$Di = 0 \tag{6.3-1}$$

$$Bu = 0 \tag{6.3-2}$$

Zakłada się, że graf danego schematu zastępczego jest spójny i istnieje drzewo grafu. Po rozwinięciu równania (6.3-1), (6.3-2) przyjmują postać:

$$[1_\rho,\ D_L] \begin{bmatrix} i_T \\ i_L \end{bmatrix} = 0, \tag{6.3-3}$$

$$[-D_L^T,\ 1_\mu] \begin{bmatrix} u_T \\ u_L \end{bmatrix} = 0 \tag{6.3-4}$$

Rozwinięcie zależności (6.3-3), (6.3-4) daje formuły (6.3-5) i (6.3-6):

$$\begin{array}{c} \\ E \\ R \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} E & R & G & J \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1_{EE} & 0_{ER} & D_{EG} & D_{EJ} \\ 0_{RE} & 1_{RR} & D_{RG} & D_{RJ} \end{bmatrix} \end{array} \begin{bmatrix} i_E \\ i_R \\ i_G \\ i_J \end{bmatrix} = 0 \tag{6.3-5}$$

$$\begin{array}{c} \\ G \\ J \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} E & R & G & J \end{array} \\ \begin{bmatrix} -D_{EG}^T & -D_{RG}^T & 1_{EG} & 0_{EJ} \\ -D_{EJ}^T & -D_{RD}^T & 0_{JG} & 0_{JJ} \end{bmatrix} \end{array} \begin{bmatrix} u_E \\ u_R \\ u_G \\ u_J \end{bmatrix} = 0 \tag{6.3-6}$$

$$u_R = Z_R\, i_R \tag{6.3-7}$$

$$i_G = Y_G\, u_G \tag{6.3-8}$$

Chociaż zależności (6.3-3), (6.3-4) można zapisać tak, aby wydzielić diody nieprzewodzące oraz diody przewodzące występujące w drzewie grafu, oraz diody nieprzewodzące i przewodzące występujące w jego dopełnieniu, to uzyskane zależności opisujące napięcia diod nieprzewodzących i prądy diod przewodzących są złożone i przez to nieprzydatne do analizy. Istnieje tu 15 możliwych przypadków rozmieszczenia zaworów przewodzących/nieprzewodzących w drzewie i preciwdrzewie grafu przekształtnika: $\binom{4}{1}=4$, $\binom{4}{2}=6$, $\binom{4}{3}=4$, $\binom{4}{1}=1$). Z formuł (6.3-5)..(6.3-8) określa się więc napięcia i prądy u_G, i_R, które przyjmują postać zależności (6.3-9), (6.3-10).

$$u_G = \left(1 + D_{RG}\, Z_R\, D_{RG}\, Y_G\right)^{-1} D_{EG}^T\, u_E + \left(1 + D_{RG}^T\, Z_R\, D_{RG}\, Y\right)^{-1} D_{RG}^T\, Z_R\, D_{RJ}\, i_J \tag{6.3-9}$$

$$i_R = -\left(1 + D_{RG}\, Y_G\, D_{RG}^T\, Z_R\right)^{-1} D_{RG}\, Y_G\, D_{EG}^T\, u_E - \left(1 + D_{RG}\, Y_G\, D_{RG}^T\, Z_R\right)^{-1} D_{RJ}\, i_J \tag{6.3-10}$$

Napięcia u_R oraz prądy i_G oblicza się za pomocą równań (6.3-7), (6.3-8) na podstawie obliczonych według zależności (6.3-9), (6.3-10) napięć u_G oraz prądów i_R. Napięcia u_R, u_G oraz prądy i_R, i_G w zapisie macierzowym przyjmują postać:

$$\begin{bmatrix} u_R \\ u_G \\ i_R \\ i_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H'_{URE} & H'_{URJ} \\ H'_{UGE} & H'_{UGJ} \\ H'_{IRE} & H'_{IRJ} \\ H'_{IGE} & H'_{IGJ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_E \\ i_J \end{bmatrix} \tag{6.3-11}$$

W wektorze napięć i prądów 'R', 'G' w zależności (6.3-11) zawarte są napięcia zarówno "oporników", jak i diod. W celu uzyskania ze wzoru (6.3-11) napięć i prądów tylko i wyłącznie diod niezbędnych do konstrukcji układu nierówności danego schematu zastępczego przekształtnika, konieczne jest odpowiednie przekształcenie zależności (6.3-11) do postaci (6.3-12):

$$\begin{bmatrix} -u_{DR} \\ i_{DF} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{UE} & H_{UJ} \\ H_{IE} & H_{IJ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_E \\ i_J \end{bmatrix} = x_D = H\, x_S \tag{6.3-12}$$

gdzie

$$u_{DR}^T = [u_1, u_2, \ldots, u_{nDR}], \qquad u_E^T = [-e_1, -e_2, \ldots, -e_{nE}]$$

$$i_{DF}^T = [i_1, i_2, \ldots, i_{nDF}] \qquad i_J^T = [j_1, j_2, \ldots, j_{nJ}].$$

Związek (6.3-12) obowiązuje dla danego schematu zastępczego i jest podstawą do sformułowania układu nierówności o postaci wygodnej do dalszej analizy. Nierówności te zapisać można następująco:

$$H\, x_S = x_D \geq 0 \tag{6.3-13}$$

6.3.2. Metoda 2. W przypadku gdy dopuszcza się z założenia analizę przybliżoną, to najdogodniejsze jest zastosowanie metody potencjałów węzłowych. W metodzie tej niezbędne jest dołączanie pewnej rezystancji szeregowej z każdym źródłem napięciowym. Równania Kirchhoffa układa się tu wykorzystując do tego celu zredukowaną macierz incydencji A [C3]. Z rozwiązania równań węzłowych ujmujących napięcia i prądy wszystkich gałęzi przekształtnika, zapisanego w postaci (6.3-14), (6.3-15):

$$u = [1 - A^T(AGA^T)^{-1}A\,G]\,u_E + [A^T(AGA)^{-1}A]\,i_J \qquad (6.3\text{-}14)$$

$$i = G\,[1 - A^T(AGA^T)^{-1}A\,G]\,u_E + [A^T(AGA)^{-1}A]\,i_J \qquad (6.3\text{-}15)$$

eliminuje się te napięcia i prądy, które nie są napięciami i prądami diod. Daje to w rezultacie zależność o postaci takiej jak (6.3-12), która jest podstawą do ułożenia nierówności danego schematu (6.3-13).

6.3.3. Metoda 3. Trzecią metodą konstrukcji nierówności jest metoda liczb strukturalnych Bellerta [B2, B3] zwana również metodą topologiczną lub metodą topologiczną Maxwella [D2]. W metodzie tej nie istnieje konieczność dołączania do źródeł odpowiednich rezystancji.

Podstawą konstrukcji nierówności jest zależność (6.3-13), której elementy i,j odpowiednich podmacierzy H określone są następująco:

$$h_{UEij} = \frac{\underset{R}{Sim}\left(\frac{\partial A}{\partial \alpha_i}\,;\,\frac{\partial A}{\partial \beta_j}\right)}{\underset{R}{\det} A}\,R_{\beta_j} \qquad \text{dla } H_{UE} \qquad (6.3\text{-}16)$$

$$h_{UJij} = \frac{\underset{R}{Sim}\left(\frac{\partial A}{\partial \alpha_i}\,;\,\frac{\partial A}{\partial \beta_j}\right)}{\underset{R}{\det}\frac{\partial A}{\partial \alpha_i}}\,R_{\beta_j} \qquad \text{dla } H_{UJ} \qquad (6.3\text{-}17)$$

$$h_{IEij} = \frac{\underset{R}{Sim}\left(\frac{\partial A}{\partial \alpha_i}\,;\,\frac{\partial A}{\partial \beta_j}\right)}{\underset{R}{\det} A} \qquad \text{dla } H_{IE} \qquad (6.3\text{-}18)$$

$$h_{IJij} = \frac{\underset{R}{Sim}\left(\frac{\partial A}{\partial \alpha_i}\,;\,\frac{\partial A}{\partial \beta_j}\right)}{\underset{R}{\det}\frac{\partial A}{\partial \alpha_i}} \qquad \text{dla } H_{IJ} \qquad (6.3\text{-}19)$$

Operatory w zależnościach (6.3-16)..(6.3-19) mają następujące znaczenie.
A - jest liczbą strukturalną, o liczbie kolumn równej liczbie

wszystkich możliwych drzew grafu schematu zastępczego przekształtnika, przy czym elementy każdej kolumny są numerami gałęzi odpowiadającego jej drzewa,

$\frac{\partial A}{\partial \alpha}$ - jest pochodną algebraiczną liczby strukturalnej A względem gałęzi α; pochodna ta tworzona jest z liczby strukturalnej A w taki sposób, że w A opuszcza się kolumny nie zawierające gałęzi α, a w tak powstałym obiekcie opuszcza się element α.

$\det A_R$ - jest funkcją wyznacznikową liczby strukturalnej, która tworzy sumę iloczynów rezystancji należących do analizowanego schematu zastepczego przekształtnika. Każdej kolumnie A odpowiada iloczyn rezystancji o numerach będacych numerami danej kolumny liczby A, a detA jest sumą tylu takich składników, ile kolumn zawiera liczba strukturalna A.

$Sim_R(\frac{\partial A}{\partial \alpha_i}; \frac{\partial A}{\partial \beta_i})$ - jest liniową kombinacją składników jednocześnie pojawiających się w funkcjach $\det_R(\frac{\partial A}{\partial \alpha})$, $\det_R(\frac{\partial A}{\partial \beta})$ ze współczynnikami $k_o \in \{1,-1\}$, a każdy składnik jest iloczynem rezystancji tych gałęzi, których numery zawiera dana kolumna, przy czym gdy usunięty zostaje z dualnego obrazu grafu zbiór gałęzi określony przez wspólną kolumnę w funkcjach $\det_R(\frac{\partial A}{\partial \alpha})$, $\det_R(\frac{\partial A}{\partial \beta})$ i gałęzie α i β są w tak powstałym obwodzie zorientowane zgodnie, to współczynnik k_o przyjmuje wartość $k_o=1$; przy przeciwnej orientacji tych gałęzi współczynnk ten przyjmuje wartość $k_o=-1$.

Komputerowa konstrukcja nierówności według trzeciego sposobu wymaga przeprowadzenia obliczeń np. teoriomnogościowych zamiast operacji algebraicznych na macierzach liczb rzeczywistych, jakie są potrzebne w pierwszej i drugiej metodzie konstrukcji nierówności. Obliczenia teoriomnogościowe są dokładniejsze. Początkowym etapem obliczeń teoriomnogościowych jest określenie liczby strukturalnej A dla grafu danego schematu zastępczego.

Liczba strukturalna jest zbiorem kolumn, z których każda jest zbiorem n-1 numerów gałęzi odpowiedniego drzewa. Liczba A może być utworzona bezpośrednio na podstawie wszystkich drzew danego grafu lub wszystkich oczek niezależnych tego grafu. Realizacja komputerowa określania wszystkich drzew grafu spójnego o n wierzchołkach określonego dla danego schematu zastępczego polega w najprostszym wypadku (Deo, [D2]) na:

- **krok 1.** wygenerowaniu pewnego drzewa startowego, (Algorytm 2; Dendryd, s.359, ibidem).

- krok 2. generacji następnych kolejnych drzew poprzez zastosowanie algorytmu wymiany cyklicznej.

Oprócz powyższego najprostszego algorytmu konstruowania wszystkich drzew grafu istnieją inne możliwości rozwiązania tego zadania [P3].

Dla celów testowania przedstawonej w niniejszej pracy teorii zrealizowano odpowiednie programy komputerowe [G12, (opisano w podrozdziale 6.8), G13]. W programie tym do konstrukcji nierówności zastowowano metodę liczb strukturalnych Bellerta [B1, B2, D2] oraz algorytm Piekarskiego [P3] do konstruowania wszystkich drzew grafu. Wybór metody liczb strukturalnych poprzedzony był eksperymentem numerycznym, w którym nierówności konstruowano i obliczano dla nich rozwiązania podstawowe stosując metodę potencjałów węzłowych [C2]. Wybór metody liczb strukturalnych, przy jej istotnych wadach, podyktowany był względami dokładności. Zastosowanie w skonstruowanym programie komputerowym algorytmu Piekarskiego wynika z przejrzystości i prostoty jego realizacji.

6.4. ROZWIĄZANIE PODSTAWOWE UKŁADU NIERÓWNOŚCI

6.4.1. Uzasadnienie

Analiza funkcjonowania przekształtnika RD^p wymaga znalezienia rozwiązania nierówności (6.2-3), (6.2-4), podanych w podrozdziale 6.3, w ich skonkretyzowanej postaci - (6.3-13) dla każdego z 2^{nD} schematów zastępczych hipotetycznych z osobna. Poszukiwanym rozwiązaniem każdego z 2^{nD} układów nierówności, związanym z odpowiednim schematem zastępczym, jest *rozwiązanie podstawowe*. Proces określania rozwiązania podstawowego pozwala na stwierdzenie, czy dany hipotetyczny schemat zastępczy jest *schematem zastępczym istotnym*, czyli takim, który istnieje w pewnym obszarze napięć i prądów źródeł, przy czym obszar ten nie posiada części wspólnych o wymiarze nS z obszarami istnienia innych schematów zastępczych.

6.4.2. Rozwiązanie podstawowe układu nierówności liniowych jednorodnych - definicja

Rozwiązaniem podstawowym układu nierówności liniowych jednorodnych przy ustalonym stanie diod sDD jest zbiór wektorów

$$X_1, X_2, \ldots, X_r, \qquad (6.4\text{-}2.1)$$

za pomocą którego dowolne rozwiązanie układu nierówności (6.3-13) może być wyznaczone jako kombinacja liniowa wektorów tego zbioru:

$$X = k_1X_1 + k_2X_2 + \ldots + k_rX_r, \qquad (6.4\text{-}2.2)$$

gdzie $k \geq 0$ jest dowolną liczbą rzeczywistą.

Liczba wektorów rozwiązania podstawowego r jest zależna od liczby nierówności danego układu oraz liczby niezależnych źródeł napięcia/prądu przekształtnika. Każdy z r wektorów zbioru (6.4-2.1) ma postać $X = (x_1, x_2, \ldots, x_{nS})$, przy czym jego współrzędne x_* mogą być dodatnie, ujemne lub równe zero. Wymiar wektora nS jest liczbą niezależnych źródeł napięcia/prądu lub wymiarem przestrzeni - R^{nS}. Przykładem może być układ czterech nierówności opisujących schemat zastępczy prostownika mostkowego m=2 zasilanego ze źródła napięcia e, zasilajacego źródło prądu j przy przewodzących diodach 1,4 i nieprzewodzących 2,3: $e+10j \geq 0$, $e+10j \geq 0$, $e-j \geq 0$, $e-j \geq 0$; rozwiązaniem podstawowym są dwa wektory: (1,-0.1), (0.1, 0.1) przy współrzędnych (e, j); ilustracją do przykładu jest Dodatek D.6.6-2.1, schemat 1001). Pojęcie rozwiązania podstawowego ma bezpośredni związek z pojęciem: układ fundamentalny rozwiązań układu równań [J1].

6.4.3. Rozwiązanie podstawowe pojedynczej nierówności

Dana jest nierówność:

$$L_1(X) = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1nS}x_{nS} \geq 0 \qquad (6.4\text{-}3.1)$$

Zakłada się, że przynajmniej jeden ze współczynników a_{1*} jest różny od zera i jest to współczynnik przy x_1, $a_{11} \neq 0$. Rozwiązanie nierówności (6.4-3.1) jest złożone z rozwiązania równania liniowego jednorodnego

$$L_1(X) = 0 \qquad (6.4\text{-}3.2)$$

oraz rozwiązania równania

$$L_1(X) = a > 0 \qquad (6.4\text{-}3.3)$$

Rozwiązaniami równania (6.4-3.2) są wektory:

$$X_1 = (1, 0, \ldots, 0, -a_{11}/a_{1nS})$$
$$X_2 = (0, 1, \ldots, 0, -a_{12}/a_{1nS})$$
$$\ldots$$
$$X_{nS-1} = (0, 0, \ldots, 1, -a_{1nS-1}/a_{1nS})$$
$$X_{nS} = (-1, -1, \ldots, -1, a_{nS}) \qquad (6.4\text{-}3.4)$$

gdzie

$$a_{nS} = a_{11}/a_{1nS} + a_{12}/a_{1nS} + \ldots + a_{1nS-1}/a_{1nS} \qquad (6.4\text{-}3.5)$$

Można wykazać, że dowolne rozwiązanie X równania (6.4-3.2) może być przedstawione jako kombinacja liniowa wektorów $X_1, X_2, \ldots, X_{nS-1}$

$$X = k_1X_1 + k_2X_2 + \ldots + k_{nS-1}X_{nS-1} \qquad (6.4\text{-}3.6)$$

Prawdziwość tego wykazuje się następująco. Niech będzie dany dowolny wektor X-rozwiązanie równania (6.4-3.2):

$$X = (x_1^w, x_2^w, \ldots, x_{nS}^w) \qquad (6.4\text{-}3.7)$$

Wektor ten wyraża się za pomocą wektorów rozwiązania podstawowego:

$$X = (x_1^w, x_2^w, \ldots, x_{nS-1}^w, x_{nS}^w) = k_1 X_1 + k_2 X_2 + \ldots + k_{nS-1} X_{nS-1} \qquad (6.4\text{-}3.8)$$

Prawą stronę (6.4-3.8) rozwija się wykorzystując zależności (6.4-3.4), z których każdą mnoży się odpowiednio przez $k_1, k_2 \ldots k_{nS-1}$ i następnie sumuje; daje to:

$$X = (x_1^w, x_2^w, \ldots, x_{nS-1}^w, x_{nS}^w) =$$
$$(k_1, k_2, \ldots, k_{nS-1}, (-k_1 (a_{11}/a_{1nS}) - k_2 (a_{12}/a_{1nS}) - \ldots,$$
$$-k_{nS-1} (a_{1nS-1}/a_{1nS})) =$$
$$= (k_1, k_2, \ldots, k_{nS-1}, k_{nS}) \qquad (6.4\text{-}3.9)$$

Z zależności (6.4-3.9) wynika, że pierwszych nS-1 współczynników k może zostać wybranych tak, że $k_1 = x_1^w$, $k_2 = x_2^w$, ... $k_{nS-2} = x_{nS-2}^w$, $k_{nS-1} = x_{nS-1}^w$. Zależność ta podaje, że ostatnia współrzędna x_{nS}^w jest zależna od pierwszych nS-1 współrzędnych, x_1^w, x_2^w, ..., x_{nS-1}^w ; ujmuje to ostatni człon środkowej części wyrażenia (6.4-3.9), który jest wynikiem przekształcenia (6.4-3.2). Po-

nieważ współczynnik k_{nS} jest obliczony na podstawie nS-1 współrzędnych x^w wektora X za pomocą wyrażenia L(X)=0, tj. (6.4-3.2), stanowi to dowód, że dowolne rozwiązanie X równania L(X)=0 może być przedstawione jako liniowa kombinacja wektorów $X_1, X_2, \ldots, X_{nS-1}$.

W przypadku gdy dowolne rozwiązanie X jest wyrażane kombinacją liniową nS-1 wektorów, to nie wszystkie wektory wchodzą do tej kombinacji ze znakami dodatnimi. Dowolne rozwiązanie równania $L_1(X)=0$ można przedstawić jako nieujemną kombinację nS wektorów opisanych zależnością (6.4-3.4). Aby wykazać, że tak jest, dowolny wektor X przedstawia się:

$$\begin{aligned} X &= (x_1^w, x_2^w, \ldots, x_{nS-1}^w, x_{nS}^w) = \\ &= k_1^1 X_1 + k_2^1 X_2 + \ldots + k_{nS-1}^1 X_{nS-1} = \\ &= k_1^2 X_1 + k_2^2 X_2 + \ldots + k_{nS}^2 X_{nS} \end{aligned} \qquad (6.4\text{-}3.10)$$

gdzie $k_1^2 .. k_{nS}^2 \geq 0$, $k_1^1 .. k_{nS-1}^1 >, =, < 0$.

Z zależności (6.4-3.4) i (6.4-3.5) wynika, że wektor X_{nS} można zapisać w postaci (6.4-3.11):

$$X_{nS} = -X_1, -X_2, -, \ldots, -X_{nS-1} \qquad (6.4\text{-}3.11)$$

Po podstawieniu (6.4-3.11) do (6.4-3.10) uzyskuje się wyrażenie (6.4-3.12):

$$k_1 X_1 + k_2 X_2 + \ldots + k_{nS-1} X_{nS-1} =$$

$$= (k_{nS} + k_1^1) X_1 + (k_{nS} + k_2^1) X_2 + \ldots + (k_{nS} + k_{nS-1}^1) X_{nS-1} \qquad (6.4\text{-}3.12)$$

Jeżeli i-ty współczynnik k^1 ma najniższą wartość i jest ujemny, tzn. $k_i^1 = \min k^1$ i $k_i^1 < 0$, to wybierając $k_i^2 = k_{2^i}^1 + k_{nS}^2$ przy $k_{nS} > 0$ uzyskuje się $k_{nS}^2 = -k_i^1$ przy pozostałych współczynnikach k^2 nieujemnych. Oznacza to, że to dowolne rozwiazanie formy (6.4-3.2) może być przedstawione jako nieujemna kombinacja liniowa wektorów $X_1, X_2, \ldots, X_{nS-1}, X_{nS}$.

Uzyskane wektory $X_1, X_2, \ldots, X_{nS-1}, X_{nS}$ stanowią rozwiązanie równości (6.4-3.2) i nie są rozwiązaniem podstawowym nierówności (6.4-3.1). Aby uzyskać rozwązanie podstawowe nierówności (6.4-3.1), należy obliczyć rozwiązanie szczególne nierówności (6.4-3.3) - dodatkowy wektor X_{nS+1}. Realizuje się to podstawiając do wzoru (6.4- 3.3) $x_2^w = x_3^w = \ldots = x_{nS}^w = 0$, co daje:

$$X_{nS+1} = (a/a_{i1},\ 0,\ \ldots,\ 0) \qquad (6.4\text{-}3.13)$$

Mając określone rozwiązanie ogólne (6.4-3.2), a więc rozwiązanie $L_1(X) = 0$ oraz rozwiązanie szczególne dla równania (6.4-3.3), tzn. dla $L_1(X) > 0$, należy wykazać, że dowolne rozwiązanie nierówności (6.4-3.1):

$$X^p = (x_1^w,\ x_2^w,\ \ldots,\ x_{nS-1}^w,\ x_{nS}^w) \qquad (6.6\text{-}3.14)$$

może być przedstawione jako nieujemna liniowa kombinacja tych nS+1 wektorów:

$$X^p = k_1X_1 + k_2X_2 + \ldots + k_{nS+1}X_{nS+1} \qquad (6.4\text{-}3.15)$$

Dowolne rozwiązanie X^p jest sumą pewnego rozwiązania X^H równania $L_1(X)=0$ oraz $k_{nS+1}X_{nS+1}$

$$X^p = X^H + k_{nS+1}X_{nS+1} \qquad (6.4\text{-}3.16)$$

gdzie

$$X^H = (x_1^H,\ x_2^H,\ \ldots,\ x_{nS-1}^H,\ x_{nS}^H) \qquad (6.4\text{-}3.17)$$

Na podstawie współrzędnych x^H można obliczyć współczynniki h nieujemnie określonej kombinacji wektorów $X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_{nS}$:

$$X^H = h_1X_1 + h_2X_2 + \ldots + h_{nS}X_{nS} \qquad (6.4\text{-}3.18)$$

w taki sposób, jak przy obliczeniach zależności (6.4-3.10). Pozostaje określić warunek, jaki musi być spełniony, aby współczynnik przy X_{nS+1} był nie mniejszy od zera, $k_{nS+1} \geq 0$. Do tego celu wykorzystuje się zależności (6.4-3-16) oraz (6.4-3.12):

$$\begin{aligned} k_{nS+1}X_{nS+1} &= X^P - X^H = \\ &= [(x_1^w - x_1^H),\ (x_2^w - x_2^H),\ \ldots,\ (x_{nS-1}^w - x_{nS-1}^H),\ (x_{nS}^w - x_{nS}^H)] = \\ &= k_{nS+1}(a/a_{11},\ 0,\ \ldots,\ 0,\ 0) \end{aligned} \qquad (6.4\text{-}3.19)$$

Przyrównując do siebie pierwsze współrzędne z zależności (6.4-3.19), uzyskuje się:

$$(x_1^w - x_1^H) = k_{nS+1}(a/a_{11}) \qquad (6.4\text{-}3.20)$$

co daje warunek na to, aby współczynnik k_{nS+1} był nieujemny:

$$k_{nS+1} = (x_1^w - x_1^H)/(a/a_{11}) \geq 0 \qquad (6.4\text{-}3.21)$$

Tak więc rozwiązaniem podstawowym nierówności (6.4-3.1) jest nS+1 wektorów:

$$X_1, X_2, \ldots, X_{nS}, X_{nS+1} \qquad (6.4\text{-}3.22)$$

W interpretacji geometrycznej oznacza to, że wektory $X_1 \ldots X_{nS}$ leżą w hiperpłaszczyźnie (6.4-3.2), a wektor X_{nS+1} w półprzestrzeni (6.4-3.3) poza hiperpłaszczyzną (6.4-3.2). Przykładowe rozwiązanie pojedynczej nierówności zamieszczono w Dodatku D.6.4-3.1.

6.4.4. Rozwiązanie podstawowe układu dwóch nierównosci przy nD < nS

Dane są dwie nierówności:

$$N_1: \quad L_1(X) = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1nS} \geq 0 \qquad (6.4\text{-}3.1)$$
$$N_2: \quad L_2(X) = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2nS} \geq 0 \qquad (6.4\text{-}4.1)$$

Zakłada się, że przynajmniej jeden ze współczynników, a_{1*}, a_{2*}, każdej z nierówności jest różny do zera i są to a_{11}, a_{21}; oznacza to, że obydwie nierówności mają nietrywialne rozwiązanie. Rozwiązanie podstawowe układu tych dwóch nierówności uzyskuje się poprzez ustalenie w pierwszym kroku rozwiązania pierwszej nierówności układu (6.4-3.1), (6.4-4.1); postępuje się tak jak w punkcie 6.3.3. W drugim kroku dołącza się drugą nierówność - (6.4-4.1) i oblicza się wartości $L_2(X)$ podstawiając do $L_2(X)$ kolejno wektory $X_1 \ldots X_{nS+1}$, określone zależnością (6.4-3.20), w celu skontrolowania, w jaki sposób wektory $X_1, \ldots X_{nS+1}$ sprawdzają nierówność (6.4-4.1). Takie obliczenie wartości $L_2(X)$ umożliwia rozdział nS+1 wektorów na trzy rozłączne zbiory $\{X_{k+}\}$, $\{X_{l-}\}$, $\{X_{m0}\}$, takie jak pokazują zależności (6.4-4.2), (6.4-4.3), (6.4-4.4).

$$L_2(X_{k+}) > 0, \quad k=1,\ldots,u \qquad (6.4\text{-}4.2)$$
$$L_2(X_{l-}) < 0, \quad l=1,\ldots,v \qquad (6.4\text{-}4.3)$$
$$L_2(X_{m0}) = 0, \quad m=1,\ldots,w \qquad (6.4\text{-}4.4)$$

Położenia wektorów rozwiązania podstawowego i ich liczbę można opisać w następujący sposób. Do tego opisu przyjmuje się odpowiadające sobie oznaczenia charakteryzujące nierówności, hiperpłaszczyzny i półprzestrzenie:

nierówność	hiperpłaszczyzna	półprzestrzeń
$N_1^{nS} : L_1^{nS-1} \geq 0$ $N_2^{nS} : L_2^{nS-1} \geq 0$	$H_1^{nS-1} : L_1^{nS-1} = 0$ $H_2^{nS-1} : L_2^{nS-1} = 0$	$P_1^{nS} : L_1^{nS-1} \geq 0$ $P_2^{nS} : L_2^{nS-1} \geq 0$
$N_{12/1}^{nS-1} : L_1^{nS-1} = 0,\ L_2^{nS-1} \geq 0$ $N_{12/2}^{nS-1} : L_1^{nS-1} \geq 0\ L_2^{nS-1} = 0$	$H_{12}^{nS-2} : H_1^{nS-1} \cap H_2^{nS-1}$ $H_{12}^{nS-2} : L_1^{nS-1} = 0,\ L_2^{nS-1} = 0$ $H_{12}^{nS-2} : L_{12}^{nS-2} = 0$	$P_{12/1}^{nS-1} : L_1^{nS-1} = 0,\ L_2^{nS-1} \geq 0$ $P_{12/2}^{nS-1} : L_1^{nS-1} \geq 0\ L_2^{nS-1} = 0$

Oznaczenia te umożliwiają interpretację geometryczną zależności algebraicznych opisanych przez nierówności N_1, N_2.

Częścią wspólną hiperpłaszczyzn wymiaru nS-1, H_1, H_2 jest hiperpłaszczyzna (nS-2)-wymiarowa, H_{12}^{nS-2}. Hiperpłaszczyzna ta H_{12}^{nS-2} dzieli każdą z hiperpłaszczyzn H_1^{nS-1} i H_2^{nS-1} na dwie części. Hiperpłaszczyzna H_{12}^{nS-2}, jak wykazano przy poszukiwaniu rozwiązania jednej nierówności, jest wyznaczona za pomocą nS-1 wektorów (H_1^{nS-1} jest wyznaczona za pomocą nS wektorów). Ogólnie, H^{nS-k} jest wyznaczona poprzez nS-k+1 wektorów. A zatem, np. półprzestrzeń $P_{12/1}^{nS-1} \subset H_1^{nS-1}$ jest wyznaczona przez (nS-1)+1 wektorów. Podobnie jest z półprzestrzenią $P_{12/2}^{nS-1} \subset H_2^{nS-1}$. W celu osiągnięcia wszystkich punktów stożka, $N_1^{nS} \geq 0$, $N_2^{nS} \geq 0$ oprócz nS wektorów leżących w $P_{12/1}^{nS-1}$ niezbędny jest jeszcze jeden wektor, z tym że należący do H_2^{nS-1}, a więc nie należący do H_1^{nS-1}. Tak więc rozwiązaniem podstawowym N_1, N_2 jest zbiór nS+1 wektorów, przy czym nS-1 wektorów leży w hiperpłaszczyźnie H_{12}, a 2 z tych wektorów poza H_{12} - jeden w H_1, a drugi w H_2. Poprawność tego można sprawdzić kontrolując, czy liczba wektorów wyznaczająca każdą z półprzestrzeni P_1^{nS}, P_2^{nS} wynosi nS+1 i czy w każdej hiperpłaszczyźnie H_1^{nS-1}, H_2^{nS-2} leży nS wektorów.

Przykład. Niech dla ilustracji powyższych wywodów dwie nierówności N_1, N_2 wyznaczają w R^3 stożek-kąt dwuścienny. Rozwiązaniem podstawowym są cztery wektory: dwa leżące w $H_1 \cap H_2$, jeden w H_1 i nie w H_2 oraz jeden w H_2 i nie w H_1. Liczbowo: N_1: $x_1+x_2+x_3 \geq 0$, N_2: $x_1+x_2-x_3 \geq 0 \Rightarrow X_1=(1,-1,0)$, $X_2=(-1,1,0)$, $X_3=(1,-0.5,-0.5)$, $X_4=(1,-0.5,0.5)$; $((X_1 \wedge X_2) \in H_1 \cap H_2) \wedge ((X_3 \in H_1) \wedge (X_3 \notin H_2)) \wedge$

$((X_4 \notin H_1) \wedge (X_4 \in H_2))$. Na podstawie określonych powyżej warunków narzucanych na położenie wektorów rozwiązania podstawowego nierówności N_1, N_2 należy ustalić to rozwiązanie podstawowe. Oznacza to, że z rozwiązania podstawowego nierówności N_1, tzn. ze zbioru (6.4-3.20), wybiera się odpowiednie wektory i dołącza do nich takie wektory, aby spełniony był ww. wymóg nałożony na położenie i ilość wektorów rozwiązania podstawowego obydwu nierówności, N_1, N_2.

Przed ostatecznym wyznaczeniem konkretnych wektorów rozwiązania podstawowego dwóch nierówności N_1, N_2 należy przeanalizować wszystkie możliwości położenia wektorów rozwiązania podstawowego nierówności N_1 (wektorów (6.4-3.22)) względem hiperpłaszczyzny H_2. W tym celu:

- W piewszym kroku wprowadza się pojęcie *wynik sprawdzenia* WS, który zdefiniowany jest zgodnie z formułą (6.4-4.5)

$$L(X) > 0 \Rightarrow WS:=0,$$
$$L(X) < 0 \Rightarrow WS:=-1,$$
$$L(X) = 0 \Rightarrow WS:=1 \qquad (6.4\text{-}4.5)$$

W najogólniejszym przypadku przy podstawieniu do L_2 nW wektorów liczba różnych, ze względu na znak, wyników sprawdzenia WS wynosi:

$$nWS = 3^{nW} \qquad (6.4\text{-}4.6)$$

Dodatek D.6.4-4.1 zawiera przykład, w którym zamieszczono listę wszystkich możliwych 27 wyników sprawdzenia, w przypadku gdy nW=3..

- W drugim kroku sporządza się listę wszystkich typów wyników sprawdzenia TWS; *typ wyniku sprawdzenia* TWS jest uporządkowanym zbiorem trzech liczb, z których pierwsza oznacza liczbę wektorów o wyniku sprawdzenia WS=1, druga jest liczbą wektorów, których wynik ten ma wartość WS=0, a trzecia liczba wektorów, dla których wynik sprawdzenia przyjmuje wartość WS=-1, przy czym każda z tych trzech liczb jest liczbą całkowitą oraz należy do zbioru: {0, 1,.., nW}. Suma liczb wszystkich trzech pozycji dowolnego wyniku sprawdzenia jest równa liczbie wektorów nW. Tę liczbę typów wyników sprawdzenia określa się korzystając z zależności:

$$nTWS_{max} = ((nW + 1)/2)^* (nW + 2) \qquad (6.4\text{-}4.7)$$

$nTWS_{max}$ jest największą możliwą liczbą typów wyników sprawdzenia dla przypadku, gdy wszystkie nW wektory znajdują się w ogólnym położeniu, tzn. gdy

nie istnieje żadne ograniczenie nałożone na położenie wektorów rozwiązania podstawowego. Na przykład przy nW=3 liczba typów wyników wynosi nTWS=10 w ogólnym przypadku. Gdy istnieją jakieś ograniczenia nałożone na położenie wektorów rozwiązania podstawowego, to liczba wyników sprawdzenia nTWS jest mniejsza od $nTWS_{max}$. I tak w przypadku nW=3, gdy dwa wektory rozwiązania podstawowego są liniowo zależne, to liczba typów wyników sprawdzenia wynosi tylko nTWS=2. W Dodatku D.6.4-4.3 przedstawiono listę 10 typów wyników sprawdzenia przy nW=3, nS=2 oraz ilustrację graficzną przypadku, gdy trzy wektory określone są tak jak w rozwiązaniu podstawowym jednej nierówności przy nS=2 (punkt 6.4.3), gdzie dwa wektory sa liniowo zależne. Dowód zależności (6.4-4.7) zamieszczono w Dodatku D.6.4-4.2.

Istnieje możliwość uogólnienia i określenia minimalnej liczby typów wyników sprawdzenia; uogólnienie takie nie jest jednak niezbędne do określenia rozwiązania podstawowego dwóch nierówności N_1, N_2 o wymiarrze nS.

Istotną informacją ułatwiającą poszukiwanie rozwiązania podstawowego dwóch nierówności N_1 i N_2 jest informacja o maksymalnej i minimalnej liczbie wektorów rozwiązania pojedynczej nierówności N_1: $L_1(X)\geq 0$ będących rozwiązaniem podstawowym układu dwóch równości $L_1(X)=0$, $L_2(X)=0$. Jeżeli $L_1(X)$ i $L_2(X)$ są liniowo niezależne, to ta maksymalna liczba wektorów rozwiązania podstawowego pierwszej nierówności N_1^{nS} wynosi nS-2, a minimalna 0. Dowód tego zamieszczono w Dodatku D.6.4-4.4.

Drugą ważną informacją określającą ogólną strukturę rozwiązania podstawowego dwu nierówności N_1^{nS}, N_2^{nS} jest minimalna i maksymalna liczba wektorów wśród nS wektorów rozwiązania $L_1(X)=0$, dla których spełniona jest nierówność: $L_2(X)\geq 0$. I w tym przypadku $L_1(X)$ i $L_2(X)$ są liniowo niezależne. Wykorzystując zależności (6.4-3.1), (6.4-4.1) można wykazać, że minimalna liczba tych wektorów, tzn. wektorów typu X_{k+}, wynosi 1, a maksymalna nS-1; wykazano to w Dodatku D.6.4-4.5.

Przedstawione powyżej ogólne informacje o wszystkich możliwych położeniach wektorów zbioru (6.4-3.22) - rozwiązania podstawowego nierówności N_1 - względem hiperpłaszczyzny H_2 umożliwiają skonstruowanie algorytmu poszukiwania rozwiązania podstawowego nierówności N_1, N_2; algorytm ten oznaczony jako Algorytm 6.4.6.

Algorytm 6.4.4.

krok 0. Początek;

krok 1. Oblicza się rozwiązanie podstawowe nierówności N_1; po znalezieniu rozwiązania podstawowego nierówności N_1 tworzy się macierz wyników spraw-

dzenia MWS - taką jak (6.4-4.8). Kolejność wektorów w macierzy (6.4-4.8) jest taka, w jakiej obliczane one są zgodnie z podpunktem. 6.4.3;

MWS =

	WS	
	N_1	N_2
X_1	1	1
X_2	1	1
X_3	1	1
..	1	1
X_{n0}	1	1
X_{n0+1}	1	0
..	1	0
X_{n0+np}	1	0
$X_{n0+np+1}$	1	-1
..	1	-1
$X_{n0+np+nn\ (=nS-1)}$	1	-1
X_{nS}	1	0
X_{nS+1}	0	*

(6.4-4.8)

* - wynik sprawdzenia:
dowolny:= 1, 0, -1

krok 2. Oblicza się wartości $L_2(X)$ przy podstawieniu do $L_2(X)$ kolejno wektorów $X_1..X_{nS+1}$, (6.4-3.22) - rezultatem są wyniki sprawdzenia WS. Wyniki sprawdzenia wykorzystuje się do następującego uszeregowania wektorów $X_1..X_{nS+1}$ w macierzy wyników sprawdzenia MWS.

Jeżeli istnieje wektor o wyniku sprawdzenia WS=(1,0), to wpisuje się go na miejscu nS.

Jeżeli istnieje wektor o wyniku sprawdzenia WS=(0,1), to umieszcza się go na pozycji nS+1; w przeciwnym przypadku na pozycji nS+1 pozostawia się ten wektor, który był obliczony jako rozwiązanie nierówności N_1.

Wektory o wynikach sprawdzenia WS=(1,1) sytuuje się na początku macierzy MWS.

Jako następne w kolejności po wektorach o wynikach sprawdzenia WS=(1,1) do macierzy MWS wpisuje się wektory o wyniku sprawdzenia WS=(1,0).

Po wektorach o wyniku sprawdzenia WS=(1,0) w macierzy MWS umieszcza się wektory mające wynik sprawdzenia WS=(1,-1). Rezultatem jest podział wektorów $X_1..X_{nS+1}$ na trzy rozłączne podzbiory $\{X_{k+}\}$, $\{X_{l-}\}$, $\{X_{m0}\}$; wektory te spełniają odpowiednio zależności (6.4-4.2), (6.4-4.3), (6.4-4.4). Ilustracją są wyniki sprawdzenia, WS, nierówności N_1, N_2 przedstawione w postaci macierzy wyników sprawdzenia MWS - (6.4-4.8.);

krok 3. Bada się, czy hiperpłaszczyzny H_1, H_2 wyznaczające nierówności N_1, N_2 pokrywają się; jeżeli wyniki sprawdzenia na pozycjach 1 do nS mają wartość WS=(1,1), to $H_1=H_2$ (hiperpłaszczyzny pokrywają się) i należy wtedy przejść do kroku 4, a gdy wyniki WS są inne, to następnym krokiem jest krok 6;

krok 4. Jeżeli wyniki sprawdzenia, kolumna N_2 w macierzy MWS -(6.4-4.8), są równe: [1, 1, 1,...1, 1 ⋮ 1, 0]^T, to nierówności N_1, N_2 wyznaczają tę samą półprzestrzeń $P_1^{nS} = P_2^{nS}$. Przyjmuje się w tym przypadku, że rozwiązaniem podstawowym dwóch nierówności N_1, N_2 jest rozwiązanie pierwszej (pojedynczej) nierówności N_1 - (6.4-3.22) i przechodzi do kroku 8 (koniec). W przeciwnym przypadku przechodzi się do kroku 5.

krok 5. Wyniki sprawdzenia, kolumna N_2 w macierzy MWS - (6.4-4.8), mają wartość: [1, 1, 1,...1, 1 ⋮ 1,-1]^T. Nierówńści N_1, N_2 wyznaczają nS-1 wymiarową hiperpłaszczyznę $H_{12}^{nS-1} = P_1^{nS} \cap P_2^{nS}$ jako część wspólną P_1 i P_2, jest to hiperpłaszczyzna $L_1(X)=L_2(X)=0$. Rozwiązaniem w tym przypadku jest pierwszych nS wektorów (6.4-3.22) będących układem fundamentalnym rozwiązań układu równań $L_1(X)=0$, $L_2(X)=0$ [J1]. Gdy zachodzi opisywana sytuacja, analiza zostaje zakończona - przechodzi się do kroku 8; w przeciwnym przypadku prowadzi się dalszą analizę zgodnie z algorytmem zapisanym jako krok 6;

krok 6. { Wejście do tej części algorytmu następuje, gdy hiperpłaszczyzna H_2 jest różna od hiperpłaszczyzny H_1. }

Wyznacza się pozostałych nS-1-nn-np wektorów rozwiązania podstawowego $N_1 \cap N_2$, wektorów które położone są w hiperpłaszczyźnie H_{12}.

{ Wektory te konstruuje się wykorzystując do tego pary liniowo niezależnych wektorów typu X_{k+} i X_{1-}. Wykonuje się to w następujący sposób. Aby poszukiwany wektor, oznaczony jako X_{k10}, leżał w H_2, to musi zachodzić: $L_1(X)=0$ i $L_2(X)=0$. Na wstępie zakłada się, że $L_1(X)=0$. Oznacza to, że $L_2(X_{k10})=0$. Wektor X_{k10} może być wyrażony w następujący sposób :

$$X_{k10} = \alpha X_{k+} + \beta X_{1-} \qquad (6.4\text{-}4.9)$$

Podstawiając (6.4-4.9) do $L_2(X)$ i żądając, aby $L_2(X)=0$, uzyskuje się:

$$L_2(X_{k10}) = L_2(\alpha X_{k+}+\beta X_{1-}) = \alpha L_2(X_{k+}) + \beta L_2(X_{1-}) = 0 \qquad (6.4\text{-}4.10)$$

Z (6.4-4.10) wynika, że współczynniki α, β można wybrać na dwa sposoby, podporządkowując to wymogowi, aby nowo utworzony wektor X_{k10} spełniał rów-

nież nierówność pierwszą, tzn. aby $L_1(X_{k10})\geq 0$. Pierwszy wariant wyboru jest taki, w którym $\alpha = L_2(X_{1-})$, $\beta = -L_2(X_{k+})$ i w wariancie tym $L_1(X_{k10})$ może mieć wartość zarówno dodatnią, jak i ujemną. Wybór współczynników według drugiego wariantu, a więc zgodnie z zależnościami (6.4-4.11), (6.4-4.12):

$$\alpha = -L_2(X_{1-}) \qquad (6.4\text{-}4.11)$$

$$\beta = L_2(X_{k+}) \qquad (6.4\text{-}4.12)$$

prowadzi zawsze do tego, że nierówność $L_1(X_{k10})\geq 0$ jest spełniona. Jest tak, ponieważ wyrażenie:

$$L_1(X_{k10}) = -L_2(X_{1-})\, L_1(X_{k+}) + L_2(X_{k+})\, L_1(X_{1-}) \qquad (6.4\text{-}4.13)$$

jest zawsze nieujemne.

Położenie wektora X_{k10} jest uzależnione od położenia wektorów, za pomocą których został on skonstruowany. Jeżeli wektory X_{k+}, X_{1-} leżą wyłącznie w hiperpłaszczyźnie H_1^{nS-1}, to wektor X_{k10} leży w części wspólnej obydwu hiperpłaszczyzn: $H_{12}^{nS-2}=H_1^{nS-1} \cap H_2^{nS-1}$ i powstaje on jako kombinacja liniowa wektorów X_{k+}, X_{1-}. }

krok 6.1. Aby wyznaczyć nO+1 wektor (MWS - (6.4-4.8)), wybiera się wektor o najniższym numerze i wyniku sprawdzenia WS=(1,0) jako X_{k+} oraz wektor o wyniku sprawdzenia WS=(1,-1) mający najniższy numer jako wektor X_{1-}. Na ich podstawie zgodnie z zależnością (6.4-4.9) konstruuje się wektor (jego współrzędne) X_{k10} - wynik sprawdzenia jest równy WS=(1,1). Po tym sprawdza się liczbę wektorów typu X_{k10}, tzn. liczbę wektorów o wyniku sprawdzenia WS=(1,1); jeżeli liczba ta jest mniejsza od nS-1, to przystępuje się do konstruowania następnych wektorów typu X_{k10}, tzn. takich, dla których WS=(1,1) - realizuje się to przechodząc do kroku 6.2. W przeciwnym przypadku przechodzi się do konstruowania wektora o wyniku sprawdzenia WS=(0,1) - krok 7 (oznacza to, że ustalonych zostało nS-1 wektorów typu WS=(1,1) i należy skonstruować wektor o wyniku sprawdzenia WS=(0,1));

krok 6.2. Następne wektory typu X_{k10} konstruuje się na podstawie pierwszego wybranego wektora X_{k+}, WS=1,0 i następnych z kolei wektorów X_{1-}, WS=(1,-1) aż do wyczerpania się tych ostatnich (w takim przypadku przechodzi się do kroku 6.3). Po skonstruowaniu kolejnego wektora typu X_{k10} sprawdza się liczbę wektorów typu WS=(1,1). Jeżeli liczba ta jest mniejsza od nS-1, to przystępuje się do konstruowania dalszych wektorów X_{k10}. W przeciwnym przypadku przystępuje się do konstruowania wektora typu WS=(0,1).

krok 6.3. Jeżeli z wykorzystaniem pierwszego z kolei wektora typu WS=(1,0) nie udało się skonstruować wszystkich nS-1-nn-np wektorów typu WS=(1,1), to przechodzi się do następnych wektorów typu WS=(1,0) wykonując, przy każdym ustaleniu wektora WS=(1,0), wszystkie te operacje, które wykonane zostały z wykorzystaniem wektora typu WS=(1,0), wektora o najniższym numerze. W skrajnym przypadku może dojść do tego, że do konstrukcji wszystkich nS-1 wektorów wykorzystane zostaną wszystkie wektory typu WS=1,0.

krok 7. { Konstruuje się tu wektor nS+1 }

W ogólnym przypadku wektor o numerze nS+1 ma wynik sprawdzenia WS=(0,*), gdzie * jest dowolną z trzech liczb {1, 0, -1}. Zachodzą więc trzy przypadki.

{ Geometryczna interpretacja wszystkich możliwych wariantów położenia wektora o numerze nS+1 i wyniku sprawdzenia WS=(0,*) względem hiperpłaszczyzny $L_2(X)=0$ jest następująca: wektor ten może leżeć w hiperpłaszczyźnie $L_2(X)=0$, daje to wynik sprawdzenia WS=(0,1). Druga możliwość zachodzi przy $L_2(X)<0$, tj. WS=(0,-1); wektor X_{nS+1} leży poza obszarem wyznaczonym przez dwie nierówności N_1, N_2. Trzecia możliwość zachodzi, gdy wektor X_{nS+1} rozwiązania podstawowego nierówności N_1 jest położony w półprzestrzeni $L_2(X)>0$, wynik sprawdzenia ma wartość WS=(0,0); wektor X_{nS+1} położony jest wewnątrz obszaru wyznaczonego przez obydwie nierówności N_1, N_2. }

Jeżeli zachodzi przypadek pierwszy, to oznacza, że rozwiązanie podstawowe nierówności N_1, N_2 zostało skonstruowane; należy zakończyć obliczenia przechodząc do kroku 8.

Jeżeli zachodzi drugi przypadek, to wektor X_{nS+1} ma wynik sprawdzenia WS=(0,-1) , czyli wektor typu X_{k10} konstruuje się wykorzystując w formule (6.4-4.9) następujące wektory X_{k+}, X_{1-} rozwiązania podstawowego nierówności N1: wektor X_{k+} jest to pierwszy w kolejności wektor o wyniku sprawdzenia WS=(1,0), a wektorem X_{1-} jest wektor o numerze nS+1, który ma wynik sprawdzenia WS=(0,-1); po skonstruowaniu wektora X_{k10} o wyniku sprawdzenia WS=(0,1) obliczenia zostają zakończone przejściem do kroku 8.

W trzecim przypadku do konstrucji wektora X_{k10} w formule (6.4-4.9) wykorzystuje się wektory X_{k+}, X_{1-}; wektor X_{k+} jest to wektor nS+1 o wyniku sprawdzenia WS=(0,0), a wektorem X_{1-} jest wektor o wyniku sprawdzenia WS=(1,-1) mający najniższy numer. Wyznaczenie nowego wektora X_{nS+1} kończy obliczenia przejściem do kroku 8. W rezultacie otrzymuje się macierz wyników sprawdzenia MWS (6.4-4.14):

MWS =

	WS	
	N_1	N_2
X_1	1	1
X_2	1	1
X_3	1	1
..	1	1
X_{nS-1}	1	1
X_{nS}	1	0
X_{nS+1}	0	1

(6.4-4.14)

krok 8. Koniec.

Analizując mechanizm konstruowania wektorów typu X_{k10}, należy zauważyć, że rozwiązanie podstawowe dwóch nierówności o wyniku sprawdzenia (6.4-4.14) nie jest jedynym rozwiązaniem. Jest tak, ponieważ wektorów X_{k10} można skonstruować więcej niż nS. W ogólnym przypadku liczba wektorów o wyniku sprawdzenia WS=1.1 może być większa od nS-1, a liczba wektorów o wyniku sprawdzenia WS=0,1 może być większa od 1. Te nadmiarowe wektory nie wystąpią w rozwiązaniu podstawowym.

Z analizy struktury macierzy MWS, (6.4-4,8) i analizy mechanizmu konstrukcji wektorów typu X_{k10} wynika, że warunkiem istnienia rozwiązania dwóch nierówności liniowych, liniowo niezależnych jest to, aby w rozwiązaniu podstawowym pierwszej nierówności istniał przynajmniej jeden wektor o wyniku sprawdzenia WS=1,0 i przynajmniej jeden wektor o wyniku sprawdzenia WS=(1,-1).

6.4.5. Liczba wektorów rozwiązania podstawowego układu wielu nierówności przy nD<nS

Konieczność ustalenia liczby wektorów rozwiązania podstawowego wynika z tego, że, poszukując wektorów typu X_{k10}, zgodnie z procedurą opisaną w punktach 6.4.3, 6.4.4, uzyskuje się większą liczbę wektorów rozwiązania podstawowego od nS+1. Np. przy nS=5, nD=2 i wyniku sprawdzenia drugiej nierówności $WS=(0,0,0,-1,-1,-1)^T$ uzyskuje się 6 wektorów typu X_{k10} o wyniku sprawdzenia WS=(1,1) oraz 3 wektory typu X_{k10} o wyniku sprawdzenia WS=(0,1). Ze wzrostem nS liczba wektorów typu X_{k10} może przyjmować znaczne wartości. Ustalenie minimalnej liczby wektorów rozwiązania podstawowego jest niezbędne do skonstruowania odpowiedniego efektywnego algorytmu obliczeń tego rozwiązania; ustala się ją przy założeniu, że rząd macierzy A, układu nie-

równości złożonego z nierówności (6.2-3), (6.2-4), jest równy liczbie nierówności/diod, tzn. rzA=nD.

Stwierdzenie 1^{o}. Przy nD=1, tzn. przy pojedynczej nierówności (tj. przy jednej diodzie) liczba wektorów rozwiązania podstawowego wynosi nS+1. nS wektorów ma wynik sprawdzenia WS=1, tj. nS wektorów leży w hiperpłaszczyźnie danej nierównoności; (nS+1)-szy wektor znajduje się poza nią, w półprzestrzeni wyznaczanej przez tę nierówność, ma on wynik sprawdzenia WS=0. Wynika to ze sposobu konstrukcji rozwiązania podstawowego pojedynczej nierówności - punkt 6.4-3.

Stwierdzenie 2^{o}. Przy dowolnej liczbie nierówności/diod nD oraz nD<nS liczba wektorów rozwiązania podstawowego jest równa również nS+1; usytuowane są one tak względem hiperpłaszczyzny każdej nierówności, jak to opisano powyżej w (1^{o}). Usytuowanie wektorów odzwierciedla macierz wyników sprawdzenia MWS - (6.4-6.3). Prawdziwość stwierdzenia 2^{o} wykazuje się w dwóch etapach przyjmując, że liczba nierówności wynosi nD. W etapie pierwszym wykazuje się, że istnieje nS-nD+1 pierwszych wektorów rozwiązania podstawowego. W drugim etapie wykazuje się istnienie pozostałych nD wektorów.

Etap 1. Analizie podlega układ nD równości powstałych z układu nD nierówności. Zakłada się, że rząd macierzy tego układu jest równy rzA=nD. Pierwsze nS-i+1 wektorów istnieje, jeżeli istnieje przynajmniej jedno rozwiązanie układu nD równości (6.4-5.1).

$$L_1(X)=0,$$
$$L_2(X)=0,$$
$$\ldots,$$
$$L\ (X)=0 \qquad (6.4\text{-}5.1)$$

Rozwiązaniem układu (6.4-5.1) jest hiperpłaszczyzna R^{nS-nD} w R^{nS} opisana zależnością (6.4-5.2).

$$X = k_1X_1 + k_2X_2 + \ldots + k_{nS-i}X_{nS-i} \qquad (6.4\text{-}5.2)$$

gdzie k są liczbami rzeczywistymi.

(nS-nD) wektorów z formuły (6.4-5.2) stanowi pierwsze nS-nD wektorów poszukiwanego rozwiązania podstawowego. nS-nD wektorów leży w części wspólnej nD hiperpłaszczyzn (6.4-5.1).

Istnieje również wektor o numerze nS-nD+1. Jest on kombinacją liniową wektorów $X_1, \ldots, X_{nS-nD}$, (6.4-5.3).

$$X_{nS-nD+1} = -X_1 - X_2 - \ldots - X_{nS-nD} \qquad (6.4\text{-}5.3)$$

Utworzenie wektora $X_{nS-nD+1}$ wynika z przedstawionej w punkcie 6.4-2 definicji rozwiązania podstawowego układu nierówności, wg której dowolne rozwiązanie tego układu jest nieujemną kombinacją liniową wektorów rozwiązania podstawowego. Należy zauważyć, że wektory $X_1..X_{nS-nD+1}$ leżą w części wspólnej hiperpłaszczyzn $H_1..H_{nS-nD}$.

Etap 2. Każdy z pozostałych nD wektorów istnieje, jeżeli istnieje przynajmniej jedno rozwiązanie dla każdego z nD układów równości (6.4-5.4).

$$
\begin{aligned}
&L_1(X)=0,\\
&\ldots\\
&L_{nS+2-i}(X)= a\\
&\ldots,\\
&L_{nD}(X)=0\\
&a>0
\end{aligned}
\qquad (6.4\text{-}5.4)
$$

gdzie i oznacza numer wektora, którego wynik sprawdzenia dla nierówności N_{nS+2-i} ma wartość 0; i jest zawarte w granicach $nS-nD+2 \geq i \geq nS+1$.

Ponieważ rząd każdego z nD układów (6.4-5.4) jest równy nD, to każdy z nich ma rozwiązanie, a więc istnieje nD pozostałych wektorów rozwiązania podstawowego. Rozwiązaniem każdego układu równości (6.4-5.4) jest hiperpłaszczyzna R^{nS-i} w R^{nS} przesunięta o wektor X_0 względem początku układu współrzędnych; jest ona opisana równaniem (6.4-5.5)

$$X = k_1X_1 + k_2X_2 + \ldots + k_iX_1 + X_0 \qquad (6.4\text{-}5.5)$$

gdzie k_1, k_2,...k_i są liczbami rzeczywistymi.
Poszukiwanym wektorem rozwiązania podstawowego o numerze $i \in (nS-nD+2..nS+1)$ jest dowolny wektor leżący w hiperpłaszczyźnie (6.4-5.5); wektor ten leży w części wspólnej nD-1 hiperpłaszczyzn (6.4-5.4), wśród których nie ma hiperpłaszczyzny o numerze i. Oznacza to, że jednocześnie wektor i-ty nie leży w i-tej hiperpłaszczyźnie.

Powyższy wywód jest dowodem na to, że liczba wektorów rozwiązania podstawowego układu nD nierówności przy $nD<nS$ jest równa nS+1 i wektory są takie, że macierz wyników sprawdzenia ma strukturę taką, jak pokazuje macierz wyników sprawdzenia MWS (6.4-6.1).

6.4.6. Rozwiązanie podstawowe układu (wielu) nierówności przy nD<nS

Do ustalenia rozwiązania podstawowego układu wielu nierówności wykorzystuje się zależności podane powyżej w punkcie 6.4.4. oraz określony w punkcie 6.4.5 warunek na liczbę wektorów rozwiązania podstawowego (nS+1).

Rząd macierzy zbioru nierówności, (6.2-3), (6.2-4), którego rozwiązanie podstawowe jest poszukiwane, jest równy rzA=nD - w algorytmnie poniższym na wstępie eliminuje się nierówności liniowo zależne i przez nD oznacza się liczbę nierówności po eleiminacji.

Poszukiwanie rozwiązania podstawowego układu wielu nierówności przy nD<nS można zalgorytmizować. Algorytm taki, oznaczony jako Algorytm 6.4.6, przedstawiono poniżej. Jest podobny do algorytmu 6.4.4, opisanego w punkcie 6.4.4. dla dwóch nierówności. Algorytm 6.4.6 jest skonstruowany przy założeniu, że znane są uporządkowane wyniki sprawdzenia WS określone dla rozwiązania podstawowego (i-1) nierówności, takie jak w macierzy wyników sprawdzenia, MWS, (6.4-6.1), (macierz wyników sprawdzenia dla i-1 nierówności zawiera tylko i-1 kolumn).

MWSp =

	WS				
	N_1	N_2	..	N_{i-1}	$N_{i..}$
X_1	1	1	1	1	1
X_2	1	1	1	1	1
X_3	1	1	1	1	1
..	1	1	1	1	1
X_{n0}	1	1	1	1	1
X_{n0+1}	1	1	1	1	0
..	1	1	1	1	0
X_{n0+np}	1	1	1	1	0
$X_{n0+np+1}$	1	1	1	1	-1
..	1	1	1	1	-1
X_{nS-i+1} (=n0+np+nn)	1	1	1	1	-1
X_{nS-i+2}	1	1	1	1	0
X_{nS-i+3}	1	1	1	0	*
..	1	1	..	1	*
X_{nS-1}	1	1	..	1	*
X_{nS}	1	0	1	1	*
X_{nS+1}	0	1	1	1	*

(6.4-6.1)

* - wynik sprawdzenia:= 1, 0, -1

Posługując się pojęciem "stożek" należy zauważyć, że rozwiązaniem (nie podstawowym) nierówności $N_1..N_i$ jest stożek wyznaczony za pomocą nS+1 wektorów, $X_1..X_{nS+1}$; wektory te nazwane są rozwiązaniem podstawowym układu i nierówności.

Algorytm 6.4.6.

krok 0. Początek;

krok 1. Dołącza się i-tą nierówność oraz oblicza wartość $L_i(X_j)$ przy $X_j=\{X_1..X_{nS+1}\}$. Tworzy pomocniczą macierz wyników sprawdzenia MWSp i macierz wyników sprawdzenia MWS.

krok 2. Na podstawie $L_i(X)$ określa się wyniki sprawdzenia $WS(L_i(X))$ nierówności N_i wpisując je do macierzy pomocniczej macierzy MWSp;

krok 3. Porządkuje się pierwszych nS-i+1 (=nO+np+nn) wektorów MWS, (6.4-6.1) tak, aby:

- na pozycjach 1 do nO znalazły sie wszystkie wektory o wyniku sprawdzenia WS=(1,..,1,1); wektory te wpisuje się zarówno do macierzy MWS, jak i do macierzy MWS (w macierzy MWS zapisuje się ostateczne wyniki sprawdzenia rozwiązania wszystkich i nierówności),
- na pozycjach najpierw nS-i+2, a później na pozycjach nO+1 do nO+np wpisane były wektory o wynikach sprawdzenia WS=(1,..,1,0) oraz
- na pozycjach nO+np+1 do nO+np+nn zapisane były wektory o wynikach sprawdzenia WS=(1,..,1,-1).

Uwaga: Wektory, o numerach nS-i+2 do nS+1, rozwiązania podstawowego wszystkich i nierówności pozostają na poprzednich pozycjach. Wyniki sprawdzenia WS tych wektorów w kolumnie N_i są dowolne: 1, 0, -1; ponadto wyniki sprawdzenia wektorów mających numery j w kolumnach o numerach nS+2-j mają zera;

krok 4. Bada się styczność hiperpłaszczyzny H_i do ściany stożka o wymiarze d $\in \{1,..,(nS-1)\}$. Jeżeli hiperpłaszczyzna H jest styczna do ściany o wymiarze d, to wynik sprawdzenia ma wartość $WS(N_i)=(\underbrace{1,..,1,}_{d+1}\underbrace{*,...,*}_{nS+1})^T$,

(T oznacza - transpozycję). Jeżeli na pozycji * znajdują się same zera, tzn. wyniki sprawdzenia nierówności N_i przyjmują wartość $WS(N_i)=(1,..,1,0,..,0)^T$, to hiperpłaszczyzna H_i jest styczna do ściany wymiaru d, a nierówność N_i jest **nieistotna** (ponieważ $N_i \supset N_1 \cap N_2 \cap..\cap N_{i-1}$, tj. $N_1 \cap N_2 \cap ..\cap N_{i-1} \cap N_i = N_1 \cap N_2 \cap..\cap N_{i-1}$, czyli stożek jest wyznaczony niezależnie od tego, czy uwzględniona jest i-ta nierówność czy też nie); nierówność N_i wpisuje się do podzbioru nierówności **nieistotnych** danego zbioru nierówności. Jeżeli na pozycjach * znajdują się wartości -1, tzn. odpowiednie wyni-

ki sprawdzenia przyjmują wartość $WS(N_i)=(1,..,1,-1,..,-1)^T$, to hiperpłaszczyzna H_i jest styczna do ściany o wymiarze d, przy czym nierówność N_i skierowana jest "przeciwnie" do stożka $N_1 \cap .. \cap N_{i-1}$; rozwiązaniem jest ściana tego stożka o wymiarze d<nS.

{ 1. Należy zauważyć, że liczba ścian o wymiarze d stożka wyznaczonego za pomocą (i-1) nierówności może być wyrażona zależnością (6.4-6.2).

$$nsd = \left(\begin{matrix} nD \\ i \end{matrix} \right), \qquad (6.4\text{-}6.2)$$

gdzie i $\in$ {1..nD} oraz d=nS-1.

Przy tym ścianą o najniższym wymiarze może być początek układu współrzędnych. }

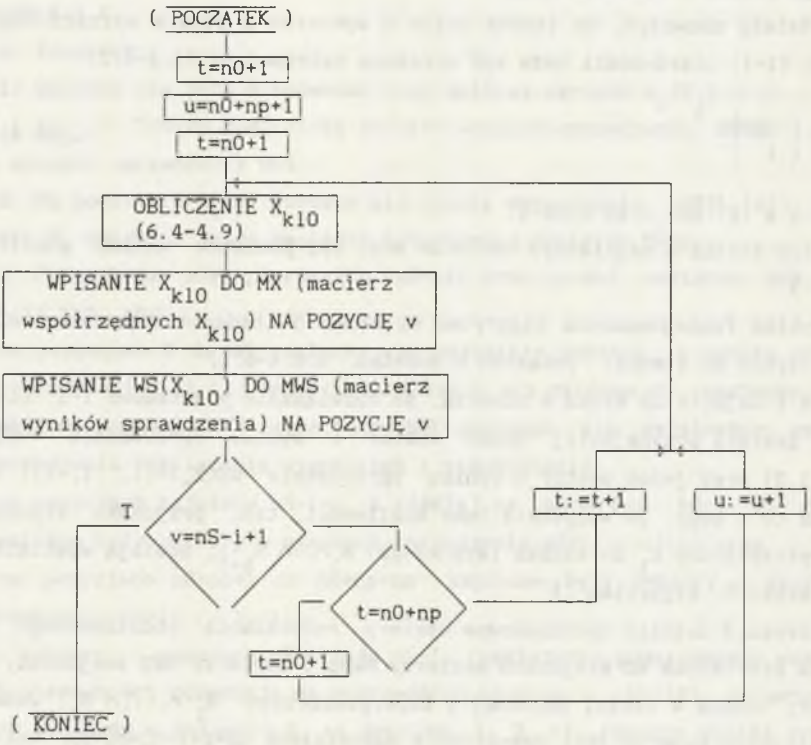
Przykład funkcjonowania algorytmu wg kroku 5 (badanie styczności hiperpłaszczyzny do stożka) pokazano w dodatku, D.6.4-6.1.

krok 5 { Wejście do kroku 6 oznacza, że rozwiązanie podstawowe i-1 nierówności zawiera przynajmniej jeden wektor o wyniku sprawdzenia $WS(X_*)=(1,..1,0)$ oraz jeden wektor o wyniku sprawdzenia $WS(X_*)=(1,..1,-1)$; wynika to z tego, że wszystkie inne możliwości, tzn. przypadki styczności hiperpłaszczyzny H_i do stożka (wypukłego) $N_1 \cap .. \cap N_{i-1}$, zostają wyeliminowane w kroku 5. algorytmu .}

W kroku 3 zostały uporządkowne wektory rozwiązania podstwawowego tak, aby na pierwszych n0 miejscach macierzy MWSp i macierzy MWS znajdowały się wektory leżące w części wspólnej i hiperpłaszczyzn $N_1 \cap,..,\cap N_i$; zadaniem w niniejszym punkcie jest wyznaczenie pozostałych nS-i+1-n0=np+nn wektorów typu X_{k10} leżących również w $N_1 \cap,..,\cap N_i$. Wektory te wyznacza się wykorzystując zależność (6.4-4.9). Funkcjonowanie algorytmu wg kroku 5 opisuje się za pomocą schematu blokowego pokazanego na rys. 6.4-6.1

{ Wyjaśnienia wymaga położenie wektorów X_{k10} względem każdej z (i-1) hiperpłaszczyzn, hiperpłaszczyzn $H_1..H_{i-1}$ wyznaczonych nierównościami $N_1..N_{i-1}$. Ponieważ wektory X_{k10} są konstruowane za pomocą wektorów X_k, X_1 mających wynik sprawdzenia WS=(1, 1,..,1,*), tzn. na pozycjach 1..(n-1), są wyłącznie jedynki, to oznacza, że dane wektory X_k, X_1 leżąc w pewnej hiperpłaszczyźnie H_j, j $\in$ {1..(i-1)} generują wektor X_{k10} leżący też w tej hiperpłaszczyźnie H_j oraz w hiperpłaszczyźnie H_i. Ponieważ wszystkie rozważane w tym kroku wektory X_k, X_1 leżą w części wspólnej hiperpłaszczyzn $H_1 \cap,..\cap H_{i-1}$, to wektory X_{k10} z nich konstruowane leżą w części wspólnej wszystkich i hiperpłaszczyzn, tj. w $H_1 \cap,..\cap H_{i-1} \cap H_i$. Wynika z tego, że procedura konstruwania wektorów typu X_{k10} nie wyprowadza tych wektorów (o numerach

(n0+1) ..(nS-i+1) poza stożek rozwiązania układu nierówności $N_1..N_i$.



Rys. 6.4-6.1. Rozwiązywanie układu nierówności $N_1,..,N_i$; schemat blokowy wyznaczania wektorów typu X_{k10} leżących w
t - numer bieżący wektora X_{k+} przy t_{max}=n0+np;
u - numer bieżący wektora X_{1-} przy u_{max}=n0+np+nn;
v - numer bieżący wektora X_{k10} przy v_{max}=nS-i+1;
i - numer bieżący nierówności N

Fig 6.4-6.1. Solving of $N_1,..,N_i$ inequalities; flowchart of finding X_{k10} vectors lying in $H_1 \cap,..,\cap H_i$;
t - number of current vector of X_{k+} for t_{max}=n0+np;
u - number of current vector of X_{1-} for u_{max}=n0+np+nn;
v - number of current vector of X_{k10} for v_{max}=nS-i+1;
i - number of current inequality N_i

Po zakończeniu realizacji procedury przedstawionej na rys 6.4-6.1 wyznaczonych jest nS-i+1 wektorów, a więc wszystkie wektory części wspólnej hiperpłaszczyzn $H_1..H_i$; wyniki sprawdzenia zapisane w macierzy MWS, (6.4-6.3), dla wszystkich i nierówności mają w pierwszych nS-i+1 wierszach wartość 1.W następnym kroku wyznacza się pozostałe wektory typu X_{k10}.

krok 6. { Wyznacza się wektory typu X_{k10}, które, po korekcji, dla nierówności o numerach N_{nS+2-j} mają wynik sprawdzenia WS=(0) dla wektorów o numerach j (w wierszach o numerze j). Wśród nS+1 wektorów rozwiązania podstawowego (i-1) nierówności istnieje zawsze wektor X_{nS-i+2} taki, którego wynik sprawdzenia dla i-tej nierówności ma wartość WS=(0); dlatego wyznaczyć należy tylko (i-1) wektorów typu X_{k10}, które mają dla nierówności o numerach nS-j+2 wynik sprawdzenia WS=0.Wyniki sprawdzenia tych (i-1) wektorów w kolumnie N_i przed korekcją mogą przyjmować dowolne wartości - zaznaczono to w macierzy MWS, (6.4-6.1). Po skorygowaniu ich wyniki sprawdzenia WS na pozycji N_i muszą mieć wartość jeden; }

krok 6.1. jeżeli dla danego wektora wynik sprawdzenia w kolumnie N_i jest równy WS=(1), to wektor ten nie podlega korekcji; wektor pozostaje na swojej dotychczasowej pozycji;

krok 6.2. jeżeli wynik sprawdzenia korygowanego wektora w kolumnie N_i jest równy WS=(0), oznacza to, że jest to wektor typu X_{k+} i do obliczenia wektora skorygowanego X_{k10}, (wg (6.4-4.9)) wybiera się jako wektor X_{l-} wektor wyniku sprawdzenia WS=1,1,...,1,-1 , np. wektor $X_{n0+np+1}$; w wyniku powstaje wektor skorygowany, który zostaje zapisany na pozycji wektora korygowanego X_{k+};

krok 6.3. jeżeli wynik sprawdzenia korygowanego wektora w kolumnie N_i jest równy WS=(-1), to oznacza, że jest to wektor typu X_{l-} i do obliczenia wektora skorygowanego X_{k10}, (wg(6.4-4.9)) wybiera się jako wektor X_{k+} wetor w wyniku sprawdzenia WS=1,1,...,1,0 , np. X_{n0+1}; skorygowany wektor X_{k10} wpisuje się na pozycji danego wektora X_{l-}.

MWS =

	WS				
	N_1	N_2	..	N_{i-1}	$N_{i..}$
X_1	1	1	1	1	1
X_2	1	1	1	1	1
X_3	1	1	1	1	1
..	1	1	1	1	1
X_{nS-i+1}	1	1	1	1	1
X_{nS-i+2}	1	1	1	1	0
X_{nS-i+3}	1	1	1	0	1
..	1	1	..	1	1
X_{nS-1}	1	1	..	1	1
X_{nS}	1	0	1	1	1
X_{nS+1}	0	1	1	1	1

(6.4-6.3)

{ Rozwiązanie podstawowe po skorygowaniu dla wektorów o numerach od nS-i+2 do nS+1 zawiera wektory, których wyniki sprawdzenia dla dowolnej nierówności mają wartość WS=(0) na pozycjach dla nierówności N_{nS+2-j} (gdzie j jest numerem wektora) oraz wartość WS=(1) na pozostałych pozycjach; skorygowane wyniki sprawdzenia WS przy liczbie nierówności i pokazano w postaci macierzy wyników sprawdzenia MWS, (6.4-5.3). }

krok 7. Koniec.

6.4.7. Rozwiązanie podstawowe układu (wielu) nierówności przy nD=nS

Analizę prowadzi się przy następujących założeniach.

(z7.1). Rząd macierzy A w nierównościach (6.2-3), (6.2-4) jest równy rzA=nS.

(z7.2). Liczba wektorów rozwiązania podstawowego każdej nierówności wynosi nS+1 i nS z nich leży w hiperpłaszczyźnie tej nierówności i jeden, (nS+1)-szy w półprzestrzeni wyznaczanej przez daną nierówność poza tą hiperpłaszczyzną.

Przy nD=nS-1 w rozwiązaniu podstawowym istnieją dwa wektory mające takie same wyniki sprawdzenia WS=(1,1,...,1,1). W tym przypadku nD=nS-1 hiperpłaszczyzn nS-1 wymiarowych wyznacza prostą w R^{nS} i na tej prostej umieszczone są ww. dwa wektory o wyniku sprawdzenia WS=(1,1,..,1,1). Wektory te są liniowo zależne. Po dołączeniu nierówności N_{nS} wynik sprawdzenia dla jednego z tych wektorów ze względu na nierówność N_{nS} przyjmuje wartość

WS=(-1), a dla drugiego WS=(0). Ten drugi wektor umieszcza się w macierzy MWS na pozycji 2 i za jego pomocą wg zależności (6.4-4.9) tworzy się niezbędne wektory X_{k10}. Ww. pierwszy wektor (o wyniku sprawdzenia WS=(1,1,...,1,-1)) zapisuje się na pozycji 1. Postępując zgodnie z algorytmem podanym w punkcie 6, należy obliczyć wektor X_{k10} na podstawie tych dwóch wektorów, których wyniki sprawdzenia ze względu na nierówność N_{nS} są odpowiednio równe: WS=1,1,...,1,-1 , WS=1,1,...1,0. Rezultatem tego obliczenia jest wektor X_{k10},- wektor zerowy, który nie wchodzi do rozwiązania. Ostatecznie do rozwiązania podstawowego wejdą wektory o numerach od 2 do nS+1.
{ 1. W omawianym przypadku liczba wektorów rozwiązania podstawowego zmniejszyła się do nS.

Stożek wyznaczony przez nD=nS nierówności jest topologicznie równoważny stożkowi wyznaczonemu nierównościami $x_i \geq 0$, gdzie i=1..nS; istnieje przekształcenie liniowe przeprowadzające nS wektorów rozwiązania podstawowego X, dowolnego układu nD=nS nierówności istotnych na nS wektorów rozwiązania podstawowego X* nierówności istotnych $x_i \geq 0$, gdzie i=1..nS.

2. Stożek wyznaczony przez nD=nS nierówności, a więc poprzez nS wektorów rozwiązania podstawowego, jest podobny do sympleksu (nD=nS)-wymiarowego [B8, J1], przy czym stożek ma nS ścian, a sympleks nS-wymiarowy nS+1 ścian. }

6.4.8. Rozwiązanie podstawowe układu (wielu) nierówności przy nD>nS

Analizę konstrukcji rozwiązania podstawowego (wielu) nierówności przy nD>nS przeprowadza się przy założeniach:
(z8.1). Rząd macierzy A nierówności (6.2-3), (6.2-4) jest równy rzA=nS.
(z8.2). Liczba wektorów rozwiązania podstawowego każdej nierówności wynosi nS, przy czym nS-1 z nich leży w hiperpłaszczyźnie danej nierówności, a jeden z nich (nS)-ty leży w półprzestrzeni wyznaczanej przez tę nierówność i poza tą hiperpłaszczyzną.

Konstrukcję rozwiązania podstawowego układu (wielu) nierówności przy nD>nS można w uproszczeniu przedstawić następująco:
- dołącza się i-tą nierówność,
- oblicza $L_i(X_j)$,
- określa się wyniki sprawdzenia i umieszcza w kolumnie N_i macierzy MWSp,
- bada się, czy hiperpłaszczyzna i-tej nierówności jest styczna do stożka określonego przez i-1 nierówności,
- w przypadku gdy i-ta hiperpłaszczyzna nie jest styczna do stożka $N_1 \cap .. \cap N_{i-1}$, określa się nowe rozwiązanie ustalając liczbę wektorów zgodnie z

(z8.2) wykorzystując do tego celu formułę (6.4-4.9).

Proces konstrukcji rozwiązania podstawowego przedstawia się poniżej w postaci algorytmu o nazwie Algorytm 6.4.8. Daną początkową w algorytmie 6.4.8 jest rozwiązanie podstawowe i-1 nierówności oraz jego macierz wyników sprawdzenia MWS.

Algorytm 6.4.8.

krok 0. Początek;

krok 1. Dołącza się i-tą nierówność oraz oblicza wartość $L_i(X_j)$, gdzie X_j jest określone jako $X_j=\{X_1..X_{nw}\}$, a nw jest liczbą wektorów rozwiązania podstawowego i-1 nierówności;

krok 3. Bada się styczność hiperpłaszczyzny H_i do ściany stożka $N_1 \cap .. \cap N_{i-1}$ o wymiarze d.

{ Jeżeli hiperpłaszczyzna H_i jest styczna do ściany o wymiarze d, to macierz wyników sprawdzenia MWS ma d jedynek w kolumnie N_i dla pewnych d wektorów rozwiązania podstawowego i-1, tak jak zapisano w zależności (6.4-8.1),

$$WS(N_i)=(...*,...,1,...,1,...,*,...,*,...,1,...,*...)^T \qquad (6.4\text{-}8.1)$$

(d jedynek)

(nw wyników sprawdzenia)

przy czym jednocześnie wynik sprawdzenia d nierówności spośród nierówności $N_1..N_{i-1}$ ma również d jedynek dla tych samych wektorów; ponadto wszystkie pozostałe wyniki sprawdzenia dla nierówności N_i oznaczone jako "*" mają wartość -1 lub 0. Jeżeli wszystkie wyniki sprawdzenia "*" nierówności N_i mają wartość 0, to nierówność N_i jest nieistotna i "skierowana" w stronę stożka $N_1 \cap .. \cap N_{i-1}$. W przypadku gdy wszystkie wyniki sprawdzenia "*" nierówności N_i posiadają wartość 0, to nierówność N_i jest nierównością nieistotną "skierowaną" przeciwnie do stożka $N_1 \cap .. \cap N_{i-1}$.

Zagadnienie styczności w najogólniejszym przypadku można dla określonych nS, nD opisać tak, jak podaje to tabela 6.4-8. Podano w niej możliwą liczbę ścian o wymiarze d dla każdej wartości d oraz wskaźnik styczności hiperpłaszczyzny o wymiarze nS-1 do zbioru wszystkich możliwych ścian wymiaru d, ws.

W tabeli 6.4-8 wskaźnik styczności ws oznacza, dla ściany o wymiarze d, liczbę kolumn macierzy wyników sprawdzenia MWS, w których jest jednocześnie co najmniej d jedynek dla co najmniej d wektorów X. Na przykład w Dodatku D.6.4-8.2 w macierzy wyników sprawdzenia MWS przy nS=4, nD=5 dla ścian o

wymiarze d=3 wskaźnik ws ma wartość ws=1 - ścian takich jest 5; dla ścian o wymiarze d=2 wskaźnik ten ma wartość ws=2 - ścian takich jest 10. Wskaźnik

Tabela 6.4-8

Możliwa liczba ścian o wymiarze d oraz wskaźnik styczności ściany o wymiarze nS-1 do zbioru wszystkich ścian wymiaru d

d (wymiar ściany =liczba wektorów wyznaczających ścianę)	możliwa liczba ścian wymiaru d	ws wskaźnik styczności hiperpłaszczyzny o wymiarze nS-1 do zbioru wszystkich ścian wymiaru d
nS-1	$\binom{nD}{1}$ =i-1	1
nS-2	$\binom{nD}{2}$	2
nS-3	$\binom{nD}{3}$	3
...	...	...
nS-i =d	$\binom{nD}{i}$	i
...	...	...
nS-(nS-2) = 2	$\binom{nD}{nS-2}$	nS-2
nS-(nS-1) = 1	$\binom{nD}{nS-1}$	nS-1
nS-(nS) = 0	$\binom{nD}{nS}$	nS[1)]

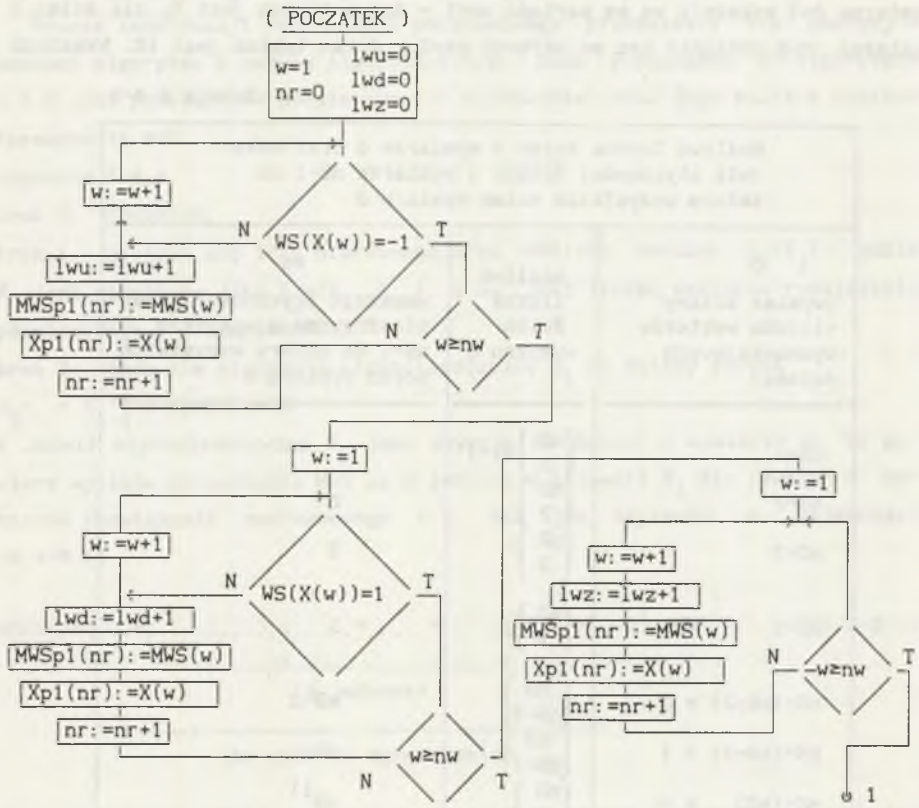
1) ścianę wymiaru zerowego stanowi początek układu współrzędnych

wp jest wykorzystywany przy badaniu styczności hiperpłaszczyzny dołączanej nierówności N_i do stożka $N_1 \cap .. \cap N_{i-1}$.
Przykład tabeli 6.4-8 dla nS=4 oraz nD=i-1=5 zamieszczono w Dodatku D.6.4-8.1. }

Sprawdzenie styczności wykonuje się rozpoczynając od ścian o wymiarze d=nS-1 i kończąc na ścianach o wymiarze d=0.
Dla każdej wartości d maksymalna liczba ścian o wymiarze d jest określona zależnością (6.4-8.2); jest to jednocześnie maksymalna liczba sprawdzeń styczności hiperpłaszczyzny H_i do ścian o wymiarze d, stożka $N_1 \cap N_2 \cap .. \cap N_{i-1}$.

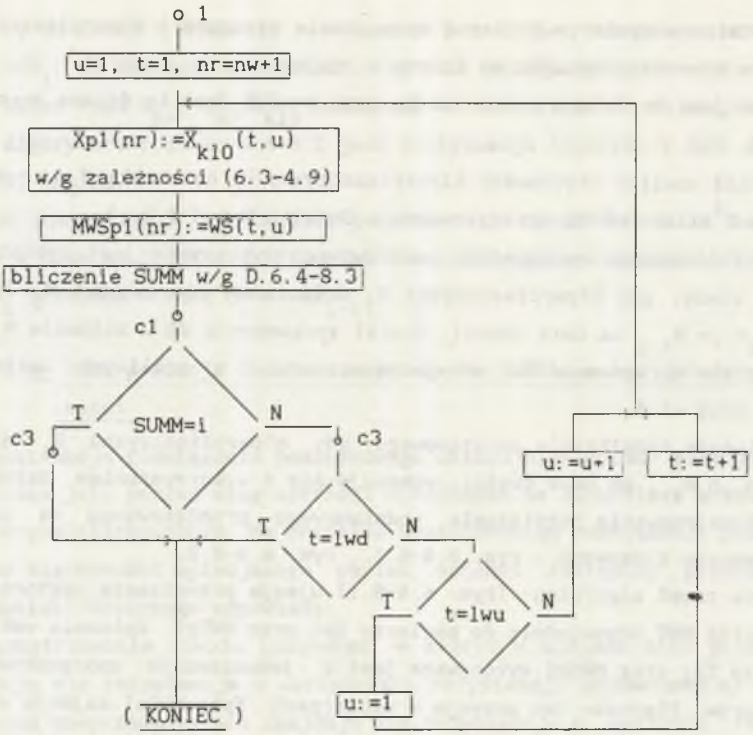
$$\binom{nD}{nS-d} \qquad (6.4\text{-}8.2)$$

gdzie (nS-d) $\in$ {0..(nS-1)}.



Rys. 6.4-8.1. Konstruowanie macierzy Xp1, MWSp1 na podstawie macierzy X, MWS;
w - numer bieżący wektora X w macierzach X, MWS;
nr - numer bieżący wektora X w macierzach Xp1, MWSp1;
nw - liczba wektorów rozwiązania podstawowego i-1 nierówności, (nw=lwu+lwd+lwz);
lwu - liczba wektorów typu X_{1-};
lwd - liczba wektorów typu X_{k+};
lwz - liczba wektorów typu X_{m0}

Fig. 6.4-8.1. Construction of Xp1, MWSp1 matrices on the base of X and MWS matrices;
w - number of current vector X in matrices X and MWS;
nr - number of current vector X in matrices of Xp1, MWSp1;
nw - number of vectors of basic solution of i-1 inequalities (nw=lwu+lwd+lwz);
lwu - number of vectors of X_{1-}-type;
lwd - number of vectors of X_{k+}-type;
lwz - number of vectors of X_{m0}-type



Rys. 6.4-8.2. Obliczenie wektorów typu X_{k10} macierzy X i odpowiadających im elementów macierzy wyników sprawdzenia MWSp1;
nr - numer kolejny wektora w macierzach Xp1, MWSp1;
nw - liczba wektorów rozwiązania podstawowego i-1 ; nierówności (nw=lwu+lwd+lwz);
lwu - liczba wektorów typu X_{1-};
lwd - liczba wektorów typu X_{k+};
lwz - liczba wektorów typu X_{m0};
u - numer bieżący wektorów typu X_{1-};
t - numer bieżący wektorów typu X_{k+}

Fig. 6.8-4.2. Calculation of X_{k10} vectors of matrice X and apropriate elements of matrix MWSp1;
nr - number of current vector of Xp1, MWSp1 matrices;
nw - number of vectors of basic solution of i-1 inequalities (nw=lwu+lwd+lwz);
lwu - number of vectors of X_{1-}-type;
lwd - number of vectors of X_{k+}-type;
lwz - number of vectors of X_{m0}-type;
u - number of current vector of X_{1-}-type;
t - number of current vector of X_{k+}-type

Przy ustalonym wymiarze ściany d sprawdzenie styczności hiperpłaszczyzny H_i wykonuje się rozpoczynając od ściany o najmniejszym numerze, tj. np. przy d=nS-1 jest to ściana o numerze 0, przy d=nS-2 jest to ściana o numerze 01, ... itd.

{ Przykład analizy styczności hiperpłaszczyzny H_6 do stożka $N_1 \cap .. \cap N_5$ leżącego w R^4 (tzn. nS=4) przedstawiono w Dodatku D.6.4-8.2. }

krok 4. { Konstrukcja rozwiązania podstawowego wykonywana jest zgodnie z krokiem 4 wtedy, gdy hiperpłaszczyzna H_i dołączanej nierówności N_i dzieli stożek $N_1 \cap .. \cap N_{i-1}$ na dwie części. Wyniki sprawdzenia WS w kolumnie N_i macierzy wyników sprawdzenia MWS przyjmują wszystkie z możliwych wartości, tzn. 0. 1 oraz -1. }

Poszukiwania rozwiązania podstawowego, gdy hiperpłaszczyzna H_i dzieli stożek $N_1 \cap .. \cap N_{i-1}$ na dwie części, wykonuje się z wykorzystaniem założenia (z8.2). Konstruowanie rozwiązania podstawowego przedstawiono za pomocą dwóch schematów blokowych - rys. 6.4-8.1., rys. 6.4-8.2.

Pierwsza część algorytmu (rys. 6.4-8.1) ujmuje przepisanie wektorów macierzy X oraz MWS odpowiednio do macierzy Xp1 oraz MWSp1. Wpisanie wektorów do macierzy Xp1 oraz MWSp1 wykonywane jest z jednoczesnym uporządkowaniem tych wektorów. Pierwsze lwu pozycje w macierzach Xp1, MWSp1 zajmują wektory typu X_{1-}, na pozycjach lwu+1 do lwu+lwd wpisane zostają wektory typu X_{k+}, a na końcowych pozycjach, lwu+lwd+1 do lwu+lwd+lwz wpisane są wektory typu X_{m0} (tzn. o wyniku sprawdzenia WS(X, N_i)=(1)).

W drugiej części algorytmu (rys. 6.4-8.2) konstruuje się wektory typu X_{k10} dopisując je na końcu macierzy Xp1, MWSp1, rozpoczynając od pozycji nw+1; jednocześnie w drugiej części algorytmu wykonuje się sprawdzenie, czy w każdej z i kolumn macierzy MWSp1, na pozycjach lu+1 do ostatniej bieżącej, liczba jedynek jest równa co najmniej nS-1; realizowane jest to w bloku SUMM=(nS-1)*i, który jest przedstawiony w Dodatku D.6.4-8.3;

Blok MWSp1(nr):=WS(t,u) realizuje obliczanie wartości elementów macierzy wyników sprawdzenia dla określonych w poprzednim bloku wg (6.3-4.9) wektorów typu X_{k10}; elementy te obliczane są dla każdej nierówności indywidualnie w taki sposób, że jeżeli wyniki sprawdzenia dla wektorów X_{k+}, X_{1-} mają wartości odpowiednio 1, 0 lub 0, 1, to wynik sprawdzenia dla wektora X_{k10} ma wynik sprawdzenia 0, przy czym wynik sprawdzenia dla tego wektora X_{k10} dla nierówności N_i przyjmuje zawsze wartość 1. Po znalezieniu ostatniego niezbędnego wektora rozwiązania podstawowego (typu X_{k10}) elementy macierzy Xp1, MWSp1 wpisuje się odpowiednio do macierzy X, i tak określone

wektory macierzy X stanowią rozwiązanie podstawowe układu i nierówności: $N_1 \cap .. \cap N_i$; do macierzy X oraz macierzy MWS wpisywane są wektory macierzy Xp1, MWSp1 typu X_{k+}, X_{m0}, X_{k10} począwszy od wektora lwu+1 do ostatniego.

{ Algorytm z rysunku 6.4-8.2 jest kontynuacją algorymu z rys. 6.4-8.1. }

krok 5. Koniec.

Proces poszukiwania rozwiązania podstawowego zilustrowano za pomocą przykładu w Dodatku D.6.4-8.4. Przykład ten ujmuje przypadek, gdy hiperpłaszczyzna H_i przecina stożek $H_1 \cap .. \cap H_{i-1}$.

6.4.9. Interpretacja obwodowa rozwiązania podstawowego układu nierówności

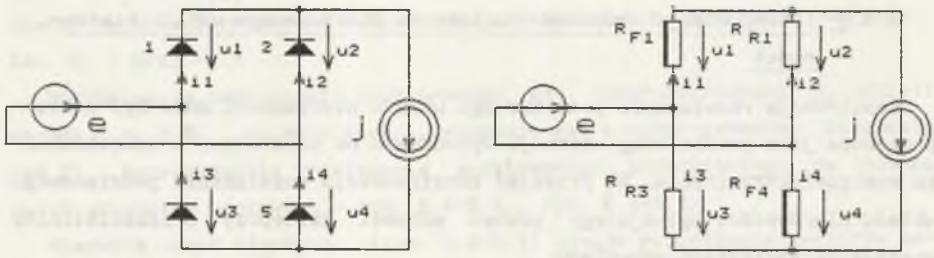
Konstrukcja rozwiązania podstawowego układu nierówności może być zinterpretowana jako pewien ciąg operacji wykonanych na konkretnym przekształtniku energoelektronicznym. Na przykład konstruowaniu rozwiązania podstawowego układu nierówności opisującego pewien schemat zastępczy przekształtnika energoelektronicznego odpowiada:

1. skonstruowanie obwodu liniowego, w którym w miejscu diod przewodzących znajdują się rezystancje o wartościach rezystancji przewodzenia, a w miejscu diod nieprzewodzących znajdują się rezystancje o wartości rezystancji zaworowych;
2. poszukiwanie wektorów napięć/prądów źródłowych zgodnie z ww. algorytmem.

Dla przykładu, konstruowaniu pierwszego wektora pierwszej nierówności odpowiada, przy dowolnie przyjętej wartości napięcia/prądu źródła o numerze jeden i napięciach/prądach źródeł o numerach 2..nS-1 równych zeru, dobór takiego napięcia/prądu źródła o numerze nS, aby napięcie/prąd pierwszej diody było/był równe/y zero. Konstruowaniu drugiego wektora pierwszej nierówności odpowiada, przy dowolnie przyjętej wartości napięcia/prądu źródła o numerze dwa i napięciach/prądach źródeł o numerach 1, 3..nS-1 równych zeru, dobór takiego napięcia/prądu źródła o numerze nS, aby napięcie/prąd pierwszej diody było/był równe/y zero. Postępowanie takie zostaje zakończone określeniem (nS-1)-go wektora. Konstruowaniu nS-tego wektora pierwszej nierówności odpowiada, przy wartościach napięć/prądów źródeł o numerach 1..(nS-1) takich, jakie przyjęto w pierwszych nS-1 przypadkach oraz wartości napięcia/prądu źródła o numerze nS równej sumie wartości napięć/prądów określonych w pierwszych nS-1 przypadkach, zmianie znaku tych napięć/prądów.

Konstruowaniu wektora numer nS+1 pierwszej nierówności odpowiada, przy dowolnie przyjętej wartości napięcia/prądu źródła o numerze jeden i napięciach/prądach źródeł o numerach 2..nS-1 równych zeru, dobór takiego napięcia/prądu źródła o numerze nS, aby dioda pierwsza była w stanie zaworowym/blokowania.

Przebieg konstruowania rozwiązania podstawowego zbioru nierówności ilustruje się poniżej na przykładzie prostownika mostkowego dwupulsowego, m=2. Schemat prostownika pokazano na rys. 6.4-9.1.



Rys. 6.4-9.1. Prostownik m=2; a - schemat, b - schemat zastępczy dla stanu diod: 1 0 0 1

Fig. 6.4-9.1. Rectifier m=2; a - arrangement, b - eqivalent circuit for the diodes state of: 1 0 0 1

W celu uzyskania wyraźnego obrazu geometrycznego uzyskanego rezultatu przyjęto dalekie od rzeczywistych wartości rezystancji przewodzenia R_F=1 Ω oraz rezystancji zaworowej R_R=10 Ω; rezystancje w przykładzie są takie same dla wszystkich czterech diod.

Nierówności opisujące stany zaworowe/przewodzenia diod 1..4 mają następującą postać:

N_1: i_1 = (1/11) e + (10/11) j ≥ 0

N_2: $-u_2$ = (10/11) e - (10/11) j ≥ 0

N_3: $-u_3$ = (10/11) e - (10/11) j ≥ 0

N_4: i_4 = (1/11) e + (10/11) j ≥ 0

Rozwiązaniem podstawowym nierówności N_1 są trzy wektory

X_1=(1, -1/10)

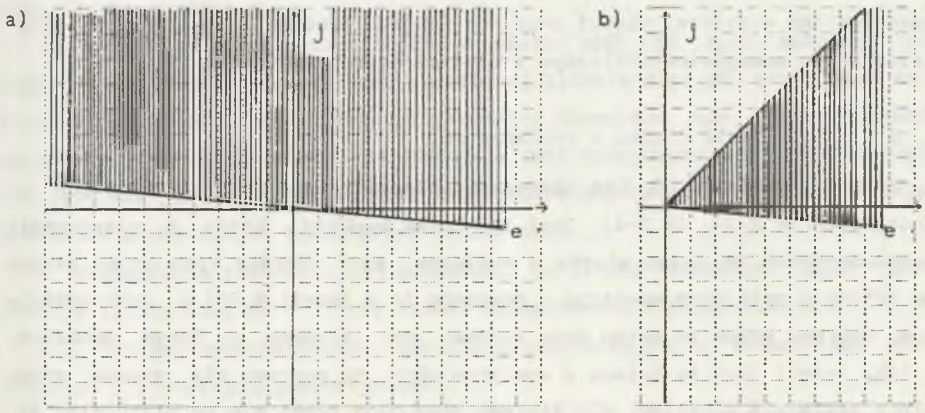
X_2=(-1, 1/10)

X_3=(0, 1/10)

Rozwiązaniem podstawowym nierówności N_1, N_2 są dwa wektory

X^*_1=(1, -1/10)

X^*_2=(1/10, 1/10)



Rys. 6.4-9.2. Rozwiązania podstawowe układu nierówności opisujących schemat zastępczy 1 0 1 0 prostownika mostkowego m=2 z rys. 6.4-9.1; a) rozwiązanie dla nierówności N , b) rozwiązanie dla nierówności N_1, N_2, N_3, N_4.

Fig. 6.4-9.2. Fundamenatal solution of the set of inequalities which describe equivalent circuit of the two pulse bridge rectifier shown in fig. 6.4-9.1.; a) - solution of the single inequality of N_1, b) - the solution of the whole set of $N_1..N_4$

Nierówność N_3 jest nieistotna, ponieważ jest ona identyczna z nierównością N_2. Nierówność N_4 jest nieistotna będąc identyczna z nierównością N_1.
Na rys. 6.4-9.2 zailustrowano graficznie rozwiązanie podstawowe i rozwiązanie dla pierwszej nierówności - rys. 6.4-9.2.a) i dla wszystkich nierówności N_1, N_2, N_3, N_4. - rys. 6.4-9.2.b).

6.5. STRUKTURA STOZKOWA PRZESTRZENI R^{nS}. DRUGA MAKSYMALNA LICZBA SCHEMATÓW ZASTĘPCZYCH

6.5.1. Uzasadnienie

Podrozdział ten jest kontynuacją podrozdziału 6.4. W pierwszej części określa się strukturę przestrzeni R^{nS}; przestrzeń ta jest zbiorem stożków wypukłych przyległych do siebie, takich jakie opisano w podrozdziale 6.4.

W drugiej części wyznaczono drugą maksymalną liczbę schematów zastępczych opisując przy tym strukturę stożkową przestrzeni R^{nS}. Omawia się taką strukturę, w której wszystkie zbiory nierówności wyznaczają stożki o wymiarze nS. Sytuacje, w których zbiory nierówności określają stożki o wymiarze niższym od d=nS-1, opisuje się w podrozdziale 6.6. Struktura stożkowa jest wykorzystana w dalszej części pracy do opisu procesu komutacji w przekształtniku energoelektronicznym z diodami doskonałymi.

6.5.2. Otoczenie stożka o wymiarze nS

Stożek o wymiarze nS jest określony układem nD nierówności liniowych jednorodnych (6.2-3), (6.2-4). Jest to stożek wypukły. Każda z nierówności wyznacza jedną ze ścian stożka o wymiarze nS-1. Oprócz tych ścian stożek ma ściany o mniejszym wymiarze - pokazano to w tabeli 8.3-1 w podrozdziale 6.4. Poprzez każdą ze ścian dany stożek jest styczny z innym stożkiem. I tak, jeżeli jest to ściana o wymiarze nS-1, to poprzez nią stożek styka się z sąsiednim stożkiem, dla którego stan diod różni się od stanu diod danego stożka tylko o stan jednej diody - diody wyznaczającej tę ścianę. Jeżeli jest to ściana o wymiarze nS-2, to poprzez nią dany stożek styka się z tym stożkiem, dla którego tylko dwie diody znajdują się w stanie przeciwnym. Wraz z maleniem wymiaru ściany d rośnie liczba diod, których stan jest przeciwny w sąsiadującym przez tę ścianę stożku - ogólnie liczba tych diod przy ścianie o wymiarze d wynosi:

$$ld = nS-d \qquad (6.5\text{-}2.1)$$

W skrajnym przypadku, gdy wymiar ściany jest równy d=0, to w stycznym do danego poprzez tę ścianę stożku wszystkie diody znajdują się w stanie przeciwnym. Jeżeli liczba diod jest większa od liczby źródeł, nD»nS to oznacza, że tylko pewna część diod, tzn. nS diod, ma przeciwny stan w sąsiadującym przez ścianę o wymiarze 0 stożku. Jest to prawdziwe dla każdego stożka. Opisane geometrycznie otoczenie stożka o wymiarze nS można przedstawić w kategoriach schematów zastępczych.

6.5.3. Druga maksymalna liczba schematów zastępczych [G9]

1. Strukturę stożkową przestrzeni wymuszeń wygodnie jest przedstawić obliczając liczbę schematów zastępczych, a więc i liczbę schematów zastępczych przy dowolnej liczbie diod i źródeł napięciowych/prądowych i przy braku innych ograniczeń. Liczba ta służy do wstępnej oceny złożoności pro-

cesu realizowanego przez przekształtnik. Liczby schematów zastępczych wyrażane są za pomocą liczby diod nD oraz liczby źródeł napięciowych/prądowych nS stanowiących wymuszenie dla przekształtnika.

2. Pierwsza maksymalna możliwa liczba schematów wynosi $nDD1=nDDmax=2^{nD}$ (i zachodzi to przy odpowiedniej topologii obwodu, parametrach elementów oraz liczbie źródeł nS).

3. Czynnikiem określającym liczbę schematów nDD, na ogół mniejszą od nDD1, jest liczba źródeł nS przy określonej liczbie diod nD, przy czym zakłada się że topologia schematu i parametry elementów nie są czynnikami ograniczającymi. Przy $nD \leq nS$, liczba nDD2 jest niezależna od liczby źródeł nS. Jest tak ponieważ dodanie kolejnego źródła nie może zwiększyć liczby schematów wyznaczonych tylko przez liczbę diod.

4. Wyznaczenie rekurencyjnej zależności na liczbę schematów nDD2 jako funkcję liczby diod nD i liczby źródeł napięciowych i prądowych nS.

4.1. Poniżej zaprezentowaną analizę przedstawia się w kategoriach obwodowych i równolegle geometrycznych.

4.2. Pierwsza dioda, gdy jej napięcie/prąd jest równy zero, wyznacza hiperpłaszczyznę, która dzieli przestrzeń nS-wymiarową na dwie części, które są stożkami wypukłymi; liczba stożków/schematów (zastępczych) jest więc równa nDD=2.

4.3. Hiperpłaszczyzna związana z drugą diodą, przy pierwszej diodzie nieprzewodzącej (sD(1)=0) dzieli dotychczasowy stożek sD(1)=0 na dwie części, czyli na dwa stożki. Pierwszy z tych nowo powstałych stożków wyznaczony jest przez stany każdej z dwóch diod sD(1)=0, sD(2)=0 (w skrócie sDD=00). Drugi stożek wyznaczony jest przez sD(1)=0, sD(2)=1 (w skrócie sDD=01). Podobnie, hiperpłaszczyzna związana z drugą diodą przy pierwszej diodzie przewodzącej dzieli dotychczasowy stożek sD(1)=1 na dwa stożki: sDD=10,11. Przestrzeń nS-wymiarowa podzielona została więc na cztery stożki, nDD=4.

4.4. Przypadek 4.2 można sprowadzić do przypadku topologicznie identycznego, gdzie niezależnie od stanu diody sD(1) hiperpłaszczyzną wyznaczoną przez równanie napięcia/prądu diody drugiej, u=0, i=0 jest tylko jedna hiperpłaszczyzna. Przykładem może być prostownik zerowy m=2 z odbiornikiem rezystancyjnym oraz z wymuszeniem w postaci dwóch źródeł napięcia.

4.5. Równanie, u/i=0, pewnej kolejnej k-tej diody, a więc kolejna hiperpłaszczyzna dodaje tyle nowych stożków, na ile sektorów zostaje ona podzielona przez k-1 hiperpłaszczyzn związanych z k-1 diodami; k-ta hiperpłaszczyzna traktowana jest jako przestrzeń o wymiarze nS-1. A więc ta dodat-

kowa liczba stożków może być wyrażona jako liczba stożków przy nS-1, nD-1. Stwierdzenie to można zapisać w postaci rekurencyjnej :

$$nDD2(nD,nS)=nDD2(nD-1,nS)+nDD2(nD-1,nS-1) \qquad (6.5\text{-}3.1)$$

Przykład. nD=4, nS=3. Pierwsze trzy płaszczyzny dzielą przestrzeń R^3 na 8 stożków. Czwarta płaszczyzna jest dzielona przez pierwsze trzy płaszczyzny na 6, stożków a więc przecina ona 6 z poprzednich 8 stożków. Z tego wynika, że czwarta płaszczyzna nie przechodzi przez dwa z poprzednio wyznaczonych 8 stożków, a każdy z pozostaych 6 stożków zostaje przez nią podzielony na dwa stożki. Tak więc liczba stożków wynosi 2*6+2=14 i jest ona równa liczbie schematów zastępczych nDD.

4.6. Powyższe rozważania można przeprowadzić także w kategoriach równań algebraicznych linowych jednorodnych.

5. Numeryczne wyznaczenie nDD2 wymaga na początku ustalenia tej liczby dla dwóch przypadków: 1^{o} nS=1, nD=dowolne, 2^{o} nS=dowolne, nD=1.

6. Przy nS=1, nD=dowolne, liczba schematów wynosi nDD2=2. Jest tak, ponieważ wszystkie diody jednocześnie zmieniają swój stan.

7. Przy nS=dowolne, nD=1, liczba schematów zastępczych wynosi także nDD2=2; w tym przypadku niezależnie od liczby źródeł nS tylko jedna jedyna dioda zmienia swój stan.

8. Wygodniejszą od zależności (6.5-3.1) formułą umożliwiającą obliczenie drugiej maksymalnej liczby schematów nDD2(nD,nS) jest formuła zamknięta i taka jest określona poniżej.

9. Znając wartości nDD2(nD=dowolne, nS=1)=2 oraz nDD2(nD=1, nS=dowolne)= 2 na podstawie (6.5-3.1) można obliczyć nDD przy dowolnych wartościach nD, nS. W tabeli 6.5-3.1 podano wartości nDD2 przy 1<=nD<=10, 1<=nS<=5.

10. Tabela 6.5-3.1

	nDD=f(nD,nS):										
nS											
5	2	4	8	16	32	62	114	198	326	512	772
4	2	4	8	16	30	52	84	128	186	260	352
3	2	4	8	14	22	32	44	58	74	92	134
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	24
1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	nD

11. Z tabeli 6.5-3.1 wynikają dwa związki szczególne. Pierwszy - $nDD2=2^{nD}$ przy nS>=nD. I drugi, mniej ważny - nDD=2nD przy nS=2.

12. Analizując sposób obliczenia nDD2 przy konkretnych wartościach nD, nS można ustalić, że nDD jest sumą nS-1 czynników, z których każdy jest iloczynem liczby 2 oraz pewnego wyrażenia będącego funkcją nD, nS.

13. Przykład. Przy nD=6 oraz nS=4, stosując zależność (6.5-3.1) wielokrotnie uzyskuje się wyrażenie

$$
\begin{aligned}
nDD(6,4)&=nDD(2,1)+nDD(3,2)+nDD(4,3)+nDD(5,4)=\\
&=nDD(2,1)+\\
&+nDD(2,1)+nDD(2,2)+\\
&+nDD(3,2)\qquad\quad +nDD(3,3)+\\
&+nDD(4,3)\qquad\quad +nDD(4,4)=\\
&=nDD(2,1)+\\
&+nDD(2,1)+nDD(2,2)+\\
&+nDD(2,1)+nDD(2,2)+nDD(3,3)+\\
&+nDD(3,2)+nDD(3,3)+nDD(4,4)=\\
&=nDD(2,1)+\\
&+nDD(2,1)+nDD(2,2)+\\
&+nDD(2,1)+nDD(2,2)+nDD(3,3)+\\
&+nDD(2,1)+nDD(2,2)+nDD(3,3)+nDD(4,4)
\end{aligned}
\qquad (6.5\text{-}3.2)
$$

Wyrażenie powyższe ma nastąpującą strukturę

$$
[(nD-nS+2)(nD-nS+1)(nD-nS)]/6*2^{1}+[(nD-nS+1)(nD-nS)]/2*2^{2}+
$$

$$
+(nD-nS)]/1*2^{3}\qquad\qquad +[(1)]/1*2^{4} \qquad (6.5\text{-}3.2.a)
$$

14. Uogólniając podpunkt 3.13 uzyskuje się zależność:

$$
nDD2(nD,nS)\begin{cases} 2^{n} & : nD \le nS \\ \displaystyle\sum_{i=0}^{nS-1} \frac{(nD-nS-i)!}{(nD-nS-1)!\ (nS-i-1)!} - 2^{(i+1)} & : nD > nS \end{cases}
$$

(6.5-3.3)

15. Dowód (6.5-3.3).

a) Prawdziwość (6.5-3.3) przy nD≤nS wynika z podpunktu 3.3 oraz z zależności (6.5-3.1).

b) Przy nD≤nS prawdziwość (6.5-3.3) dla wartości nD=1, nS=dowolne oraz

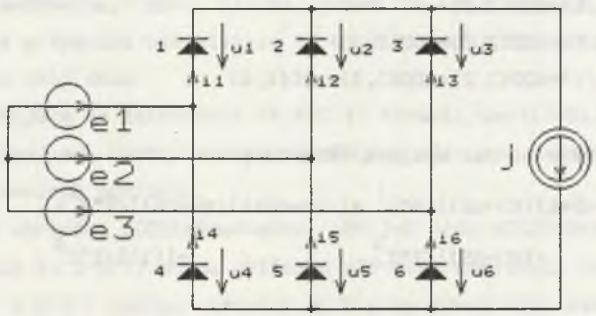
nD=dowolne, nS=1 wynika z bezpośrednich obliczeń - porównaj z wynikami podanymi w tabeli (6.5-3.1).

b1). Prawdziwość (6.5-3.3) przy dowolnych wartościach nD>nS wykazuje się podstawiając (6.5-3.3) do (6.5-3.1).

16. Przykład. Dany jest przekształtnik diodowy m=6, zasilany z sieci 3-fazowej symetrycznej napięciowej przy kształcie sinusoidalnym poszczególnych napięć, oraz odbiorniku rezystancyjnym. Należy określić drugą liczbę schematów nDD2. Pierwsza liczba schematów wynosi $nDD1=2^{nDD}=64$. Druga liczba schematów, wg (6.5-3.3), jest równa nDD2=12. Wynika to z tego, że liczba źródeł niezależnych liniowo jest równa nS=2.

6.5.4. Ilustracja graficzna struktury stożkowej przestrzeni R^{nS}

Ilustrację graficzną struktury stożkowej przedstawia się przy założeniu, że jest ona topologicznie równoważna pewnej strukturze opisującej przekształtnik energoelektroniczny; schemat tego przekształtnika pokazano na rys. 6.5-4.1.



Rys. 6.5-4.1. Prostownik mostkowy m=6

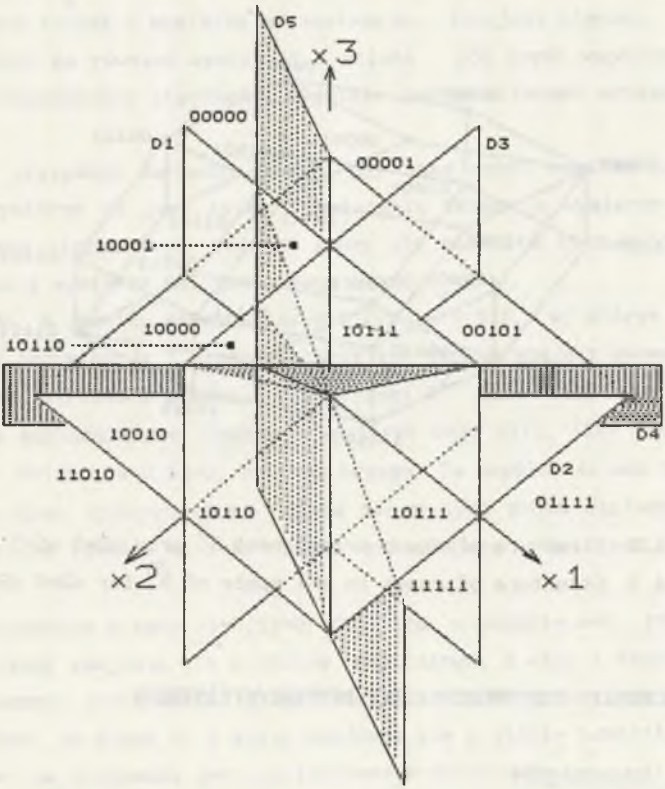
Fig. 6.5-4.1. Bridge rectifier, m=6

Płaszczyzny przełączeń poszczególnych diod opisane są równaniami:

$$
\begin{aligned}
L_1 &:= x_2 = 0 \\
L_2 &:= x_3 = 0 \\
L_3 &:= x_1 = 0 \\
L_4 &:= x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\
L_5 &:= 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\
L_6 &:= 0.066x_1 + 0.096x_2 + x_3 = 0
\end{aligned}
\qquad (6.5\text{-}4.1)
$$

Zmiennym x_* odpowiadają zmienne e/j przekształtnika tak, że $x_1=e_1-e_2$, $x_2=e_2-e_3$, $x_3=j$. Dla takiej odpowiedniości zmiennych x oraz e1, e2, e3, j płaszczyzny $L_1..L_5$ odpowiadają komutacjom odpowiednio diod $D_1..D_5$, gdy diody te zastąpione są rezystancjami o wartościach $R_1=R_2=R_3=2\Omega$, $R_4=0.5\Omega$, $R_5=1.11\Omega$, $R_6=10\Omega$. Płaszczyzny (6.5-4.1) dzielą przestrzeń R^3 na 32 stożki wypukłe. Strukturę stożkową dla pierwszych pięciu płaszczyzn pokazano na rys. 6.5-4.2; na rysunku tym nie wrysowana jest płaszczyzna L_6. Pokazane na rys. 6.5-4.2 płaszczyzny dzielą R^3 na 22 stożki - jest to taki sam wynik, jaki zawarty jest w tabeli 6.5-3.1.

Sruktura stożkowa z rys. 6.5-4.2 jest topologicznie równoważna strukturze stożkowej/komutacyjnej przekształtnika z rys.6.5-4.1 w przypadku, gdy rezystancje diod w kierunku zaworowym oraz w kierunku przewodzenia dla każdej z diod są różne. Struktura stożkowa przy diodach o różnych rezytancjach w



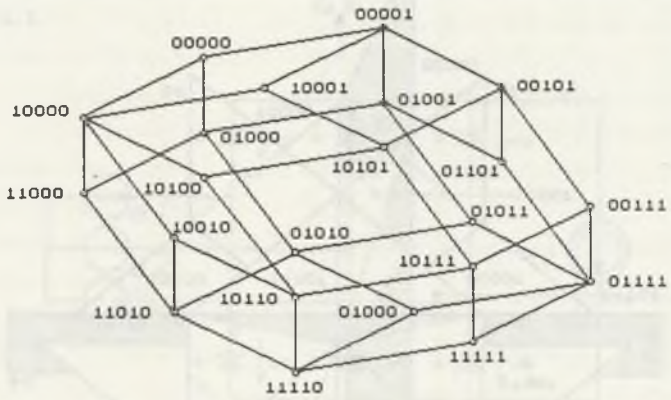
Rys. 6.5-4.2. Struktura stożkowa przestrzeni R^3 przy nD=5

Fig. 6.5-4.2. Structure of cones in R^3 for nD=5

kierunku zaworowym i przewodzenia wyznaczana jest tak, że komutacja każdej z diod wyznaczana jest w R^3 przez powierzchnie zlepione z wycinków płaszczyzn.

Strukturę stożkową przestrzeni R^{nS} można przedstawić tak, że możliwe jest pokazanie przypadków wychodzących poza nS=3. Pokazano to na rys. 6.5-4.3. Wierzchołki odpowiadają tutaj stożkom o wymiarze nS=3, a krawędzie łączące wierzchołki ścianom o wymiarze nS-1=2. Każdy z wierzchołków jest oznaczony uporządkowaną piątką liczb. Poszczególne pozycje tej piątki opisują stan odpowiednich diod. Każda z pozycji może przyjąć wartość 0 lub 1. Gdy jest to 0,to dana dioda jest w stanie zaworowym, a gdy 1, to dioda ta przewodzi.

W dodatku D.6.5-4.1 zamieszczono, podobny do rysunku 6.5-4.3. rysunek struktury stożkowej dla nS=5, nD=5 liczba stożków/schematów jest w tym przypadku równa 32 (jest to zgodne z wynikiem podanym w tabeli 6.5-3.1.)



Rys. 6.5-4.3. Struktura stożkowa przestrzeni R^3 przy nD=5 nS=3, (nDD=22)
Fig. 6.5-4.3. Structure of cones in the space of R^3 for nD=5 nS=3, (nDD=22)

6.6. SCHEMATY ZASTĘPCZE/STOŻKI ISTOTNE/NIEISTOTNE

6.6.1. Uzasadnienie

W podrozdziale 6.5. omówiono strukturę przestrzeni R^{nS} przy założeniu, że wymiary wszystkich stożków określonych odpowiednimi układami nierówności są równe nS. W ogólnym przypadku jest możliwe, że wymiary niektórych sto-

żków mogą być niższe niż nS - pokazano to w podrozdziale 6.4. Celem niniejszego podrozdziału jest opis struktury stożkowej przestrzeni R^{nS} w przypadku, gdy oprócz stożków o wymiarze d=nS istnieją w niej stożki o niższym wymiarze d<nS.

6.6.2. Sąsiedztwo stożków. Stożki/schematy istotne

Poszukiwanie rozwiązania podstawowego każdego z 2^{nD} układów nierówności umożliwia określenie wymiaru stożka odpowiadającego danemu układowi nierówności. Stożek o wymiarze d ma ściany o wymiarach od d-1 do 0, które też są stożkami. Stożki o najwyższym wymiarze - d=nS - mają ściany o wymiarach od d_s=nS-1 do d_s=0. W punktach stożka o wymiarze nS należących do ściany o wymiarze d_s i nie należących do brzegu tej ściany niektóre diody znajdują się w stanie neutralnym; liczba tych diod wynosi zgodnie z zależnością (6.5-2.1) ld=nS-d_s.

Jeżeli dany stożek o wymiarze nS sąsiaduje, tzn. jest styczny, z pewnym stożkiem, który ma również wymiar nS i ściana - ich część wspólna - ma wymiar d_s, to zagadnienie styczności wygodnie jest analizować wyróżniając dwa przypadki:

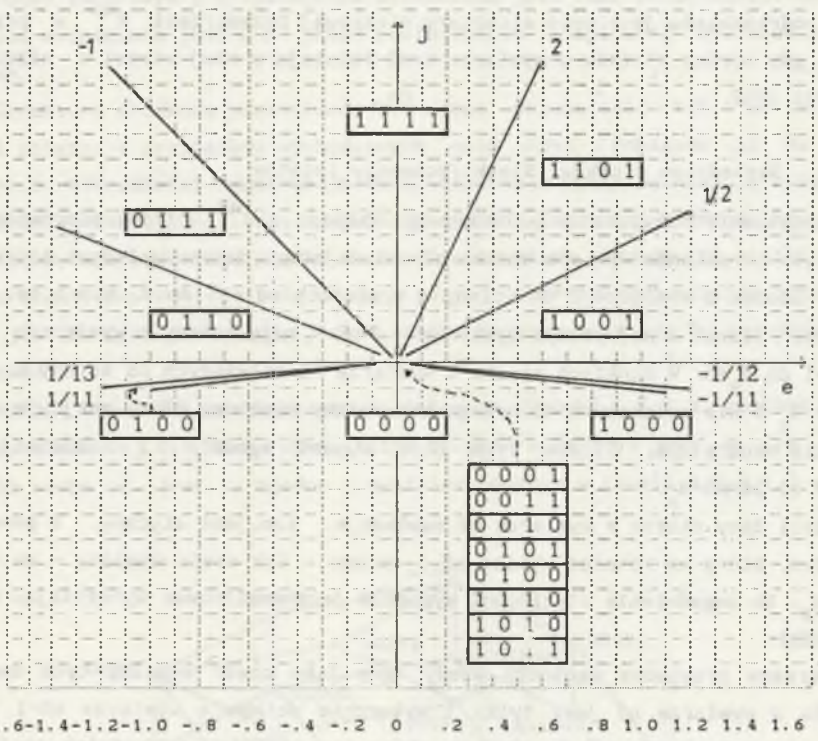
1. pierwszy przypadek zachodzi wtedy, gdy jako część wspólną tych dwóch stożków o wymiarze nS jest tylko i wyłącznie ściana o wymiarze nS-1 bez brzegu i wtedy liczba diod, których stany się różnią w tych dwóch sąsiednich stożkach o wymiarze nS, jest równa ld=nS-d_s=1.

Dla przykładu, w mostku prostowniczym z rys. 6.4-9.1, w którym każda z diod ma inne rezystancje i przekształtnik ten współpracuje z dwoma źródłami, tzn. nS=2, struktura stożkowa przestrzeni R^2 jest taka jak na rys. 6.6-2.1. Dla sąsiadujących stożków o wymiarze d=2: 1111, 1101 ich częścią wspólną jest ściana -e+0.5j=0, e≥0 bez brzegu. Ta wspólna ściana ma wymiar d=1. Liczba diod, których stany różnią się w tych dwóch sąsiednich stożkach, jest równa ld=nS-d_s=2-1=1; diodą zmieniającą stan jest tu dioda numer 3.

W punkcie brzegowym ściany -e+0.5j=0, e≥0, tzn. w punkcie e=0, j=0, wszystkie cztery diody znajdują się w stanie neutralnym, a więc i dioda numer 3. Jeżeli wymuszenie źródłowe (e, j) jest takie, że pokrywa się ono ze ścianą -e+0.5j=0, e≥0, to dioda nr 3 stale znajduje się w stanie neutralnym.

Sąsiedztwo w tym przypadku jest *sąsiedztwem bezpośrednim.*

Strukturę stożkową przykładowego prostownika zamieszczono na rys. 6.6-2.1. Zawiera ona 8 stożków o wymiarze 2, tzn. tyle, ile określono w podrozdziale

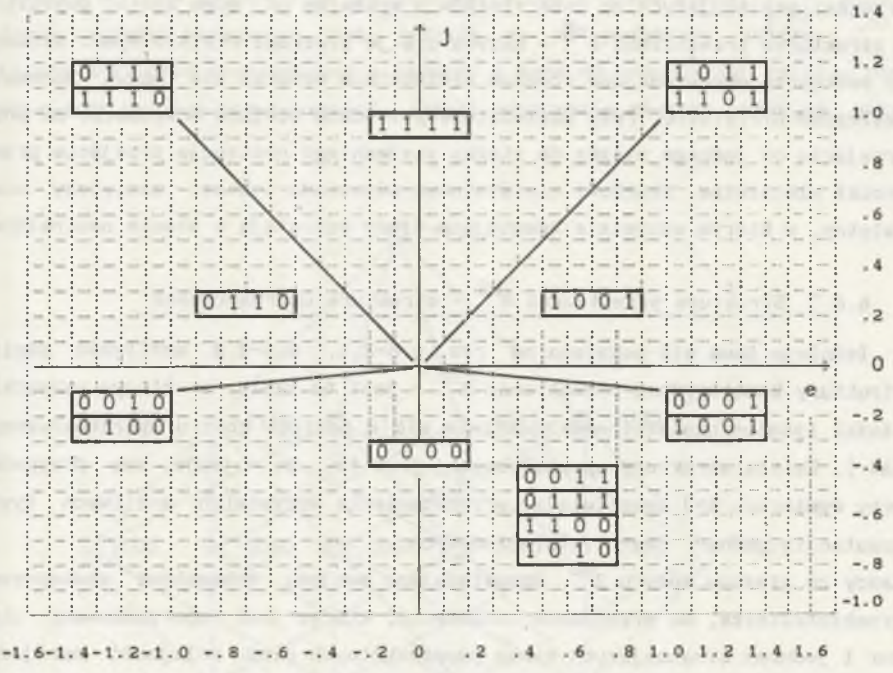


Rys. 6.6-2.1. Struktura stożkowa R^2 prostownika mostkowego m=2 przy diodach o różnych rezystancjach: R_{R1}=10 Ω, R_{F1}=2 Ω, R_{R2}=11 Ω, R_{F2}=1 Ω, R_{R3}=12 Ω, R_{F3}=2.5 Ω, R_{R4}=13 Ω, R_{F4}=0.5 Ω; schemat prostownika podany jest na rys. 6.4-9.1

Fig. 6.6-2.1. Structure of cones of R^2-space for rectifier bridge, m=2; each diode has different resistance of R_{R1}=10 Ω, R_{F1}=2 Ω, R_{R2}=11 Ω, R_{F2}=1 Ω, R_{R3}=12 Ω, R_{F3}=2.5 Ω, R_{R4}=13 Ω, R_{F4}=0.5 Ω, R_F=1 Ω; the rectifier arrangement is given in fig 6.4-9.1

6.5 dla nS=2, nD=4; jest to największa możliwa ich liczba. Szczegółowy opis analizy, wynikiem której jest struktura stożkowa z rys. 6.6-2.1., przedstawiono w Dodatku D.6.6-2.1.

2. drugi przypadek ma miejsce, gdy ze wspólną częścią dwóch stożków o wymiarze nS, ścianą o wymiarze nS-1 bez brzegu identyczne są stożki o wymiarze niższym od nS, n_s<nS; stożki te o wymiarze n_s<nS odpowiadają pewnym schematom zastępczym ze zbioru 2^{nD} schematów zastępczych. W rozważanym przypadku liczba diod, których stany różnią się dla wnętrz sąsiadujacych stożków o wymiarze nS, jest większa od ld=nS-d_s=1. Ilustracją tego przy-



Rys. 6.6-2.2. Struktura stożkowa R^2 prostownika mostkowego m=2 przy diodach o jednakowych rezystancjach: R_R=10Ω, R_F=1Ω; wg schematu z rys. 6.4-9.1

Fig. 6.6-2.2. Structure of cones of R^2-space for rectifier bridge, m=2; all diodes have the same resistance of R_R=10 Ω, R_F=1 Ω; the rectifier arrangement is given in fig. 6.4-9.1

padku jest prostownik m=2 z rys. 6.4-9.1., w którym wszystkie diody mają takie same rezystancje; prostownik jest zasilany ze źrodła napięciowego e, a odbiornikiem jest źródło prądowe j. Strukturę stożkową przestrzeni $R^{nS} = R^2$ tego prostownika zamieszczono na rys. 6.6-2.2. W części wspólnej dwóch sąsiadujących ze sobą stożków 1111 oraz 1001 zawarte są ponadto dwa stożki: 1011, 1101; są to stożki o wymiarze n_s=1≤nS=2. Wszystkie diody znajdują się dla tych stożków (1011, 1101) w stanie neutralnym. W rozważanym przykładzie istnieją również stożki o wymiarze 0, identyczne ze ścianami o wymiarze 0 stożków o wymiarze 2. Sąsiedztwo stożków o wymiarze nS jest w omawianym przypadku, przez analogię do przpadku 1, nazywane *sąsiedztwem pośrednim.*

Stożki o wymiarze niższym od nS, jeżeli są identyczne z odpowiednimi brzegami sąsiadujących ze sobą stożków o wymiarze nS, mogą zostać pominięte w strukturze przestrzeni R^{nS} - nazywa się je *stożkami nieistotnymi*. Schematy zastępcze odpowiadające stożkom nieistotnym oznacza się nazwą *schematy zastępcze nieistotne*. Przy sąsiedztwie pośrednim stożków o wymiarze nS przy przejściu od jednego stożka do stożka sąsiedniego następuje przejście przez stożki nieistotne. Stożkowi nieistotnemu odpowiada schemat zastępczy nieistotny, w którym wszystkie komutujące diody pozostają w stanie neutralnym.

6.6.3. Struktura przestrzeni R^{nS} - struktura uporządkowana

Istnieje inna niż pokazana na rys. 6.6-2.1, 6.6-2.2 możliwość zapisu struktury komutacyjnej przestrzeni R^{nS} - jest to zapis, w którym wszystkie stożki istotne/nieistotne przedstawia się w postaci zbioru uporządkowanego [H4]. Zaletą struktury uporządkowanej jest to, że ujmuje ona przypadki przy wymiarach S>3 umożliwiając przedstawienie wszystkich możliwych typów komutacji: jedno-, dwu- i wielodiodowych.

Każdy ze stożków zbioru 2^{nD}, odpowiadający swojemu schematowi zastępczemu przekształtnika, ma przypisane oznaczenie, którym jest uporządkowany ciąg zer i jedynek oznaczających stany poszczególnych diod; kolejność zer/jedynek w oznaczeniu danego stożka/schematu jest wynikiem przyjętego ponumerowania diod w schemacie przekształtnika - np. w prostowniku mostkowym m=2 z rys. 6.4-9.1 oznaczenie 0110 oznacza: diody 1, 4 są w stanie zaworowym, a diody 2, 3 przewodzą. Tak więc zbiór 2^{nD} stożków ma nazwy od 0000 do 1111. Istnieje możliwość uporządkowania tego zbioru. Porządkiem jest relacja $\leq$, która opisana może być w następujący sposób. Do opisu tej relacji niezbędna jest definicja odległości w omawianym zbiorze.

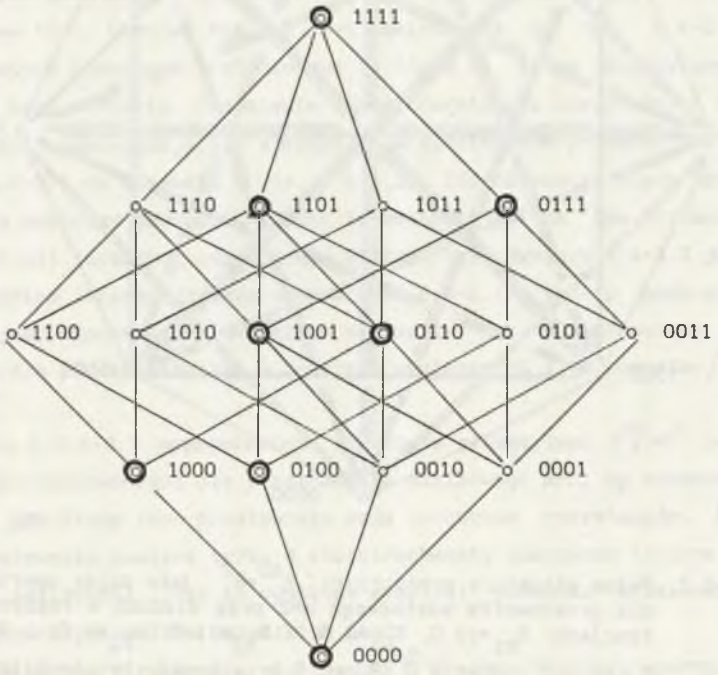
Odległość dwóch stożków oznaczonych jako elementy $e_k=(a_{k1}\ a_{k2}\ \cdots\ a_{km}\cdots\ a_{knD-1}\ a_{knD})$, $e_l=(a_{l1}\ a_{l2}\ \cdots\ a_{lm}\cdots\ a_{lnD-1}\ a_{lnD})$, gdzie $a \in \{0, 1\}$, określona jest zależnością

$$\rho(e_k, e_l) = \sum_{m=1}^{nD} (a_{km} \circ a_{lm}) \qquad (6.6\text{-}3.1)$$

W zależności (6.6-3.1) znak 'o' oznacza działanie takie, w którym 0o0=0, 1o1=0, 1o0=1, 0o1=1. Tak więc odległość w zbiorze zawarta jest w przedziale $\rho \in (0..nD)$.

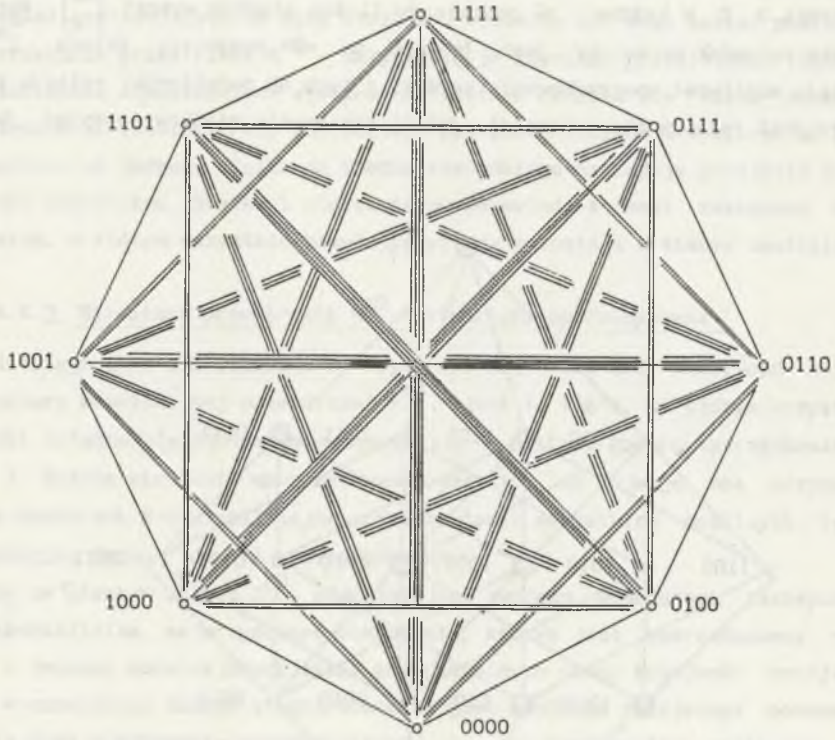
Wykorzystując definicję odległości wprowadza się taki porządek w zbiorze 2^{nD} stożków, że buduje się nD podzbiorów stożków takich, że każdy ze stoż-

ków danego podzbioru jest równoodległy od pewnego wybranego stożka - np. od stożka 0..0. W każdym z nD podzbiorów liczba stożków wynosi $\binom{nD}{\rho}$. Wprowadzony porządek narzucony jest jedynie na nD podzbiory zbioru 2^{nD}. Istnieje możliwość uporządkowania każdego z tych nD podzbiorów; relacją porządku jest relacja niewiększości, jeżeli oznaczenie stożków przyjąć jako



Rys. 6.6-3.1. Struktura przestrzeni $R^{nS}=R^{2}$ jako zbiór uporządkowany dla prostownika mostkowego m=2 przy diodach o różnych rezystancjach: R_{R1}=10 Ω, R_{F1}=2 Ω, R_{R2}=11 Ω, R_{F2}=1 Ω, R_{R3}=12 Ω, R_{F3}=2.5 Ω, R_{R4}=13 Ω, R_{F4}=0.5 Ω; schemat prostownika podany jest na rys. 6.4-9.1

Fig. 6.6-3.1. Structure of R^{2}-space as ordered structure for rectifier bridge, m=2; the case each diode have different resistance of R_{R1}=10 Ω, R_{F1}=2 Ω, R_{R2}=11 Ω, R_{F2}=1 Ω, R_{R3}=12 Ω, R_{F3}=2.5 Ω, R_{R4}=13 Ω, R_{F4}=0.5 Ω, R_{F}=1 Ω; the arrangement is given in fig. 6.4-9.1



Rys. 6.6-3.2. Pełna struktura przestrzeni $R^{nS}=R^2$ jako zbiór uporządkowany dla prostownika mostkowego m=2 przy diodach o różnych rezystancjach: R_{R1}=10 Ω, R_{F1}=2 Ω, R_{R2}=11 Ω, R_{F2}=1 Ω, R_{R3}=12 Ω, R_{F3}=2.5 Ω, R_{R4}=13 Ω, R_{F4}=0.5 Ω; schemat prostownika podany jest na rys. 6.4-9.1

Fig. 6.6-3.2. Complete structure of R^2-space as ordered structure for rectifier bridge, m=2; diode has different resistance of R_{R1}=10 Ω, R_{F1}=2 Ω, R_{R2}=11 Ω, R_{F2}=1 Ω, R_{R3}=12 Ω, R_{F3}=2.5 Ω, R_{R4}=13 Ω, R_{F4}=0.5 Ω, R_F=1 Ω; the arrangement is given in fig. 6.4-9.1

liczby całkowite dodatnie zapisane w rozwinięciu dwójkowym. Graficzną ilustracją struktury $R^{nD}=R^4$ pokazano na rys. 6.6-3.1. Na rysunku tym zaznaczono stożki/schematy istotne dla mostka prostownikowego m=2 z diodami doskonałymi, w którym każda z diod doskonałych ma inne rezystancje. Stożków/schematów istotnych jest tu 8 i są to: 1111, 1101, 0111, 1001, 0110, 1000, 0100, 0000 - są to te same stożki, które przedstawione zostały na pła-

szczyźnie e, j na rys. 6.6-2.1. Linie łączące punkty odpowiednich stożków na rys. 6.6-3.1.3 oznaczają komutację tylko jednej diody.

W omawianym przykładzie osiem pozostałych stożków to stożki nieistotne. Przejście poprzez nie (stożki nieistotne) pomiędzy stożkami istotnymi związane jest z jednoczesną komutacją pewnej liczby diod - na rys. 6.6-3.1 odpowiada to przejściu drogi pomiędzy punktami stożków istotnych wzdłuż pewnej drogi złożonej z pojedynczych komutacji poprzez stożki nieistotne. Na przykład komutacja trójdiodowa 0100 $\leftrightarrow$ 1001 oznacza drogę: 0100 $\leftrightarrow$ 1100 $\leftrightarrow$ 1110 $\leftrightarrow$ 1001. Chociaż możliwe jest naniesienie na rys. 6.6-3.1 linii oznaczających komutacje wielodiodowe to linie te tylko obniżyłyby przejrzystość tego schematu. Pominięcie schematów/stożków nieistotnych i wprowadzenie linii odpowiadających komutacjom wielodiodowym prowadzi od schematu z rys. 6.6-3.1 do schematu z rys. 6.6-3.2.; liczba komutujących diod przy przejściu pomiędzy pewnymi stożkami/schematami jest na tym rysunku równa liczbie linii łączących odpowiednie wierzchołki. Rysunek 6.6-3.2 jest więc innym ujęciem informacji zawartych w rys. 6.6-2.1. Należy podkreślić, że możliwe jest skonstruowanie takiego schematu, jak przedstawiony na rys. 6.6-3.2, dla przekształtnika o dowolnym wymiarze nS i o dowolnej liczbie diod nD.

W dodatku D.6.6-3.1 przedstawiono strukturę przestrzeni $R^{nD}=R^{2}$ (w postaci zbioru uporządkowanego) dla prostownnika mostkowego m=2, wg schematu z rys. 6.4-9.1, gdy diody tego prostownika mają jednakowe rezystancje. Struktura tego prostownika zawiera tylko 4 stożki/schematy zastępcze istotne (z 8 co najwyżej możliwych). Jest to wynikiem symetrii schematu prostownika oraz identyczności parametrów wszystkich diod.

Przedstawiona struktura przestrzeni R^{nD} w postaci zbioru uporządkowanego wykorzystana jest w implemantacji komputerowej opisywanego w pracy modelu komutacji przekształtnika.

6.7. KOMUTACJA W PRZEKSZTAŁTNIKACH Z DIODAMI DOSKONAŁYMI. SCHEMATY OSIĄGALNE

6.7.1. Komutacja

Proces komutacji opisany został w rozdziale 2. Przedstawiony tam opis jest próbą ogólnego ujęcia zjawiska bez skonkretyzowania modeli diod. W niniejszym punkcie omawia się komutację w przypadku, gdy modelem diody jest dioda doskonała.

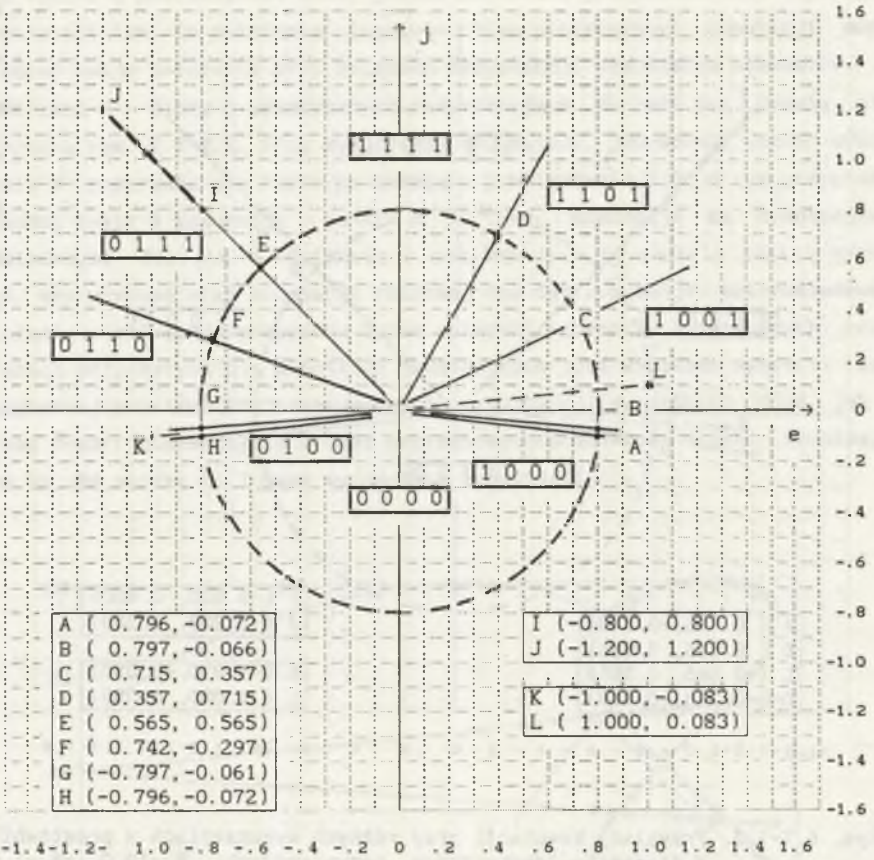
Komutacja traktowana jest zazwyczaj w literaturze jako proces czasowy. W prowadzonej dotychczas w niniejszej pracy analizie czas nie występował jawnie. W podrozdziale tym komutacja jest analizowana z uwzględnieniem czasu.

Komutację w przekształtniku w przestrzeni R^{nS} reprezentuje ruch wektora wymuszenia (uogólnionego), X, przy przejściu przez hiperpłaszczyznę komutacji - hiperpłaszczyzna ta rozgranicza stożki odpowiadające pewnym schematom zastępczym. Należy zaznaczyć, że hiperpłaszczyzny komutacji są w R^{nS} nieruchome. Rozpatrując komutację wielodiodową można mówić o *punkcie komutacji*. Punkt komutacji jest to punkt wspólny trajektorii ruchu wektora wymuszenia z daną hiperpłaszczyzną komutacji. Jeżeli wektor wymuszenia pozostaje w punkcie komutacji przez pewien czas, to jest to *stan komutacji*. W stanie komutacji wszystkie komutujące diody znajdują się w stanie neutralnym. Jeżeli zachodzi przypadek, w którym wektor wymuszenia X porusza się wzdłuż pewnej krzywej położonej w pewnej hiperpłaszczyźnie komutacji, to jest to *stan komutacji ruchomej*. Za pomocą określeń *stan komutacji* można zbudować określenie *proces komutacji*. Proces komutacji jest to proces, w którym wektor wymuszenia X zmienia swoje położenie rozpoczynając ruch wewnątrz pewnego stożka, przechodząc poprzez hiperpłaszczyznę komutacji i kończąc go wewnątrz stożka sąsiadującego poprzez tę hiperpłaszczyznę z danym stożkiem.

Wszystkie powyżej przedstawione określenia dotyczące komutacji w przekształtniku są prawdziwe dla pojedynczej diody.

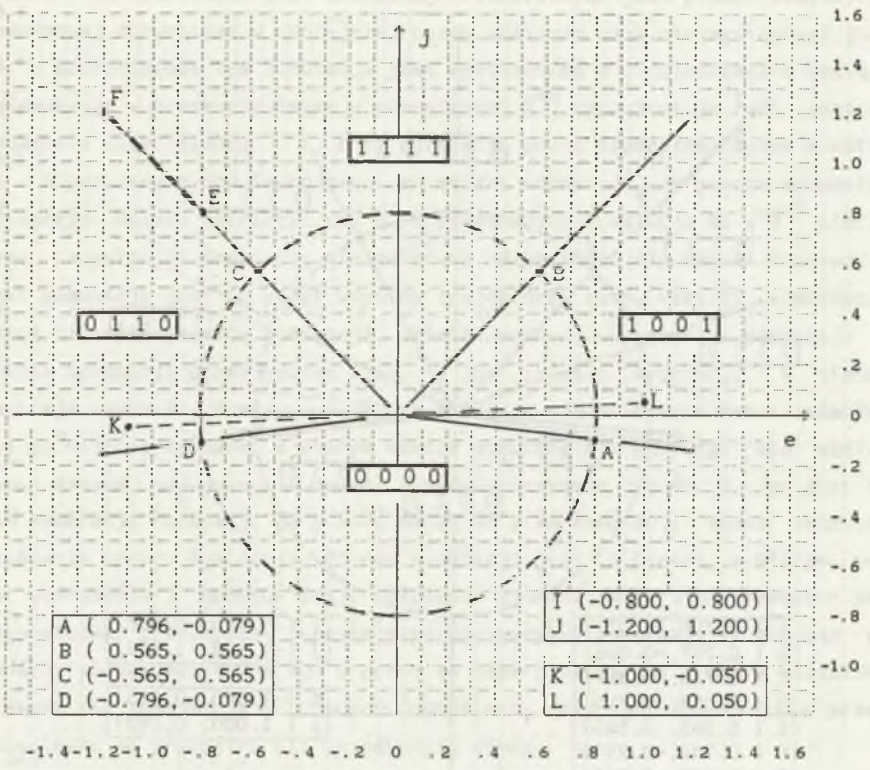
Przedstawione określenia stanu i procesu komutacji można prześledzić na przykładzie prostownika mostkowego m=2 zasilanego ze źródła napięcia e. Schemat prostownika podano na rys. 6.4-9.1. Omawia się dwa warianty tego prostownika. W pierwszym wariancie rezystancje wszystkich diod są różne, w drugim zaś sa równe.

Wariant 1 - diody o różniących się rezystancjach. Analizę zilustrowano rysunkiem 6.7-1.1. Przy wymuszeniu $e=0.8\sin\omega t$, $j=0.8\cos\omega t$ wektor wymuszenia X porusza się po okręgu o promienieniu 0.8. Zachodzi 8 komutacji w punktach A, B, C, D, E, F, G, H. Są to komutacje pojedynczodiodowe. Aby przekształtnik pozostawał w stanie komutacji ruchomej, należy przyłączyć doń np. wymuszenie $e=-1-0.4\sin\omega t$, $j=1+0.4\sin\omega t$. Wektor wymuszenia porusza się po odcinku prostej komutacji pomiędzy punktami I, J. W stanie komutacji/neutralnym pozostaje tylko dioda D1. W celu wymuszenia komutacji trójdiodowej należy do omawianego przekształtnika przyłączyć źródło napięcia $e=\sin\omega t$ oraz źródło prądu $j=0.08333\sin\omega t$. Wektor wymuszenia porusza się



Rys. 6.7-1.1. Przykłady komutacji przy różnych wymuszeniach w prostowniku mostkowym m=2 przy diodach o różnych rezystancjach diod: R_{R1}=10 Ω, R_{F1}=2 Ω, R_{R2}=11 Ω, R_{F2}=1 Ω, R_{R3}=12 Ω, R_{F3}=2.5 Ω, R_{R4}=13 Ω, R_{F4}=0.5 Ω; schemat prostownika podany jest na rys. 6.4-9.1; wymuszenia - 1: e=0.8sinωt, j=0.8cosωt (okrąg), 2: e=-1-0.2sinωt, j=1+0.2sinωt (odcinek IJ), 3: e=sinωt, j=0.0833sinωt (odcinek KL)

Fig. 6.7-1.1. Examples of commutation for different voltage/current of sources for rectifier bridge, m=2; each diode has different resistance of diodes R_{R1}=10 Ω, R_{F1}=2 Ω, R_{R2}=11 Ω, R_{R2}=1 Ω, R_{R3}=12 Ω, R_{F3}=2.5 Ω, R_{R4}=13 Ω, R_{F4}=0.5 Ω; the arrangement of the rectifier is given in fig. 6.4-9.1; variants of supplying sources - 1: e=0.8sinωt, j=0.8cosωt (circle), 2: e=-1-0.2sinωt, j=1+0.2sinωt (segment IJ), 3: e=sinωt, j=0.0833sinωt (segment KL)



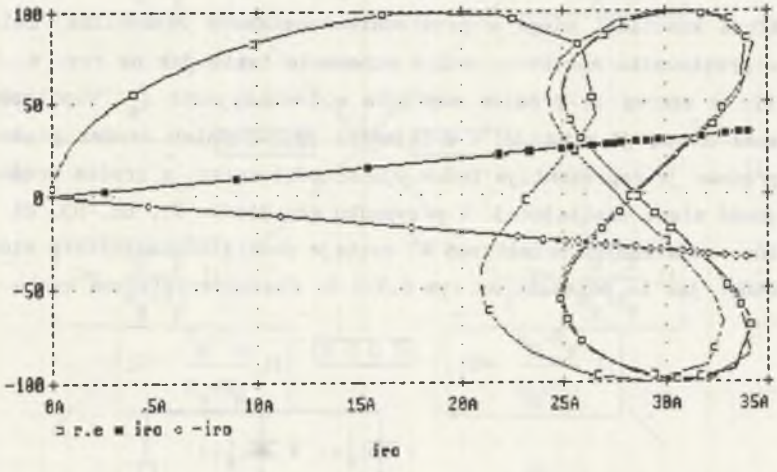
Rys. 6.7-1.2. Przykłady komutacji przy różnych wymuszeniach w prostowniku z diodami o identycznych rezystancjach: R_R=10 Ω, R_F=1 Ω; schemat prostownika podany jest na rys. 6.4-9.1; wymuszenia: 1: e=0.8sinωt, j=0.8cosωt (okrąg), 2: e=-1-0.2sinωt, j=1+0.2sinωt (odcinek IJ), 3: e=sinωt, j=0.0833sinωt (odcinek KL)

Fig. 6.7-1.2. Examples of commutation for different voltage/current of sources for rectifier bridge, m=2; the case all diodes have the same resistance of diodes R_R=10 Ω, R_F=1 Ω; the arrangement of the rectier is given in fig. 6.4-9.1; variants of supplying sources - 1: e=0.8sinωt, j=0.8cosωt (circle), 2: e=-1-0.2sinωt, j=1+0.2sinωt (segment IJ), 3: e=sinωt, j=0.0833sinωt (segment KL)

wzdłuż prostej j=0.08333e na odcinku KL. W procesie tym występuje komutacja trójdiodowa: 0100 ↔ 1001. Komutują jednocześnie diody D1, D2, D4 przy przejściu przez punkt e=0, j=0; chwile komutacji opisane są zależnością: sinωt=0. Istnieje możliwość dobrania takiego napięcia e oraz prądu j, aby zachodziła komutacja 4-diodowa.

Jak wynika z podrozdziału 6.4., jeżeli zachowana jest niezmienna topologia przekształtnika, to półproste (ogólnie hiperpłaszczyzny) komutacji mogą zmieniać swoje położenie przy zmianach rezystancji wszystkich elementów.

Wariant 2 - diody o identycznych rezystancjach. Wariant ten omawia się za pomocą rys. 6.7-1.2. Przy wymuszeniu e=0.8sinωt, j=0.8cosωt wektor wymuszenia X poporusza się także po okręgu o promienieniu 0.8. W tym przypadku zachodzą tylko 4 komutacje - punkty A, B, C, D; komutacje są komutacjami dwudiodowymi. Tak jak w wariancie 1 możliwe jest tu zadanie takich wymuszeń, aby uzyskać stan komutacji ruchomej czy też komutacje czterodiodowe. Istnienie w omawianym przypadku tylko czterech schematów zastępczych oraz czterech półprostych dla komutacji dwudiodowych jest wynikiem symetrii topologicznej prostownika, identyczności rezystancji wszystkich diod jak i liczby oraz rozmieszczenia źródeł napięciowych/prądowych. Ściana komutacji diod D1, D4 stożka 1111 jest wyznaczona zależnościami:

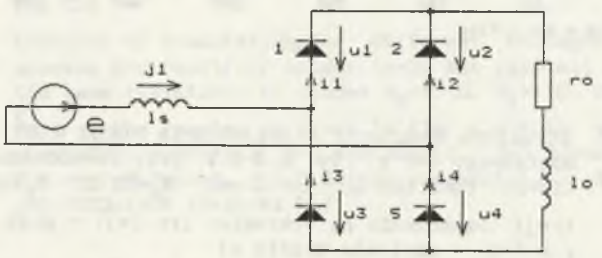


Rys. 6.7-1.3. Struktura komutacji i trajektoria ruchu w R^2 prostownika mostkowego m=2 z rys. 6.4-9.1 przy e=100sinωt, ω=100pi, (ls=0) ro=0.001 Ω, lo=10 mH, R_R=10 Ω, R_F=1Ω; iro=j2, ir=j1 (oznaczenia na wykresie: iro (=j) - prąd odbiornika, r.e (=e) - napięcie źródła e)

Fig. 6.7-1.3. Structure of commutation and trajectory of motion in R^2 for rectifier bridge m=2 given in fig. 6.4-9.1 for e=100sinωt, ω=100pi, (ls=0) ro=0.001 Ω, lo=10 mH, R_R=10 Ω, R_F=1Ω; iro=j2, ir=j1 (description of the graph: iro (=j) - load current, r.e (=e) - voltage of the source e)

$j=-(1/R_{1F})e$, która jest wyznaczona z nierówności dla diody D1 oraz $j=-(1/R_{4F})e$, która jest określona z nierówności dla diody D4. Jeżeli wyznaczać ścianę stożka sąsiedniego 0110, która jest ścianą komutacji również diod D1 i D4, to uzyskane zależności są identyczne z określonymi powyżej dla stożka 1111. Położenie drugiej ściany-półprostej stożka 1111 będącej ścianą komutacji diod D2, D3 wyznacza się podobnie. Moduł nachylenia obydwu tych półprostych jest taki sam. Nachylenie tych dwóch półprostych zależy jedynie od rezystancji przewodzenia diod R_F. Wraz ze wzrostem tej rezystancji kąt pomiędzy nimi maleje. Przy rezystancji $R_R=0$ proste komutacji dla diod D2, D3 oraz D1, D4 są identyczne z dodatnią półosią j; komutacja w każdym punkcie tej półosi w takim przypadku jest komutacją czterodiodową. Na rysunku 6.7-1.3 pokazano wynik symulacji komputerowej - przebieg prądu wyprostowanego tego prostownika w funkcji napięcia zasilającego (R^2); półproste komutacji dla stożka 1111 mają nachylenie e=-j, e=j. W Dodatku D.6.7-1.1 zamieszczono wyniki analizy tego prostownika przy kilku wybranych wartościach rezystancji diod.

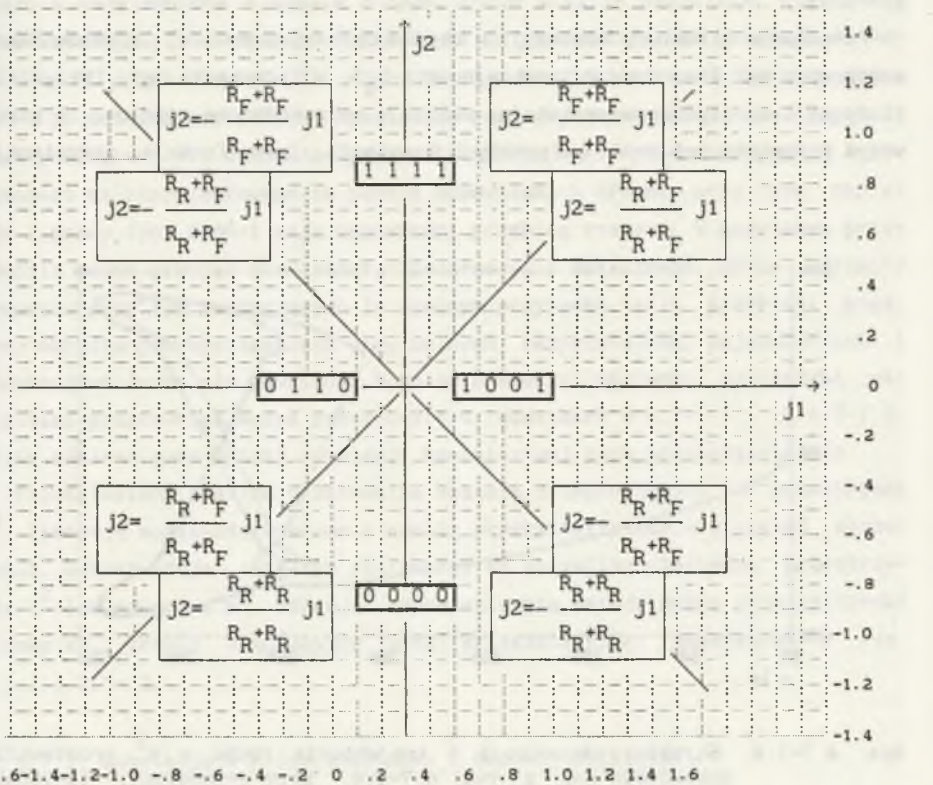
Struktura komutacji ulega w prostowniku mostkowym zasadniczej zmianie, jeżeli w prostowniku mostkowym m=2 o schemacie takim jak na rys. 6 .7-1.4 włączy się w szereg ze źródłem napięcia e indukcyjność l_s. Współrzędnymi przestrzeni R^2 są j1 oraz j2 - wydajności odpowiednich źródeł prądowych. Źródło prądowe j2 reprezentuje indukcyjność odbiornika, a źródło prądowe j1 indukcyjność sieci zasilającej. W przypadku gdy diody D1, D2, D3, D4 mają identyczne rezystancje, przestrzeń R^2 zostaje podzielona na cztery stożki w taki sposób, jak to pokazano na rys.6.7-1.5. Charakterystyczną cechą stru-



Rys. 6.7-1.4. Prostownik mostkowy m=2 z indukcyjnością ls włączoną szeregowo ze źródłem napięciowym e

Fig. 6.7-1.4. Rectifier bridge m=2 supplied by voltage source via inductance ls

ktury komutacyjnej omawianego prostownika jest to, że granice stożka 1111 są w R^2 niezmienne, niezależne od wartości rezystancji diod - pokazuje to rys.6.7-1.5. Niezmienność położenia prostych komutacji jest wynikiem symetrii topologicznej tego prostownika oraz to, że wymuszeniem są dwa źródła prądowe. Struktura komutacji jest wyraźniejsza, jeżeli w $R^{nS}(= R^2)$ podać trajektorię pełnego procesu zachodzącego w przekształtniku, tzn. procesu opisanego pewnymi równaniami różniczkowymi, a nie tylko procesu sztywno wyznaczonego napięciami/prądami źródłowymi; w tym celu przeprowadzono symulację komputerową opisywanego prostownika mostkowego. Przykładowy wynik tej



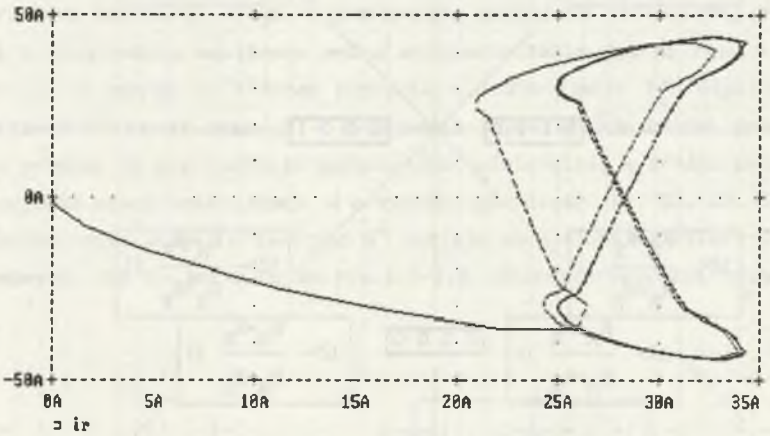
Rys. 6.7-1.5 Struktura komutacji prostownika mostkowego m=2 przy włączonej w szereg ze źródłem napięcia e indukcyjności ls oraz diodach o identycznych rezystancjach R_R=10Ω, R_F=1Ω, (schemat wg rys. 6.7-1.4)

Fig. 6.7-1.5. Structure of commutation for bridge rectifier m=2, the inductance ls is connected in series with voltage source e and all diodes have the same resistance of R_R=10Ω, R_F=1Ω, (arrangemant given in fig. 6.7-1.4)

symulacji dla rezystancji diod R_R=10 Ω, R_F=1 Ω pokazano na rys. 6.7-1.6. Pozostałe wyniki symulacji zamieszczono w Dodatku D.6.7-1.2. Z ich analizy wynika, że im mniejsza jest rezystancja przewodzenia diod, tym płytsze (prądowo) jest wejście przekształtnika do schematów 1001 oraz 0110. Dla diod idealnych stożki 1001, 0110 byłyby identyczne z brzegiem stożka 1111.

Analizując funkcjonowanie prostownika z rys. 6.7-1.5 na płaszczyźnie j1-j2 w inny sposób niż zwykle widoczny jest stan zwarcia przekształtnika - trajektoria ruchu wektora X jest w tym stanie styczna w jednym punkcie do każdej z dwóch półprostych komutacji diod D2, D3 oraz D1, D4 (rys. 6.7-1.5).

Porównanie struktury komutacji w obydwu opisanych powyżej prostownikach mostkowych m=2 (bez oraz z indukcyjnością l_s), w przypadku gdy wszystkie diody mają identyczne rezystancje, wskazuje na zasadnicze różnice. W pierwszym przypadku położenie półprostych komutacji jest funkcją rezystancji



Rys. 6.7-1.6. Struktura komutacji i trajektoria ruchu w R^2 prostownika mostkowego m=2 z rys. 6.7-1.4. przy e=100sinωt, ls=100μH, ro=0.001Ω, lo=10mH, R_R=10Ω, R_F=1Ω; iro=j2, ir=j1; (oznaczenia na wykresie: iro (=j2) - prąd odbiornika, ir (=j1) - prąd źródła e)

Fig. 6.7-1.6. Structure of commutation and trajectory of motion in R^2 for rectifier bridge m=2 given in fig. 6.7-1.4 for e=100sinωt, ls=100μH, ro=0.001Ω, lo=10mH, R_R=10Ω, R_F=1Ω; iro=j2, ir=j1; (description of the graph: iro (=j2) - load current, ir (=j1) - current of the source e)

diod, a w drugim nie. Oznacza to, że w drugim przypadku nawet przy idealnych diodach stożek 1111 będzie miał wymiar nS. Taka sytuacja znajduje następujące uzasadnienie. W pierwszym etapie analizy prostownika z rys. 6.7-1.5. (poszukiwanie stożków/schematów istotnych) dławiki zastępuje się się źródłami prądu, a kondensatory źródłami napięcia; w drugim etapie (rozwiązywanie równań różniczkowych) wykonuje się operację odwrotną. Rezultatem zastąpienia indukcyjności źródłami prądowymi jest tu gałąź, w której źródło prądowe j1 (zastępujące indukcyjność ls) jest połączone szeregowo ze źródłem napięcia e. Źródło e zostaje pominięte przy wyznaczaniu stożków istotnych a uwzględnione w drugim etapie, gdzie wraz ze wszystkimi elementami przekształtnika i elementami dołączonymi do przekształtnika generuje zarówno prąd j1, jak i prąd j2; prądy te nie są niezależne. W ogólnym przypadku po ustaleniu struktury komutacji, przy jej dalszej analizie, wygodnie jest posługiwać się schematem przekształtnika, w którym indukcyjności i pojemności są reprezentowane za pomocą odpowiednich źródeł, przy czym napięcia i prądy tych źródeł mają odpowiedni przebieg czasowy. W omawianym przykładzie można przyjąć $j1=J1\sin\omega t$, $j2=J2=\text{const}$ i analizować różne warianty procesów przy tym zachodzących (w ogólnym przypadku takie przebiegi mogą, przy określonych wymuszeniach oryginalnych, rezystancjach, pojemnościach i indukcyjnościach, nie powstać). Różnice pomiędzy obydwoma powyższymi wariantami prostownika można prześledzić w dodatkach D.6.7-1.1., D.6.7-1.2, gdzie zamieszczono wyniki symulacji komputerowej tych przekształtników.

Przedstawiona analiza prostownika została przeprowadzona w przestrzeni R^2. Istnieje możliwość wykonania analiz przekształtników o większej złożoności, wykorzystując przy tym rzutowanie na wszystkie niezbędne przestrzenie R^2 lub nawet na R^3. Stosując zaprezentowaną metodę można przeanalizować jednostkę i zespół komutacyjny oraz przekształtniki podstawowe z rys. 2.1-1 i 2.1-.2.

6.7.2. Komutacja w przekształtniku z diodami idealnymi

Jeżeli w modelu dioda doskonała rezystancję przewodzenia R_F odpowiednio zmniejszać, a rezystancję zaworową R_R odpowiednio zwiększać, to model ten będzie zbliżał się do modelu dioda idealna. Tak więc dioda doskonała może być modelem diody idealnej i jest to tym bardziej uzasadnione, że określanie wymiaru każdego ze stożków realizowane na drodze numerycznej odbywa się ze skończoną dokładnością zarówno w przypadku diod doskonałych, jak i idealnych.

6.7.3. Wybrane rodzaje komutacji

W rozdziale 2 podano określenia niektórych wybranych rodzajów komutacji. Tylko niektóre z nich mają zastosowanie do przekształtników diodowych. Są to np. komutacja spontaniczna swobodna, spontaniczna stowarzyszona, zewnętrzna, sieciowa, natychmiastowa, zwłoczna, miękka oraz twarda. Wymienione rodzaje komutacji można analizować za pomocą przedstawionego modelu. W przekształtniku diodowym może mieć miejsce komutacja spontaniczna. Nie jest konieczny dalszy podział na komutację swobodną i stowarzyszoną, ponieważ jeżeli dana komutacja jest wielodiodowa, to komutacja żadnej z komutujących diod nie jest przyczyną komutacji diod pozostałych. Dwa kolejne rodzaje komutacji również odnoszą się do przekształtników energoelektronicznych z diodami doskonałymi, są to komutacja zewnętrzna oraz komutacja sieciowa. Uściślając, w omawianych przekształtnikach należałoby mówić raczej o komutacji sieciowej/zewnętrznej tylko w przypadku, gdy przekształtnik wraz z siecią zasilającą oraz odbiornikiem stanowią obwód rezystancyjny. W przypadku gdy tak nie jest, obwód ten zawiera indukcyjności oraz pojemności, to komutacja jest wynikiem działania źródeł napięcia/prądu, lecz nie bezpośrednim (tzn. takim jak w przekształtniku rezystancyjnym). Znając napięcia i prądy tych źródeł nie jest możliwe bez rozwiązania odpowiednich równań różniczkowych określenie chwil komutacji, okresów trwania poszczególnych schematów zastępczych, chociaż struktura stożkowa przestrzeni R^{nS} jest określona i niezmienna. I w tym przypadku ściślejsze byłoby określenie komutacja sieciowa/zewnętrzna pośrednia.

Z technicznego punktu widzenia jest ważne rozstrzygnięcie, czy dana komutacja jest komutacją twardą czy też nie. Przedstawiony opis procesu komutacji w przekształtniku pozwala, przy pewnej ustalonej rezystancji w kierunku zaworowym diod, powiązać stromości komutowanych przez diody prądów z rezystancjami przewodzenia diod. Im mniejsza jest rezystancja przewodzenia diod, tym większa stromość narastania/opadania ich prądów. Można to prześledzić w Dodatku D.6.7-1.1.

6.7.4. Schematy/stożki osiągalne

W podrozdziale 6.6 omówione zostały schematy zastępcze istotne. Schematy te wyznaczono nie konkretyzując wymuszeń. Konkretyzacja wymuszeń, tzn. przyjęcie dla napięć/prądów źródłowych pewnych funkcji czasowych, powoduje, że określony jest proces przekształcania. Wektor wymuszeń X może być tak określony, że przemieszcza się w R^{nS} wzdłuż trajektorii, która przebiega przez wnętrza wszystkich stożków istotnych i w trakcie procesu przekształ-

cania tworzą się wszystkie istotne schematy zastępcze. Bardzo często ma miejsce sytuacja, w której wektor wymuszenia nie przebiega przez wszystkie stożki istotne. Stwierdzenia powyższe pozwalają na wprowadzenie określenia: *stożkiem osiągalnym* przy danym wymuszeniu nazywa się ten stożek, przez którego wnętrze przebiega trajektoria wektora tego wymuszenia, *schematem zastępczym osiągalnym* jest przy danym wymuszeniu ten schemat zastępczy, który jest generowany przez to wymuszenie. Odpowiedniośc pomiędzy stożkami i schematami istotnymi jest wzajemnie jednoznaczna. Przykłady stożków osiągalnych pokazuje np. rys. 6.7-1.1.. Wektor pierwszego wymuszenia przebiega przez wszystkich 12 stożków - wszystkie stożki istotne są tu stożkami osiągalnymi. Tylko dwa stożki są stożkami istotnymi przy wymuszeniu trzecim, są to stożki 0100, 1001 (odcinek KL).

6.8. PROGRAM KOMPUTEROWY

6.8.1. W celu przetestowania opisanej teorii skonstruowano program komputerowy [G12]. Program ten jest złożony z dwóch zasadniczych części. Pierwsza część przeznaczona jest do analizy struktury komutacji przekształtnika, a druga do przeprowadzania analizy czasowej.

Pierwsza część programu jest opracowaniem całkowicie nowym w stosunku do standardowych programów analizy komputerowej układów elektronicznych/energoelektronicznych. Zasadniczym blokiem pierwszej części programu jest moduł STOŻEK - w rezultacie jego wykonywania uzyskuje się informacje o strukturze komutacji. Druga część programu realizuje obliczanie pewnych napięć i prądów elementów przekształtnika umożliwiając jednocześnie określanie zbiorów schematów/stożków osiągalnych. Druga część programu zrealizowana została z zastosowaniem niezmiennej topologii, przy czym rozwiązywanie równań algebraicznych wykonywane jest metodą liczb strukturalnych Bellerta (podrozdział 6.3). Równania różniczkowe, w przypadku przekształtników dynamicznych, rozwiązywane są wg algorytmu Geara rzędu II.

Istotnym elementem programu jest blok wykrywania komutacji. Jest on skonstruowany z wykorzystaniem opisu struktury komutacji przestrzeni R^{nS}, który opisano w podrozdziałach 6.5..6.7.

W niniejszym podrozdziale opisuje się tylko dwa elementy programu. Pierwszym jest moduł STOŻEK, a drugim funkcja FUNCTION WAR stworzona w programie do określania chwil/stanów komutacji. Całość programu została opisana w pracy [G12].

Elementy programu przeznaczonego do analizy przekształtników z diodami doskonałymi wykorzystano do realizacji programu umożliwiającego analizę przekształtników z diodami i tyrystorami doskonałymi [G13].

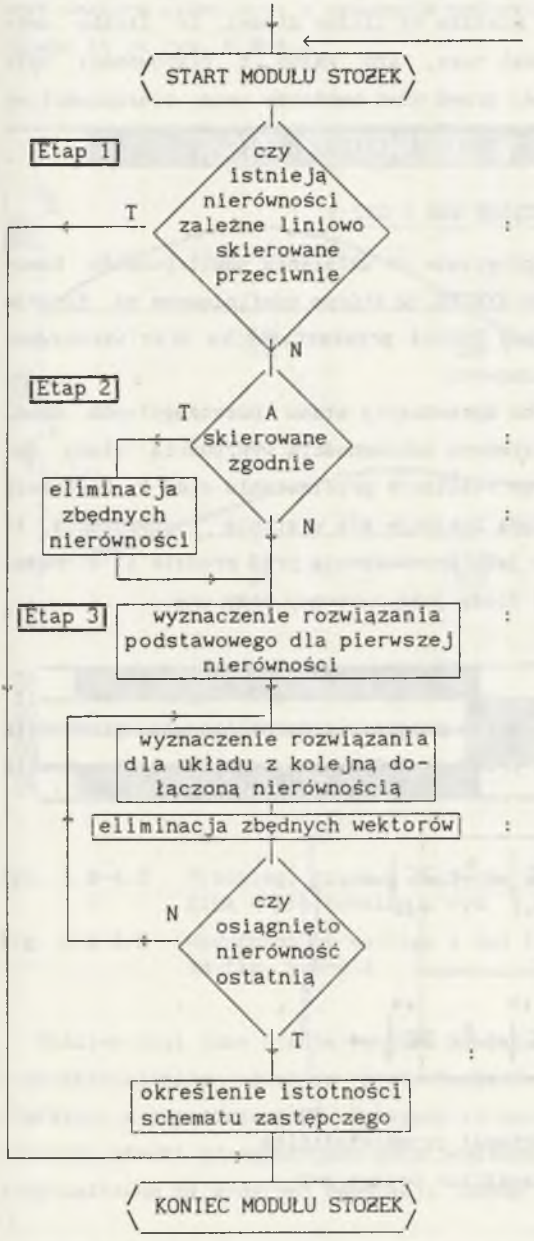
6.8.2. Obliczanie rozwiązania podstawowego. Moduł STOŻEK [G12]

Moduł STOŻEK zrealizowany został zgodnie z teorią przedstawioną w podrozdziałach 6.4 - 6.6. W module tym określa się rozwiązanie podstawowe układu nierówności dla każdego z 2^{nD} schematów zastępczych. Wyznaczenie rozwiązania podstawowego pozwala zaszeregować dany schemat/stożek do zbioru schematów/stożków istotnych/nieistotnych i stwierdzić, które z nD nierówności z danego układu nierówności są nierównościami istotnymi.

Schemat blokowy modułu pokazano na rys. 6.8-2.1. Danymi wejściowymi modułu jest układ nierówności dla danego schematu zastępczego. W pierwszym etapie wykonuje się badanie, czy dany układ nierówności zawiera nierówności zależne liniowo skierowane przeciwnie. Jeżeli istnieją przynajmniej dwie takie nierówności, to dany schemat/stożek jest nieistotny.

Drugim etapem jest poszukiwanie wśród danego układu nD nierówności liniowo zależnych skierowanych zgodnie. Może istnieć więcej niż jeden podzbiór nierówności liniowo zależnych skierowanych zgodnie, przy czym zbiory te są niezależne liniowo i w takim przypadku rezultatem drugiego etapu działania modułu jest zbiór nierówności liniowo niezależnych, z których każda reprezentuje jeden z tych podzbiorów.

Jeżeli po wykonaniu dwóch etapów modułu spośród nD nierówności pozostaje pewna ich ilość, to przechodzi się do etapu trzeciego (Etap 3).
Trzecim etapem jest obliczanie rozwiązania podstawowego. Obliczanie to rozpoczyna się od pierwszej z nierówności. Po obliczeniu rozwiązania podstawowego pierwszej z nierówności dołącza się drugą nierówność i oblicza rozwiązanie podstawowe pierwszych dwóch nierówności. Podobnie postępuje się w dalszym ciągu dołączając do zbioru, dla którego jest obliczone rozwiązanie podstawowe, kolejną nierówność i następnie wyznaczając rozwiązanie podstawowe dla tego układu nierówności. Zbiór wektorów rozwiązania podstawowego każdego podzbioru zbioru wejściowego nierówności etapu 3 jest wynikiem prowadzonej eliminacji, która podporządkowana jest wymogowi, aby wśród wektorów rozwiązania podstawowego zbioru nierówności dla każdej z nierówności istniało nS wektorów sprawdzających tę nierówność równościowo oraz przynajmniej jeden wektor sprawdzajacy daną nierówność nierównościowo. Gdy liczba nierówności na wejściu etapu 3 jest mniejsza od liczby źródeł nS, to rozwiązanie podstawowe tego układu nierówności ma nS+1 wektorów. Przy liczbie



wejście do modułu STOŻEK=układ nierówności dla danego schematu zastępczego

: nierówności różniące się co do znaku (kierunku); jeżeli TAK, to schemat zastępczy jest nieistotny

: nierówności identyczne (posiadające identyczne rozwiązanie)

: eliminacja nierówności identycznych z wyjątkiem jednej

: tworzy je zbiór wektorów, których nieujemna kombinacja (współczynniki kombinacji są nieujemne) opisuje cały obszar rozwiązania nierówności

: eliminacja wektorów zerowych, zależnych liniowo oraz nadmiaru wektorów (wg specjalnie opracowanego kryterium)

: na podstawie liczby wektorów rozwiązania podstawowego :
nS - łączna liczba źródeł i zmiennych stanu,
nD - liczba diod,
nW - liczba wektorów;

$nD<nS$ i $nW \geq nS+1 \iff$ schemat
$nD \geq nS$ i $nW \geq nS \iff$ istotny

Rys. 6.8-2.1. Schemat blokowy modułu STOŻEK

Fig. 6.8-2.1. Flowchart of module STOŻEK

nierówności równej liczbie źródeł rozwiązanie podstawowe zawiera nS wektorów. Gdy liczba nierówności jest większa od liczby źródeł, to liczba wektorów rozwiązania podstawowego jest taka, aby każda z nierówności była spełniona równościowo przynajmniej przez nS-1 wektorów oraz nierównościowo przynajmniej przez jeden wektor.

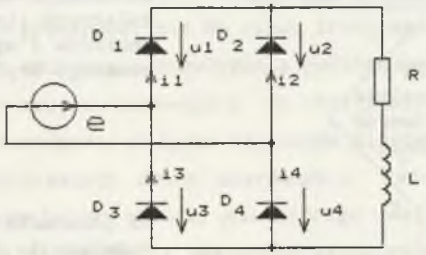
6.8.3. Komutacja. Funkcja FUNCTION WAR [G12]

Funkcja FUNCTION WAR służy w programie do ustalania chwil/punktów komutacji. Wchodzi ona w skład modułu WYKRES, w którym zdefiniowane są funkcje czasowe opisujące napięcia i prądy źródeł przekształtnika oraz wykonywane jest rozwiązywanie równań różniczkowych.

Działanie tej funkcji polega na sprawdzaniu stanu poszczególnych diod, przy czym jest to wykonywane z założoną dokładnością wykrywania stanu neutralnego, która wynosi e. Program realizuje przełączanie diod z histerezą o szerokości 2e. Jeżeli pewna dioda znajduje się w stanie przewodzenia, to program odczytuje stan tej diody jako przewodzenia przy prądzie i>-e. Podobnie program odczytuje stan tej diody jako zaworowy przy u<e.

6.8.4. Przykład [G12]

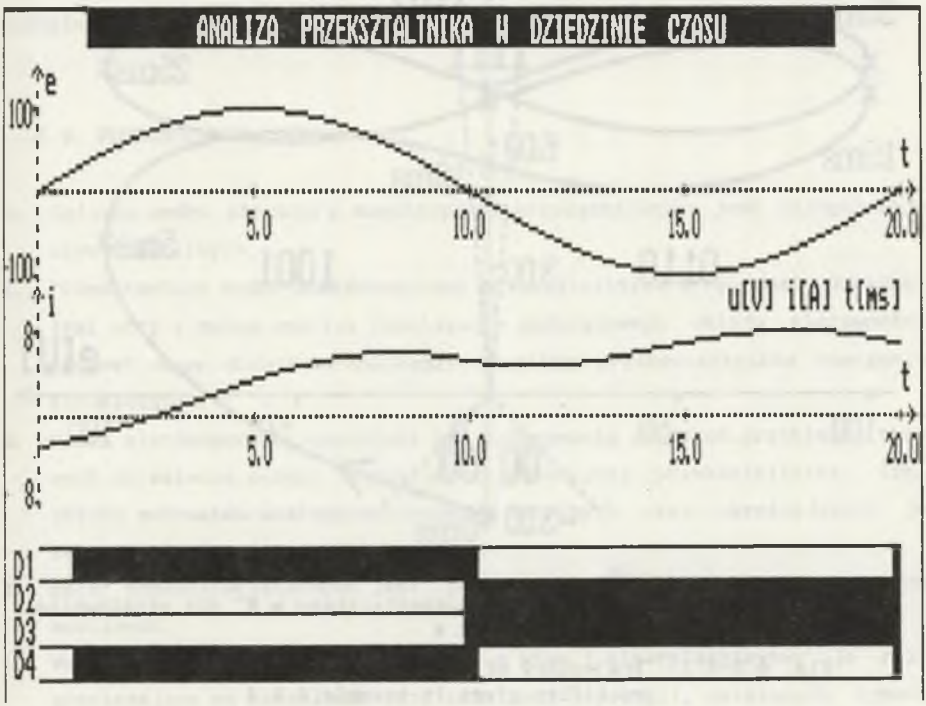
W celu zilustrowania funkcjonowania programu przeanalizowano prostownik diodowy mostkowy m=2 o schemacie przedstawionym na rys. 6.8-4.1. Prostownik



Rys. 6.8-4.1. Schemat przekształtnika
Fig. 6.8-4.1. Rectifier bridge m=2

jest zasilany ze źródła napięciowego e=Esin(ωt), E=100V, ω=100π. Rezystancja odbiornika ma wartość R=5Ω, a jego indukcyjność L=40mH. Wszystkie diody mają identyczną rezystancję: R_R=10Ω, R_F-1Ω. W celu wprowadzenia wektora wymuszenia/stanu do stożka 0000 przyjęto warunek początkowy prądu w cewce i(0)=-3A.

Jednym z wyników analizy przekształtnika są przebiegi czasowe wymuszenia oraz wektora stanu wraz z sekwencją osiągalnych schematów zastępczych - pokazano to na rys. 6.8-4.2.



Rys. 6.8-4.2 Przebiegi czasowe napięcia zasilającego e oraz prądu odbiornika w prostowniku z rys. 6.8-4.1

Fig. 6.8-4.2 Waveforms of voltage e and load current of rectifier given in fig. 6.8-4.1

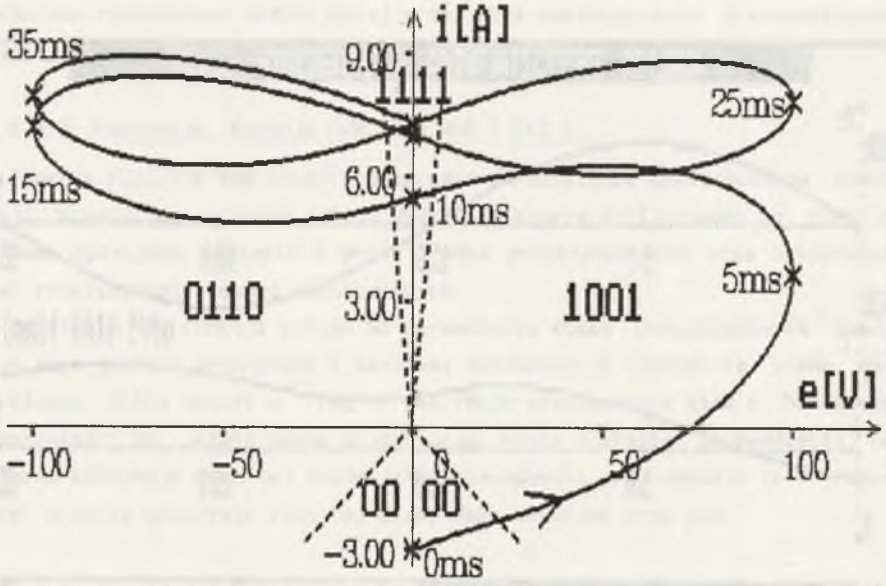
Możliwe jest inne ujęcie wyników analizy czasowej procesu zachodzącego w przekształtniku - jest to przedstawienie trajektorii wektora wymuszenia/stanu w przestrzeni R^2. Pokazano to na rys. 6.8-4.3. Na rysunku tym zaznaczono stożki odpowiadające poszczególnym schematom zastępczym. Stożki te rozgraniczone są prostymi komutacji. Diody komutują tu parami.

6.8.5. Dane techniczne programu

Progrm jest przystosowany do uruchamiania na komputerach IBM PC AT z kartą graficzną CGA lub Hercules. Program może korzystać z koprocesora.

Program wynikowy jest zawarty w dwóch zbiorach dyskowych:

MODEL.EXE - 46448 bytes oraz MODEL.OVR - 91171 bytes. Wyniki obliczeń pośrednich są zapisywane w plikach dyskowych.



Rys. 6.8-4.3. Trajektoria wymuszenia/stanu w R^2 dla prostownika z przykładu 6.8.4

Fig. 6.8-4.3. Trajectory of supplying/state vector in R^2 for rectifier given in example 6.8.4

W programie wprowadzone zostały następujące wartości graniczne:

- dopuszczalna liczba gałęzi/węzłów równa 15,
- dopuszczalna łączna liczba źródeł napięcia, źródeł prądu, indukcyjności i pojemności równa 5,
- dopuszczalna liczba diod równa 9.

Oprócz przebiegów czasowych napięć i prądów oraz schematów zastępczych (np. na rys. 6.8-4.2) oraz rzutów trajektorii wektora wymuszenia/stanu (np. rys. 6.8-4.3) w programie wyprowadza się wyniki analizy struktury komutacyjne - rezultaty działania modułu STOŻEK. Są to macierz współczynników wszystkich 2^{nD} macierzy nierówności, lista schematów istotnych oraz macierze nierówności schematów istotnych.

W module STOŻEK do opisu przekształtnika zastosowano metodę liczb strukturalnych Bellerta [B1, B2].

Równania różniczkowe rozwiązywane są metodą Geara drugiego rzędu z zastosowaniem dyskretnych stowarzyszonych modeli pojemności i indukcyjności.

Program w module wykres zawiera bibliotekę funkcji czasowych o najczęściej wykorzystywanych w energoelektronice kształtach: funkcja stała, sinusoidalna, prostokątna i trapezowa.

6.9. PODSUMOWANIE

1. Opisany model struktury komutacyjnej przekształtnika jest najogólniejszym z możliwych.
2. Przedstawiony model nierównościowy przekształtnika z diodami doskonałymi wraz z pełną analizą rozwiązania podstawowego układu nierówności stanowi nowe dodatkowe narzędzie analizy przekształtników energoelektronicznych.
3. Model nierównościowy umożliwia bez wykonywania obliczeń przebiegów czawych określenie pełnej struktury komutacyjnej przekształtnika, tzn. zbioru schematów zastępczych/stożków istotnych oraz określających je zbiorów nierówności istotnych.
4. Zbiór schematów istotnych jest podzbiorem 2^{nD} schematów zastępczych możliwych.
5. Ważny jest fakt, że stożki istotne, a więc i hiperpłaszczyzny je rozgraniczające są niezmienne przy ustalonej topologii, ustalonych typach gałęzi oraz ustalonych rezystacjach przekształtnika.
6. Przebiegi czasowe wymuszenia i zmiennych stanu nie mają wpływu na strukturę stożkową przestrzeni R^{nS}.
7. Przebiegi czasowe wymuszenia i zmiennych stanu definiują zbiór schematów/stożków osiągalnych-strukturę osiągalną, przy czym w stanie ustalonym zbiór stożków osiągalnych może być mniej liczny niż zbiór stożków dla stanu przejściowego i ustalonego.
8. Szczegółowo przeprowadzona analiza rozwiązania podstawowego układu nierówności daje pełną informację o wszelkich możliwych wariantach struktury komutacyjnej przekształtnika.
9. W przypadku gdy przekształtnik zawiera pojemności i indukcyjności, na czas analizy jego struktury komutacyjnej kondensatory zamieniane są na źródła napięcia, a dławiki na źródła prądu o niezdefiniowanych przebiegach czasowych odpowiednio napięć i prądów.

10. Przedstawiony w rozdziale 6 materiał ma na celu opis nowego narzędzia, a nie analizę struktury komutacji konkretnych przekształtników.
11. Jednym z celów niniejszego rozdziału było wskazanie na możliwości wykorzystania geometri analitycznej wielowymiarowej oraz teorii nierówności liniowych jednorodnych w analizie przekształtników; należy przypuszczać, że przedstawione ich zastosowanie nie wyczerpuje wszystkich możliwości.
12. Zastosowanie geometrii analitycznej i teorii nierówności liniowych umożliwia sprowadzenie zadania nieliniowego do ciągu zadań liniowych.
13. Opracowany program komputerowy różni się od programu czysto numerycznego.
14. Takich możliwości, jakie daje opisana metoda analizy, nie zapewnia żaden ze znanych programów komputerowej analizy przekształtników energoelektronicznych, co więcej przeprowadzona dotychczas analiza pozwala na następujące ogólne stwierdzenie: jeżeli w analizie metodą niezmiennej topologii tworzy się pewien zbiór schematów zastępczych, to jest to zbiór schematów osiągalnych dla danego wymuszenia; poszukiwanie wszystkich schematów istotnych można by przeprowadzić konstruując odpowiedni przebieg czasowy wektora wymuszenia/stanu - to dałoby rozszerzenie możliwości standardowych programów analizy komputerowej układów elektronicznych.

7. ANALIZA KOMUTACJI W PRZEKSZTAŁTNIKACH TYRYSTOROWYCH DOSKONAŁYCH (RT^P)

7.1. WPROWADZENIE

Analiza przedstawiona w niniejszym rozdziale stanowi próbę rozszerzenia teorii podanej w rozdziale 6 na przekształtniki z tyrystorami doskonałymi. Temat ten przedstawiono po raz pierwszy w pracach autora [G14, G15]. Rozszerzenie modelu nierównościowego na przekształtniki z tyrystorami doskonałymi jest konieczne ze względu na to, że przekształtniki-obiekty techniczne wyposażone są w tego typu zawory, a rozbudowa teorii pozwoli na zawarcie w niej w dalszej kolejności modeli pozostałych zaworów (np. tranzystora, zaworu bipolarnego dwukierunkowego). Tyrystor doskonały jest obiektem bardziej złożonym od łącznika bipolarnego dwukierunkowego doskonałego lub idealnego, w których sterowane jest zarówno załączanie, jak i wyłączanie.

Model tyrystora, jakim jest tyrystor doskonały, opisano w rozdziale 3. Model ten jest dwójnikiem rezystancyjnym ujmującym tylko obwód główny tyrystora, tzn. obwód anoda-katoda. W danym stanie tyrystora bramka nie wpływa na prąd anoda-katoda. Rezystancja tyrystora przyjmuje trzy wartości: w stanie zaworowym (R), $R_{AK}=R_R$, w stanie blokowania (D), $R_{AK}=R_D$ oraz w stanie przewodzenia (F), $R_{AK}=R_F$.

W przypadku przekształtników z tyrystorami doskonałymi, podobnie jak dla przekształtników z diodami doskonałymi, głównym zadaniem jest określenie struktury komutacji, tzn. zbioru schematów zastępczych istotnych jako podzbioru zbioru schematów zastępczych możliwych. Gdy prowadzona jest pełna analiza przekształtnika, określa się również nierówności istotne dla danego schemtu zastępczego oraz zbiory schematów osiągalnych.

Najważniejszą cechą opisu komutacji w przekształtnikach z diodami doskonałymi, którą adaptuje się do opisiu komutacji w przekształtnikach z tyrystorami doskonałymi, jest nieruchomość hiperpłaszczyzn komutacji.

Zagadnienie ruchomości/nieruchomości hiperpłaszczyzn komutacji pojawia się w przypadku próby wykorzystania w modelu tyrystora analogii diodowych.

I tak w kierunku zaworowym, w stanie zaworowym charakterystyka napięciowo-prądowa tyrystora jest identyczna z takąż charakterystyką diody. W kierunku przewodzenia rezystancja tyrystora przyjmuje dwie wartości.

Analiza struktury komutacyjnej przekształtnika z diodami doskonałymi wykazuje, że zmiana jakiejkolwiek rezystancji przekształtnika przy jego niezmiennej topologii, niezmiennych typach gałęzi może powodować zmianę położenia wszystkich hiperpłaszczyzn komutacji danego stożka w przestrzeni R^{nS}. Przyjmując, że tyrystor w kierunku przewodzenia ma nie jedną zmieniającą się rezystancję, a dwie stałe, tzn. R_D=const, R_F=const oraz przyjmując, że rezystancja zaworowa jest różna od rezystancji blokowania, tyrystor traktuje się jako element trójstanowy. Uznanie tyrystora za element trójstanowy a nie dwustanowy nie jest jedynie zabiegiem formalnym, jest zabiegiem, który pozwala w dużej mierze wykorzystać opis komutacji przekształtnika diodowego do opisu przekształtnika tyrystorowego oraz, co jest równie ważne, wyróżnić stan zaworowy danego tyrystora. W stanie zaworowym tyrystor doskonały musi pozostawać przy wyłączaniu choćby przez nieskończenie krótki okres czasu. Z trójstanowości tyrystora wynika, że przekształtnik, zawierający wyłącznie tyrystory, może tworzyć 3^{nT} schematów zastępczych możliwych (nT jest liczbą tyrystorów).

W przedstawionych powyżej rozważaniach nad modelem przekształtnika z tyrystorami doskonałymi pominięto sterowanie i nie skonkretyzowano przebiegu czasowego wymuszenia. Pominięcie sterowania w tyrystorze jest takim samym uzasadnionym zabiegiem, jak przyjęcie w przypadku diod wymuszenia o niezdefiniowanym przebiegu czasowym.

Objętość niniejszego rozdziału jest mniejsza od objętości rozdziału 6 poświęconego komutacji w przekształtnikach diodowych. Wynika to stąd, że w dużej mierze wykorzystuje się tu wyniki uzyskane dla diod.

Aparatem matematycznym wykorzystanym do opisu komutacji w przekształtniku tyrystorowym jest geometria analityczna oraz teoria nierówności liniowych jednorodnych.

Zaproponowany opis nierównościowy przekształtnika tyrystorowego sprowadza zadanie nieliniowe do ciągu zadań liniowych i umożliwia najogólniejsze z możliwych badanie procesu komutacji w przekształtniku energoelektronicznym tyrystorowym. Na przykład pozwala na precyzyjniejszy opis procesów okresowych.

W rozdziale przedstawiono przykłady ilustrujące zaprezentowaną teorię.

7.2. NIERÓWNOŚCI MODELU MATEMATYCZNEGO. ROZWIĄZANIE PODSTAWOWE

7.2.1. Nierówności modelu matematycznego

Zgodnie z przyjętym założeniem o trójstanowości tyrystora liczba schematów zastępczych przekształtnika energoelektronicznego, w którym zaworami są tylko i wyłącznie tyrystory, wynosi 3^{nT}, gdzie nT jest liczbą tyrystorów.

Każdy z 3^{nT} schematów zastępczych jest opisany przez nT nierówności liniowych jednorodnych. Podobnie jak dla przekształtnika diodowego zdefiniowana jest tu funkcja: stan schematu sTT - może ona przyjmować wartości z zakresu od 1 do 3^{nT}. Układ nT nierówności opisujących dany schemat zastępczy wygodnie jest podzielić na trzy części.

Pierwsza część wynika z warunku pozostawania nTR tyrystorów w stanie zaworowym:

$$\sum_{j=1}^{nS} a_{kj}^{sTT} x_j = -u \geq 0 \qquad (7.2\text{-}1)$$

k=1..nTR jest numerem tyrystora w stanie zaworowym przy określonej wartości sTT; x_j - napięcie/prąd źródeł e, j.

Druga część wynika z warunku pozostawania nTD tyrystorów w stanie blokowania:

$$\sum_{j=1}^{nS} a_{kj}^{sTT} x_j = u \geq 0 \qquad (7.2\text{-}2)$$

k=nTR+1..nTR+nD jest numerem tyrystora w stanie blokowania przy określonej warawartości sTT; x_j - napięcie/prąd źródeł e, j.

Trzecia część nierówności wynika z warunku pozostawania nTF=nT-nTR-nTD tyrystorów w stanie przewodzenia:

$$\sum_{j=1}^{nS} a_{kj}^{sDD} x_j = i \geq 0 \qquad (7.2\text{-}3)$$

k=nTR+nTD+1,..,nT jest numerem diody w stanie przewodzenia przy stanie diod sDD.

W powyższych nierównościach wszystkie współczynniki a określa się tak jak w przypadku przekształtnika diodowego (podrozdział 6.3).

Każdej z nT nierówności każdego schematu zastępczego odpowiada nieruchoma w R^{nS} hiperpłaszczyzna o wymiarze nS-1.

7.2.2. Rozwiązanie podstawowe układu nierówności danego schematu zastępczego

Rozwiązanie podstawowe dla każdego z 3^{nT} układów nierówności jest zdefiniowane tak, jak dla diod doskonałych (podrozdział 6.4., punkt 6.4.2.). Określa się go w sposób opisany w podrozdziale 6.4.

7.3. SCHEMATY ZASTĘPCZE/STOŻKI ISTOTNE/NIEISTOTNE

Konstruowanie rozwiązania podstawowego dla każdego z 3^{nT} schematów zastępczych pozwala ustalić całkowitą strukturę komutacyjną przekształtnika, tzn. zbiór schematów zastępczych istotnych (jako podzbiór schematów zastępczych możliwych); dla każdego schematu istotnego zostaje też ustalony zbiór nierówności istotnych. Każdemu schematowi zastępczemu możliwemu w przestrzeni R^{nS} odpowiada pewien stożek. Jeżeli stożek ten ma wymiar nS, to jest to stożek istotny i odpowiada on schematowi zastępczemu istotnemu. Stożek o wymiarze niższym od nS jest stożkiem nieistotnym - odpowiada mu schemat zastępczy nieistotny. Stożki nieistotne można pominąć w strukturze komutacji, ponieważ są one identyczne ze ścianami, o wymiarze $d<nS$, stożka o wymiarze nS. Pominięciu stożków nieistotnych w strukturze stożkowej przestrzeni R^{nS} odpowiada pominięcie w strukturze schematowej przekształtnika schematów zastępczych nieistotnych. W schematach zastępczych nieistotnych niezależnie od tego, jaki stan tyrystora jest zadeklarowany w funkcji stan tyrystorów sTT, to tyrystor pozostaje w stanie neutralnym.

Określanie rozwiązania podstawowego układu nierówności dla każdego ze schematów zastępczych przekształtnika tyrystorowego przeprowadza się tak samo jak określanie rozwiązania podstawowego dla schematu zastępczego przekształtnika diodowego (podrozdział 6.4).

7.4. WZAJEMNE POŁOŻENIE STOŻKÓW

Struktura schematowa przekształtnika energoelektronicznego tyrystorowego odwzorowana jest za pomocą struktury stożkowej przestrzeni R^{nS}. Przestrzeń R^{nS} dla przekształtnika zawierającego wyłącznie diody doskonałe podzielona jest na pewną liczbę stożków wypukłych istotnych wzajemnie zewnętrznych swymi wnętrzami. Wzajemne rozmieszczenie stożków w przestrzeni R^{nS}

jest inne dla przekształtników zawierających wyłącznie tyrystory doskonałe. Nie wszystkie stożki są tu usytuowane wzajemnie zewnętrznie. Części wspólne pewnej liczby podzbiorów stożków istotnych są niepuste i mają wymiar nS. Istnienie takich niepustych części wspólnych wynika z przyjęcia założenia o trójstanowości tyrystora doskonałego.

Załączanie jednego czy też większej liczby tyrystorów wymaga aby stożek odpowiadający stanowi blokowania załączanych tyrystorów oraz stożek odpowiadający stanowi przewodzenia rozważanych tyrystorów miały część wspólną niepustą. Aby to ustalić, należy postąpić tak, jak przy ustalaniu rozwiązania podstawowego układu nierówności, tzn. zgodnie z metodą podaną w podpunkcie 6.4. Badaniu poddaje się pary zbiorów nierówności. Jeden zbiór nierówności to ten, w którym dane tyrystory (wysterowywane i mające przejść do przewodzenia) są w stanie blokowania, a drugi zbiór nierówności to ten, w którym tyrystory te znajdują się w stanie przewodzenia. Określenie części wspólnej dla tych dwóch układów daje informację o tym, czy ona istnieje czy też nie. Ponadto określa się przy tym zbiór nierówności istotnych dla tej wspólnej części. Część wspólną oraz nierówności istotne określa się na drodze poszukiwania rozwiązania podstawowego (podrozdział 6.4). Warunkiem istnienia omawianej części wspólnej jest to, aby rząd macierzy układu nierówności złożonego z nierówności obydwu wymienionych układów był równy przynajmniej 1.

Jeżeli te dwa stożki mają niepustą część wspólną o wymiarze nS, to przy wymuszeniu takim, które usytuuje wektor wymuszenia X w części wspólnej omawianych stożków, możliwe jest (ze względu na właściwości tyrystora) przejście od stożka pierwszego do stożka drugiego. Nie jest możliwe przejście odwrotne. Przejście w obydwu kierunkach możliwe byłoby gdyby tyrystor był tystorem wyłączalnym.

7.5. KOMUTACJA W PRZEKSZTAŁTNIKU. SCHEMATY OSIĄGALNE

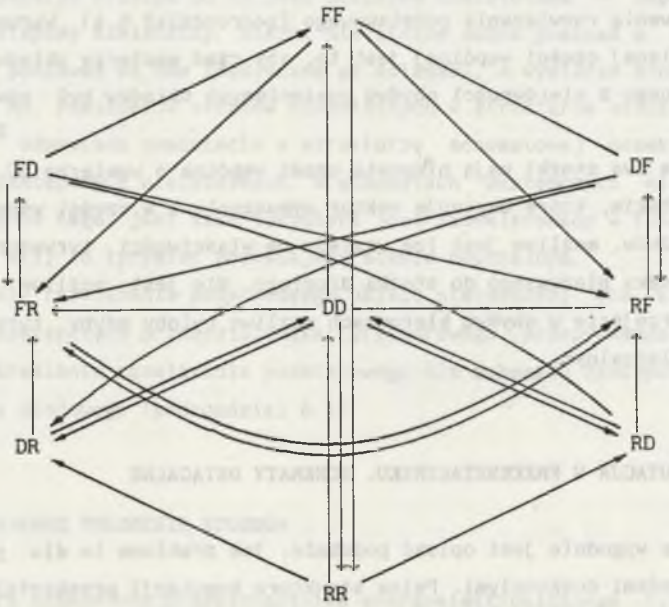
Komutację wygodnie jest opisać podobnie, jak zrobiono to dla przkształtników z diodami doskonałymi. Pełna struktura komutacji przekształnika ujęta jest w postaci ciągu wartości stanu schematu sTT oznaczających numery schematów zastępczych/stożków istotnych; ponadto dla każdego schematu zastępczego/stożka istotnego pełna struktura komutacyjna zawiera numery nierówności istotnych. Pełna struktura komutacyjna może być podzbiorem hipotetycznej struktury komutacyjnej.

Badanie pełnej struktury komutacyjnej można przeprowadzić bez konkretyzacji wymuszeń w sposób podobny do sposobu zastosowanego do analizy struktury komutacyjnej przekształtnika diodowego (podrozdział 6.6). Pełna stru-

nT=2
2nT=4

ρ	sT 1	sT 2
0	R	R
1	D	R
	R	D
2	D	D
	F	R
	R	F
3	F	D
	D	F
4	F	F

(7.5-1)



Rys. 7.5-1. Pełna struktura przestrzeni R^{nS} dla przekształtnika dwutyrystorowego

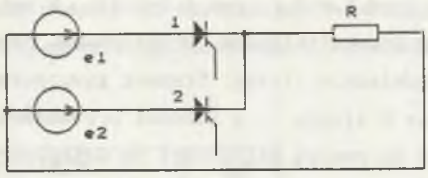
Fig. 7.5-1. Complete structure of R^{nS}-space of two-tyristor converter

ktura komutacyjna-struktura stożkowa przedstawiona jest tam jako pewien zbiór uporządkowany (rys.6.6-3.1, rys.6.6-3.2). W celu ustalenia porządku dla takiej struktury przekształtnika tyrystorowego przypisano poszczególnym stanom tyrystora odpowiednie liczby. Stanowi zaworowemu R odpowiada liczba 0, stanowi blokowania D liczba 1, a stanowi przewodzenia F liczba 2. Porządek jest wprowadzany za pomocą zależności na odległość (6.6-3.1), z tym że argumentami stanów schematu, oznaczonych tu jako e_k, e_l są stany tyrystorów sT przyjmujące wartości 0, 1, 2, a operacja przemienna "o" jest zdefiniowana następująco: 0o0=0, 0o1=1, 0o2=2, 1o1=0, 1o2=3, 2o2=0. Przy liczbie tyrystorów nT odległość w zbiorze stożków zawarta jest w zakresie $\rho\in(0..2nT)$. Porządkując zbiór stożków istotnych tworzy się podzbiory równoodległe od wybranego stożka, np. sT= (R,R,..R,R). Odległości tych podzbiorów mają wartości 1, 2, 3, .., 2nT-1, 2nT. Dla dwóch tyrystorów uporządkowanie ma postać taką jak w zależności (7.5-1). Zależność (7.5-1) ujmuje wszystkie 3^{nT} schematy zastępcze możliwe. Może istnieć taki przekształtnik dwutyrystorowy, w którym wszystkie 3^{nT} schematy będą schematami istotnymi. Opis przekształtnika nT=3, mający postać zależności (7.5-1) zamieszczono w dodatku D.7.5-1. Strukturę komutacyjną przekształtnika dwutyrystorowego zapisaną za pomocą zależności (7.5-1) można przedstawić w postaci grafu, na którym zaznacza się wszystkie możliwe komutacje. Graf taki pokazano na rys.7.5-1. Ponieważ komutacje-przejścia pomiędzy poszczególnymi stożkami-schematami nie we wszystkich przypadkach mogą zachodzić w dwóch kierunkach, to na rysunku odpowiednie przejścia-komutacje oznaczono strzałkami. Zapisana we wzorze (7.5-1) oraz przedstawiona na rys. 7.5-1 struktura komutacyjna jest odwzorowaniem struktury komutacyjnej przekształtnika z podrozdziału 7.6.

7.6. PRZYKŁAD. PROSTOWNIK TYRYSTOROWY

W celu omówienia pewnych szczegółów struktury komutacyjnej przekształtnika tyrystorowego analizuje się prostownik o schemacie z rys. 7.6-1.

Tyrystory doskonałe przekształtnika mają takie same parametry: $R_R=R_D=$ 10Ω, R_Γ=1Ω. Pozostałe dane przekształtnika to R=1Ω, e1=311*sin(100pi*t), e2=311*sin(100pi*t-ϕ). Tyrystory wyzwalane są z różnymi kątami, symetrycznie i niesymetrycznie przy dwu różnych wektorach wymuszenia; wielkości te dobrano tak, aby możliwe było pokazanie wszystkich charakterystycznych procesów komutacyjnych przekształtnika. Przyjęte rezystancje nie odzwierciedlają parametrów spotykanych w rozwiązaniach technicznych, są tak dobrane,

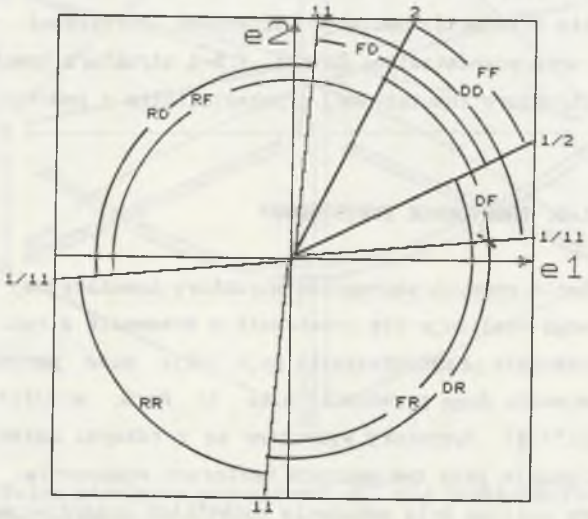


Rys.7.6-1. Schemat prostownika, m=2

Fig.7.6-1. Rectifier of m=2

aby możliwe było bardziej przejrzyste przedstawienie struktury komutacyjnej przekształtnika.

Analiza struktury komutacji przeprowadzona została wg algorytmu podanego w podrozdziale 6.4 (także Dodatek D.6.6-2.1). Liczba źródeł wynosi nS=2. Przekształtnik zawiera dwa tyrystory. Oznacza to, że liczba schematów możliwych wynosi $nTT=3^{nT}=9$. Dla przyjętych oznaczeń stanów tyrystorów możliwe są następujące stany schematu 0: RR, 1: DR, 2: RD, 3: DD, 4: FR, 5: RF, 6: FD, 7: DF, 8: FF. Schematy te są tu schematami zastępczymi istotnymi. Strukturę przestrzeni R^2 pokazano na rys.7.6-2 zaznaczając tam odpowiednie stożki-schematy. Na rysunku tym podano nachylenia wszystkich półprostych komutacji; np. półprosta rozdzielająca stożki RR oraz RD,RF ma nachylenie 1/11.

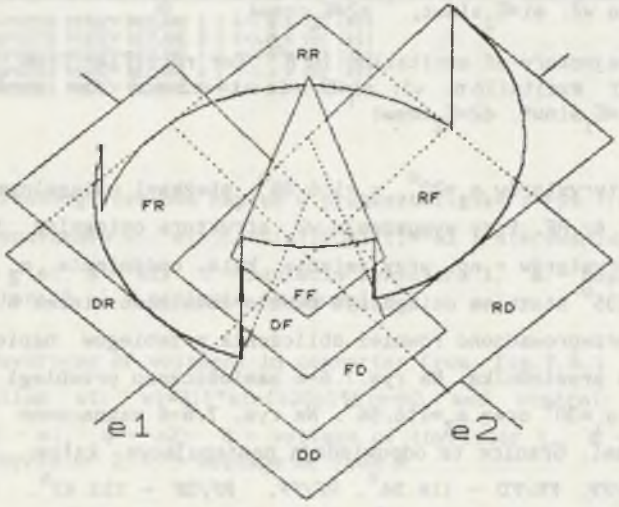


Rys.7.6-2. Struktura stożkowa przestrzeni R^2

Fig.7.6-2. Cone structure of R^2-space

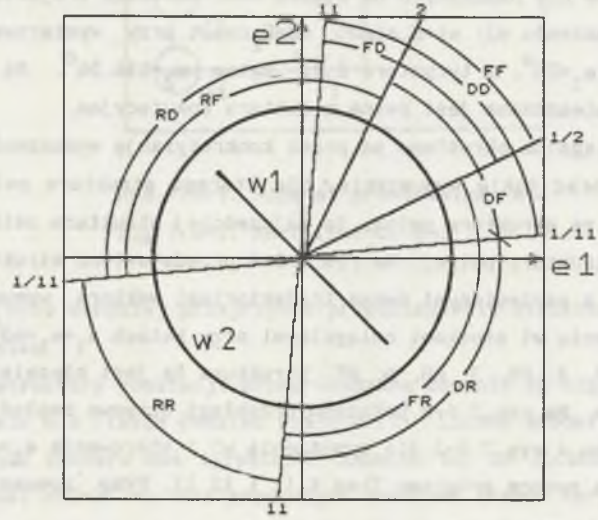
Tę samą strukturę przedstawiono na rys.7.6-3 dodając trzeci wymiar w celu pokazania stożków nie nałożonych na siebie oraz nanosząc trajektorię wymuszenia przy wymuszeniu w2: $e1=E_2\sin\omega t$, $e2=E_2\cos\omega t$ przy wysterowaniu tyrystora 1 z kątem $\alpha_1=20^\circ$, a tyrystora 2 z kątem $\alpha_2=116.56^\circ$. Na rysunkach 7.6-2, 7.6-3 zamieszczona jest pełna struktura komutacyjna.

Struktury osiągalne określone są przez konkretyzację wymuszenia. Chociaż zawsze można dobrać takie wymuszenie, dla którego struktura osiągalna będzie identyczna ze strukturą pełną, to najczęściej struktura osiągalna jest tylko częścią struktury pełnej. Na rys.7.6-4 przedstawiono strukturę przestrzeni R^2 wraz z naniesionymi dwoma trajektoriami wektora wymuszenia w1, w2. Przy wymuszeniu w1 stożkami osiągalnymi przy kątach $\alpha_1=\alpha_1=60^\circ$ są cztery stożki: 1: DR, 4: FR, 3: RD, 6: RF. Struktura ta jest niezależna od kątów opóźnienia α. Na rys.7.6-5 pokazano przebiegi czasowe napięć i prądów w przekształtniku z rys.7.6-1 dla wymuszenia w1 i sterowania $\alpha_1=\alpha_2=60^\circ$ (wynik symulacji za pomocą programu Tcad 4.11 [I2]). Przy wymuszeniu w2 i



Rys. 7.6-3. Struktura stożkowa przestrzeni R^2 (rozwarstwiona); w - trajektoria wektora wymuszenia przy $e1=E\sin\omega t$, $e2=E\cos\omega t$, $\alpha_1=30^\circ$, $\alpha_2=116.56^\circ$

Fig. 7.6-3. 3-D cone structure of R^2-space; w - trajectory for $e1=E\sin\omega t$, $s2=E\cos\omega t$, $\alpha_1=30$, $\alpha_2=116.56^\circ$

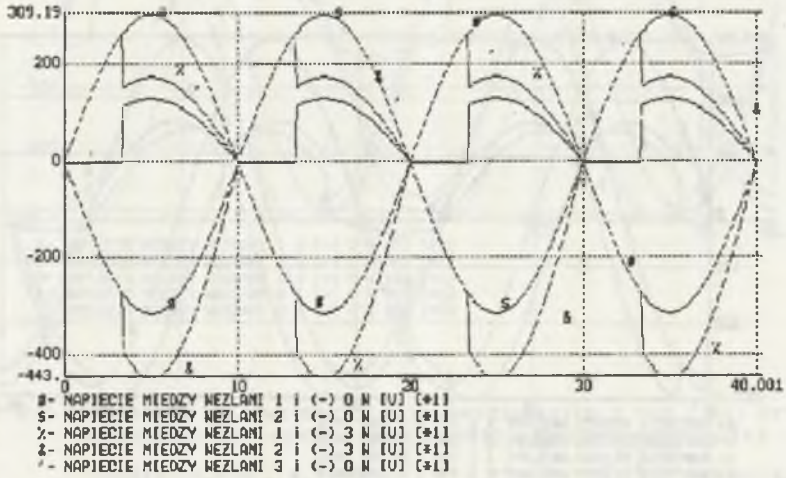


Rys.7.6-4. Trajektoria wymuszenia w R^2 dla prostownika z rys. 7.6-1 przy wymuszeniu w1: $e1=E_1\sin\omega t=-e2$ oraz trajektoria przy wymuszeniu w2: $e1=E_2\sin\omega t$, $e2=E_2\cos\omega t$

Fig.7.6-4. Trajectory of excitation in R^{nS} for rectifier from fig. 7.6-1 for excitation w1: $e1=E_1\sin\omega t=-e2$ and for excitation w2: $e1=E_1\sin\omega t$, $e2=E_2\cos\omega t$

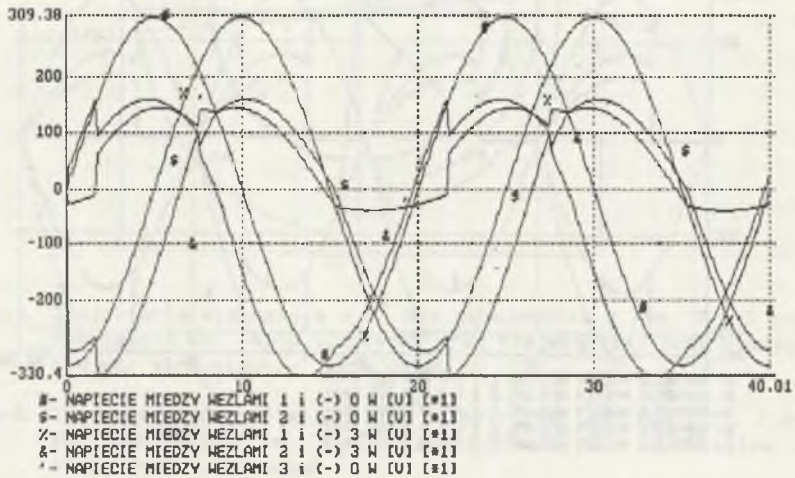
wysterowaniu tyrystorów $\alpha_1=20^\circ$, $\alpha_2=116.56^\circ$ stożkami osiągalnymi są: 0: RR, 4: FR, 8: FF, 4: RF. Przy wymuszeniu w2 struktura osiągalna jest funkcją wyzwalania tyrystorów - np. przy zmianie kąta opóźnienia α_2 z wartości 116.568° na 135° stożkiem osiągalnym będzie dodatkowo stożek 6: FD. Dla wymuszenia w2 przeprowadzono również obliczenia przebiegów napięć i prądów analizowanego prostownika. Na rys.7.6-6 zamieszczono przebiegi napięć przy wysterowaniu $\alpha_1=30^\circ$ oraz $\alpha_2=116.56^\circ$. Na rys. 7.6-6 zaznaczono granice pomiędzy stożkami. Granice te odpowiadają następującym kątom: DR/DF, DR/DD - 95.19°, FR/FF, FR/FD - 116.56°, RF/FF, RF/DF - 153.43°, RD/FD, RD/DD - 174.80°, RD/RR, RF/RR - 275.19°, DR/RR, FR/RR - 354.80°.

Na rys. 7.6-7 przedstawiono przebiegi napięć przy wysterowaniu $\alpha_1=30^\circ$, $\alpha_2=116.56^\circ$ (przypadek ten przedstawiono także na płaszczyźnie R^2 na rys. 7.6-3). Zarówno przy wysterowaniu tyrystora 2 z kątem $\alpha_2=135^\circ$, jak i $\alpha_2=116.56^\circ$ w napięciu wyprostowanym (R) można zauważyć "komutacyjny spadek napięcia", tzn. bardzo podobne zjawisko do obserwowanego w uproszczonym modelu komutacji, np. [T5].



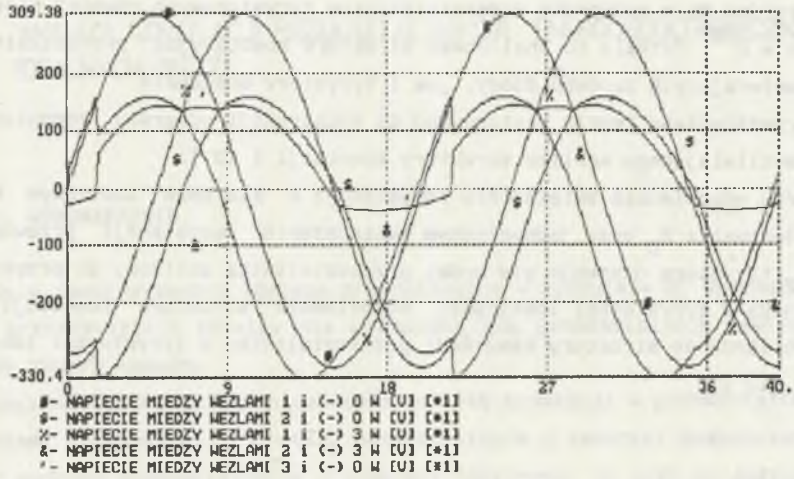
Rys. 7.6-5. Przebiegi czasowe napięć w przekształtniku z rys.7.6-1 przy wymuszeniu w1: e1=311*sin(100pi*t)=-e2 i sterowaniu: $\alpha_1=\alpha_2=60^o$; # - e1, $ - e2, % - napięcie tyrystora 1, & - napięcie tyrystora 2, ' - napięcie na oporniku R

Fig. 7.6-5. Waveforms of voltages in converter from fig.7.6.1 for excitation w1: e1=311*sin(100pi*t)=-e2 and control: $\alpha_1=\alpha_2=60^o$; # - e1, $ - e2, % - voltage of thyristor 1, & - voltage of thyristor 2, ' - voltage of load R



Rys. 7.6-6. Przebiegi czasowe napięć w przekształtniku z rys.7.6-1 przy wymuszeniu w2: e1=311*sin(100pi*t), e2=311*cos(100pi*t) i sterowaniu: $\alpha_1=30^o$, $\alpha_2=135^o$; # - e1, $ - e2, % - napięcie tyrystora 1, & - napięcie tyrystora 2, ' - napięcie na oporniku R

Fig. 7.6-6. Waveforms of voltages in converter from fig.7.6.1 for excitation w2: e1=311*sin(100pi*t), e2=311*cos(100pi*t) and control: $\alpha_1=30^o$, $\alpha_2=135^o$; # - e1, $ - e2, % - voltage of thyristor 1, & - voltage of thyristor 2, ' - voltage of load R



Rys. 7.6-7. Przebiegi czasowe napięć w przekształtniku z rys.7.6-1 przy wymuszeniu w2: e1=311*sin(100pi*t), e2=311*cos(100pi*t) i sterowaniu: $\alpha_1=30^o$, $\alpha_2=116.56^o$ # - e1, $ - e2, % - napięcie tyrystora 1, & - napięcie tyrystora 2, ' - napięcie na oporniku R

Fig. 7.6-7. Waveforms of voltages in converter from fig.7.6.1 for excitation w2: e1=311*sin(100pi*t), e2=311*cos(100pi*t) and control: $\alpha_1=30^o$, $\alpha_2=116.56^o$; # - e1, $ - e2, % - voltage of thyristor 1, & - voltage of thyristor 2, ' - voltage of load R

7.7. PODSUMOWANIE

1. Przedstawiona struktura komutacji w przekształtnikach zawierających tyrystory doskonałe jest podobna do struktury komutacji przekształtników zawierących jedynie diody doskonałe. Podobieństwo wynika z przyjęcia takiej samej struktury stożkowej przestrzeni R^{nS}. Główną różnicą pomiędzy strukturą stożkową przekształtnika zawierającego wyłącznie diody i strukturą przekształtnika zawierającego wyłacznie tyrystory jest to, że w pierwszym przypadku stożki są położone w R^{nS} wzajemnie zewnętrznie, a w drugim niektóre stożki mają niepuste części wspólne.
2. Zastosowanie do przekształtników z tyrystorami doskonałymi prawie tego

samego podejścia było możliwe dzięki założeniu, że tyrystor doskonały może być traktowany jako przyrząd trójstanowy a nie dwustanowy. Najważniejszą zaletą przyjętego podejścia jest to, że hiperpłaszczyzny komutacyjne są w przypadku przekształtników tyrystorowych również nieruchome w R^{nS}. Pozwala to analizować strukturę komutacyjną przekształtników zawierających zarówno diody, jak i tyrystory doskonałe.

3. Przedstawioną teorię zastosowano do konstrukcji programu komputerowego umożliwiającego analizę struktury komutacji [13].
4. Przy odpowiednim zwiększeniu rezystancji w kierunku zaworowym R_R, i blokowania R_D oraz jednoczesnym zmniejszeniu rezystancji przewodzenia R_F tyrystora uzyskuje się model przekształtnika zbliżony do przekształtnika z tyrystorami idealnymi; odpowiednia struktura komutacji jest zbliżona do struktury komutacji przekształtnika z tyrystorami idealnymi [G13].

8. ANALIZA KOMUTACJI PRZEKSZTAŁTNIKÓW ENERGOELEKTRONICZNYCH IDEALNYCH ($RT^{I}D^{I}$)

8.1. WPROWADZENIE

Modele zaworów-zawory idelane przedstawiono w rozdziale 2. Wprowadza się nazwę przekształtnik idealny dla przypadku, gdy przekształtnik zawiera wyłącznie zawory idealne.

W poprzednich rozdziałach omówiono analizę komutacji w przekształtnikach z zaworami doskonałymi. I chociaż przekształtnik z zaworami doskonałymi może być modelem przekształtnika z zaworami idealnymi, to jest to jedynie model przybliżony. Zbadanie możliwości zbudowania, podobnego do opracowanego dla zaworów doskonałych, modelu komutacji przekształtnika energoelektronicznego z zaworami idealnymi jest uzasadnione tym, że przekształtnik taki (idealny) jest przekształtnikiem bezstratnym, a więc obiektem, który jest odniesieniem dla wszelkiego rozdzju przekształtników przy analizach porównawczych. Dodatkową motywacją do przedstawienia modelu komutacji przekształtników z tyrystorami idealnymi są trudności w jego opisie; trudności związane są z tym, że nie stosują się do pewnych schematów zastępczych prawa Kirchhoffa z powodu istnienia oczek typu e-C-przewodzący zawór oraz rozcięć typu j-L-nieprzewodzący zawór. Sprawia to, że nie istnieje możliwość bezpośredniego przeniesienia na przekształniki idealne tego wszystkiego, co dotyczy przkształtników doskonałych. W mocy pozostają wszystkie argumenty uzasadniające celowość podjęcia tematu, przedstawione w odniesieniu do przekształtników doskonałych.

W rozdziale niniejszym przedstawia się metodę opisu przekształtnika idealnego, metodę która pozwala usunąć wymienione trudności. Należy podkreślić, że mimo pewnych wad nadal prowadzone są badania nad programami komputerowymi realizującymi zmienną topologię, a więc przeznaczonymi do analizy przekształtników idealnych. Jako przykłady można podać tu dwie prace [M2, M4].

Materiał zawarty w niniejszym rozdziale stanowi najogólniejszy z możliwych opis komutacji przekształtnika idealnego, a więc i opis programów analizy komputerowej przekształtników zbudowanych z wykorzystaniem zmiennej topologii.

Opis metody analizy jak i algorytm ustalania struktury komutacji są w przypadku przekształtników idelanych podobne do opisu metody analizy jak i algorytmu ustalania struktury komutacji dla przekształtników doskonałych. Cel jest taki sam: struktura komutacji, rozumiana tak samo jak dla przekształtników doskonałych. Analizę struktury komutacji prowadzi się również w przestrzeni R^{nS}, gdzie osadzone są nieruchome hiperpłaszczyzny komutacji. Hiperpłaszczyzny te wyznaczone są za pomocą odpowiednich nierówności. Nierówści określa się tu podobnie jak dla przekształtników doskonałych, z tym że niezbędne są tu pewne modyfikacje.

W niniejszym rozdziale omawia się konstrukcję układu nierówności dla pojedynczego schematu zastępczego oraz konstrukcję rozwiązania podstawowego dla tego układu nierówności podkreślając różnice w stosunku do przypadku przekształtnika doskonałego.

Przekształtnik z zaworami idealnymi, zawierający rezystancje, pojemności i indukcyjności, w celu określenia struktury komutacji sprowadza się do postaci przekształtnika idealnego rezystancyjnego, tzn. postępuje się tak jak w przypadku przekształtnika doskonałego.

8.2. KONSTRUKCJA UKŁADU NIERÓWNOŚCI DLA SCHEMATU ZASTĘPCZEGO

Schematy zastępcze przekształtnika z zaworami idealnymi różnią się zasadniczo od schematów zastępczych przekształtnika z zawormi doskonałymi. Różnice wynikają z faktu, że w analizowanym przekształtniku zawory mają rezystancję nieprzewodzenia równą nieskończoności, $R_D=R_R=\infty$ oraz rezystancję przewodzenia równą zero, $R_F=0$.

Przy konstruowaniu nierówności określających napięcia na zaworach nieprzewodzących oraz prądów w zaworach przewodzących ważne jest rozmieszczenie zaworów w schemacie zastępczym przekształtnika. Mogą tu wystąpić cztery przypadki:

p.1. zawór nieprzewodzący wchodzi do rozcięcia [C1..3, M3] typu jN, tzn. do rozcięcia, którego gałęzie są zaworami nieprzewodzącymi oraz źródłami prądowymi. Przykładem takiego rozcięcia jest rozcięcie złożone z nieprzewodzących tyrystorów grupy katodowej prostownika mostkowego,

m=6 oraz jego gałezi prądu wyprostowanego, gdy jest to źródło prądowe,

p.2. zawór nieprzewodzący nie wchodzi do żadnego rozcięcia jN (tj. do takiego rozcięcia, jakie opisano w przypadku p.1),

p.3. zawór przewodzący wchodzi do oczka [C1..3, M3] typu eP, tzn.do oczka, którego gałęzie są zaworami przewodzącymi oraz źródłami napięciowymi. Przykładem takiego oczka eP jest oczko złożone z przewodzących dwóch komutujących zaworów grupy katodowej prostownika mostkowego, m=2 oraz źródła napięciowego sieci zasilającej, gdy gałąź prądu wyprostowanego jest źródłem prądowym,

p.4. w tym przypadku zawór przewodzący nie wchodzi do żadnego oczka typu eP (tj. do takiego oczka, jakie opisano w p.3).

Jeżeli w przekształtniku istnieją tylko zawory, których położenie w schemacie zastępczym jest takie jak w ww.przypadkach p.2 i p.4, to zgodnie z twierdzeniem 6.1 [C3] zawsze istnieje rozwiązanie, a więc jest możliwość określenia odpowiednich napięć i prądów zaworowych. Do obliczeń tych napięć i prądów możliwe jest zawsze zastosowanie metody macierzy hybrydowej [C3]. W rozważanym przypadku macierz hybrydowa zawsze istnieje, a podstawą do jej skonstruowania jest drzewo grafu, które zawsze istnieje, jeżeli spełnione jest twierdzenie 6.1 [C3].

Jeżeli w przekształtniku istnieją tylko zawory, których położenie w schemacie zastępczym jest takie jak w ww.przypadkach p.1 i p.3, to zgodnie z twierdzeniem 6.1 [C3] nie istnieje rozwiązanie, a więc nie istnieje możliwość określenia napięć na zaworach nieprzewodzących przecięć typu jN oraz prądów w zaworach oczek typu eP. Trudność tę można ominąć stosując następujące podejście. Opisano go szczegółowo poniżej w postaci algorytmu nazwanego Algorytm 8.2. Najpierw konstruuje sie drzewo grafu schematu zastępczego (krok 1 (Algorym 8.2)). Następnie wyznacza się zbiór wszystkich rozcięć typu jN oraz zbiór wszystkich oczek typu eP schematu zastępczego (krok 2). Kolejną operacją jest modyfikacja schematu zastępczego polegająca na wprowadzeniu przerw zamiast zaworów nieprzewodzących, wprowadzeniu zwarć w miejsca zaworów przewodzących oraz usunięciu niektórych źródeł (krok 3). Dalszą operacją jest obliczenie wszystkich napięć i prądów w zmodyfikowanym schemacie (krok 4). Operacją końcową jest określenie rozkładu napięć na zaworach nieprzewodzących i źródłach prądu wszystkich przekrojów jN oraz rozpływu prądów w zaworach przewodzących i źródłach napięcia wszystkich oczek eP (krok 5).

Algorytm 8.2.

krok 1. Drzewo grafu.

{Drzewo grafu buduje się przydzielając do niego gałęzie zgodnie z hierarchią:

$^{o}P,\ P,\ ^{o}E,\ E,\ R,\ G,\ J,\ ^{r}J,\ N,\ ^{r}N.$ (8.2-1)

gdzie:

^{o}P - gałęzie z zaworami przewodzącymi wchodzące do oczka typu eP,

P - gałęzie z zaworami przewodzącymi nie wchodzące do oczka typu eP,

^{o}E - gałęzie źródeł napięciowych wchodzące do oczka typu eP,

E - gałęzie źródeł napięciowych (nie wchodzące do oczka typu eP),

R - gałęzie rezystancyjne (należące do drzewa),

G - gałęzie konduktancyjne (należące do przeciwdrzewa),

J - gałęzie źródeł prądowych (nie wchodzące do rozcięcia typu jN),

^{r}J - gałęzie źródeł prądowych (wchodzące do rozcięć typu jN),

N - zawory nieprzewodzące (nie wchodzące do rozcięć typu jN),

^{r}N - zawory nieprzewodzące (wchodzące do rozcięć typu jN)}.

krok 2. Wyznaczenie zbioru wszystkich rozcięć typu jN oraz zbioru wszystkich oczek typu eP.

{ Wyznaczanie ww. zbiorów realizuje się poprzez analizę wszystkich rozcięć oraz analizę wszystkich oczek drzewa uzyskanego w kroku k1. }

krok 3. Modyfikacja pierwsza schematu zastępczego (oryginalnego - SO), MI;

{ Do wyjaśnienia mechanizmu modyfikacji schematu zastępczego wykorzystuje się opis przekształnika metodą macierzy hybrydowej; w tym celu na podstawie drzewa grafu wyznaczonego w kroku 1 konstruuje się fundamentalną macierz rozcięć oraz fundamentalną macierz oczek }.

krok 3.1. Fundamentalna macierz rozcięć.

{ Fundamentalna macierz rozcięć dla drzewa grafu schematu zastępczego ma następującą postać (8.2-2).

$$D = \left[\, 1 \;\vdots\; D^{L} \,\right] \tag{8.2-2}$$

L w formule (8.2-2) oznacza przynależność odpowiednich gałęzi do przeciwdrzewa grafu. Macierz D^{L} wyraża się za pomocą formuły (8.2-3). W zależności (8.2-3) T oznacza przynależność gałęzi do drzewa grafu }.

krok 3.2. Modyfikacja bloków schematu zastępczego zawierających rozcięcia jN.

{ Z każdego rozcięcia jN zostają usunięte gałęzie-zawory nieprzewo-

dzące należące do przeciwdrzewa, oznaczone jako ${}^{r}N^{L}$. W każdym rozcięciu jedna gałąź-źródło prądu należąca do drzewa grafu, oznaczona jako ${}^{r}J^{T}$ zostaje zastąpiona zwarciem (nienaruszone pozostają pozostałe po modytikacji gałęzie-źródła prądu należące do przeciwdrzewa i oznaczone jako ${}^{r}J^{L}$. }

krok 3.3. Modyfikacja bloków schematu zastępczego zawierających oczka eP.

{ W każdym oczku eP zastąpione zostają zwarciami gałęzie-zawory przewodzące należące do drzewa, oznaczone jako ${}^{o}P^{T}$ (gałęzie nie należące do oczek eP, incydentne z którymkolwiek z zacisków dowolnego zaworu oczka eP, po modyfikacji tego oczka są incydentne z węzłem, do którego został zredukowany dany zawór oczka eP). W każdym rozcięciu jedna gałąź-źródło napięcia należąca do przeciwdrzewa grafu, oznaczona jako ${}^{o}E^{L}$ zostaje zastąpiona przerwą (w procesie modyfikacji nienaruszone pozostają gałęzie-źródła napięcia należące do drzewa i oznaczone jako ${}^{o}E^{T}$. }

$$
D^{L} = \begin{array}{c|ccccccc}
 & {}^{o}P^{L} & {}^{o}E^{L} & G^{L} & J^{L} & {}^{r}J^{L} & N^{L} & {}^{r}N^{L} \\
\hline
{}^{o}P^{T} & D_{{}^{o}P{}^{o}P} & D_{{}^{o}P{}^{o}E} & D_{{}^{o}PG} & D_{{}^{o}PJ} & D_{{}^{o}P{}^{r}J} & D_{{}^{o}PN} & D_{{}^{o}P{}^{r}N} \\
P^{T} & & D_{P{}^{o}E} & D_{PG} & D_{PJ} & D_{P{}^{r}J} & D_{PN} & D_{P{}^{r}N} \\
{}^{o}E^{T} & & D_{{}^{o}E{}^{o}E} & D_{{}^{o}EG} & D_{{}^{o}EJ} & D_{{}^{o}E{}^{r}J} & D_{{}^{o}EN} & D_{{}^{o}E{}^{r}N} \\
E^{T} & & & D_{EG} & D_{EJ} & D_{E{}^{r}J} & D_{EN} & D_{E{}^{r}N} \\
R^{T} & & & D_{RG} & D_{RJ} & D_{R{}^{r}J} & D_{RN} & D_{R{}^{r}N} \\
{}^{r}J^{T} & & & & & D_{{}^{r}J{}^{r}J} & D_{{}^{r}JN} & D_{{}^{r}J{}^{r}N} \\
{}^{r}N^{T} & & & & & & & D_{{}^{r}N{}^{r}N}
\end{array}
\qquad (8.2\text{-}3)
$$

krok 4. Obliczenie wszystkich napięć i prądów w zmodyfikowanym, zgodnie z modyfikacją pierwszą - MI, schemacie zastępczym.

{ Podstawą do określenia napięć i prądów zmodyfikowanego schematu są równania Kirchhoffa (8.2-4), 8.2-5) (w równaniach tych macierz transponowaną utowrzoną z macierzy D oznaczono jako D') oraz równania gałęziowe o postaci (8.2-5).

krok 5. Określenie rozkładu napięć na zaworach nieprzewodzących i źró-

dłach prądu wszystkich przekrojów jN oraz rozpływu prądów w zaworach przewodzących i źródłach napięcia wszystkich oczek eP, w schemacie oryginalnym (SO).

{ Wymienione napięcia i prądy określane są poniżej przy założeniu, że w rozważanym schemacie zastępczym nie występują przypadki p.2 oraz p.4; nie zmienia to ogólności analizy.

Obliczenie, wg zależności (8.2-4)..(8.2-6), wszystkich napięć oraz wszystkich prądów w zmodyfikowanym wg modyfikacji pierwszej MI schemacie zastęp-

$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & {}^{\circ}E^{T} & E^{T} & R^{T} & G^{L} & J^{L} & {}^{r}J^{L} \\
\hline
{}^{\circ}E^{T} & 1 & & & D_{{}^{\circ}EG} & D_{{}^{\circ}EJ} & D_{{}^{\circ}E{}^{r}J} \\
E^{T} & & 1 & & D_{EG} & D_{EJ} & D_{E{}^{r}J} \\
R^{T} & & & 1 & D_{RG} & D_{RJ} & D_{R{}^{r}J}
\end{array}
\begin{bmatrix} i^{T}_{{}^{\circ}E} \\ i^{T}_{E} \\ i^{T}_{R} \\ i^{L}_{G} \\ i^{L}_{J} \\ i^{L}_{{}^{r}J} \end{bmatrix} = 0 \qquad (8.2\text{-}4)
$$

$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & {}^{\circ}E^{T} & E^{T} & R^{T} & G^{L} & J^{L} & {}^{r}J^{L} \\
\hline
G^{L} & -D'_{{}^{\circ}EG} & -D'_{{}^{\circ}EJ} & -D'_{{}^{\circ}E{}^{r}J} & 1 & & \\
J^{L} & -D'_{EG} & -D'_{EJ} & -D'_{E{}^{r}J} & & 1 & \\
{}^{r}J^{L} & -D'_{RG} & -D'_{RJ} & -D'_{R{}^{r}J} & & & 1
\end{array}
\begin{bmatrix} u^{T}_{{}^{\circ}E} \\ u^{T}_{E} \\ u^{T}_{R} \\ u^{L}_{G} \\ u^{L}_{J} \\ u^{L}_{{}^{r}J} \end{bmatrix} = 0 \qquad (8.2\text{-}5)
$$

$$u^T_{{}^oE} = {}^oE^T$$

$$u^T_E = E^T$$

$$u^T_R = R^T\, i^T_R$$

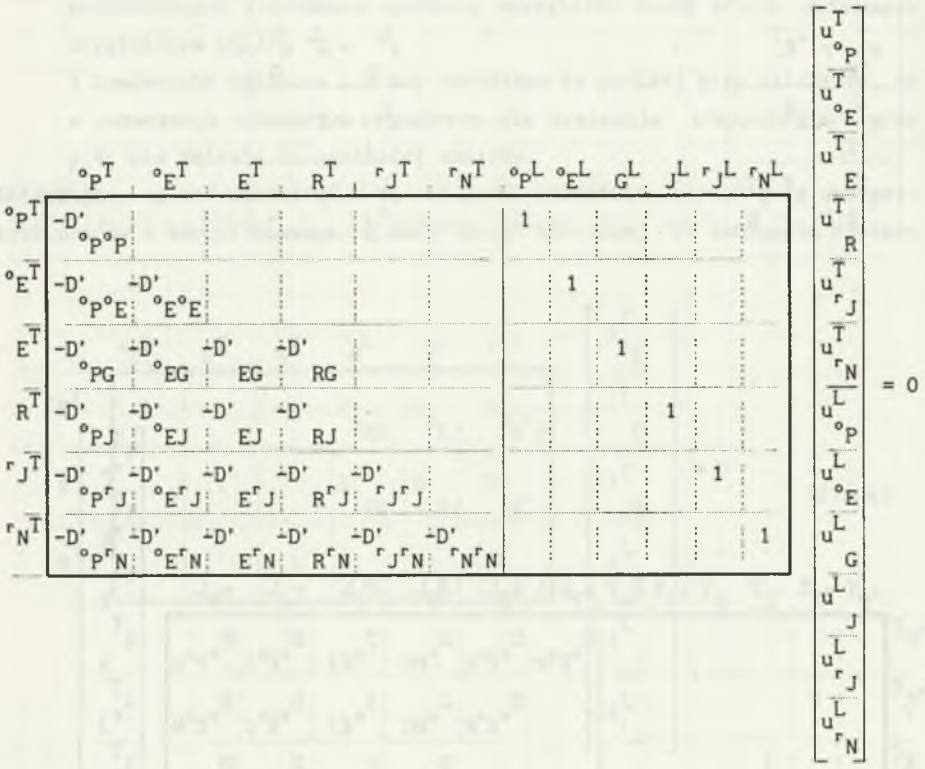
$$i^L_G = G^L\, u^L_G$$

$$i^L_J = J^L$$

$$i^L_{{}^rJ} = {}^rJ^L \qquad (8.2\text{-}6)$$

$$\begin{array}{c|ccccccc|ccccccc}
 & {}^oP^T & {}^oE^T & E^T & R^T & {}^rJ^T & {}^rN^T & {}^oP^L & {}^oE^L & G^L & J^L & {}^rJ^L & {}^rN^L \\
\hline
{}^oP^T & 1 & & & & & & D_{{}^oP{}^oP} & D_{{}^oP{}^oE} & D_{{}^oPG} & D_{{}^oPJ} & D_{{}^oP{}^rJ} & D_{{}^oP{}^rN} \\
{}^oE^T & & 1 & & & & & & D_{{}^oE{}^oE} & D_{{}^oEG} & D_{{}^oEJ} & D_{{}^oE{}^rJ} & D_{{}^oE{}^rN} \\
E^T & & & 1 & & & & & & D_{EG} & D_{EJ} & D_{E{}^rJ} & D_{E{}^rN} \\
R^T & & & & 1 & & & & & D_{RG} & D_{RJ} & D_{R{}^rJ} & D_{R{}^rN} \\
{}^rJ^T & & & & & 1 & & & & & & D_{{}^rJ{}^rJ} & D_{{}^rJ{}^rN} \\
{}^rN^T & & & & & & 1 & & & & & & D_{{}^rN{}^rN}
\end{array}
\begin{bmatrix}
i^T_{{}^oP} \\ i^T_{{}^oE} \\ i^T_E \\ i^T_R \\ i^T_{{}^rJ} \\ i^T_{{}^rN} \\ i^L_{{}^oP} \\ i^L_{{}^oE} \\ i^L_G \\ i^L_J \\ i^L_{{}^rJ} \\ i^L_{{}^rN}
\end{bmatrix} = 0$$

(8.2-7)



(8.2-8)

czym, oznacza, że określone są wszystkie napięcia w gałęziach jego drzewa oraz prądy w gałęziach dopełnienia przeciwdrzewa.

W celu określenia rozkładu napięć rozcięć jN na zaworach nieprzewodzących ${}^{r}N^{T}$, N^{L} i źródłach prądu ${}^{r}J^{T}$, ${}^{r}J^{L}$ oraz określenia prądów oczek eP, tzn. w zaworach przewodzących ${}^{\circ}P^{T}$, ${}^{\circ}P^{L}$ i w źródłach napięcia ${}^{\circ}E^{T}$, ${}^{\circ}E^{L}$ wykonuje się drugą (MII) modyfikację schematu zastępczego. Modyfikacja druga schematu zastępczego polega na wykonaniu następujących operacji na schemacie zastępczym oryginalnym (SO).

1. Zastąpienie gałęzi G źródłami prądu $J_G = i_G^L$ (prądy te obliczone zostały dla modyfikacji pierwszej (MI) schematu zastępczego wg zależności (8.2-4).. (8.2-6).

2. Zastąpienie gałęzi R źródłami napięcia $E_R = u_R^T$ (napięcia te obliczone zostały dla modyfikacji pierwszej (MI) schematu zastępczego wg zależności (8.2-4)..(8.2-6).

3. Zastąpienie gałęzi rozcięć jN odpowiednimi rezystancjami i konduktancjami: $R_{{}^{r}J}$, $R_{{}^{r}N}$, $G_{{}^{r}J}$, $G_{{}^{r}N}$.

4. Zastąpienie gałęzi oczek eP odpowiednimi rezystancjami i konduktancjami: $R_{{}^{o}P}$, $R_{{}^{o}E}$, $G_{{}^{o}P}$, $G_{{}^{o}E}$.

Po drugiej modyfikacji obwód jest opisany równaniami (8.2-7), (8.2-8), (8.2-9).

Szczegółowa analiza struktury rozcięć jN wskazuje, że w pojedynczym przekroju nie mogą wystąpić jednocześnie wszystkie cztery elementy ${}^{r}J^{T}$, ${}^{r}N^{T}$, ${}^{r}J^{L}$, ${}^{r}N^{L}$. Jeżeli na przykład w przecięciu jN występują tylko dwa zawory, to jeden jest w zbiorze ${}^{r}N^{T}$, a drugi w zbiorze ${}^{r}N^{L}$. Gdy w przecięciu jN są tylko dwa źródła, to jedno z nich należy do zbioru ${}^{r}J^{T}$, a drugie do zbioru ${}^{r}J^{L}$. W przypadku gdy w przekroju jest więcej zaworów niż dwa i więcej źródeł niż dwa, to w zbiorze ${}^{r}J^{T}$ jest tylko jedno źródło prądu, w zbiorze ${}^{r}J^{L}$ pozostałe źródła prądu; wszystkie zawory nieprzewodzące znajdują się w zbiorze ${}^{r}N^{L}$. Taki rozkład jest wynikiem założonej hierarchii doboru gałęzi do drzewa grafu (8.2-1). Podobne obserwacje dotyczą oczek eP.

W powyższej analizie nie skonkretyzowano rezystancji poszczególnych zbiorów gałęzi rozcięć jN oraz oczek eP. Rezystancje te decydują o rozkładzie odpowiednich napięć rozcięć jN i prądów oczek eP. Można przyjąć, że wszystkie rezystancje w rozcięciu jN są takie same. W takim przypadku rozkład napięć przekroju jN nie zależy od wartości tej rezystancji. Przy założeniu, że konduktancje wszystkich elementów oczka eP są takie same, rozpływ prądów tego oczka jest niezależny od wartości przyjętej rezystancji. Możliwe jest przyjęcie innych założeń co do wartości rezystancji elementów przekrojów jN i konduktancji elementów eP. Można np. przyjąć, że rezystancje wszystkich zaworów są identyczne i mają wartość $R_{{}^{r}N}$. Rezystancje wszystkich źródeł są też identyczne i mają wartość $R_{{}^{r}J}$, przy czym zachodzi $R_{{}^{r}N} \neq R_{{}^{r}J}$.}

$$
\begin{array}{|l|l|}
\hline
u^T_{{}^oP} = R_{{}^oP}\, i^T_{{}^oP} & i^L_{{}^oP} = G_{{}^oP}\, u^L_{{}^oP} \\
\hline
u^T_{{}^oE} = R_{{}^oE}\, i^T_{{}^oE} & i^L_{{}^oE} = G_{{}^oE}\, u^L_{{}^oE} \\
\hline
u^T_E = -E & i^L_E = J_G \\
\hline
u^T_R = E_R & i^L_J = J \\
\hline
u^T_{{}^rJ} = R_{{}^rJ}\, i^T_{{}^rJ} & i^L_{{}^rJ} = G_{{}^rJ}\, u^L_{{}^rJ} \\
\hline
u^T_{{}^rN} = R_{{}^rN}\, i^T_{{}^rN} & i^L_{{}^rN} = G_{{}^rN}\, u^L_{{}^rN} \\
\hline
\end{array}
\qquad (8.2\text{-}9)
$$

Przedstawiona metoda określania napięć na zaworach nieprzewodzących i źródłach prądu wchodzących do rozcięć jN czy też nie oraz prądów w zaworach przewodzących i źródłach napięcia oczek eP stanowi podstawę konstrukcji odpowiednich nierówności określających schematy zastępcze przekształtnika energoelektroanicznego.

8.3. ROZWIĄZANIE PODSTAWOWE. STRUKTURA KOMUTACJI

Określone w podrozdziale 8.2 nierówności schematu zastępczego pozwalają usyskać rozwiązanie podstawowe i stwierdzić, czy dany schemat zastępczy jest schematem istotnym. Rozwiązanie podstawowe uzyskuje się w taki sposób jak dla diod doskonałych (podrozdział 6.4) i tyrystorów doskonałych (podrozdział 7.2).

Struktura komutacji przekształtnika idealnego jest, podobnie jak struktura komutacji przekształtnika doskonałego, zbiorem schemtów zastępczych możliwych, zbiorem schematów zastępczych istotnych wraz z ich wzajemnym powiązaniem. Struktura komutacji przekształtnika idealnego jest niezmienna przy ustalonym grafie schematu przekształtnika, typie gałęzi, jeżeli jego część rezystancyjna jest ustalona (ustalone wartości rezystancji). Ponieważ rezystancje zaworów idealnych są ustalone, to na strukturę przekształtnika mogą mieć wpływ tylko i wyłącznie pozostałe jego rezystancje. W ujęciu geometrycznym niezmienność struktury komutacyjnej oznacza nieruchomość hiperpłaszczyzn komutacji niesterowanych w R^{nS}. Położenie hiperpłaszczyzn komutacji sterowanej jest, podobnie jak w przekształtniku doskonałym, zależne

od sterowania realizowanego przez zawory sterowane przekształtnika; np. w prostowniku o schemacie pokazanym na rys. 6.5-4.1, w którym w miejscu diod są tyrystory i sterowanie jest sterowaniem typu arccos hiperpłaszczyzną komutacji sterowanej tyrystora 1 jest hiperpłaszczyzna $k*(e12-e23)-u_{sterowania}=0$.

Struktura komutacji przekształtnika idealnego (tak jak struktura komutacji przekształtnika doskonałego) opisana może być geometrycznie w R^{nS}. Przestrzeń R^{nS} podzielona jest na pewną liczbę stożków istotnych. Różnicą jest to, że nie cała przestrzeń R^{nS} jest dostępna, tzn. wymuszenia i zmienne stanu nie mogą przyjmować wartości z zakresu obszaru niedostępnego. Wynika to z charakterystyk zaworów idelanych. Na przykład w prostowniku mostkowym m=2 zasilanym ze źródła napięcia przemiennego e, w którym odbiornikiem (w obwodzie prądu wyprostowanego) jest źródło prądu j, obszarem niedostępnym jest obszar w $R^{nS}= R^2$ określony nierównością: $j<0$ przy dowolnym napięciu e. Wynika to z tego, że niedostępny dla diody idealnej jest prąd $i<0$.

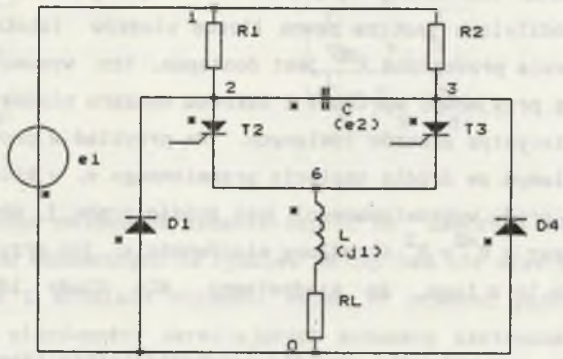
Istotną strukturę komutacji można dla przekształtników idealnych przedstawić jako pewien zbiór uporządkowany, tzn. tak, jak to zostało zrobione dla przekształtników doskonałych (w podrozdziale 6.6., rys. 6.6-2.3 oraz w podrozdziale 7.5., rys.7.5-1).

8.4. ZBIÓR SCHEMATÓW ZASTĘPCZYCH OSIĄGALNYCH. KOMUTACJA W PRZEKSZTAŁTNIKU Z ZAWORAMI IDEALNYMI

Komutację w przekształtniku z zaworami idealnymi opisuje się podobnie jak komutację w przekształtnikach doskonałych,wykorzystując do tego celu przestrzeń R^{nS}. Przestrzeń ta podzielona jest na określoną liczbę stożków istotnych odpowiadających schematom zastępczym istotnym. Zbiór schematów zastępczych osiągalnych jest podzbiorem zbioru schematów zastępczych istotnych. Zbiór tych schematów jest wyznaczony w ogólnym przypadku trajektorią w R^{nS} wektora złożonego z wektora wymuszenia i wektora stanu. Wygodnie jest wyróżnić wśród wszystkich schematów osiągalnych danego wymuszenia zbiór schematów osiągalnych dla stanu ustalonego.

8.5. PRZYKŁAD - ŁĄCZNIK STATYCZNY Z DŁAWIKIEM REZONANSOWYM

Przedstawiony przykład nie jest przykładem mającym ilustrować funkcjonowanie danego przekształtnika. Przedstawia on działanie opisywanej teorii.

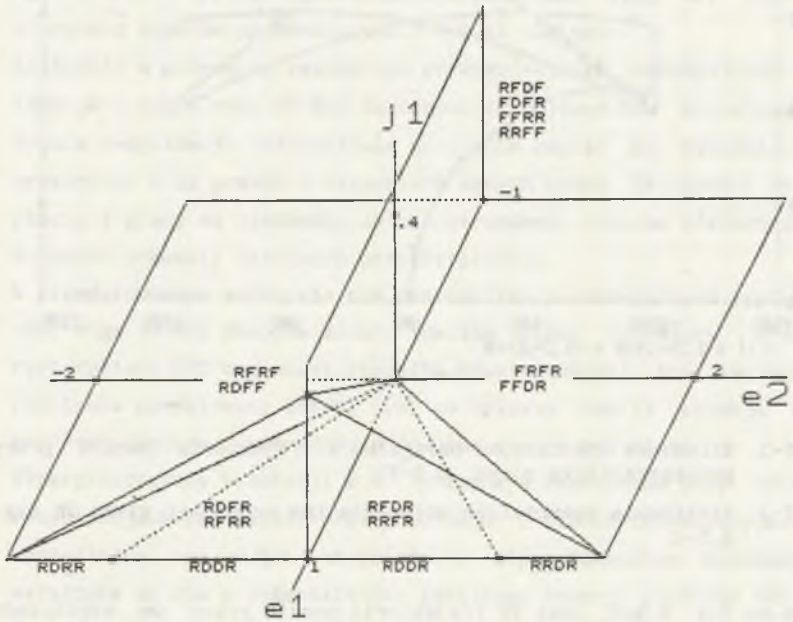


Rys. 8.5-1. Tyrystorowy łącznik statyczny z dławikiem rezonansowym
Fig. 8.5-1. DC static switch with resonance indukctor

Wybrano przekształtnik tyrystorowo-diodowy o znanym działaniu, np. [T4, K11]. Schemat przekształtnika zamieszczono na rys. 8.5-1. W celu określenia struktury komutacyjnej w miejsce kondensatora włącza się źródło napięcia e2, a w miejsce dławika źródło prądu j1. Rezystancje przekształtnika mają identyczne wartości R1=R2=5Ω. Liczba diod wynosi nD=2, a liczba tyrystorów nT=2. Liczba schematów zastępczych możliwych ma wartość $nDT=2^{nD}*3^{nT}=32$.

Struktura komutacyjna tego przekształtnika przedstawiona została na rys. 8.5-2. Nazwa każdego ze stożków na tym rysunku jest uporządkowanym ciągiem stanów poszczególnych zaworów. Pozycje przypisane są odpowiednio do zaworów: D1, T2, T3, D4. Stany zaworów oznaczone są jako: R - zaworowy, D-blokowania oraz F - przewodzenia. Struktura komutacyjna z rys. 8.6-2 zawiera osiem stożków 3-wymiarowych. Są to: RDFR, RFRR, RFDR, RRFR, RFRF, RDFF, FRFR, FFDR. Na rysunku tym zamieszczono niektóre stożki 2-wymiarowe: RFDF, FDFR, FFRR, RRFF, RDRR, RDDR, RRDR.

Najważniejsze dla przekształtników idelanych zagadnienie rozcięć jN oraz oczek eP znajduje odzwierciedlenie w strukturze komutacyjnej analizowanego przekształtnika. Na rys. 8.5-2 zaznaczono trzy stożki odpowiadające schematom, w których istnieją rozcięcia jN. Są to stożki 2-wymiarowe leżące w płaszczyźnie j1=0: RDRR, RDDR, RRDR. Przykładem stożka odpowiadającego schematowi z oczkiem eP jest stożek RFRR. Leży on w płaszczyźnie e2=0 i określony jest nierównościami $-(1/5)*e1+(1/3)*j1 \geq 0$.

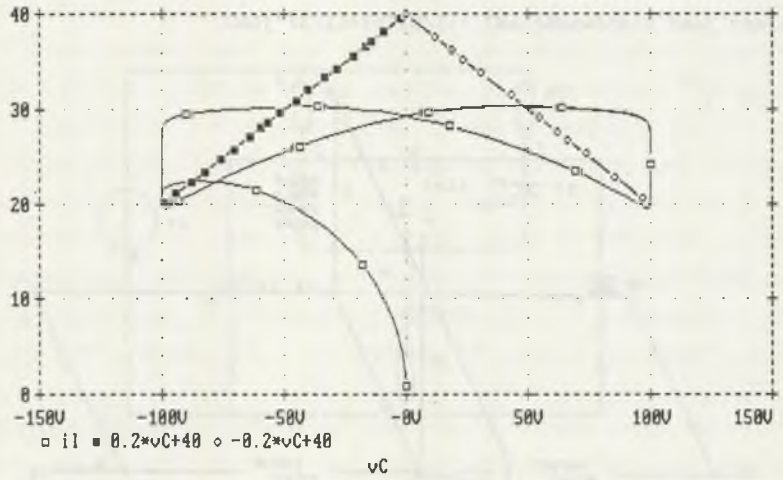


Rys. 8.5-2. Struktura komutacyjna tyrystorowego łącznika z rys. 8.5-1
Fig. 8.5-2. Commutation structure for DC static switch shown in fig. 8.5-1

Podobnie jak w przekształtnikach doskonałych istotne są schematy odpowiadające stożkom nS-wymiarowym. W rozważanym łączniku statycznym schematów tych jest osiem.

Struktura komutacyjna, dopiero po jej ustaleniu, może być traktowana w nieco odmienny sposób w stosunku do tego, który wynika z założenia o trójstanowości tyrystora. Przy odstąpieniu od założenia o trójstanowości tyrystora zamiast 3^{nT} schematów zastępczych możliwych będzie ich 2^{nT}. W opisywanym przekształtniku przykładem może być schemat NPNN zamiast dwóch schematów RFRR, RFDF, gdzie N - zawór nie przewodzi, P - zawór przewodzi.

W celu określenia przykładowej struktury komutacyjnej osiągalnej przeprowadzono symulację komputerową dla następujących danych. e1=E=100V, C=30μF, L=1mH, RL=0.1Ω, częstotliwość sterowania tyrystorów 50Hz przy wypełnieniu 0.5. Wynik symulacji pokazyjący strukturę komutacyjną osiągalną



Rys. 8.5-3. Struktura komutacyjna osiągalna i trajektoria punktu pracy przekształtnika z rys. 8.5-1.

Fig. 8.5-3. Attainable commutation structure the converter given in fig. 8.5-1

pokazano na rys. 8.5-3. Jest to trajektoria punktu pracy we współrzędnych vC, iL (napięcie kondensatora i prad dławika) na płaszczyźnie $\Pi 1$: e1=100V. Na rysunku tym zaznaczono dwie linie komutacyjne. Jedna z nich to L1: $\Pi 1 \cap \Pi 2$, gdzie $\Pi 2$ jest ustalone równaniem e1+(1/2)*e2-(5/2)*j1=0. Druga prosta komutacyjna określona jest następująco: L2: $\Pi 1 \cap \Pi 3$, gdzie $\Pi 3$ wyznacza równanie w R^3, e1+(1/2)*e2-(5/2)*j1=0. Trajektoria punktu pracy przechodzi przez stożki: RDFR, RFRR, RFDR, RRFR, RDFF, FFDR.

Wyniki symulacji, przebiegi czasowe napięcia kondenstatora vC oraz prądu dławika iL oraz prądu diody D4, iID2 zamieszczono w dodatku D.8.5-1. Przedstawiony przykład pozwala prześledzić możliwości, jakie daje zaprezentowana teoria.

8.6. PODSUMOWANIE

1. Przedstawiona teoria umożliwia opis struktury komutacyjnej przekształtnika idealnego. Opis ten jest opisem najpełniejszym z możliwych dla tego rodzju przekształtników. Możliwość taką uzyskano przez zastosowanie odpowiednich modyfikacji schematów zastępczych zawierających rozcięcia złożone z zaworów nieprzewodzących i źródeł prądu, tj. rozcięcia typu jN oraz zawierających oczka typu eP, tzn. oczka złożone z zaworów przewodzących i źródeł napięcia.
   Istnienie w schemacie zastępczym przekształtnika jakichkolwiek rozcięć typu jN i oczek typu eP bez zastosowania opisanych w niniejszym rozdziale modyfikacji uniemożliwia ustalenie napięć na elementach tych przekrojów oraz prądów w elementach danych oczek. Zależności na te napięcia i prądy są niezbędne do skonstruowania zbiorów nierówności opisujących schematy zastępcze przekształtnika.
2. W przedstawionym materiale nie rozróżniano poszczególnych typów zaworów. Mogą to być dowolne zawory idealne (diody, tyrystory, tranzystory/tyrystory GTO czy nawet łączniki dwukierunkowe). Brak takiego rozróżnienia podyktowany został tym, że opisana teoria stosuje się do przekształtników zawierających dowolne zawory tej klasy.
3. Hiperpłaszczyzny komutacji w R^{nS} pozostają nieruchome przy ustalonych rezystancjach przekształtnika idealnego. Z części rezystancyjnej przekształtnika, wpływającej na położenie hiperpłaszczyzn komutacyjnych, wyłączone są dla przekształtnika idealnego zawory, ponieważ ich rezystancje mają ustaloną wartość.
4. Przedstawiona struktura komutacji przekształtników idealnych umożliwia pełne wyjaśnienie funkcjonowania zarówno stosowanych powszechnie modeli teoretycznych, np. [T5,], jak i wyjaśnienie zasad działania programów komputerowych wykorzystujących zmienną topologię, np. [B9, M4],
5. Przedstawiony materiał może być przydatny do analizy porównawczej, w której przekształtnik idealny jako bezstratny jest odniesieniem.

9. ZAKOŃCZENIE I WNIOSKI Z PRACY

1. Argumentami uzasadniającymi podjęcie badania komutacji jest to, że komutacja ma miejsce w przważającej większości przekształników energoelektronicznych oraz to, że właściwie zaprojektowana komutacja umożliwia obniżenie strat związych z przekształcaniem.
2. Dodatkowym argumentem uzasadniającym badanie komutacji był brak w literaturze energoelektronicznej modelu komutacji takiego typu, jaki przedstawiono w pracy.
3. Podjęcie badań poprzedzono wnikliwą analizą stanu aktualnego tematyki komutacji - przeanalizowano modele komutacji zarówno teoretyczne, jak i modele stosowane w profesjonalych programach analizy komputerowej układów elektronicznych uniwersalnych oraz w programach przeznaczonych do energoelektroniki (np. Nap, Pspice, Tcad, Supes, Eltran, Microcap).
4. Wyniki wielu eksperymentów laboratoryjnych przeprowadzonych przez autora pozwoliły na właściwe ukierunkowanie podjętego tematu i bieżącą weryfikaję rozważań teoretycznych.
5. Opisywane w literaturze modele komutacji były modelami o charakterze czysto numerycznym, tzn. umożliwiały tylko analizę struktury komutacyjnej przkształtnika poprzez przeprowadzanie ciągu analiz numerycznych w pewnym zdyskretyzowanym obszarze parametrów elementów (R,L,M,C, e,j) oraz sterowania; modele te nie miały cech modeli symbolicznych nawet w przypadku, gdy zaworami były zawory doskonałe lub idealne.
6. Zamierzeniem autora było skonstruowanie modelu komutacji, który nie byłby modelem czysto numerycznym, a który opisywałby strukturę komutacji najogólniej, jak jest to możliwe - zamierzenie to zostało zrealizowane w pełni dla przekształtników z diodami i tyrystorami doskonałymi oraz idealnymi; przedstawiono odpowiednie modele komutacji dla tych przekształtników.
7. Przyjęty model zaworu: zawór doskonały pozwolił zdekomponować zadanie nieliniowe do ciągu zadań liniowych, gdzie każdy z $2^{nD}3^{nT}$ schematów zastępczych możliwych jest obwodem liniowym. Model jest opisany zbio-

rem nierówności liniowych jednorodnych nieostrych. Ustalenie rozwiązania każdego z $2^{nD}3^{nT}$ układów nierówności określa jednoznacznie pełną strukturę komutacji przekształtnika.

8. Pełna struktura komutacji przekształtnika jest to zbiór schematów zastępczych możliwych, zbiór schematów zastępczych istotnych z ich odpowiednikami zbiorem stożków możliwych oraz istotnych określonych w przestrzeni R^{nS}; pełna struktura komutacyjna jest niezależna od wektora wymuszeń/stanu i zawiera w bardzo wielu przypadkach mniejszą liczbę schematów (schematów istotnych) od $2^{nD}3^{nT}$.
9. Poza schematami istotnymi nie istnieją żadne inne schamaty zastępcze, które mogą zostać utworzone w trakcie pracy przekształtnika.
10. Przy ustalaniu całkowitej struktury komutacyjnej dla każdego schematu istotnego określa się zbiór nierówności istotnych.
11. Należy podkreślić, że podany model komutacji jest modelem uniwersalnym w tym sensie, że diody i tyrystory ujęte są w nim w taki sam sposób oraz że w bardzo podobny sposób ujęte są zawory doskonałe i idealne.
12. Bardzo ważną cechą modelu komutacji jest to, że zarówno dla diod, jak i tyrystorów hiperpłaszczyzny komutacji niesterowanej w przestrzeni R^{nS} są nieruchome przy niezmiennej części rezystancyjnej przekształtnika.
13. Model umożliwia badanie osiągalnej struktury komutacji; osiągalną strukturę komutacji ustala się konkretyzując wektor wymuszenia/stanu, czyli zadając odpowiednie przebiegi czasowe wymuszeń oraz rozwiązując odpowiednie równania różniczkowe.
14. Na czas analizy pełnej struktury komutacyjnej przekształtnik jest sprowadzony do postaci obwodu rezystancyjnego; badanie struktury komutacyjnej osiągalnej dla danego wymusznia wymaga analizy czasowej pełnego modelu dynamicznego przekształtnika.
15. W konstrukcji modelu komutacji wykorzystano geometrię analityczną oraz teorię nierówności liniowych.
16. Opracowany model komutacji, oprócz konkretnych wyników w postaci struktury komutacji, umożliwia uściślenie modelu przekształtnika oraz całkowite wyjaśnienie zasad funkcjonowania programów komputerowych, w których wykorzystuje się np. zmienną topologię.
17. Na podstawie przedstawionej teorii skonstruowano odpowiednie programy przeznaczone do analizy struktury komutacyjnej przekształtników z za-

worami doskonałymi (w tym z tyrystorami). Programy te umożliwiają także badanie struktur komutacyjnych osiągalnych poprzez wykonywanie analizy czasowej.

18. Wyniki analiz przeprowadzonych za pomocą opracowanych programów potwierdzają ich przydatność do badania procesów zachodzących w przekształtnikach;
19. Wykorzystując przedstawioną teorię przeprowadzono wiele analiz znanych przekształtnków uzyskując pewne nowe wyniki - przykładami mogą tu być: zjawisko "komutacyjnego spadku napięcia" w prostowniku bezindukcyjnym doskonałym (rozdział 7), struktura komutacyjna łącznika statycznego prądu stałego z dławikiem rezonansowym (rozdział 8) czy też jedno z ważniejszych, stwierdzenie nieruchomości płaszczyzn komutacji niesterowanej; należy przy tym zaznaczyć, że celem pracy nie była systematyczna analiza komutacji konkretnych przkształtników, a tylko konstrukcja modelu komutacji.
20. Analizując strukturę komutacyjną - podział przestrzeni R^{nS} przez odpowiednie hiperpłaszczyzny komutacyjne ustalono dla przekształtnika diodowego ogólną zależność na maksymalną liczbę schematów zastępczych jako funkcję liczby diod oraz liczby źródeł (podrozdział 6.5, punkt 6.5.3).
21. Zaprezentowany model komutacji w przekształtnikach idealnych może być przydatny do analizy porównawczej, w której przekształtnik idealny jako bezstratny stanowi odniesienie.
22. Wyniki uzyskane w pracy umożliwiają zastosowanie teorii równań różniczkowych o nieciągłej prawej stronie do badania dynamiki procesów zachodzących w przekształtnikach energoelektronicznych - niezbędny do tego jest pełny opis hiperpłaszczyzn komutacji.

LITERATURA

[A1] Arrillaga J., Arnold C.,P.: Computer Modelling of Electrical Power Systems, John Wiley, Chichester, New York 1984.

[B1] Balabanian N., Bickart T.: Electrical Network Theory, Wiley, New York 1979.

[B2] Bellert S.: Topological analysis and synthesis of linear systems, J. of The Franklin Institute, Vol.274, Dec. 1962, No 6, pp. 425-443.

[B3] Bellert S., Woźniacki H.: Analiza i synteza układów elektrycznych metodą liczb strukturalnych, WNT, Warszawa 1978.

[B4] Bisztyga K.: Sterownie i regulacja silników elektrycznych, WNT, Warszawa 1989.

[B5] Bodry F., Foch H., Alarcon J.C.: Simulation of switch -functioning semiconductor electric circuits, study of working faults, Electrical Machines and Converters - Modeling and Simulation, Buyse, H., Robert J. Elsevier Science Publishers B.V. (North-Holland) /IMACS 1984.

[B6] Bogryy V.S., Russkikh A.A.: Matematicheskoe modelirovanie tiristornykh preobrazovateley, Energya, Moskva 1972.

[B7] Bogryy V.S., Vitkovskiy O.P., Rusakov A.E.: Vychislitel'nyi kompleks dlya reshenia zadach preobrazovatel'noy tekhniki metodom pryamoy analogii, Tezisy dokladov Vsesojuznoy Nauchno-tekhnicheskoy Konferencii, Kiev, sentyabr, 1975, tchast' 4 s.114..118.

[B8] Borsuk K.: Geometria analityczna wielowymiarowa, WNT, Warszawa 1976.

[B9] Boulos F., Glaize C.: Variable topology: a new approach in a CAD, Proc.of IInd European Conference on Power Electronics and Applications, Vol.2, Grenoble, Sept,1987, pp767..771.

[B10] Brodzki M.: Wstep do teorii liniowych obwodów elektrycznych w ujęciu geometrycznym, wykład monograficzny. Skrypt Politechniki Śląskiej Nr 847, Gliwice 1987.

[C1] Cichowska Z.: Topologiczna analiza obwodów elektrycznych liniowych, wykład monograficzny, skrypt uczelniany Politechniki Śląskiej wyd. II nr 1671, Gliwice 1991.

[C2] Chua L.O., Desoer CH.A., Kuh E.S.: Linear and nonlinear circuts McGraw-Hill Book Company, New York 1987.

[C3] Chua L. O, Pen-Min Lin: Komputerowa analiza układów elektronicznych, WNT, Warszawa, 1981.

[C4] Csaki F. i inni: Power Electronics, Akademiai Kiado, Budapest 1975.

[D1] Danilov L.V., Zhikhariev M.S.: Neodnoznachnost' rezhimov v tsepyakh s upravlyaemymi ventilyami, Teoretitseskaya elektrotekhnika, Vypusk 26, Izd. Visha Shkola, Lvov 1979, ss.22-27.

[D2] Deo N.: Teoria grafów i jej zastosowanie w technice i informatyce, PWN,Warszawa 1980.

[D3] Deskur J.: Modele matematyczne tyrystorowych układów przekształtnikowych, PWN, Warszawa - Poznań 1981.

[D4] Deskur J., Szaflarski A.: Modelowanie analogowe tyrystorowych układów napędowych, PWN, Warszawa 1986.

[D5] Dudziński D.: Badanie przekształtników z diodami idealnymi, praca dyplomowa magisterska, Politechnika Śląska w Gliwicach, IETiP, Gliwice 1991.

[E1] Eisenack H., Hofmeister,H.: Digital simulation of static converter circuits, ibid, pp.351..361.

[E2] Erickson R.W.: Synthesis of switched - mode converters, PESC'83 Record, 14th Annual IEEE Power Electronics Spec. Conference Albuquerque 1983.

[F1] Filippov A.F.: Differentsial'nye uravneniya s razryvnoy pravoy chast'yu, Izd. Nauka, Moskva 1985.

[F2] Foch H.: Commutation and Stresses of Switching Devices in Static Power Convertors, Proc. of IInd European Conference on Power Elecrtonics and Applications, Grenoble, Sept. 1987, Survey Papers.

[F3] Foch H., Trannoy B., Faucher J.: Complete simulation of a static convertor by digital and analogue methods, IFAC Symmposium on Control in Power Electronics and Electrical Drives, Duesseldorf October 7..9 1974, pp.363..373.

[G1] Gass S.I.: Programowanie liniowe, PWN, Warszawa 1963.

[G2] Gentry F.E.: Gutzwiller, F.W., Holonyak, N., Von Zastrow, E.E., Semiconductor Controlled Rectifiers, Prentice- Hall, 1964.

[G3] Gosbell V.J., Scott J.D.: SUPLEMENT: Extending the capabilities of SUPES (Sydney University Power Electronic Simulator.

[G4] Grzesik B.: Teoria przekształtników statycznych, skrypt Politechniki Śląskiej nr (1199), 1360, Gliwice (1984), 1987.

[G5] Grzesik B.: Jednolite ujęcie analogowego modelowania przekształtników energoelektronicznych, Materiały II Krajowej Konferencji Napedu Elektrycznego, Energoelektroniki i Trakcji Elektrycznej, Warszawa, 9.04.1984, s. 251, także Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Elektrkyka, z.94 1986.

[G6] Grzesik B., Solarski E., Jedrzejczyk J.: Program modelowania cyfrowego przekształtników energoelektronicznych metodą niezmiennej topologii, Materiały VIII Sympozium 'Zjawiska elektromagnetyczne w ob-

wodach nieliniowych - Obwody z zaworami półprzewodnikowymi', Błażejewko, październik 1983.

[G7] Grzesik B.: Elementy zmiennotopologicznego modelu przekształtnika energoelektronicznego z diodami idealnymi, XIII Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii obwodów (SPETO 1990), Wisła, 23-26.05.1990 Materiały konferencyjne s. 445-454.

[G8] Grzesik B.: Bezpośredni pełny model analogowy przekształtnika energoelektronicznego o niezmiennej topologii, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka, z. 84,Gliwice 1983.

[G9] Grzesik B.: Liczba schematów zastępczych i liczba komutacji energoelektronicznego przekształtnika diodowego, XIII Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii obwodów (SPETO 1990), Wisła, 23- 26.05. 1990, Materiały konferencyjne s. 438..444.

[G10] Grzesik B.: Model komutacji przekształtników energoelektronicznych diodowych, XIV Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodow (SPETO 1991), Wisła, 22..25.05.1991, Materiały konferencyjne s. 257..266.

[G11] Grzesik B.: Algorytm obliczeń rozwiązania podstawowego układu nierówności istotnych modelu komutacji przekształtnika energoelektronicznego diodowego, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Elektryka, z.124 1991.

[G12] Grzesik B., Kaczmarczyk Z.: Program komputerowej analizy przekształtników diodowych z uogólnionym badaniem struktury komutacji, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Elektryka nr 126, Gliwice 1992.

[G13] Grzesik B.: Kaczmarczyk Z.: Program do komputerowej analizy przekształtników energoelektronicznych doskonałych, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Elektryka, nr 130, Gliwice 1992.

[G14] Grzesik B.: Komutacja w przekształtnikach energoelektronicznych z tyrystorami doskonałymi, XV Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodow (SPETO 1992), Wisła, 20..23.05.1991, Materiały konferencyjne s. 299-306.

[G15] Grzesik B.: Struktura komutacyjna przekształtnika energoelektronicznego z tyrystorami doskonałymi, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Elektryka, nr 130, Gliwice 1992.

[H1] Hartman M.: Tyrystorowe napięciowe falowniki szeregowe podwyższonej częstotliwości, praca habilitacyjna, Akademia Marynarki Wojennej, Gdynia 1988.

[H2] Haskovec J., Lstiburek F., Zika J.: Tyristory, SNTL, Praha 1972.

[H3] Heumann K., Stumpe A.C.: Thyristoren, B. G. Teubner, Stuttgart 1969.

[H4] Harrison M.A.: Wstęp do teorii sieci przełączających i teorii automatów, PWN, Warszawa 1973.

[I1] Intusoft SPICE - Personal Computer Circuit Design Tools, Intusoft Demonstration Package i Instusofr Newsletter, Oct 1990 Issue.

[M1] Magetto G.: Le thyristors, Presses Universitaires de Bruxelles, Eyrolles Editeur Paris, 1971.

[M2] Matt D., Glaize C.: Numerical simulation of a static converterrs. Interest of mathematical formutation with variable topology, International Symposium on Modelling and Simmulation of Electrical Machines and Static Converters. IMACS-TC1'90, Nancy, France, 19-21 Sept. 1990, pp. 603-608.

[M3] Mikołajuk K., Trzaska Z.: Elektrotechnika teoretycna, analiza i synteza elektrycznych obwodow nieliniowych, PWN, Warszawa 1985.

[M4] Milias-Argitis J., Zacharias Th.: A Transformation Method for the Solution of Power Switching Circuits Based on Network Topological Concepts, Int. Journal of Circuit Theory and Applications, 1833-51 (1990).

[M5] Mustafa G.N.: Modelirovanie skhem preobrazovatel'noy tekhniki na analogovykh vychislitel'nykh mashinach, avtoreferat na soiskanie uchenoy stepeni kandidata tekhnicheskikh nauk, Moskva 1973.

[M6] Mustafa G.N.: Priamoy metod analiza ventil'nykh skhem na AVM, Elektrotekhnitcheskaya promyshlennost', Ser. Preobrazovatelnaya tekhnika, 1971, Vyp. 23..24, s.24..25.

[M7] Mustafa G.N., Sharanov I.M.: Matematicheskoe modelirovanie tiristornykch preobrazovateley, Elektrichestvo, No 1, 1978.

[M8] Mustafa G.N., Sharanov I.M., Tingaev V.N.: Sistema program dla modelirovaniya ustroystv preobrazovatel'noy tekhniki, Elektrotekhnika, No 6, 1978, s.6..10.

[M9] Mustafa G.N., Poskrobko A.A., Tingaev V.N., Fedotov Yu.,B., Sharanov I.M.: Osnovnye kharakteristiki i opyt ispol'zovaniya sistemy program eltran, V knige: Avtomatizirovannyy elektroprivod silovye poluprovodnikovye pribory, preobrazowatel'naya tekhnika (Aktual'nye problemy i zadachi)/ Pod obshchey red. N.F. Ilinskogo, I.A. Tepmana, M.G. Yun'kova - Moskva Energozdat, 1983, s.342..351.

[M10] Myrcik C.: Modelowanie i symulacja przekształtnikowych układów napędowych, skrypt Politechniki Śląskiej Nr 1119, Gliwice 1984.

[N1] Navratil S.: Nachbildung einiger Gleichrichterschaltungen im stationaren und Nichtstationaren Betrieb auf dem elektronischen analogrechner, Acta Technica CSAV, s.152..160.

[O1] Opolski A.: Sterowanie tyrystorów falownika niezależnego stosowanego w napędzie elektrycznym, praca doktorska, Politechnika Gdańska, Gdańsk 1970.

[P1] Pelly B.R.: Thyristor Phase-Controlled Converters and Cycloconverters, Wiley, 1971.

[P2] Porębski J., Korohoda P.: SPICE 2 Program analizy nieliniowej układów elektronicznych, Wydawnictwo AGH, Kraków 1989.

[P3] Piekarski M.: Listing of All Possible Trees of a linear Graph, IEEE Transactions on Circuit Theory, March 1965, pp. 124-125.

[R1] Rubner-Petersen Thomas: NAP2 - a Nonlinear Analysis Program for electronic circuits. User Manual 16/5-73.

[R2] Ramotowski M.: Zastosowania programu NAP 2 do obliczania układów elektrycznych, WNT, Warszawa 1992.

[R3] Rashid M., H.: Spice for circuits and electronics, using PSpice, Englewood Cliffs : Prentice-Hall International, Inc., 1990.

[R4] Revankar G.N.: Topological approach to thyristor-circuit analysis, Proc. IEE, 120, 1403..1405, 1973.

[R5] Revankar G.N., Srivastava, P.K., Jawle, R.N.: Computer Analysis of SCR Circuits, IEEE Trans. on Industrial Electronics and Control Instrumentation, Vol. IECI-22 No 1, FEB 1975, pp. 48-55.

[R6] Revankar G.N., Srivastava, P.K.: Turnoff Model of an SCR, IEEE Trans on Industrial Electronics and Contr. Instr., Vol. IECI-27, No 4. NOV 1975.

[R7] Rodacki T., Gierlotka K., Grzesik B.: Badania symulacyjne na modelu analogowym i układ laboratoryjny tyrystorowego układu zasilania odbiornika łukowego, Materiały VI Krajowej konferencji naukowo-technicznej "Badania i zastosowanie niskotemperaturowej plazmy w przemyśle", Politechnika Częstochowska, PAN, Częstochowa 21..23.09. 1983.

[R8] Rodacki T., Gierlotka K., Grzesik B.: Model analogowy i badania tyrystorowego układu zasilania odbiornika łukowego, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka, z. 84 Gliwice 1983, s. 79-84.

[S1] Scott J.D.: SUPES, Sydney University Power Electronic Simulator, Evaluation Version 2.1.

[S2] Sitnik N.Kh.: Silovaya pouprovodnikovaya tekhnika, Energiya, Moskva 1968.

[S3] Skoczkowski T.: Pola sprzężone elektromagnetyczne i temperatury w nagrzewnicach indukcyjnych rur, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej Elektryka, z.121, Gliwice 1991.

[S4] Sokolov N.I. (ed).: Primenenye analogovykh vychisli tel'nykh mashin v energetitcheskikh sistemakh, Energia, Moskva 1970.

[S5] Slonim M.A.: Theory of Static Converter Systems, Elsevier 1984.

[S6] Szczęsny R.: Wybrane problemy modelowania cyfrowego, praca doktorska, Politechnika Gdańska, Gdańsk 1976.

[S7] Szczęsny R., Gruszczyński, P.: Modeling and Simulation of Converter Systems, Proc. of IInd European Conference on Power Elctronics and Applications, Vol.2 pp.794, Grennoble, Sept.1987.

[S8] Sikora J.: MATHEMATICAL - uniwersalny język analizy symbolicznej, XIV Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodow (SPETO 1991), Wisła, 22..25.05.1991, referat.

[T1] Toboła A.: Program analizy i syntezy nieliniowych układów elektronicznych PC-NAP, podręcznik użytkownika (rękopis), Warszawa 1990.

[T2] Toboła A.: Język PC-NAP do analizy i syntezy układów elektronicznych, XIV Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodow (SPETO 1991), Wisła, 22..25.05.1991, referat.

[T3] Thompson A.V.: MICRO-CUP II, Microcomputer Circuit Analysis Program, user manual.

[T4] Tunia H., Winiarski B.: Układy elektroniczne w automatyce napędowej, WNT, Warszawa 1969.

[T5] Tunia H., Winiarski B.: Podstawy energoelektroniki, WNT, Warszawa (1975, 1977), 1983.

[T6] Tunia H., Kaźmierkowski M., P.: Podstawy automatyki napędu elektrycznego, PWN, Warszawa - Poznań 1978.

[T7] Tunia H.,i inni: Układy energoelektroniczne, obliczanie, modelowawanie, projektowanie, WNT, Warszawa 1982.

[T8] Tunia H., Kaźmierkowski, M.,P.: Automatyka napędu przekształtnikowego, PWN, Warszawa 1987.

[V1] Van Oosteroudt P., De Zeeuw W. J.: Vermogenselectronica, Technische Hogeschool Eindhoven, Eindhoven 1985.

[V2] Van Wyk J.D., Skudelny H.-Ch., Muller - Hellmann A.: Power Electronics, Control of the Electromechanical Energy Conversion Process and Some Applications, IEE Proc., Vol.133, Pt B, No 6, Nov. 1986, pp.369..399.

[V3] Vondrašek F.: Vykonova elektronika - teorie menicu, cast 1,2, Vysoka Skola Strojni a Elektrotechnicka v Plzni, Plzen 1981.

[V4] Voronov P.a., Zazharov V.N., Karpov E.A., Kovalev Yu.Z: Metody rascheta elektricheskikh ventil'nukh tsepey, Energiya, Moskva 1967.

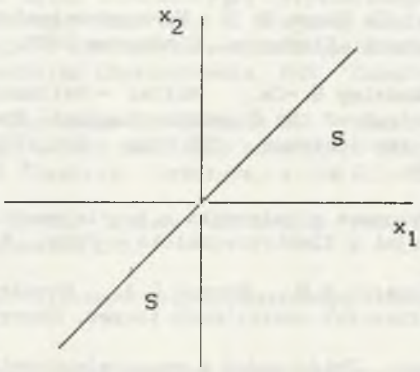
[W1] Wosiński H. i inni: Zbiór zadań z energoelektroniki, PWN, Warszawa 1983.

[Z1] Zhuykov V.Ya., Suchik V.E., Denisyuk S.P.: Kombinatorno - topologicheskiy sintez skhem ventil'nykh preobrazovateley s peremennoy strukturoy, Tekhnicheskaya elektrodinamika 1984, No 1.

DODATEK

D.6.2-1. Stożek. Stożek wypukły [G1]

Zbiór wektorów S nazywa się *stożkiem*, jeżeli dla każdego wektora U należącego do S, λU także należy do S, gdzie λ jest liczbą nieujemną. Przykładem stożków są całe przestrzenie, początek układu oraz zbiór S na rys. D.6.2-1. Stożek zawiera początek układu współrzędnych, ponieważ λ może być równe zeru.



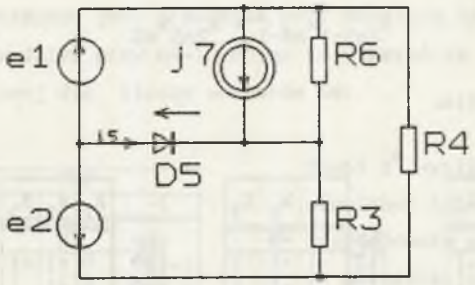
Rys. D.6.2-1. Stożek S w R^2
Fig. D.6.2-1. Cone S in R^2

Stożkiem wypukłym nazywa się stożek, który jest wypukły (jest zbiorem wypukłym). Stożek S: $(-x_1+x_2\leq 0,\ x_1\leq 0,\ x_2\leq 0)$, $(-x_1+x_2\leq 0,\ x_1\geq 0,\ x_2\geq 0)$, przedstawiony na rys. D.6.2-2.1 nie jest stożkiem wypukłym. Część S np. w pierwszej ćwiartce R^2 jest stożkiem wypukłym. Przykładami stożków wypukłych w R^3 są stożki:

1. $x_1\geq 0$,
2. $x_1\geq 0,\ x_2\geq 0,\ x_1 - x_2 + x_3 \geq 0$.

D.6.4-3.1. Przykład rozwiązania podstawowego pojedynczej nierówności

Dany jest obwód z jedną diodą i trzema źródłami:



Rys. D.6.4-3.1.1. Analizowany przekształtnik

Fig. D.6.4-3.1.1. Analyzed converter

Prąd diody i_5 jest opisany zależnością (D.6.4-3.1.1).

$$i_5 = -(R_3/(R_3R_5+R_5R_6+R_3R_6))e_1 - (R_3/(R_3R_5+R_5R_6+R_3R_6))e_2 - (R_3R_6/(R_5R_6+R_3R_6+R_3R_5))j_7 \geq 0 \qquad \text{(D.6.4-3.1.1)}$$

gdzie R_5 jest rezystancją diody D_5.

Przy rezystancjach R3=R5=R6=1Ω nierówność opisująca schemat, w którym dioda D5 przewodzi, ma postać (D.6.4-3.1.2).

$$i_5 = -(1/3)e_1 - (1/3)e_2 - (1/3)j_7 \geq 0 \qquad \text{(D.6.4-3.1.2)}$$

Rozwiązaniem podstawowym tej nierówności jest zbiór wektorów $X_1..X_4$ (D.6.4-3.1.3).

$X_1 = (1, 0, -1)$

$X_2 = (0, 1, -1)$

$X_3 = (-1, -1, 2)$

$X_4 = (1, 0, -4)$ (D.6.4-3.1.3).

D.6.4-4.1. Lista wyników sprawdzenia drugiej nierówności liniowej jednorodnej nS-wymiarowej przy podstawieniu do niej zbioru nW wektorów nS-wymiarowych

Dane: nW=3: X_1, X_2, X_3,

$L_2(X) = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + .. + a_{2nS-1}x_{nS-1} + a_{2nS}x_{nS}$.

Lista wyników sprawdzenia:

Lp	X_1	X_2	X_3
	WS		
1	-1	-1	-1
2	-1	-1	1
3	-1	-1	0
4	-1	1	-1
5	-1	1	1
6	-1	1	0
7	-1	0	-1
8	-1	0	1
9	-1	0	0

Lp	X_1	X_2	X_3
	WS		
10	1	-1	-1
11	1	-1	1
12	1	-1	0
13	1	1	-1
14	1	1	1
15	1	1	0
16	1	0	-1
17	1	0	1
18	1	0	0

Lp	X_1	X_2	X_3
19	0	-1	-1
20	0	-1	1
21	0	-1	0
22	0	1	-1
23	0	1	1
24	0	1	0
25	0	0	-1
26	0	0	1
27	0	0	0

D.6.4-4.2. Dowód zależności (6.4-4.7), zależności na liczbę typów wyników sprawdzenia

1^{o} przy nW=1 nTWS=((nW + 1)/2)*(nW + 2)=3 na podstawie obliczeń bezpośrednich,

2^{o} jeżeli ww. zależność jest prawdziwa przy dowolnym nW, to z tego wynika, że jest również prawdziwa przy nW+1. Można to wykazać za pomoca następującej tabeli sporządzonej dla liczby wektorów nW:

Lp. grupy	TWS		
	0	1	-1
1	0	0	nW
	0	1	nW-1
	0	2	nW-2
	..	..	..
	0	nW-1	1
	0	nW	0
2	1	0	nW-1
	1	1	nW-2
	1	2	nW-3
	..	..	..
	1	nW-2	
	1	nW-1	
	..	..	..
nW-2	nW-3	0	3
	nW-3	1	2
	nW-3	2	1
	nW-3	3	0
nW-1	nW-2	0	2
	nW-2	1	1
	nW-2	2	0
nW	nW-1	0	1
	nW-1	1	0
nW+1	nW	0	0

Dowód 2^{o} wynika ze struktury przedstawionej tabeli.

Przy dodaniu do nW kolejnego wektora powyższa tabela przekształca się do takiej postaci, że

(1) powstaje nowa grupa wyników - ostatnia o numerze nW+2,

(2) do każdej z nW+1 grup tabeli sporządzonej dla nW dodaje się jeden wynik.

Z (1) i (2) wynika, że w tabeli dla nW+1 wektorów jest o nW+2 więcej wyników sprawdzenia. Można to sprawdzić podstawiając w zależności (6.4-4.7) nW+1 zamiast nW.

D.6.4-4.3. Lista typów wyników sprawdzenia drugiej nierówności liniowej jednorodnej

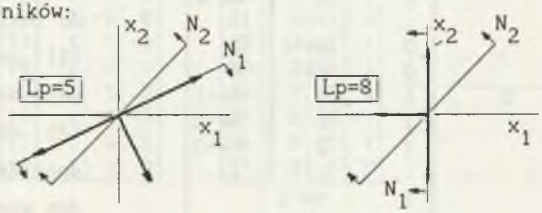
Dane: nW=3: X_1, X_2, X_3,

$L_2(X) = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + .. + a_{2nS-1}x_{nS-1} + a_{2nS}x_{nS}$.

Lista typów wyników sprawdzenia:

Lp.	TWS 0	1	-1
1	0	0	3
2	0	1	2
3	0	2	1
4	0	3	0
5	1	0	2
6	1	1	1
7	1	2	0
8	2	0	1
9	2	1	0
10	3	0	0

Dla nS=2 oraz wektorów X_1, X_2, X_3 wyznaczających półpłaszczyznę, tzn. będących rozwiązaniem podstawowym nierówności $L1(X)\geq 0$ i gdy $L_1(X)\neq L_2(X)$ mogą wystąpić tylko dwa typy wyników:



D.6.4-4.4. Maksymalna i minimalna liczba wektorów rozwiązania pojedynczej nierówności $L_1(X)\geq 0$ będących rozwiązaniem $L_1(X)=0$ i $L_2(X)=0$

Maksymalna liczba.

Wektory rozwiązania podstawowego pojedynczej nierówności

$$N_1: \quad L_1(X) = a_{11}x_1+a_{12}x_2+..+a_{1nS-1}x_{Sn-1}+a_{1nS}x_{nS} \geq 0 \qquad (D.6.4\text{-}4.3.1)$$

uzyskuje się wg punktu 6.4-3 w dwóch etapach. W pierwszym określa się nS wektorów leżących w H_1, która odpowiada $L_1(X)=0$. Jeżeli do (D.6.6-4.3.1) dołącza się drugą nierówność

$$N_2: \quad L_2(X) = a_{21}x_1+a_{22}x_2+..+a_{2nS-1}x_{Sn-1}+a_{2nS}x_{nS} \geq 0, \qquad (D.6.4\text{-}4.3.2)$$

to przy obliczaniu rozwiązania podstawowego obydwu nierówności, N_1 i N_2, istnieje potrzeba określenia największej możliwej liczby wektorów spośród nS, leżących w H_1, które mogą leżeć w $H_{12}=H_1\cap H_2$, tzn. w części wspólnej H_1 i H_2. Ponieważ każdy układ nD nierówności jest badany w celu wykrycia liniowych zależności w układzie nD równań $L(X)=0$, to $L_1=0$ i $L_2=0$ analizowanych tu nierówności są liniowo niezależne.

Rozwiązaniem podstawowym $L_1=0$ są wektory $X_1, X_2,..,X_{nS}$ wyznaczone wg punktu 6.4-3. Podstawiając do $L_2=0$ kolejno dowolne nS-2 wektory rozwiązania podstawowego $\{X_1, X_2,...,X_{nS}\}$ np. $X_1, X_2,.., X_{nS-2}$ uzyskuje się zależności:

$$a_{11}/a_{21}=a_{1nS}/a_{2nS} \qquad (w1)$$
$$a_{12}/a_{22}=a_{1nS}/a_{2nS} \qquad (w2)$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$a_{1nS-2}/a_{2nS-2}=a_{1nS}/a_{2nS} \qquad (wnS-2)$$

Jeżeli współczynniki L_1 i L_2 byłyby takie, że spełniałyby jednocześnie (w1),.., (wnS-2), to L_1 i L_2 pozostają niezależne liniowo i nie ma na to wpływu, które nS-2 wektory z nS zostają wybrane. W przypadku gdyby zna-

lazł się ponadto (nS-1)-szy wektor, który stanowiłby rozwiązanie również równania $L_2=0$, to liczba zależności typu (w.) wynosiłaby nS-1, a to jest warunkiem, aby L_1 i L_2 były liniowo zależne.

WNIOSEK 1: maksymalna liczba wektorów rozwiązania podstawowego pojedynczej nierówności $L_1(X)\geq 0$ będących rozwiązaniem jednocześnie $L_1(X)=0$ i $L_2(X)=0$ wynosi $\boxed{nS-2}$, gdy wymiar nierówności wynosi nS.

Minimalna liczba.

Jeżeli współczynniki w formach L_1 i L_2 są takie, że nie zachodzi ani jedna zależność taka jak (w.), to

WNIOSEK 2: maksymalna liczba wektorów rozwiązania podstawowego pojedynczej nierówności $L_1(X)\geq 0$ będących rozwiązaniem jednocześnie równań $L_1(X)=0$ i $L_2(X)=0$ wynosi $\boxed{0}$, gdy wymiar nierówności wynosi nS.

Przykład 1. Niech nS=3 i odpowiednie $L_1=0$ i $L_2=0$ mają postać:

$L_1 = a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3=0$

$L_2 = a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3=0.$

Niech rozwiązanie podstawowe $L_1=0$ będzie określone następująco:

$X_1=(1,0,-a_{11}/a_{13})$

$X_2=(0,1,-a_{12}/a_{13})$

$X_3=(-1,-1,(a_{11}+a_{12})/a_{13}).$

Jeżeli podstawić do $L_2=0$ jeden z wektorów, np. X_1, to uzyskuje się nastepującą zależność wiążącą współczynniki $L_1=0$ i $L_2=0$:

$$a_{11}/a_{21}=a_{13}/a_{23} \qquad (w1).$$

Oznacza to, że w ogólnym przypadku istnieje możliwość dobrania współczynników wg (w1). Jeżeli ponadto do równania $L_2=0$ podstawić drugi z wektorów, np. X_2, to uzyskuje się drugą zależność wiążącą współczynniki w L_1 i L_2:

$$a_{12}/a_{22}=a_{13}/a_{23} \qquad (w2).$$

W przypadku gdy współczynniki w L_1 i L_2 dobrane są według (w1) i (w2),

to oznacza to, że $L_1=L_2$, tzn., że L_1 i L_2 są liniowo zależne. Taki sam wynik uzyskuje się w przypadku, gdy podstawia się dowolne dwa wektory ze zbioru $\{X_1, X_2, X_3\}$. Z tego wynika że, jeżeli więcej niż jeden wektor z rozwiązania podstawowego równania $L_1=0$ jest położony w części wspólnej $L_1=0$, $L_2=0$ to L_1 i L_2 są liniowo zależne - inaczej, istnieje co najwyżej jeden wektor w zbiorze $\{X_1, X_2, X_3\}$ leżący w części wspólnej $L_1=0$, $L_2=0$. Wynik ten można zinterpretować geometrycznie.

Przykład 2. W przypadku nS=4 tylko dwa wektory wśród X_1, X_2, X_3, X_4 mogą leżeć w części wspólnej hiperpłaszczyzn L_1, L_2. Jeżeli byłoby ich więcej, np. przynajmniej trzy, to uzyskuje się trzy zależności na współczynniki w L_1 i L_2, a to by oznaczało, że L_1 i L_2 są liniowo zależne, a więc $L_1 \cap L_2 = L_1=L_2$.

D.6.4-4.5. Maksymalna i minimalna liczba wektorów rozwiązania $L_1(X)=0$ dla których spełnione jest $L_2(X)>0$

Analiza dotyczy dwóch nierówności.

Rozwiązanie równania $L_1(X)=0$ daje nS wektorów leżących w H_1 i przy ustaleniu rozwiązania podstawowego dwóch nierówności należy ustalić ogólnie minimalną i maksymalną liczbę wektorów tego rozwiązania, wektorów takich dla których zachodzi $L_2(X)>0$, tzn. wektorów typu H_{k+}. Minimalna liczba wektorów X_{k+} będących rozwiązaniem podstawowym $L_1(X)=0$ wynosi jeden, a maksymalna ich liczba jest równa nS-1.

Minimalna liczba.

Do dowodu wykorzystuje się oznaczenia używane w dodatku D.6.4-4.4. Niech nS-1 dowolnych wektorów spośród nS wektorów rozwiązania podstawowego $L_1(X)=0$ jest wektorami typu X_{1-}. Podstawiając je kolejno do L_2, uzyskuje się:

$$L_2(X_1)<0 \Rightarrow a_{21}-a_{2nS}a_{11}/a_{1nS}<0 \Rightarrow \varepsilon_1=-a_{21}+a_{2nS}a_{11}/a_{1nS}>0$$
$$L_2(X_2)<0 \Rightarrow a_{22}-a_{2nS}a_{12}/a_{1nS}<0 \Rightarrow \varepsilon_2=-a_{22}+a_{2nS}a_{12}/a_{1nS}>0$$
$$\ldots \quad \ldots \quad \ldots$$
$$L_2(X_{nS-1})<0 \Rightarrow a_{2nS-1}-a_{2nS}a_{1nS-1}/a_{1nS}<0 \Rightarrow \varepsilon_{nS-1}=-a_{2nS-1}+a_{2nS}a_{1nS-1}/a_{1nS}>0$$

Wykorzystując powyższe zależności, oblicza się wartość $L_2(X_{nS})$:

$$L(X_{nS})=-a_{21}-a_{22}-,\ldots,-a_{2nS-1}+a_{2nS}(a_{11}+a_{12}+,\ldots,+a_{1nS-1})/a_{1nS}=$$
$$=\varepsilon_1+\varepsilon_2+,\ldots,+\varepsilon_{nS-1}>0;$$

to dowodzi, że minimalna liczba tych wektorów wynosi jeden i nie jest zależne, które ns-1 wektorów jest wybrane. Twierdzenie to pozostaje również w mocy gdy pewna liczba wektorów spośród nS-1 jest typu X_m a dopełnieniem do zbioru nS-1 wektorów jest wektor typu X_{1-}.

Masymalna liczba.

Dowód wynika bezpośrednio z dowodu minimalnej liczby i polega na odpowiedniej zmianie znaków.

Przykład 1. Dla danych z Przykładu 1, D.6.4-4.4 przy podstawieniu X_1 do L_2 zachodzi:

$L_2(X_1)<0 \Rightarrow a_{21}-a_{23}a_{11}/a_{13}<0 \Rightarrow \varepsilon_1=-a_{21}+a_{23}a_{11}/a_{13}>0.$

Przy podstawieniu X_2 do L_2 odpowiednie zależności przyjmują postać:

$L_2(X_2)<0 \Rightarrow a_{22}-a_{23}a_{12}/a_{13}<0 \Rightarrow \varepsilon_2=-a_{22}+a_{23}a_{12}/a_{13}>0.$

Podstawiając X_3 do L_2 uzyskuje się:

$L_2(X_3)=-a_{21}+a_{23}(a_{11}+a_{12}/a_{13}=\varepsilon_1+\varepsilon_2>0.$

D.6.4-6.1. Przykład. Styczność hiperpłaszczyzny do stożka (wg algorytmu 6.4.6)

Przedstawia się badanie styczności hiperpłaszczyzny i-tej nierówności do stożka wyznaczonego za pomocą (i-1) nierówności istotnych. Badanie styczności opisane jest w kroku 5 algorytmmu 6.4.6.

Dany jest układ nD=3 nierówności istotnych w R^5. Macierz wyników sprawdzenia ma postać (D.6.4-6.1.1)

MWS =

	WS		
	N_1	N_2	N_3
X_1	1	1	1
X_2	1	1	1
X_3	1	1	1
X_4	1	1	0
X_5	1	0	1
X_6	0	1	1

(D.6.4-6.1.1)

Do nierówności $N_1..N_3$ dołącza się kolejno nierówności $N_4..N_{17}$. Nierówności, którym odpowiadające hiperpłaszczyzny są styczne do stożka $N_1 \cap N_2 \cap N_3$. Badanie styczności odpowiednich hiperpłaszczyzn daje wyniki zapisane jako kolumny wyników sprawdzenia (D.6.4-6.1.1)..(D.6.4-6.1.1).

Hiperpłaszczyzny nierówności $N_4..N_6$ mają wymiar d=4, a same nierówności są nieistotne. Hiperpłaszczyzny nierówności $N_7..N_9$ też mają wymiar d=4, a same nierówności skierowane są "przeciwnie", tzn. np. zbiór nierówności N_1, N_2, N_3oraz N_7 określa stożek $N_1 \cap N_2 \cap N_3 \cap N_7$, który jest identyczny ze ścianą stożka o wymiarze d=4, leżącą w hiperpłaszczyźnie H_1 (nierówności N_1).

Liczba hiperpłaszczyzn stycznych do ścian o wymiarze d=4 wynosi nsd=3.

Wyniki sprawdzenia WS dla nierówności $N_{10}..N_{17}$ są analogiczne.

d=4

WS		
N_4	N_5	N_6
1	1	1
1	1	1
1	1	1
1	1	0
1	0	1
0	1	1

(D.6.4-6.1.1)

WS		
N_7	N_9	N_9
1	1	1
1	1	1
1	1	1
1	1	-1
1	-1	1
-1	1	1

(D.6.4-6.1.1)

d=3

WS		
N_{10}	N_{11}	N_{12}
1	1	1
1	1	1
1	1	1
1	0	0
0	0	1
0	1	0

(D.6.4-6.1.1)

WS		
N_{13}	N_{14}	N_{15}
1	1	1
1	1	1
1	1	1
1	-1	-1
-1	-1	1
-1	1	-1

(D.6.4-6.1.1)

d=2

WS
N_{16}
1
1
1
0
0
0

(D.6.4-6.1.1)

WS
N_{17}
1
1
1
-1
-1
-1

(D.6.4-6.1.1)

D.6.4-8.1. Przykład . Tabela 6.4-8.1. Możliwa liczba ścian o wymiarze d oraz wskaźnik przynależności ściany o wymiarze d do zbioru wszystkich ścian o wymiarze d

Dane: nS=4, nD=i-1=5.

Tabela D.6.4-8.1.1.

Możliwa liczba ścian o wymiarze d oraz wskaźnik przynależności ściany o wymiarze d do zbioru wszystkich ścian wymiaru d		
d (wymiar ściany =liczba wektorów wyznaczających ścianę)	możliwa liczba ścian wymiaru d	wp wskaźnik przynależności ściany o wymiarze d do zbioru wszystkich ścian wymiaru d
nS-1 = 3	$\binom{i-1}{1}=i-1=5$	1
nS-2 = 2	$\binom{i-1}{2}=10$	2
nS-3 = 1	$\binom{i-1}{3}=10$	3
nS-4 = 0	$\binom{i-1}{4}=5$	x[1)]

1) wskaźnik wp przy ścianach o wymiarze d=0 jest nieistotny, ponieważ ścianę wymiaru zerowego stanowi początek układu współrzędnych.

Zwykle liczba ścian o wymiarze d jest mniejsza od możliwej liczby - pokazano to w dodatku D.6.4-8.2.

D.6.4-8.2. Przykłady nierówności i-tej, gdy hiperpłaszczyzna H_i jest styczna do ścian $N_1 \cap N_2 \cap N_3 \cap N_4 \cap N_5$ o wymiarze 3, 2, 1, 0

Dane:

nS=4, nD=i-1=5

$N_1 := \quad x_4 \geq 0$

$N_2 := \quad x_3 \geq 0$

$N_3 := \quad x_2 \geq 0$

$N_4 := \quad x_1 \geq 0$

$N_5 := -x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 0$

Rozwiązanie podstawowe oraz macierz wyników sprawdzenia dla nierówności $N_1..N_5$ mają następującą postać.

Rozwiązanie podstawowe układu nierówności $N_1..N_5$	Macierz wyników sprawdzenia

	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	
$X_1 = (0, 1, 0, 0)$	1	1	0	1	0	
$X_2 = (0, 0, 1, 0)$	1	0	1	1	0	
$X_3 = (0, 0, 0, 1)$	0	1	1	1	0	= MWS
$X_4 = (1, 1, 0, 0)$	1	1	0	0	1	
$X_5 = (1, 0, 1, 0)$	1	0	1	0	1	
$X_6 = (1, 0, 0, 1)$	0	1	1	0	1	

Omówienie

1.1. Każda z hiperpłaszczyzn $H_1..H_5$ ma wymiar 3 i liczba wektorów niezbędna do wyznaczenia odpowiednich ścian stożka $N_1 \cap .. \cap N_5$ jest równa 3.

1.2. W hiperpłaszczyźnie każdej z nierówności N_1, N_2, N_3 leżą po cztery wektory. Jeżeli dołączyć nierówność N6, której H jest styczna do np. H_1, to jej wynik sprawdzenia przyjmuje wartość $WS(N_6) = (1,1,*.1,1,*)^T$.

1.3. Gdy hiperpłaszczyzna H_6 jest styczna do ściany H_4, to wynik sprawdzenia przyjmuje wartość $WS(*,*,*,1,1,1)^T$.

2.1. Każda z hiperpłaszczyzn $H_1 \cap H_2$, $H_1 \cap H_3$,..., $H_4 \cap H_5$ ma wymiar 2; hiperpłaszczyzn tych może być $\binom{5}{2}=10$; do stożka $N_1 \cap .. \cap N_5$ należą tylko niektóre- nie należy do niego $H_4 \cap H_5$. Każdą z tych 9 hiperpłaszczyzn wyznaczają po dwa wektory.

2.2. Wynik sprawdzenia, gdy dołączana hiperpłaszczyzna H_6 jest styczna do hiperpłaszczyzny o wymiarze 2, np. do $H_1 \cap H_2$, ma postać $WS(N_6)=(1,*,*,1,*,*)^T$. W tym przypadku $H_6:=\{x_4=0,\ x_5=0\}$.

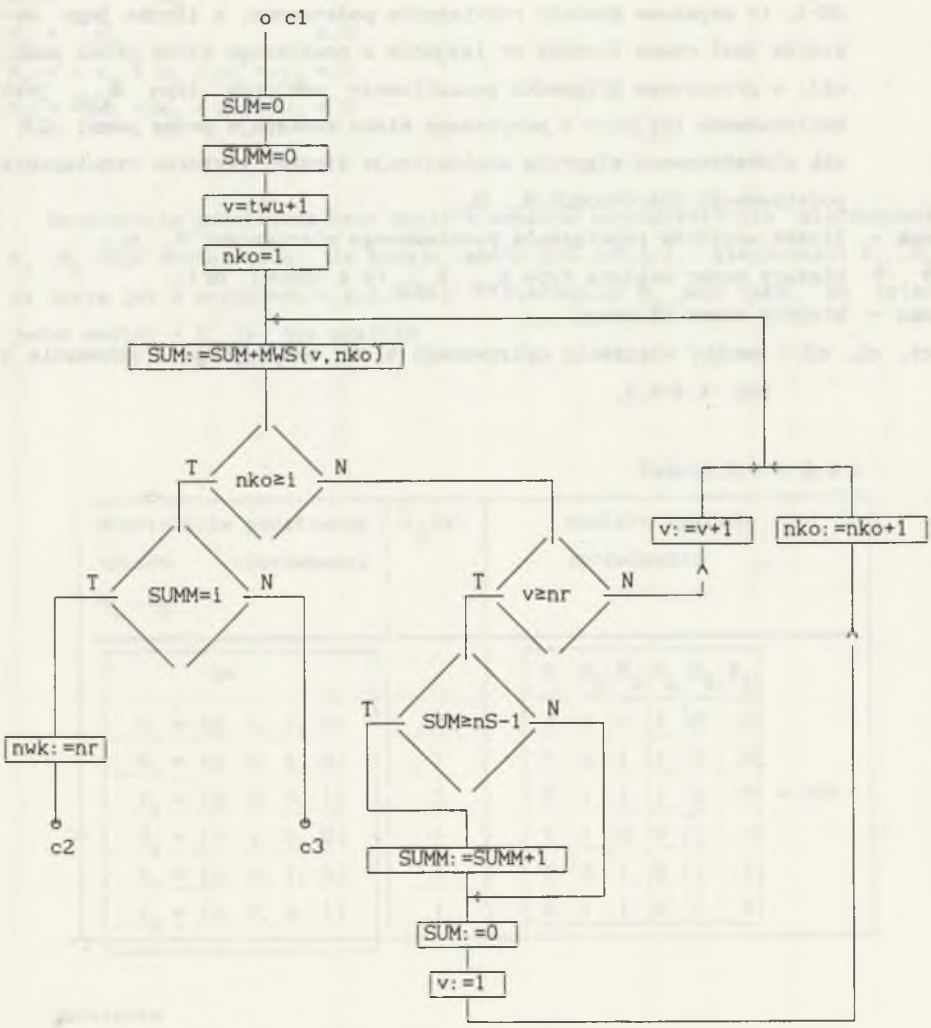
3.1. Hiperpłaszczyzn o wymiarze 1 może być $\binom{5}{3}=10$, lecz w rozważanym przypadku jest ich tylko 6. Są to: $H_1 \cap H_2 \cap H_4$, $H_1 \cap H_2 \cap H_5$, $H_1 \cap H_3 \cap H_4$, $H_1 \cap H_3 \cap H_5$, $H_2 \cap H_3 \cap H_4$, $H_2 \cap H_3 \cap H_5$. Każdą z tych hiperpłaszczyzn wyznacza 1 wektor. Wynik sprawdzenia, gdy hiperpłaszczyzna H_6 jest styczna do jednej ze ścian o wymiarze 1, np. do $H_1 \cap H_2 \cap H_4$ (wektor X_1), ma postać $WS(N_6)=(1,*,*,*,*,*)^T$. W przypadku gdy $WS(N_6)=(1,0,0,0,0,0)^T$, to nierówność N_6 jest nieistotna.

4.1. Częścią wspólną każdych 4 z 5 hiperpłaszczyzn $\{H_1 .. H_5\}$ jest wektor zerowy.

4.2. Wynik sprawdzenia w przypadku gdy hiperpłaszczyzna H_6 jest styczna do wektora zerowego wyznaczonego np. jako $H_1 \cap H_2 \cap H_3 \cap H_4$, ma wartość $WS(N_6)=(*,*,*,*,*,*)^T$. Przykładem jest nierówność $N_6:= x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 0$; dla tej nierówności wynik sprawdzenia ma konkretną wartość $WS(N_6)=(0,0,0,0,0,0)^T$; w tym przypadku nierówność N6 jest nieistotna.

D.6.4-8.3. Określanie minimalnej liczby wektorów - schemat bloku SUMM z rys. 6.4-8.2

Blok SUMM, blok decyzyjny w schemacie z rys. 6.4-8.2 służy do określania minimalnej liczby wektorów typu X_{k10}, które dołączone do wektorów typu X_{k+}, X_{m0} tworzą rozwiązanie podstawowe nierówności $N_1 \cap .. \cap N_i$.



SUM - jest to suma "jedynek" w danej kolumnie macierzy MWSp1 rozpoczynając od wiersza twu+1 do wiersza ostatniego (o numerze nr), który jest wierszem przypisanym wektorowi typu X_{k10} obliczonym jako ostatni; jeżeli w danej kolumnie nko jest przynajmniej nS-1 "jedynek" to zmienna SUM jest powiększana o jeden;

SUMM - jest to liczba kolumn macierzy MWSp1, w których liczba jedynek jest równa co najmniej nS-1; jeżeli w każdej kolumnie liczba jedynek liczonych od wiersza twu+1 do wiersza o numerze nr jest co najmniej nS-1, to uzyskane zostało rozwiązanie podstawowe, a liczba jego wektorów jest równa liczbie nr (wyjście z powyższego bloku przez punkt c2); w przeciwnym przypadku poszukiwanie wektorów typu X_{k10} jest kontynuowane (wyjście z powyższego bloku następuje przez punkt c3); tak skonstruowany algorytm minimalizuje liczbę wektorów rozwiązania podstawowego nierówności $N_1..N_i$;

nwk - liczba wektorów rozwiązania podstawowego nierówności $N_1..N_i$;

v - bieżący numer wektora typu X_{k+}, X_{k10} ($v \in \{nwu+1..nr\}$);

nko - bieżący numer kolumny;

c1, c2, c3 - punkty włączenia opisywanego bloku decyzyjnego w schemacie z rys. 6.4-8.2.

D.6.4-8.4. Przykład określania rozwiązania podstawowego przy nD>nS, gdy hiperpłaszczyzna $H_i=H_6$ przecina stożek $N_1 \cap .. \cap N_{i-1}$

Dane:

nS=4, nD=i-1=5

$N_1 := x_4 \geq 0$

$N_2 := x_3 \geq 0$

$N_3 := x_2 \geq 0$

$N_4 := x_1 \geq 0$

$N_5 := -x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 0$

$N_6 := -2x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 \geq 0$

Rozwiązanie podstawowe oraz macierz wyników sprawdzenia dla nierówności $N_1..N_5$ mają postać taką, jak podaje tabela D.6.4-8.4.1. Nierówności $N_1..N_5$ są takie jak w przykładzie D.6.4-8.4.2. Nierówność N_6 jest taka, że tylko jeden wektor - X_5 jej nie spełnia.

Tabela D.6.4-8.4.1

Rozwiązanie podstawowe układu nierówności $N_1..N_5$	$L_6(X)$	Macierz wyników sprawdzenia	
X=		N_1 N_2 N_3 N_4 N_5 N_6	
X_1 = (0, 1, 0, 0)	3	1 1 0 1 0 0	
X_2 = (0, 0, 1, 0)	1	1 0 1 1 0 0	
X_3 = (0, 0, 0, 1)	3	0 1 1 1 0 0	= MWS
X_4 = (1, 1, 0, 0)	1	1 1 0 0 1 0	
X_5 = (1, 0, 1, 0)	-1	1 0 1 0 1 -1	
X_6 = (1, 0, 0, 1)	1	0 1 1 0 1 0	

Omówienie

Wynikiem działań podanych w punkcie 6.4-8 jest tabela D.6.4-8.4.2. Rozwiązaniem podstawowym jest dziewięć wektorów X_1, X_2, X_3, X_4, X_6, X_{51},

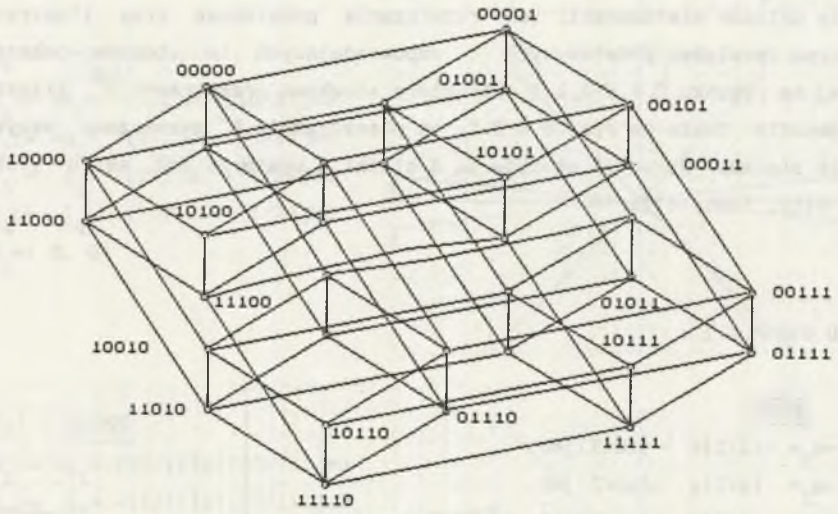
X_{52}, X_{53}, X_{54}. Nierówności $N_1..N_6$ są nierównościami istotnymi i ich zbiór może być podzbiorem pewnego większego zbioru nierówności, z których niektóre są nierównościamini nieistotnymi.

Tabela D.6.4-8.4.2.

Rozwiązanie podstawowe układu nierówności $N_1..N_6$	$L_6(X)$	Macierz wyników sprawdzenia						
Xp1		N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	
$X_5 = (1, 0, 1, 0)$	-1	1	0	1	0	1	-1	
$X_1 = (0, 1, 0, 0)$	3	1	1	0	1	0	0	
$X_2 = (0, 0, 1, 0)$	1	1	0	1	1	0	0	= MWSp1
$X_3 = (0, 0, 0, 1)$	3	0	1	1	1	0	0	
$X_4 = (1, 1, 0, 0)$	1	1	1	0	0	1	0	
$X_6 = (1, 0, 0, 1)$	1	0	1	1	0	1	0	
$X_{51} = (3, 1, 3, 0)$	0	1	0	0	0	0	1	
$X_{52} = (1, 0, 2, 0)$	0	1	0	1	0	0	1	
$X_{53} = (3, 0, 3, 1)$	0	0	0	1	0	0	1	
$X_{54} = (2, 1, 1, 0)$	0	1	0	0	0	1	1	
Rozwiązanie podstawowe nierówności $N_1 \cap .. \cap N_6$								

D.6.5-4.1 Struktura stożkowa przestrzeni R^5 jako zbiór uporządkowany

Przedstawiona struktura przestrzeni R^5 jako zbiór uporządkowany opisuje przykładowy przekształtnik nS=5, nD=5. Podobny opis przesdstawiono w podrozdziale 6.5 na rys. 6.5-4.3.



Rys. D.6.5-4.1 Struktura stożkowa przestrzeni R^5 przy nS=5, nS=5, (nDD=32)

Fig. D.6.5-4.1 Struktura of cones in the space of R^5 for nS=5, nS=5, (nDD=32)

D.6.6-2.1. Przykład. Analiza struktury komutacji przestrzeni R^2 prostownika mostkowego m=2

Oblicza się strukturę komutacyjną prostownika mostkowego m=2 przy jednym źródle napięciowym e oraz jednym źródle prądowym j; schemat przekształtnika podany jest na rys. 6.4-9.1.

Rezystancje zaworowe i przewodzenia wszystkich czterech diod są takie same. Rezystancja zaworowa jest równa R_R=10 Ω, rezystancja przewodzenia wynosi R_F=1 Ω.

Analizę przeprowadzono zgodnie z metodą opisaną w podrozdziale 6.4. Sześnaście układów nierówności, ich rozwiązania podstawowe oraz ilustrację graficzną rozwiązań podstawowych i odpowiadających im stożków pokazano poniżej na rysunku D.6.6-2.1.1. Strukturę stożkową przestrzeni R^2 zilustowano ponadto także na rys. 6.6-2.1; na płaszczyźnie R^2 zaznaczono wszystkich 16 stożków. Wśród 16 stożków są 4 stożki o wymiarze d=2, są to stożki 1111, 0110, 1001, 1111.

Rys. D.6.6-2.1.1.:

0) 0000

$N_1 := -u_1 = -(1/2)e - (10/2)j \geq 0$

$N_2 := -u_2 = (1/2)e - (10/2)j \geq 0$

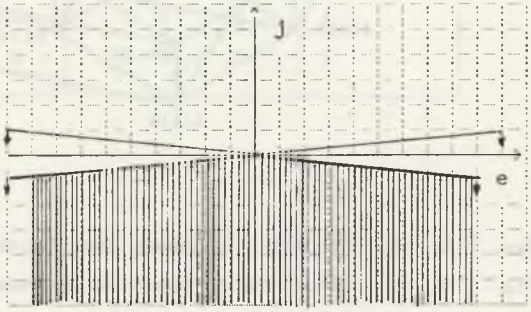
$N_3 := -u_3 = (1/2)e - (10/2)j \geq 0$

$N_4 := -u_4 = -(1/2)e - (10/2)j \geq 0$

$X_1 = (1, -1/10)$

$X = (-1, -1/10)$

$X_3 = (0, -1/10)$



1) 0001

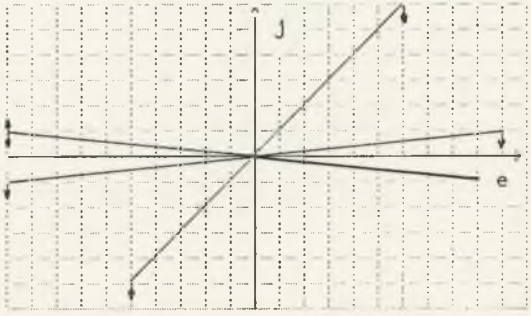
$N_1 := -u_1 = -(1/2)e - (10/2)j \geq 0$

$N_2 := -u_2 = (1/2)e - (10/2)j \geq 0$

$N_3 := -u_3 = (10/11)e - (10/11)j \geq 0$

$N_4 := i_4 = (1/11)e + (10/11)j \geq 0$

$X_1 = (1, -1/10)$



2) 0010

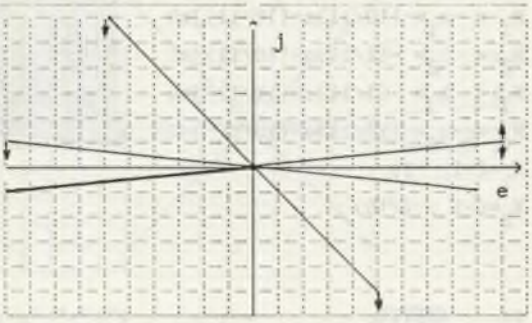
$N_1 := -u_1 =$ -(1/2)e -(10/2)j≥0

$N_2 := -u_2 =$ (1/2)e -(10/2)j≥0

$N_3 := i_3 =$ -(1/11)e+(10/11)j≥0

$N_4 := -u_4 =$ -(10/11)e-(10/11)j≥0

$X_1 = (-1, -1/10)$



3) 0011

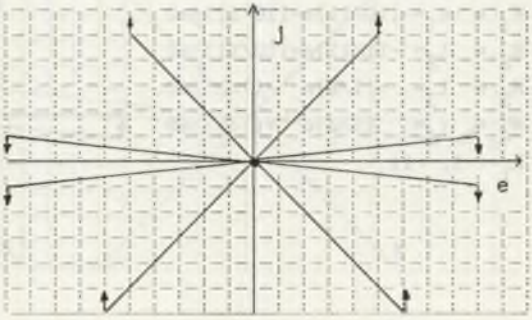
$N_1 := -u_1 =$ -(1/2)e -(10/2)j≥0

$N_2 := -u_2 =$ (1/2)e -(10/2)j≥0

$N_3 := i_3 =$ -(1/2)e +(1/2)j≥0

$N_4 := i_4 =$ (1/2)e +(1/2)j≥0

$X_1 = (0, 0)$



4) 0100

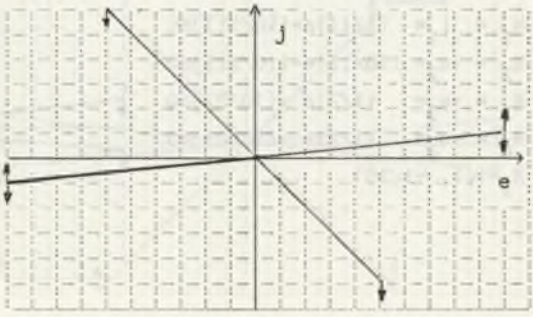
$N_1 := -u_1 =$ -(10/11)e-(10/11)j≥0

$N_2 := i_2 =$ -(1/11)e+(10/11)j≥0

$N_3 := -u_3 =$ (1/2)e -(10/2)j≥0

$N_4 := -u_4 =$ -(1/2)e -(10/2)j≥0

$X_1 = (-1, -1/10)$



5) 0101

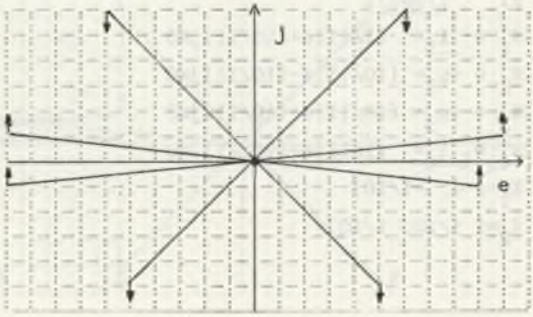
$N_1 := -u_1 =$ -(10/11)e +(10/11)j≥0

$N_2 := i_2 =$ -(1/11)e +(10/11)j≥0

$N_3 := -u_3 =$ (10/11)e-(10/11)j≥0

$N_4 := i_4 =$ (1/11)e+(10/11)j≥0

$X_1 = (1, 0)$



6) 0110

$N_1 := -u_1 = -(10/11)e-(10/11)j \geq 0$

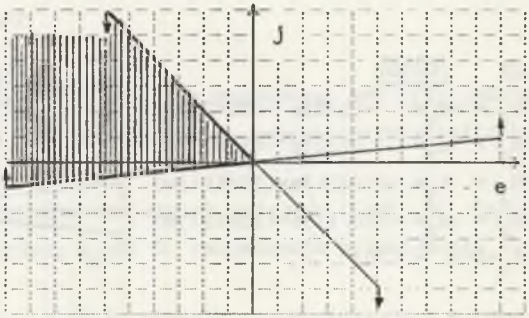
$N_2 := i_2 = -(1/11)e+(10/11)j \geq 0$

$N_3 := i_3 = -(1/11)e+(10/11)j \geq 0$

$N_4 := -u_4 = -(10/11)e-(10/11)j \geq 0$

$X_1 = (-1, 1)$

$X_2 = (-1, -1/10)$



7) 0111

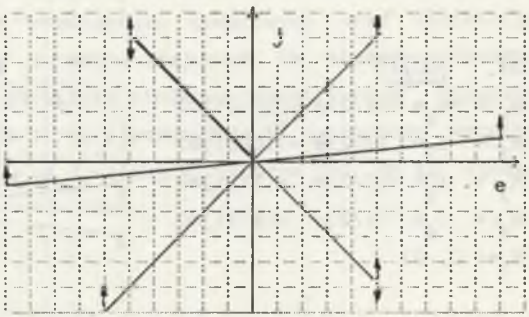
$N_1 := -u_1 = -(10/11)e-(10/11)j \geq 0$

$N_2 := i_2 = -(1/11)e+(10/11)j \geq 0$

$N_3 := i_3 = -(1/2)e +(1/2)j \geq 0$

$N_4 := i_4 = (1/2)e +(1/2)j \geq 0$

$X_1 = (-1, 1)$



8) 1000

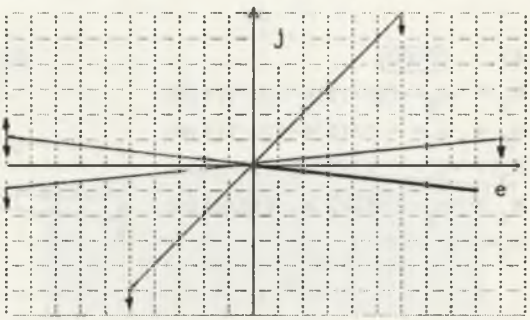
$N_1 := i_1 = (1/11)e+(10/11)j \geq 0$

$N_2 := -u_2 = (10/11)e-(10/11)j \geq 0$

$N_3 := -u_3 = (1/2)e -(10/2)j \geq 0$

$N_4 := -u_4 = (1/2)e -(10/2)j \geq 0$

$X_1 = (1, -1/10)$



9) 1001

$N_1 := i_1 = (1/11)e+(10/11)j \geq 0$

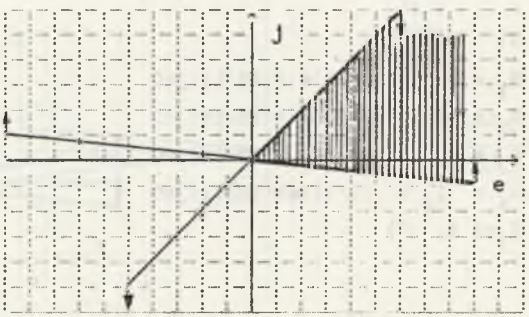
$N_2 := -u_2 = (10/11)e-(10/11)j \geq 0$

$N_3 := -u_3 = (10/11)e-(10/11)j \geq 0$

$N_4 := i_4 = (1/11)e+(10/11)j \geq 0$

$X_1 = (1, -1/10)$

$X_2 = (1/10, 1/10)$



10) 1010

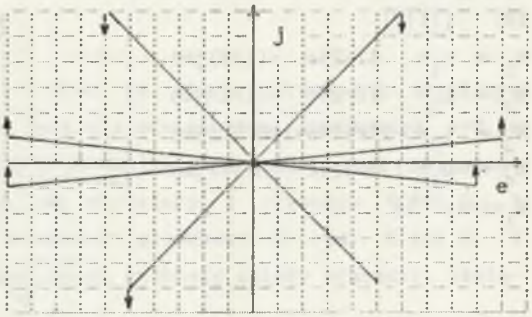
$N_1 := i_1 = (1/11)e+(10/11)j \geq 0$

$N_2 := -u_2 = (10/11)e-(10/11)j \geq 0$

$N_3 := i_3 = -(1/11)e+(10/11)j \geq 0$

$N_4 := -u_4 = -(10/11)e-(10/11)j \geq 0$

$X_1 = (0, 0)$



11) 1011

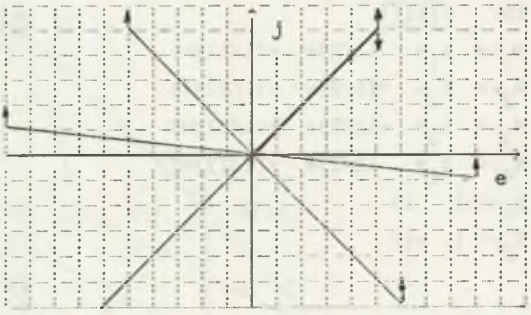
$N_1 := i_1 = (1/11)e+(10/11)j \geq 0$

$N_2 := -u_2 = (10/11)e-(10/11)j \geq 0$

$N_3 := i_3 = -(1/2)e +(1/2)j \geq 0$

$N_4 := i_4 = (1/2)e +(1/2)j \geq 0$

$X_1 = (1/10, 1/10)$



12) 1100

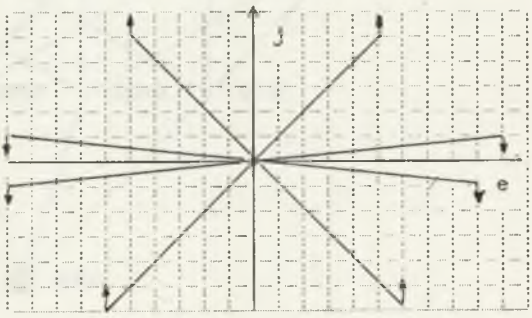
$N_1 := i_1 = (1/2)e +(1/2)j \geq 0$

$N_2 := i_2 = -(1/2)e +(1/2)j \geq 0$

$N_3 := -u_3 = (1/2)e -(10/2)j \geq 0$

$N_4 := -u_4 = -(1/2)e -(10/2)j \geq 0$

$X_1 = (0, 0)$



13) 1101

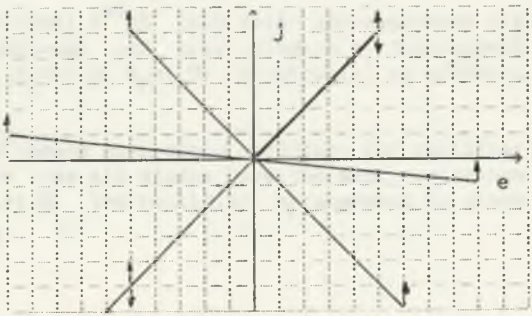
$N_1 := i_1 = (1/2)e +(1/2)j \geq 0$

$N_2 := i_2 = -(1/2)e +(1/2)j \geq 0$

$N_3 := -u_3 = -(10/11)e-(10/11)j \geq 0$

$N_4 := i_4 = (1/11)e+(10/11)j \geq 0$

$X_1 = (1, 1)$



14) 1110

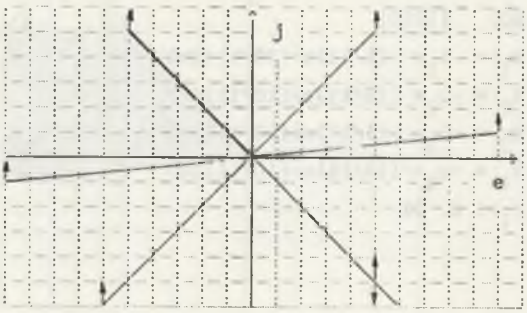
$N_1 := i_1 = (1/2)e + (1/2)j \geq 0$

$N_2 := i_2 = -(1/2)e + (1/2)j \geq 0$

$N_3 := i_3 = -(1/11)e + (10/11)j \geq 0$

$N_4 := -u_4 = -(10/11)e - (10/11)j \geq 0$

$X_1 = (-1, 1)$



15) 1111

$N_1 := i_1 = (1/2)e + (1/2)j \geq 0$

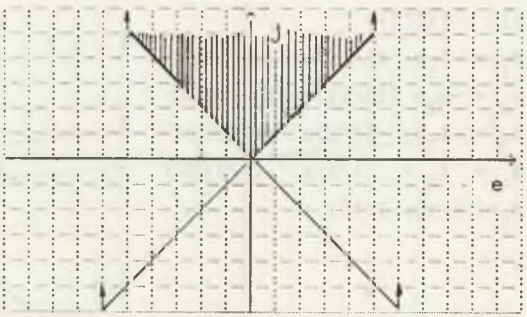
$N_2 := i_2 = -(1/2)e + (1/2)j \geq 0$

$N_3 := i_3 = -(1/2)e + (1/2)j \geq 0$

$N_4 := i_4 = (1/2)e + (1/2)j \geq 0$

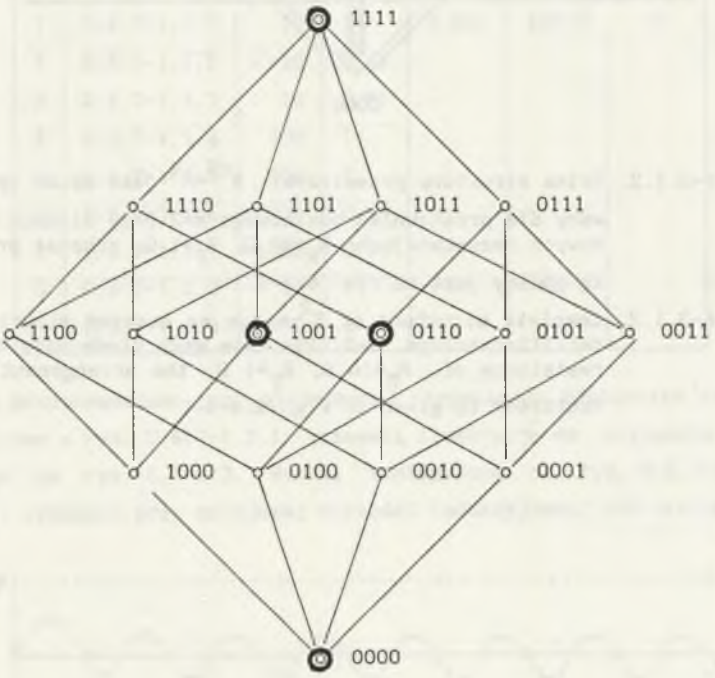
$X_1 = (-1, 1)$

$X_2 = (1, -1)$



D.6.6-3.1. Struktura stożkowa przestrzeni $R^{nS}=R^2$ dla prostownika mostkowego m=2

Przedstawiona na rys. D.6.6-3.1.1 oraz na rys. D.6.6-3.1.2 struktura stożkowa przestrzeni R^{nS} określona jest dla prostownika mostkowego m=2 w przypadku, gdy wszystkie diody tego prostownika mają takie same rezystancje. Podana struktura jest podobna do struktury z rysunków 6.6-2.3. i 6.6-2.4.; jest ona odwzorowaniem struktury stożkowej z rys. 6.6-2.2. W strukturze dla przedstawianego prostownika zniknęły cztery schematy zastę-

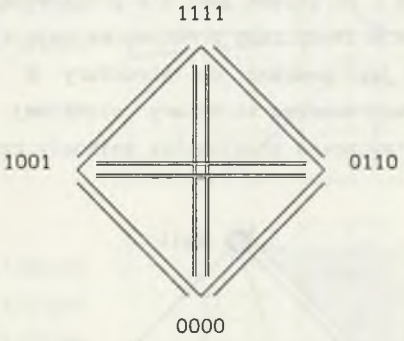


Rys. D.6.6-3.1.1. Struktura przestrzeni $R^{nS}=R^2$ jako zbiór uporządkowany dla prostownika mostkowego m=2 przy diodach o jednakowych rezystancjach: R_R=10 Ω, R_F=1 Ω; prostownik wg schematu z rys. 6.4-9.1

Fig. D.6.6-3.1.1. Structure of R^2-space as ordered structure for rectifier bridge, m=2; the case all diodes have the same resistance of R_R=10 Ω, R_F=1 Ω; the rectifier arrangement is given in fig. 6.4-9.1

pcze istotne: 0100, 1000, 0111 oraz 1101 - jest to wynikiem symetrii w schemacie prostownika oraz identyczności parametrów wszystkich diod mostka.

Na rys. D.6.6-3.1.2 pokazano pełną strukturę komutacji, tzn. strukturę z zaznaczeniem komutacji wielodiodowych.



Rys. D.6.6-3.1.2. Pełna struktura przestrzeni $R^{nS}=R^2$ jako zbiór uporządkowany dla prostownika mostkowego m=2 przy diodach o jednakowych rezystancjach: R_R=10 Ω, R_F=1 Ω; schemat prostownika podany jest na rys. 6.4-9.1

Fig. D.6.6-3.1.2. Complete structure of R^2-space as ordered structure for rectifier bridge, m=2; the case each diode have the same resistance of R_R=10 Ω, R_F=1 Ω; the arrangement of the rectifier is given in fig. 6.4-9.1

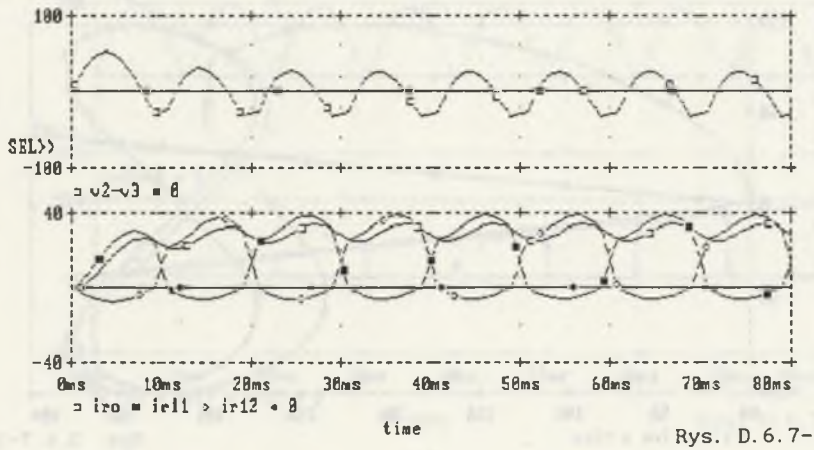
D.6.7-1.1. Analiza komutacji w prostowniku mostkowym m=2 przy zasilaniu ze źródła napięciowego e

Analiza dotyczy prostownika z rys. 6.4-9.1. Dane wybranych wyników zamieszczono w tabeli D.6.7-1.1.1.

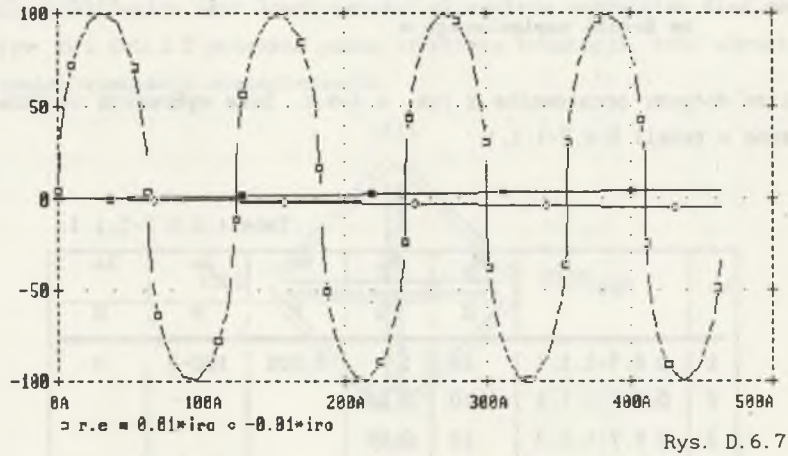
Tabela D.6.7-1.1.1.

Lp.	Rys.	R_R	R_F	ro	lo	ls
		Ω	Ω	H	H	H
1	D.6.7-1.1.1	10	1	0.001	10E-3	0
2	D.6.7-1.1.2	10	0.01			
3	D.6.7-1.1.3	10	0.01			
4	D.6.7-1.1.4	100	1			
5	D.6.7-1.1.5	100	1			
6	D.6.7-1.1.6	1000	0.01			
7	D.6.7-1.1.7	1000	0.01			
8	D.6.7-1.1.8	10	1		5E-3	
9	D.6.7-1.1.9	10	1			

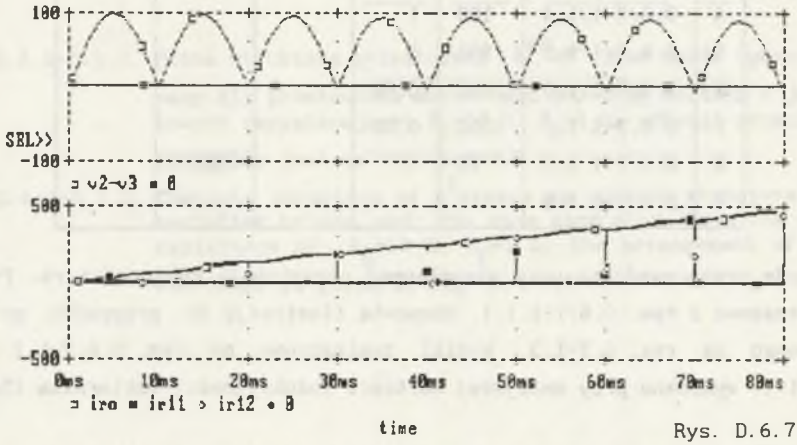
Symulację przeprowadzono przy niezmiennej rezystancji odbiornika ro. Przebiegi czasowe z rys. D.6.7-1.1.1. stanowią ilustrację do przypadku przedstawionego na rys. 6.7-1.3. Wyniki zamieszczone na rys. D.6.7-1.1. do D.6.7-1.1. wykonano przy mniejszej wartości indukcyjności odbiornika (5mH).



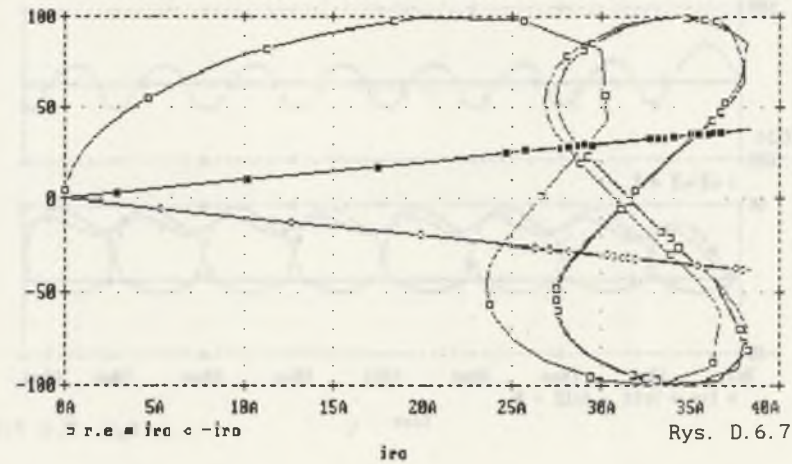
Rys. D.6.7-1.1.1



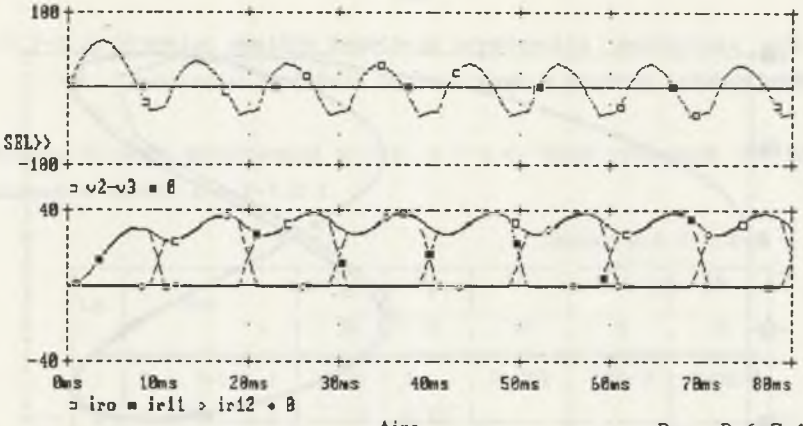
Rys. D.6.7-1.1.2



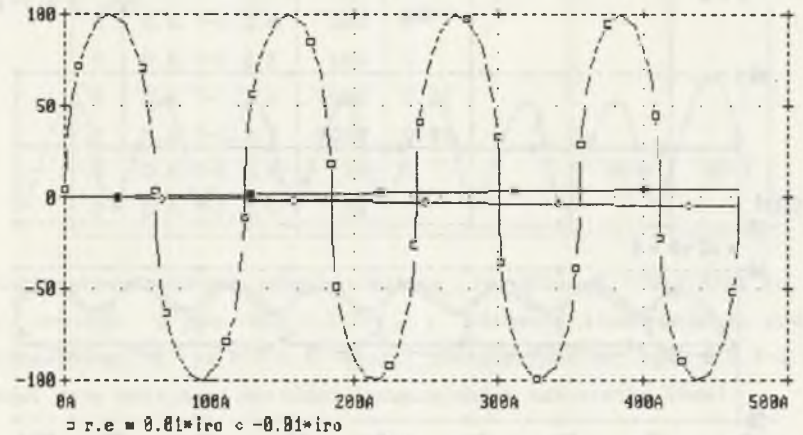
Rys. D.6.7-1.1.3



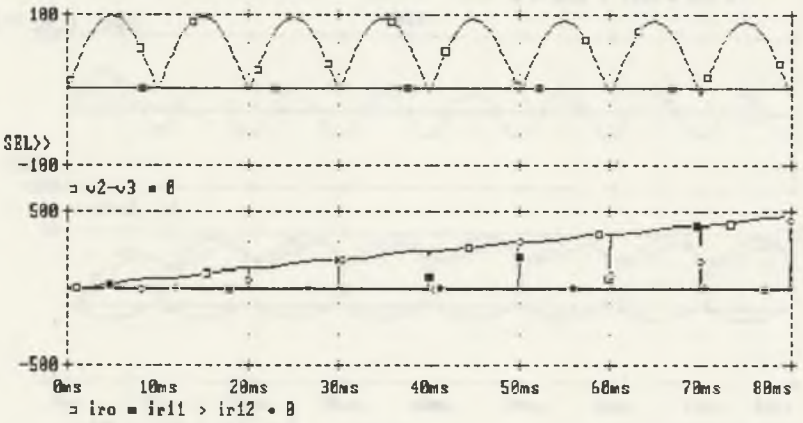
Rys. D.6.7-1.1.4



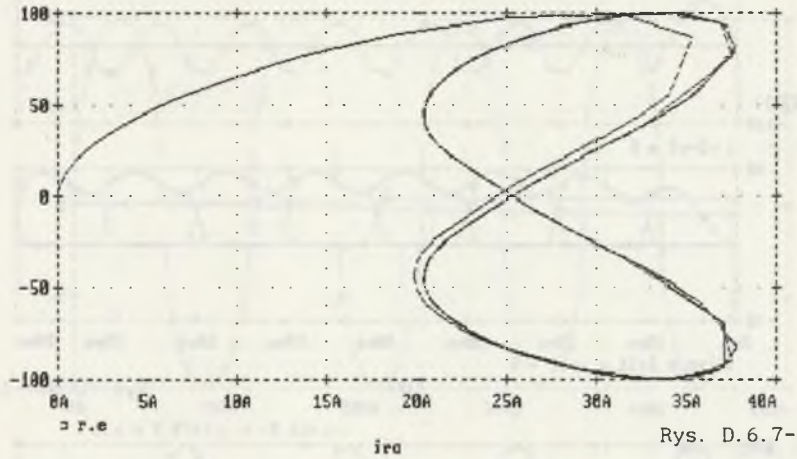
Rys. D.6.7-1.1.5



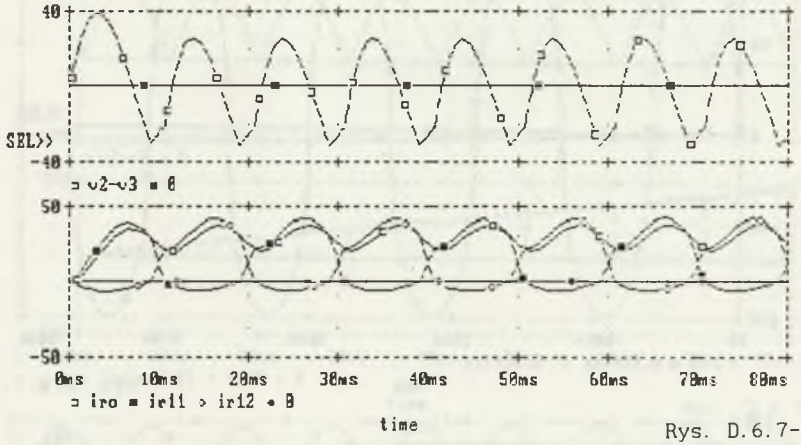
Rys. D.6.7-1.1.6



Rys. D.6.7-1.1.7



Rys. D.6.7-1.1.8



Rys. D.6.7-1.1.9

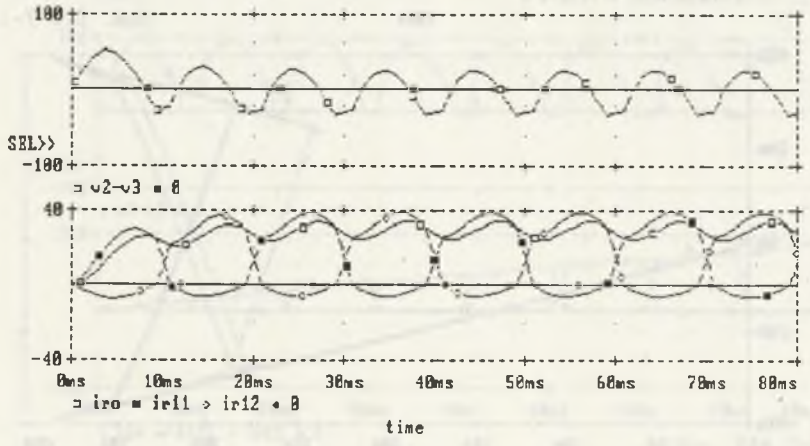
D.6.7-1.2. Przykład analizy komutacji prostownika mostkowego m=2 przy zasilaniu ze źródła napięciowego e poprzez indukcyjność ls

Analiza dotyczy prostownika z rys. 6.7-1.4. Dane wybranych wyników zamieszczono w tabeli D.6.7-1.2.1.

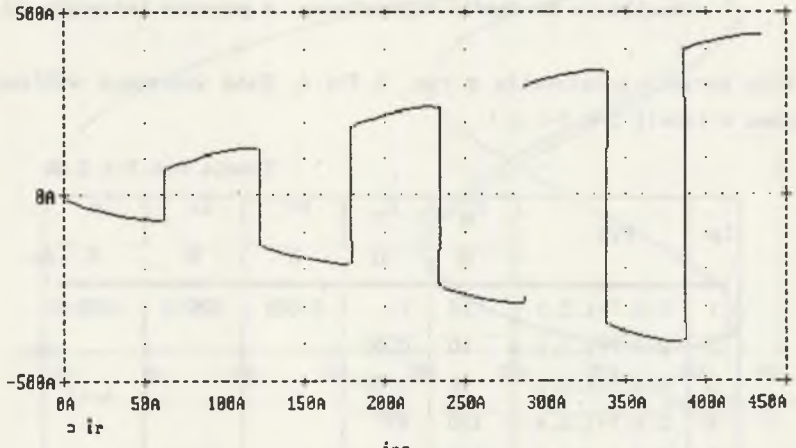
Tabela D.6.7-1.2.1.

Lp.	Rys.	R_R	R_F	ro	lo	ls
		Ω	Ω	H	H	H
1	D.6.7-1.2.1	10	1	0.001	10E-3	100E-6
2	D.6.7-1.2.2	10	0.01			
3	D.6.7-1.2.3	10	0.01			
4	D.6.7-1.2.4	100	1			
5	D.6.7-1.2.5	100	1			
6	D.6.7-1.2.6	1000	0.01			
7	D.6.7-1.2.7	1000	0.01			
8	D.6.7-1.2.8	10	1		5E-3	5E-3
9	D.6.7-1.2.9	10	1			

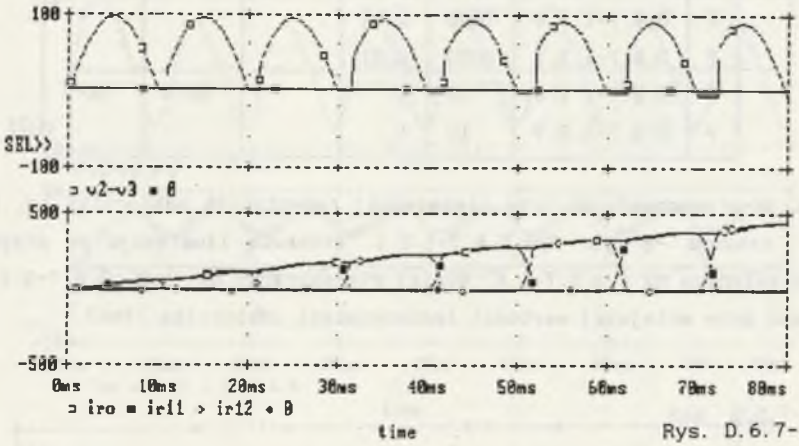
Symulację przeprowadzono przy niezmiennej rezystancji odbiornika ro. Przebiegi czasowe z rys. Rys.D.6.7-1.2.1. stanowią ilustrację do przypadku przedstawionego na rys.6.7-1.6. Wyniki zamieszczone na rys. D.6.7-1.2.1..9 wykonano przy mniejszej wartości indukcyjności odbiornika (5mH).



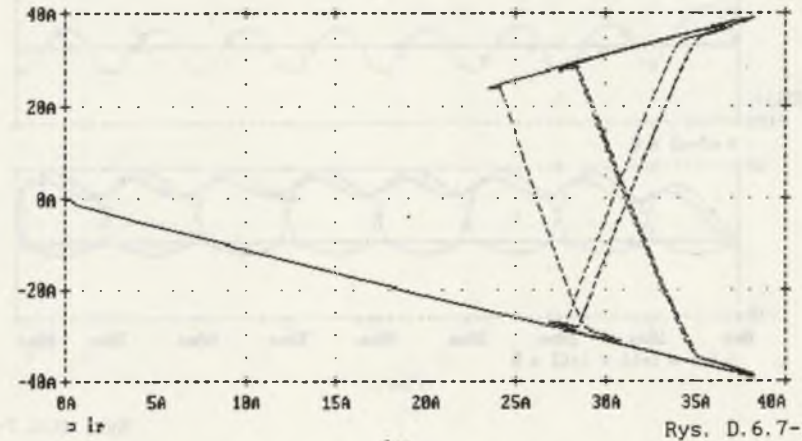
Rys. D.6.7-1.2.1



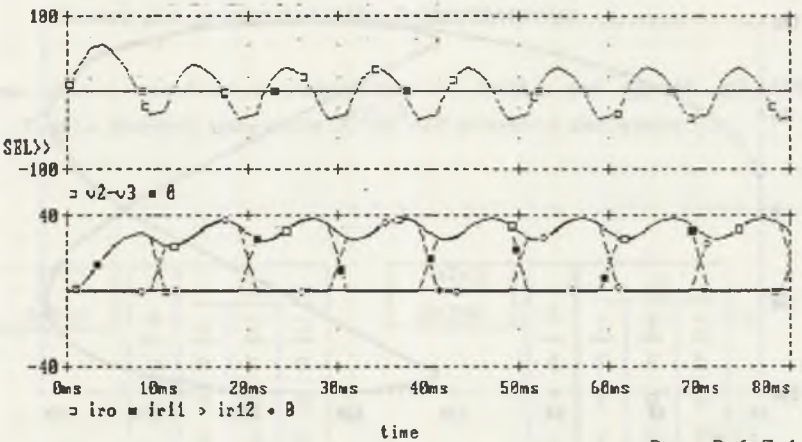
Rys. D.6.7-1.2.2



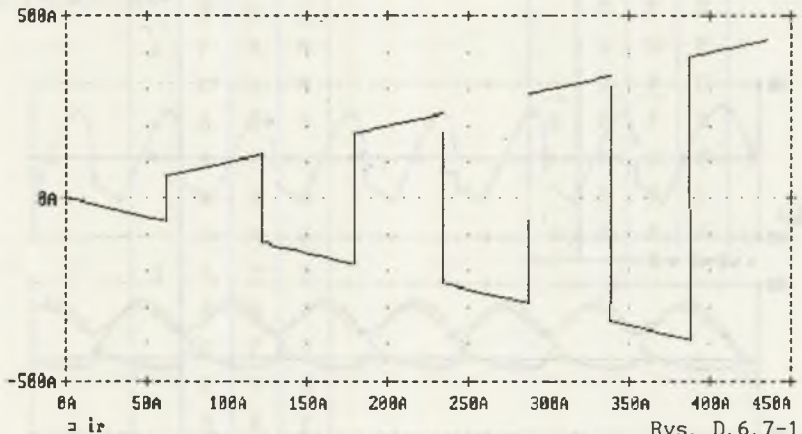
Rys. D.6.7-1.2.3



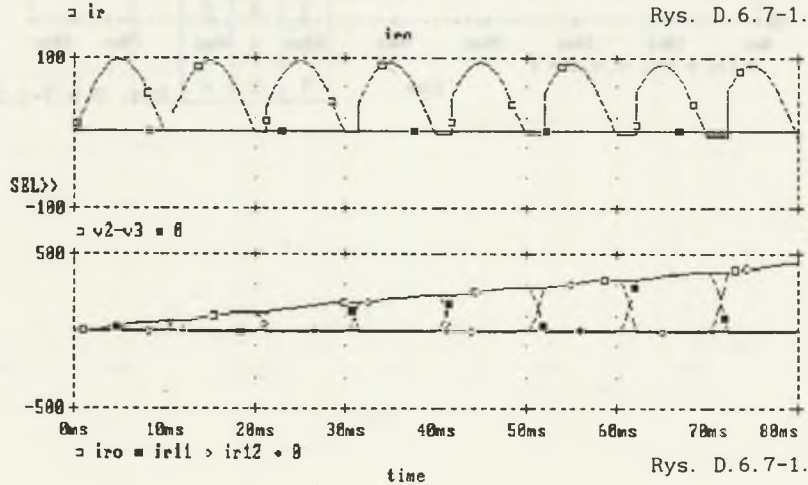
Rys. D.6.7-1.2.4



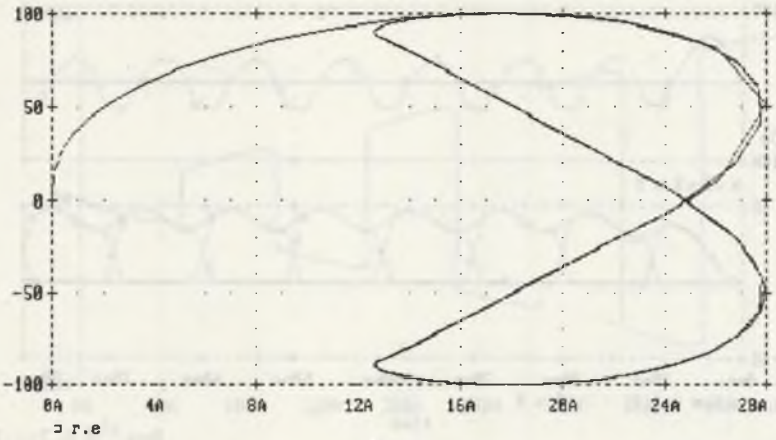
Rys. D.6.7-1.2.5



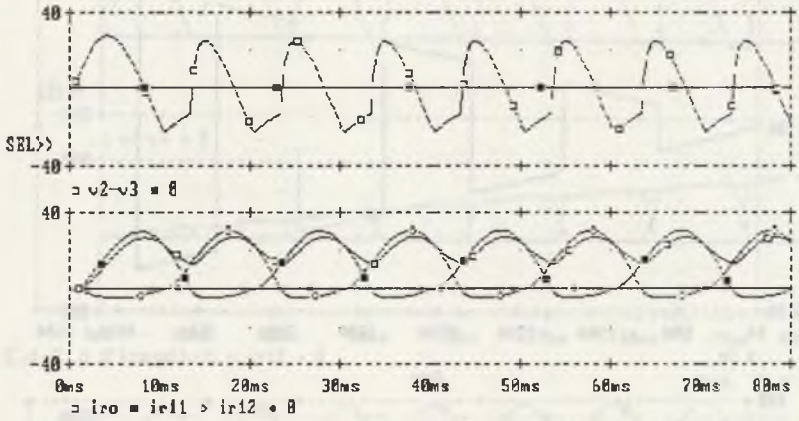
Rys. D.6.7-1.2.6



Rys. D.6.7-1.2.7



Rys. D.6.7-1.2.8



Rys. D.6.7-1.2.9

D.7.5-1. Pełna struktura komutacyjna przestrzeni R^{nS} jako zbiór uporządkowany dla przekształtnika 3-tyrystorowego

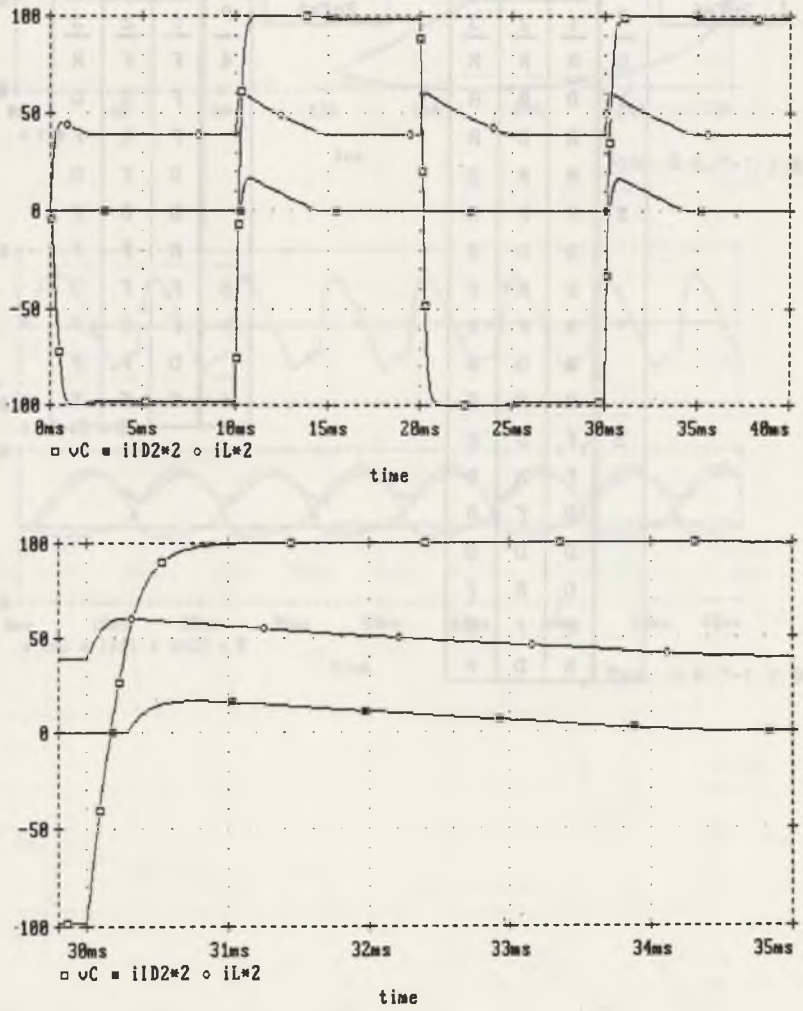
Podana tabela została skonstruowana w taki sam sposób jak tabela (7.5-4). Tabela zawiera wszystkie $3^{nT}=3^3=27$ schematy zastępcze.

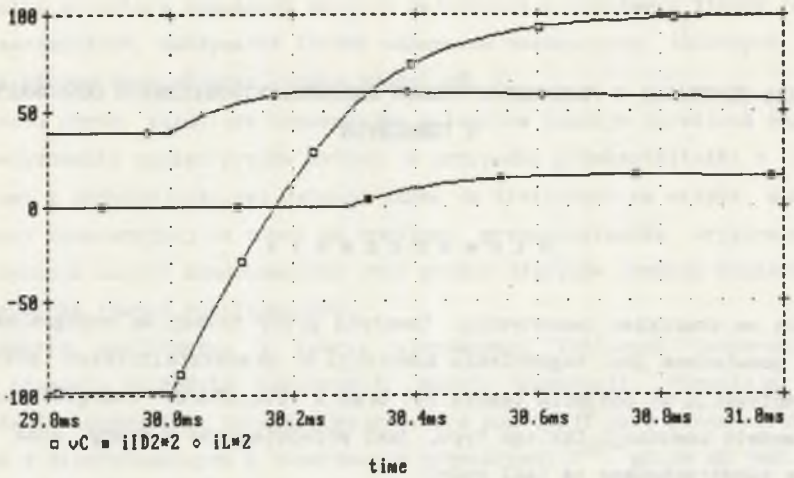
nT=3 / 2nT=6	sT		
ρ	1	2	3
0	R	R	R
1	D	R	R
	R	D	R
	R	R	D
2	F	R	R
	D	D	R
	D	R	D
	R	F	R
	R	D	D
	R	R	F
3	F	D	R
	F	R	D
	D	F	R
	D	D	D
	D	R	F
	R	F	D
	R	D	F

nT=3 / 2nT=6	sT		
ρ	1	2	3
4	F	F	R
	F	D	D
	F	R	F
	D	F	D
	D	D	F
	R	F	F
5	F	F	D
	F	D	F
	D	F	F
6	F	F	F

D.8.6-1. Przebiegi czasowe napięcia i prądów tyrystorowego łącznika statycznego z dławikiem rezonansowym

Przedstawia się przebiegi czasowe napięcia kondensatora vC, prądu dławika iL oraz prądu diody D4, i ID2 tyrystorowego łącznika prądu stałego do przykładu z podrozdziału 8.6. Te same przebiegi przedstawiono w różnych skalach czasu. Symulację wykonano za pomocą programu PCNAP.




100
50
0
-50
-100
29.0ms
30.0ms
30.2ms
30.4ms
30.6ms
30.8ms
31.0ms
□ vC ■ iID2*2 ◇ iL*2
time

ANALIZA KOMUTACJI W PRZEKSZTAŁTNIKACH ENERGOELEKTRONICZNYCH DOSKONAŁYCH I IDEALNYCH

S t r e s z c z e n i e

Praca ma charakter teoretyczny. Tematyka pracy należy do energoelektroniki i poświęcona jest zagadnieniu komutacji w przekształtnikach statycznych. Motywacją do podjęcia tematu był brak w literaturze energoelektronicznej modelu komutacji takiego typu, jaki przedstawiono w pracy oraz istniejące zapotrzebowane na taki model.

Model komutacji skonstruowano zauważając, że komutacja może być opisana i analizowana w oddzieleniu od pozostałej części procesu przekształcania. W tym celu przyjęto założenie, że zawory (diody, tranzystory i tyrystory) są zaworami doskonałymi oraz że wszystkie rezystancje przekształtnika są liniowe. Zamiana pojemności poprzez źródła napięcia oraz indukyjności poprzez źródła prądu jest następnym etapem budowy modelu komutacji. Wynikiem takiej modyfikacji przekształtnika jest obwód rezystancyjny, który może być zdekomponowany na zbiór hipotetycznych schematów zastępczych. Każdy z tych schematów zastępczych jest określony przez stan zaworów przekształtnika, a jego warunek istnienia opisany zbiorem nierówności liniowych jednorodnych, (6.2-3), (6.2-4) dla przekształtników diodowych oraz (7.2-1), (7.2-2), (7.2-3) dla przekształtników tyrystorowych. Maksymalna liczba hipotetycznych schematów zastępczych przekształtnika jest określona formułą:

$$nHC=\prod_{i=1}^{nV_t} Nv_i^{nV_i}$$

, gdzie i jest typem zaworu, nV_t określa liczbę różnych zaworów, Nv_i jest liczbą stanów zaworu i-tego typu oraz nV_i jest liczbą zaworów i-tego typu.

Testowanie warunku istnienia każdego hipotetycznego schematu zastępczego stanowi selekcję, wynikiem której jest zbiór istotnych schematów zastępczych; zbiór ten wraz z warunkami komutacji dla każdego z istotnych schematów zastępczych stanowi istotną strukturę komutacji; struktura ta jest

wyznaczona poprzez rezystancje przekształtnika oraz rezystancje zaworów, przy czym wartości napięć/prądów źródeł nie mają na nią wpływu.

Istotna struktura komutacji zawiera największą z możliwych liczbę schematów zastępczych; maksymalna liczba schematów zastępczych istotnych jest funkcją liczby diod nD oraz liczby źródeł nS.

Trzecia część, struktura komutacyjna osiągalna zostaje określona poprzez skonkretyzowanie napięć/prądów źródeł. W przypadku przekształtnika z pojemnościami i indukcyjnościami zmienne stanu są traktowane na etapie analizy struktury komutacyjnej na równi ze źródłami przekształtnika oryginalnego; konkretyzacja napięć kondensatorów oraz prądów dławików oznacza konieczność rozwiązywania równań różniczkowych.

Geometria analityczna i teoria nierówności liniowych jednorodnych [J1] stanowią narzędzia konstrukcji modelu komutacji. Pozwalają one przedstawić odpowiednią interpretację modelu komutacji jako pewną strukturę złożoną z hiperpłaszczyzn i zanurzoną w przestrzeni R^{nS}, gdzie nS jest sumą liczby źródeł oryginalnych oraz liczby zmiennych stanu.

Przedstawiona teoria stanowiła podstawę do opracowania specjalnego programu komputerowego, który umożliwia określanie pełnej struktury komutacyjnej (podrozdział 6.8).

Model komutacji przekształtników zawierających diody doskonałe zawarty jest w rozdziale 6. Wyniki uzyskane dla diod doskonałych stanowią punkt startowy do konstrukcji modelu komutacji przekształtnika zawierającego wyłącznie tyrystory doskonałe; model opisano w rozdziale 7. Przyjęto, że tyrystor jest przyrządem trójstanowym.

Model komutacji przekształtnika z zaworami idealnymi opisano w rozdziale 8. W modelu tym głównym zadaniem jest konstrukcja układu nierówności dla schematu zastępczego, który jest obwodem zawierającym oczka typu e-C-P oraz rozcięcia typu j-L-N; podano rozwiązanie tego zadania.

W pracy zamieszczono wiele przykładów, które służą wyłącznie jako ilustracja teorii.

Opisany model komutacji przekształtników doskonałych i idealnych jest dla tej klasy przekształtników modelem najogólniejszym. Model ten może być zastosowany do systematycznej analizy przekształltników. Model jest przydatny do analizy dynamiki procesu przekształcania, która jest opisana za pomocą równań różniczkowych o nieciągłej prawej stronie.

ANALYSIS OF COMMUTATION OF THE CONVERTERS WITH PERFECT AND IDEAL SWITCHES

Summary

This dissertation is of a theoretical character. Its subject belongs to power electronics and is devoted to the commutation in static converters. The lack of a model of commutation of the type which is presented in the work and the need for such description justifies the undertaking.

The model was constructed under the observation that the commutation can be described and analyzed separately from the rest of the conversion process. For this purpose the assumption has been made according to which the switches (diodes, thyristor, transistors) are perfect or ideal ones and all resistances of the converter are linear. Replacement of capactances by voltage sources and inductances by current sources is the next step towards a model of commutation. Such a modification results in a linear resistance circuit which can be decomposed into series of linear resistance hypothetical equivalent circuits. The states of the switches of the converter determine each of equivalent circuit. The condition of existence each such equivalent circuit is expressed by a set of linear homogeneous inequalities - (6.2-3), (6.2-4) for diode converters and (7.2-1), (7.2.2), (7.2.3) for thyristor converters. The maximum number of hypothetical equivalent circuits of the converter has been given by the formula:

$$nHC=\prod_{i=1}^{nV_t} Nv_i^{nV_i},$$

where i determines the type of a switch, nV_t is the number of different types of switches, Nv_i is the number of states of the switch of i-th type and nV_i is the number of switches of i-th type.

The test of the existence condition for each hypothetical equivalent circuit selects the set of fundamental equivalent circuits. This set, together with the conditions for commutations constitutes the fundamental structure of commutation; this structure is determined only by resistances of the converter and resistances of switches and the values of source voltages and currents do not influence it.

The fundamental structure contains as many equivalent circuits as is possible and the number of which is given by the formula (6.5-3.3). This formula describes the maximum number of fundamental equivalent circuits which is a function of the number of diodes nD and number of sources nS.

Third part, the attainable structure of commutation appears after the source voltages and currents are determined. For the converter with capacitances and inductances, state variables are treated at the stage of an analysis of commutation on a par with the source voltages and currents next to original sources; it means that on this stage of analysis it is necessary to solve differential equations.

Analytical geometry and the theory of linear homogeneous inequalities, [J1] are used as the tools for construction of the model of commutation. It allows us to give adequate geometrical interpretation of the model as a certain structure of hyperplanes in R^{nS}, for instance, fig. 6.5-4.2 depicts 3-dimensional example; nS is the sum of the number of original sources and the number of state variables.

The presented theory is the base for the construction of a computer program which determines the whole structure of commutation (subchapter 6.8).

The model of commutation of converters with perfect diodes is given in chapter 6. The results derived for perfect diodes are the starting point for the model of commutation for the converter which contain exclusively perfect thyristors - it is presented in chapter 7. The perfect thyristor is taken herein as the three-state device.

The model of commutation of the converter with ideal switches is described in chapter 8. The main difficulty - construction of inequalities for the circuit which has loops of the e-C-P type and cut sets of the j-L-N type has been overcome.

The examples serve only as an illustration for the theory.

The described model of commutation of perfect and ideal converters is the most general one. It can be applied to a systematic analysis of commutation in converters of interest. The model is suitable for an analysis of conversion dynamics which is described by means of differential equations whose right-hand side is not continuous.

АНАЛИЗ КОММУТАЦИИ В ПЕРФЕКТНЫХ И ИДЕАЛ)НЫХ СИЛОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ

Р е з ю м е

Диссертация является работой теоретическго характера. Тема принадлежит к области силовой преобразовательЪной техники и касается вопроса коммутации в статических силовых преобразователях. Мотивацией выбора был недостаток, в литературе по энергоэлектронике, модели коммутации рассматриваемого в диссертации характера и существующие потребности в создании такой модели.

При построении модели коммутации был сделан прием, что коммутацию можно описыватЪ и анализироватЪ независимо от далЪнейшей части процесса преобразования. Поэтому было принято, что вентили (диоды, транзисторы и тиристоры) можно считатЪ перфектными, а все активные сопротивления - линейными. Обмен емкости источниками напряжения и индуктивности источниками тока является очередным этапом построения модели коммутации. РезулЪтатом такой модификации преобразователя является резистанционная цепЪ, которую можно декомпонироватЪ на множество гипотетических схем замещения. Каждая из этих схем определяется состоянием вентилей преобразователя, причем условие ее существования описывается множеством однородных линейных неравенств (6.2-3), (6.2-4) для диодовых преобразователей и (7.2-1), (7.2-2), (7.2-3) для тиристорных преобразователей. МаксималЪное число гипотетических схем замещения преобразоэателя определяет формула $nHC=\prod_{i=1}^{nV_t} Nv_i^{nV_i}$

где: i - тип вентиля, nV_t - число состояний i - ого вентиля, nV_i - число вентилей, i - ого типа.

Проверка условия существования каждой гипотетической схемы замещения является отбором, резулЪтатом которого является множество существенных схем замещения; это мнжество, наряду с условиями коммутации для каждой из существенных схем замещения, становится существенной структурой коммутации; эту структуру определяет активное сопротивление преобразователя и сопротивление вентилей, причем значения напряжений/токов источников не вызывают на нее влияния.

Существенная структура коммутации содержит самое болЪшое число схем замещения; максималЪное число существенных схем замещения является функцией числа диодов nD и числа источников nS.

ТретЪя частЪ - достижимая коммутационная структура - возникает путем определения напряжений/токов источников. В случае преобразователя с емкостями и индуктивностями переменные состояния считаются - на этапе анализа коммутационной структуры - наравне с источниками оригиналЪного преобразователя; конкретизация напряжений конденсаторов и токов дросселей означает необходимостЪ решения дифференциалЪных уравнений.

Аналитическая геометрия и теория однородных линейных неравенств [J1] являются орудием для построения модели коммутации. Они позволяют представитЪ соответственную интерпретацию модели коммутации как некоторой структуры, составленной из гиперплоскостей и погруженной в пространстве R^{nS}, где nS является суммой числа оригиналЪных источников и числа переменных состояния.

Изложенная выше теория была основой для разработки компЪютерной программы дающей возможностЪ определения полной коммутационной структуры (см. пункт 6.8).

МоделЪ коммутации преобразователей содержащих перфектные диоды помещена в главе 6-ой. РезулЪтаты, полученные для перфектных диодов, являются исходной точкой к построению модели коммутации преобразователя, содержавшего толЪко перфектные тиристоры, описанного в главе 7-ой. При этом было принято, что тиристор является устройством с тремя состояниями.

МоделЪ коммутации преобразователя с идеалЪными вентилями описывается в главе 8-ой. В этой модели основной задачей является построение системы неравенств для схемы замещения, будущей цепЪю содержащей контуры типа e-C-P и разрезы типа j-L-N; дано решение этой задачи.

В работе приведен ряд примеров, целЪю которых является проиллюстрирование теории.

Описанная моделЪ коммутации перфектных и идеалЪных преобразователей является наиболее обобщенной моделЪю для данного класса преобразователей. Ее можно применитЪ к систематическому анализу преобразователей. МоделЪ является пригодной к анализу динамики процесса преобразования описываемого с помощЪю дифференциалЪных уравнений с прерывной правой стороной.