ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2004
Seria: TRANSPORT z. 52 Nr kol. 1621

Tomasz AMBROZIAK[1], Jolanta ŻAK[2]

METODA WYZNACZENIA OPTYMALNEJ LICZBY ŚRODKÓW TRANSPORTOWYCH DLA REALIZACJI OKREŚLONEGO ZADANIA TRANSPORTOWEGO

Streszczenie. W artykule zaproponowano formalizację opisu zapotrzebowań, dostawców, zapisu charakterystyk sieci transportowej oraz charakterystyk środków transportowych. Przedstawiono podejście do modelowania usług transportowych w obszarze działania centrum dystrybucyjnego polegające na wyznaczaniu niezbędnej liczby środków transportowych określonego typu dla realizacji określonych zadań transportowych. W tym celu sformułowano adekwatne do rozważanej sytuacji zadanie optymalizacyjne, którego rozwiązanie pozwala na minimalizację kosztów działania centrum.

THE METHOD OF DETERMINE THE OPTIMAL NUMBER UNIT'S TRANSPORT TO THE REALISATION TRANSPORT NEEDS

Summary. The paper suggests the formalisation of needs and suppliers description, record of transportation network and characteristics of transportation means .The approach to the ways of modelling transport services in the distribution centre has been presented. It is based on determining necessary number of particular type transport means for the realisation of given transport tasks. Thus an adequate to the situation, optimisation task has been formed which allows to minimise the costs of centre activities.

1. OPIS PROBLEMU

Dla potrzeb formalnego opisu zagadnienia modelowania usług transportowych w obszarze centrum logistycznego przyjmujemy, że na pewnym terytorium (na obszarze) wyróżnione są miejscowości, które ponumerowane liczbami naturalnymi tworzą zbiór $\boldsymbol{I}$ ={1,2,..., i, ...,I} numerów miejscowości, przy czym I jest liczbą wyróżnionych miejscowości.

Indeksem m zanumerujemy miejscowość, w której usytuowane jest centrum logistyczno-dystrybucyjne. Założymy więc, że zbiór miejscowości, w których usytuowane są centra logistyczne, jest w rozważanym przypadku zbiorem jednoelementowym, tj. $\boldsymbol{M}$={m}.

Strukturę przestrzenną sieci transportowej określa istnienie połączeń transportowych między wyróżnionymi miejscowościami. Zakładamy, że między parą miejscowości: dostawcą (nadawcą) a miejscem lokalizacji centrum logistycznego, tj. między węzłem transportowym (miejscowością) o numerze i, $i \in \boldsymbol{I}$ oraz węzłem o numerze m, $m \in \boldsymbol{M}$, $i \neq m$, istnieje bezpośrednie połączenia transportowe (i,m).

Przyjmujemy, że $\boldsymbol{U}$ jest zbiorem bezpośrednich połączeń transportowych, tj.:

$$\boldsymbol{U} \subset \boldsymbol{I} \times \boldsymbol{M} = \{(i,m): \ i \in \boldsymbol{I}, \ m \in \boldsymbol{M}\}$$

[1] Wydział Transportu, Politechnika Warszawska, tam@it.pw.edu.pl
[2] Studia Doktoranckie, Politechnika Warszawska,

Zatem struktura sieci transportowej w obszarze centrum logistycznego opisana jest grafem G postaci:

$$G=(\boldsymbol{I},\boldsymbol{U}),$$

dla którego:

$\boldsymbol{I}=\{1,2,...,i,...,I\}$ - zbiór numerów dostawców; $i\in\boldsymbol{I}$;

$\boldsymbol{U}$ – zbiór bezpośrednich połączeń transportowych między centrum oraz wyróżnionymi dostawcami.

2. OPIS ŚRODKÓW TRANSPORTOWYCH I RODZAJÓW PRZEWOŻONEGO DOBRA

Niech $\boldsymbol{R}$ będzie zbiorem numerów rodzajów dóbr transportowanych w obszarze centrum dystrybucyjnego, zdefiniowanym następująco:

$$\boldsymbol{R}=\{1,2,...,r,...,R\}$$

gdzie R jest liczebnością zbioru $\boldsymbol{R}$, co oznacza, że w obszarze działania centrum logistycznego istnieje zapotrzebowanie na przewóz R różnych rodzajów dóbr.

Każdy rodzaj dobra charakteryzuje się następującymi parametrami:

- C^r – ceną jednostki przewożonego dobra r-tego rodzaju;
- ρ^r – współczynnikiem oprocentowania środków obrotowych (opodatkowania majątku trwałego).

Niech $\boldsymbol{S}$ będzie zbiorem numerów środków transportowych różnego typu stosowanych do transportu (przewozu) w obszarze centrum logistyczno-dystrybucyjnego. Zmienną s zanumerujemy typy środków transportowych w taki sposób, że $\boldsymbol{S}$ jest zbiorem o elementach zdefiniowanych następująco:

$$\boldsymbol{S}=\{1,2,...,s,...,S\}$$

gdzie S jest liczebnością zbioru $\boldsymbol{S}$, tzn. dysponujemy S różnymi typami środków transportowych, które możemy wykorzystywać w obszarze działania centrum logistycznego.

Zakładamy, że każdy typ środka transportu charakteryzuje się następującymi wielkościami:

- q^s – ładownością środka transportowego s-tego typu, $s\in\boldsymbol{S}$;
- $V_{im}^{s,max}$ – prędkością maksymalną środka transportowego s-tego typu stosowanego w relacji przewozu (i,m), $(i,m)\in\boldsymbol{U}$, $s\in\boldsymbol{S}$;
- β^s – kosztem utrzymania środka transportowego s-tego typu w jednostce czasu niezależnym od liczby przejechanych kilometrów, $s\in\boldsymbol{S}$;
- $b_{im,max}^s$ – maksymalnym kosztem jednostki miary pracy (koszt przejechanego kilometra, koszt godziny pracy) środka transportowego s-tego typu przy przejazdach załadowanych („pełnych") w relacji przewozu (i,m) z prędkością $V_{im}^{s,max}$, $(i,m)\in\boldsymbol{U}$, $s\in\boldsymbol{S}$;

- $V^{s}_{im,E}$ – prędkością ekonomiczną (prędkość, przy której zużycie paliwa jest najmniejsze) środka transportowego s-tego typu przy przejazdach „pełnych" w relacji przewozu (i,m), $(i,m) \in \boldsymbol{U}$, $s \in \boldsymbol{S}$;
- $b^{s}_{im,min}$ – minimalnym kosztem jednostki miary pracy (koszt przejechanego kilometra, koszt godziny pracy) środka transportowego s-tego typu przy przejazdach załadowanych („pełnych") w relacji przewozu (i,m) z prędkością ekonomiczną, $(i,m) \in \boldsymbol{U}$, $s \in \boldsymbol{S}$;
- $b'^{s}_{im,max}$ – maksymalnym kosztem jednostki miary pracy (koszt przejechanego kilometra, koszt godziny pracy) środka transportowego s-tego typu przy przejazdach nie załadowanych („pustych") w relacji przewozu (i,m) z prędkością $V^{s,max}_{im}$, $(i,m) \in \boldsymbol{U}$, $s \in \boldsymbol{S}$;
- $b'^{s}_{im,min}$ – minimalnym kosztem jednostki miary pracy (koszt przejechanego kilometra, koszt godziny pracy) środka transportowego s-tego typu przy przejazdach nie załadowanych („pustych") w relacji przewozu (i,m), $(i,m) \in \boldsymbol{U}$, $s \in \boldsymbol{S}$;
- $V'^{s}_{im,E}$ – prędkością ekonomiczna (tj. prędkością, przy której np. zużycie paliwa jest najmniejsze) środka transportowego s-tego typu przy przejazdach „pustych" w relacji przewozu (i,m), $(i,m) \in \boldsymbol{U}$, $s \in \boldsymbol{S}$.

Jednocześnie zakładamy, że w dyspozycji centrum logistycznego jest z^{s} środków transportowych s-tego typu, $s \in \boldsymbol{S}$.

3. ODWZOROWANIE CZASU TRANSPORTU DOBRA DO CENTRUM LOGISTYCZNEGO

Założymy, że na iloczynie kartezjańskim $\boldsymbol{I} \times \boldsymbol{M}$ zadane jest odwzorowanie T przyporządkowujące elementom tego iloczynu liczby rzeczywiste dodatnie, tj.:

$$T: \boldsymbol{I} \times \boldsymbol{M} \longrightarrow \Re^{+},$$

przy czym wielkości $T(i,m) \equiv T_{im}$ mają interpretację czasu transportu dóbr z miejscowości nr i do miejscowości nr m, w którym należy wykonać usługę przewozową. Zakładamy, że dysponujemy wielkościami $T(i,m) \equiv T_{im}$ dla każdej relacji (i,m).

Zakładamy ponadto, że każda miejscowość charakteryzuje się wielkością Δ^{s}_{i}, przy czym Δ^{s}_{i} interpretowane jest jako czas postoju jednostki transportowej s-tego typu w miejscowości o numerze i.

4. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU OPTYMALNEJ ORGANIZACJI USŁUG TRANSPORTOWYCH W OBSZARZE CENTRUM DYSTRYBUCYJNEGO

Zakładamy, że na iloczynie kartezjańskim $I \times \{m\} \times R$ zadane jest odwzorowanie Q przeprowadzające elementy iloczynu w zbiór liczb rzeczywistych dodatnich $\Re^+$, tj.:

$$Q: I \times \{m\} \times R \longrightarrow \Re^+$$

Wielkość $Q(i,m,r) \in \Re^+$ ma następującą interpretację: należy przewieźć, w czasie od chwili t=0 do chwili $t=T_{im}$, partię dobra r-tego rodzaju o wielkości $Q(i,m,r) \equiv Q^r_{im}$ z miejscowości i do miejscowości m, stosując do przewozu różne typy środków transporttowych. Oczywiście, zadanie przewozu należy wykonać w optymalny sposób, tj. tak, aby koszt przewozu był najmniejszy.

Zakładając, że jednostki transportowe w chwili t=0 znajdują się w miejscowości m, warunek możliwości wykonania przewozu przybiera postać:

$$2 \cdot \frac{d_{im}}{V^{s,max}_{im}} + \Delta^s_i \le T_{im}$$

gdzie d_{im} oznacza odległość miejscowości i od centrum logistycznego znajdującego się w miejscowości o numerze m.

Koszt wykonania zadania przewozowego składa się z trzech podstawowych składników:

- kosztu zużytych w procesie transportu resursów technicznych środków technicznych, proporcjonalnego do liczby przejechanych kilometrów przez wszystkie środki transportowe na wszystkich trasach;
- kosztu użytych („zamrożenie") środków transportowych w okresie przeznaczonym na wykonanie usługi transportowej, proporcjonalnego do liczby środków transportowych;
- kosztu utrzymania zapasów przewożonego dobra w relacji (i,m), w okresie przewozu T_{im}.

Pierwszy składnik, przy założeniu stosowania s-tego typu środków transportu na (i,m)-tym połączeniu transportowym, ma postać:

$$\gamma^s_{im} \cdot d_{im} \cdot \left[b\left(V^s_{im}\right) + b'\left(V'^s_{im}\right) \right]$$

gdzie:

- γ^s_{im} – liczba kursów środków transportowych s-tego typu załadowanych (tzn. pełnych) z miejscowości i do miejscowości m, w odróżnieniu od kursów powrotnych (tzn. przejazdów próżnych) z miejscowości m do miejscowości; oczywiście, w tym przypadku liczby przejazdów pełnych i próżnych są sobie równe;

- $b\left(V_{im}^{s}\right)$ – koszt związany z pokonaniem odległości jednostkowej z prędkością V_{im}^{s} przez jednostką transportową s-tego typu od i-tego punktu nadania do m-tego punktu odbioru (przejazdu „pełnego");
- $b'\left(V'^{s}_{im}\right)$ – koszt związany z pokonaniem odległości jednostkowej z prędkością V'^{s}_{im} przez jednostką transportową s-tego typu od m-tego punktu rozładunku do i-tego punktu załadunku (przejazdu „pustego").

Drugi składnik określający wielkość nakładów finansowych wynikających z zastosowania do przewozu środków transportowych s-tego typu w ilości N_{im}^{s} w relacji przewozu (i,m) ma postać:

$$N_{im}^{s} \cdot \beta^{s} \cdot T_{im}.$$

Ostatni składnik kosztów – koszt utrzymania zapasów (przewożonego ładunku) w transporcie, będący odpowiednikiem kosztu utrzymania zapasów w toku produkcji – wynika z oprocentowania środków obrotowych, którymi w procesie transportowym są przewożone dobra.

Średni zapas przewożonych dóbr w transporcie jest równy:

$$\frac{Q_{im}^{r}}{T_{im}} \cdot \left(\frac{d_{im}}{V_{im}^{s}} + \Delta_{i}^{s} \right).$$

Oznaczając przez C^{r} cenę jednostki dobra r-tego typu, a przez ρ^{r} „oprocentowanie" środków obrotowych, otrzymamy trzeci składnik funkcji kosztów o postaci:

$$\rho^{r} \cdot C^{r} \cdot Q_{im}^{r} \cdot \left(\frac{d_{im}}{V_{im}^{s}} + \Delta_{i}^{s} \right).$$

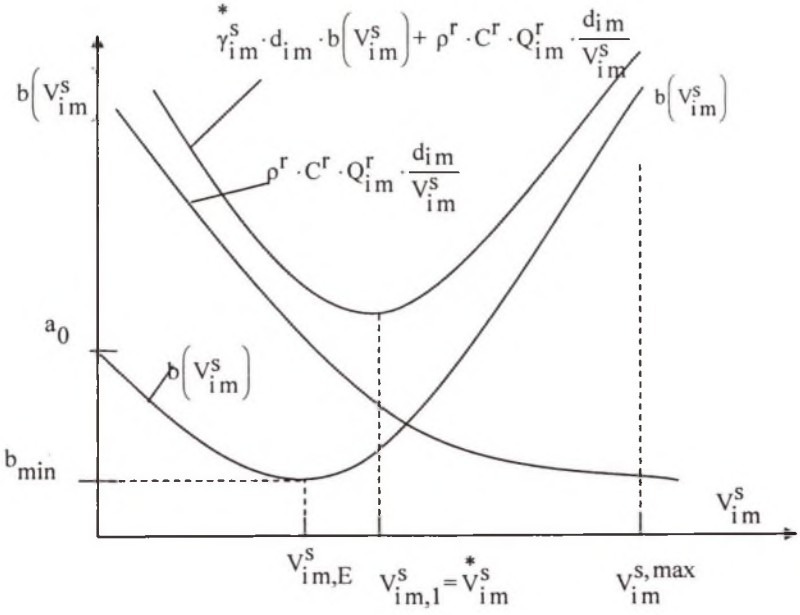
W końcowym efekcie funkcja kosztów F_{im}^{s}, określająca koszt wykonania zadania (tj. koszt transportu towaru na trasie (i,m) s-tym typem środka transportowego) i spełniająca rolę funkcji-kryterium oceny sposobu realizacji zadania dla danego s-tego typu środka transportowego i określonego r-tego rodzaju ładunku, na połączeniu (i, m) będzie miała postać:

$$F_{im}^{s} = \gamma_{im}^{s} \cdot d_{im} \left[b\left(V_{im}^{s}\right) + b'\left(V'^{s}_{im}\right) \right] + N_{im}^{s} \cdot \beta^{s} \cdot T_{im} + \rho^{r} \cdot C^{r} \cdot Q_{im}^{r} \cdot \left(\frac{d_{im}}{V_{im}^{s}} + \Delta_{i}^{s} \right)$$

Na rys. 1 przedstawiono poszczególne składniki funkcji kryterium w funkcji prędkości przemieszczania się środka transportowego. Jeżeli wielkość $\overset{*}{V}{}_{im}^{s}$ nazwiemy ekonomiczną prędkością, transportu, tj. prędkością, przy której koszty transportu są minimalne, to jest ona zawsze większa od ekonomicznej prędkości poruszania się środka transportowego, określonej wyłącznie z punktu widzenia technicznego zużycia środka transportu.

5. IMPLEMENTACJA KOMPUTEROWA METODY ROZWIĄZANIA

Na potrzeby rozwiązania powyższego zadania stworzono program komputerowy. Program ten oblicza najmniejszy koszt obsługi danego regionu, jednocześnie minimalizując liczbę środków transportowych potrzebnych do wykonania zadania. Rozwiązuje jednocześnie kilka możliwych wariantów wykorzystania z różnych środków transportowych na różnych trasach. Baza danych powinna zawierać wszystkie niezbędne informacje potrzebne do rozwiązania wcześniej sformułowanego zadania.



Rys. 1. Wykres zależności $b\left(V^s_{im}\right)$ i wzajemne położenie wielkości $V^s_{im,E}$, V^{s*}_{im}, $V^{s,max}_{im}$ na osi V^s_{im}

Fig. 1. Diagram of dependencies $b\left(V^s_{im}\right)$ and reciprocal positioning of $V^s_{im,E}$, V^{s*}_{im}, $V^{s,max}_{im}$ on the axis V^s_{im}

Do wykonania obliczeń wygodne jest umieszczenie danych w postaci trzech tablic.

	q	Vmax	Beta	bmax	bmin	VE	b'max	b'min	V'E	L.max
1	3	70	15	65	25	65	30	15	55	15
2	6	60	10	55	20	45	20	10	50	12
3	4	60	20	60	20	55	30	10	50	20

Parametry relacji:

	Q	d	T
1	120	80	24
2	150	100	24
3	80	70	24

Liczba relacji: 3

Liczba typów pojazdów: 3

Edycja Obliczenia

	C	Ro	Delta
1,1	500000	0,0005	2
1,2	500000	0,0005	1
1,3	500000	0,0005	2
2,1	500000	0,0005	2
2,2	500000	0,0005	1
2,3	500000	0,0005	2
3,1	500000	0,0005	2
3,2	500000	0,0005	1
3,3	500000	0,0005	2

Rys. 2. Interfejs wejścia
Fig. 2. Output interface

W lewym górnym rogu tablicy (rys. 2) zamieszczono charakterystyki dysponowanych środków transportowych, w lewym dolnym wielkości charakteryzujące dostawców, natomiast z prawej strony zamieszczono wielkości charakteryzujące przewożone dobra oraz postój w każdym punkcie nadania ładunku.

Również wynik rozwiązania został przedstawiony w postaci tablicy (rys. 3). Jednocześnie kolorem czerwonym zaznaczono najgorszą organizację przewozów, natomiast na niebiesko oznaczono najlepszą (ze względu na koszt i stosowane środki transportowe).

Wyniki: Suma F* (max): 324 516,78 Suma F* (min): 138 991,00

	F*	Gamma*	y*	N*	Nost	V* [km/h]	V'* [km/h]	Tau* [h]
1,1	27 160,55	14	4	4	2	51,00	65,00	5,10
1,2	46 909,17	11	6	2	1	60,00	60,00	3,00
1,3	19 361,87	10	5	2	0	61,00	70,00	3,84
2,1	74 470,00	15	8	2	1	70,00	70,00	3,00
2,2	26 107,22	12	6	2	0	46,00	50,00	3,92
2,3	22 423,44	10	5	2	0	61,00	70,00	4,15
3,1	56 467,61	18	4	5	3	51,00	65,00	5,50
3,2	43 609,53	14	4	4	2	46,00	50,00	5,17
3,3	37 464,90	12	6	2	0	61,00	70,00	4,07

Rys. 3. Wynik w postaci tablicy
Fig. 3. Result in the form of a table

Na rysunku 3 przez F^* oznaczono koszt przewozu dobra określonym typem środków (pierwsza liczba w pierwszej kolumnie), przez $Gamma^*$ - liczbę koniecznych środków transportowych do wykonania zadania, przez y^* - liczbę kolumn, N^* - liczbę środków transportowych w jednej kolumnie, Nost - liczbę środków w ostatniej kolumnie, Tau^* - czas trwania jednego kursu. Pozostałe wielkości mają ustaloną wcześniej interpretację.

PODSUMOWANIE

Powyżej przedstawione podejście umożliwia wyznaczenie optymalnych, w sensie kosztów, typów środków transportowych stosowanych do realizacji określonych zadań transportowych. Umożliwia ono także sformułowanie zadania optymalizacyjnego doboru określonych typów środków transportowych do realizacji określonych zadań transportowych dla przypadku ograniczonej (dysponowanej) liczby środków transportowych.

Literatura

1. Korzan B.: Elementy teorii grafów i sieci. WNT,Warszawa 1978.
2. Kubicki J., Kuriata A.: Problemy logistyczne w modelowaniu systemów transportowych. WKŁ,Warszawa 2000.
3. Piasecki S.: Optymalizacja systemów przewozowych. WKŁ,Warszawa 1973.

Abstract

This paper presents formalization of transport needs, formalization of characteristics transport network and characteristics of unit's transport. The formulization of the optimization problem with minimalization costs is described.