ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2004
Seria: TRANSPORT z. 52 Nr kol. 1621

Marek MALARSKI[1]

ROTACJA SAMOLOTÓW JAKO ZADANIE SZEREGOWANIA Z ALGORYTMEM PODZIAŁU

Streszczenie. Podstawowym elementem cyklu eksploatacyjnego samolotów przynoszącym bezpośredni dochód firmie lotniczej jest rejs lotniczy. Rejs lotniczy nie jest jednak operacją podlegającą procesowi harmonogramowania. Bardziej odpowiada tu pojęcie rotacji. Rotacja samolotu jest to przypisanie konkretnego egzemplarza samolotu do konkretnego numeru rejsu. Wyznaczanie rotacji samolotów jest częścią zadania układania planu lotów. Opracowany algorytm suboptymalnego podziału zbioru rejsów pomiędzy samoloty przetestowano numerycznie.

AIRCRAFT ROTATION AS A SCHEDULING PROBLEM WITCH DIVISION ALGORITHM

Summary. The basic element of the aircraft exploitation cycle, which generates direct income for the airline, is a flight. However, the flight is not an operation which is subject to scheduling; the concept of rotation is better suited to that purpose. The aircraft rotation means the assignment of the particular aircraft to the particular flight number. The aircraft rotation problem is a part of the flight scheduling problem. The algorithm for finding suboptimal flight set was implemented numerically and tested.

1. PLANOWANIE ROTACJI W PRZEDSIĘBIORSTWIE LOTNICZYM

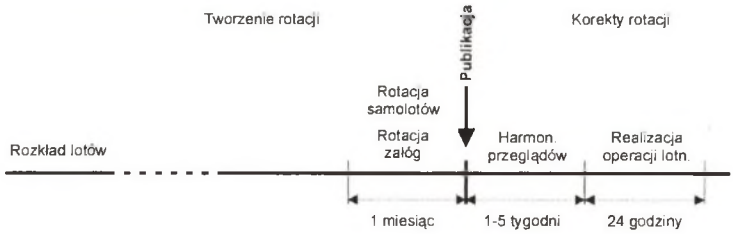
Przyporządkowanie posiadanych samolotów (oraz załóg lotniczych) do poszczególnych rejsów (numerów lotów) nazywamy rotacją. Procedura przygotowania rotacji obejmuje dwa etapy. Pierwszym krokiem jest ustalenie planu lotów, będącego podstawą wyznaczania rotacji. Plan zawiera informacje o wszystkich rejsach lotniczych przewidywanych do wykonania w danym czasie (tzw. sezonie lotniczym). W drugim etapie następuje przyporządkowanie samolotów dostępnych we flocie do zaplanowanych lotów. Rotacja powinna spełniać szereg kryteriów. Podobnie jak plan lotów, również rotacja samolotów jest wyznaczana na określony czas. Planowanie rotacji jest uwarunkowane czasowo (rys. 1). W większości przypadków rotacja samolotów jest publikowana pod koniec każdego miesiąca – na kolejny miesiąc kalendarzowy.

[1] Wydział Transportu, Politechnika Warszawska, ul. Koszykowa 75, 00-662 Warszawa, tel/fax (+48 22) 660 7339, mma@it.pw.edu.pl

2. KRYTERIA WYZNACZANIA ROTACJI

Kryteria (ograniczenia) mające wpływ na rotację samolotów dzielą się na techniczne, eksploatacyjne i czasowe.

Kryteria techniczne określają liczbę dostępnych samolotów we flocie: inwentarzową (liczbę samolotów będącą w dyspozycji linii lotniczej) oraz w efektywnej eksploatacji (wyrażoną przez nalot oferowany przez pion techniczny na poszczególne samoloty w poszczególnych miesiącach danego sezonu obliczeniowego/lotniczego).



Rys. 1. Umiejscowienie wyznaczania rotacji na osi czasu
Fig. 1. Time axel with chosen rotation problem

Kryteria eksploatacyjne. Wszystkie samoloty w przedsiębiorstwie lotniczym (linii lotniczej) podlegają stałej obsłudze technicznej. Wyróżniamy dwie kategorie obsługi:

- obsługa przedstartowa – obejmująca kontrolę podstawowych elementów samolotu (struktura nośna, silniki, paliwo/płyny) oraz sprzątanie kabin pasażerskich i uzupełnienie produktów spożywczych,
- przeglądy techniczne – dla każdego typu samolotu ustalany jest harmonogram przeglądów technicznych.

Wyróżniamy cztery podstawowe typy przeglądów:

- przegląd typu A – wykonywany co 250-500 godzin lotu. Czas trwania od 12 do 24 godzin,
- przegląd typu B – wykonywany średnio co 750 godzin lotu, trwa około 24 godzin,
- przegląd typu C – wykonywany raz na rok, czas trwania – ok. dwa tygodnie,
- przegląd typu D – wykonywany co 6 do 7 lat, obejmuje całkowity remont samolotu i trwa ok. 6 tygodni.

Z punktu widzenia rotacji samolotów, wymienione typy obsługi technicznej tworzą dwie kategorie. Przeglądy główne – typu C i D – są planowane w cyklu rocznym lub sezonowym. Ponieważ rotacja samolotów jest układana w cyklu miesięcznym, przeglądy te są traktowane jak stałe elementy planu lotów. Przeglądy typu A i B nie są planowane przed rozpoczęciem wyznaczania rotacji. Z tego powodu, podczas jej tworzenia należy każdorazowo brać pod uwagę nalot (liczbę godzin spędzonych w powietrzu) każdego samolotu i odpowiednio wyznaczyć czas na przeglądy.

Kryterium czasu obsługi występuje w postaci tzw. parametrów eksploatacyjnych dla każdego typu samolotu i każdego portu lotniczego.

- MIN GST (minimum ground stop time) – minimalny czas postoju samolotu w porcie lotniczym od wylądowania do chwili rozpoczęcia następnego lotu. Jest to czas niezbędny na wykonanie czynności, takich jak zatankowanie, załadunek i rozładunek, catering, sprzątanie itp. (tabl. 1).
- MIN CT (minimum connecting time) – minimalny czas potrzebny pasażerowi na przesiadkę z jednego samolotu do drugiego (czas tranzytu). Fizycznie jest on liczony od momentu otwarcia drzwi w samolocie po wylądowaniu, do momentu zamknięcia drzwi w

kolejnym samolocie przed startem. Przykładowo dla możliwości przepustowych lotniska Okęcie w Warszawie wynosi on około 40 minut.

Tablica 1

Czas GST dla wybranych typów samolotów

Typ samolotu	min GST [minuty]
Boeing 737	60
Boeing 767	90
ATR-72	40-50

3. MODEL SUBOPTYMALNEGO PODZIAŁU REJSÓW POMIĘDZY SAMOLOTY

Model podziału rejsów pomiędzy samoloty i w konsekwencji wyznaczenie suboptymalnych rotacji samolotów bazuje na zapisie tego zadania jako szczególnego zapisu zadania transportowego. Do wyznaczenia rozwiązania wykorzystana została zmodyfikowana metoda wyznaczania rozwiązania dopuszczalnego – metoda minimalnego elementu macierzy. Dla danego parku samolotów opracowany algorytm zapewnia najlepszy możliwy podział zbioru rejsów *REJSY* (1) pomiędzy poszczególne samoloty SAM_i^{st} ze zbioru *TYPY* (2, 3)

$$REJSY = \{REJS_j\} \qquad \text{dla } j = 1, 2, \ldots, J \tag{1}$$

$$TYPY = \{TYP^{st}\} \qquad \text{dla } st = 1, 2, \ldots, ST \tag{2}$$

$$TYP^{st} = \{SAM_i^{st}\} \qquad \text{dla } i = 1, 2, \ldots, I \tag{3}$$

gdzie: j – indeks rejsu,
st – indeks typu samolotu,
i – indeks egzemplarza samolotu danego typu.

W rezultacie wyznaczane jest najlepsze możliwe przyporządkowanie każdego egzemplarza samolotu (i) każdego typu (st) do każdego rejsu (j).

Danymi wejściowymi dla algorytmu są:

- zoptymalizowana wcześniej struktura zbioru *REJSY*,
- początkowe liczności samolotów każdego typu S^{st0}, $st = 1,\ldots, ST$,
- czas planowania rotacji T (tydzień, miesiąc, sezon lotniczy, rok),
- dopuszczalność wykonania kolejnego rejsu $r_i^{st}(t^q)$ rozpoczynającego się w chwili t^q przez samolot SAM_i^{st} dla wszystkich samolotów

$$r_i^{st}(t^q) = \begin{cases} 1 - \text{wykonanie kolejnego rejsu w chwili } t \text{ jest dopuszczalne} \\ 0 - \text{wykonanie kolejnego rejsu jest niedopuszczalne} \end{cases} \qquad \text{dla } st = 1,\ldots, ST;\ i = 1, \ldots, I$$

- czas wykonania każdego rejsu rozpoczynającego się w chwili t^q przez każdy typ samolotu $k(REJS_j, TYP^{st}, t^q)$ dla $j = 1,\ldots, J$, $st = 1,\ldots, ST$,

W algorytmie wykorzystano zasadę „maksymalnego elementu macierzy", rozwinięcie metody kąta pn.-zach. dla zagadnienia transportowego. Optymalizacja całkowitoliczbowego podziału zbioru zadań ma charakter procesu wielokrokowego. Zadanie optymalnego podziału rozwiązuje się, operując czasami wykonania całego rejsu (kilku kolejnych odcinków lotu

oznaczonych tym samym numerem). Przyjęto, że czas wykonania rejsu $k\left(REJS_j, TYP^{st}, t^q\right)$ wyraża się zależnością

$$k\left(REJS_j, TYP^{st}, t^q\right) = k\left(REJS_j, SAM_i^{st}\right) = C_{ji}\left(t^q\right) = \tau_{ji} + \tau_j^{\text{dolot}}\left(t^q\right) + \tau_j^{GST} \tag{4}$$

gdzie: C_{ji} - efektywny czas wykonania rejsu j przez samolot i,
τ_{ji} - czas wykonania rejsu j przez samolot i,
$\tau_j^{\text{dolot}}\left(t^q\right)$ - czas dolotu z lotniska aktualnego przebywania do lotniska początku rejsu j rozpoczynającego się w chwili t^q,
τ_j^{GST} - minimalny czas postoju samolotu na lotnisku startu do rejsu j.

Wprowadzamy więc macierz czasów $\boldsymbol{C}(t^q)$ wykonania rejsów

$$\boldsymbol{C}\left(t^q\right) = \begin{Vmatrix} C_{11}\left(t^q\right) & C_{12}\left(t^q\right) & \dots & C_{1I}\left(t^q\right) \\ \vdots & \vdots & C_{ji}\left(t^q\right) & \vdots \\ C_{J1}\left(t^q\right) & C_{J2}\left(t^q\right) & \dots & C_{JI}\left(t^q\right) \end{Vmatrix} \tag{5}$$

gdzie: $C_{ji}\left(t^q\right)$ - czas wykonania rejsu j zaczynającego się w chwili t^q przez samolot i zdefiniowany równaniem (4).

Wprowadzamy także drugą macierz (na początku obliczeń wyzerowaną) $\boldsymbol{C}^f(t^q)$, której elementy, po przydziale rejsów samolotom, będą zapełnione faktycznymi wartościami czasów wykonania wszystkich lotów ze zbioru *REJSY*

$$\boldsymbol{C}^f\left(t^q\right) = \begin{Vmatrix} C_{11}^f\left(t^q\right) & C_{12}^f\left(t^q\right) & \dots & C_{1I}^f\left(t^q\right) \\ \vdots & \vdots & C_{ji}^f\left(t^q\right) & \vdots \\ C_{J1}^f\left(t^q\right) & C_{J2}^f\left(t^q\right) & \dots & C_{JI}^f\left(t^q\right) \end{Vmatrix} \tag{6}$$

Wybór realizacji rejsów w rotacji zapisujemy w macierzy stanu rotacji

$$\boldsymbol{X}\left(t^q\right) = \begin{Vmatrix} x_{11}^f\left(t^q\right) & x_{12}^f\left(t^q\right) & & x_{1I}^f\left(t^q\right) \\ \vdots & \vdots & x_{ji}^f\left(t^q\right) & \vdots \\ x_{J1}^f\left(t^q\right) & x_{J2}^f\left(t^q\right) & & x_{JI}^f\left(t^q\right) \end{Vmatrix} \tag{7}$$

Współrzędne macierzy $\boldsymbol{X}\left(t^q\right)$ zapisują wybór rejsu do rotacji samolotu

$$x_{ji}\left(t^q\right) = \begin{cases} 1 - \text{po kroku iteracyjnym } q \text{ rejs } j \text{ należy do rotacji samolotu } i \\ 0 - \text{po kroku iteracyjnym } q \text{ rejs } j \text{ nie należy do rotacji samolotu } i \end{cases} \tag{8}$$

W metodzie wprowadzamy pojęcie **nalotu dysponowanego** każdego samolotu SAM_i^{st} $\boldsymbol{R}^{st}\left(t^q\right) = \left\langle R_1^{st}\left(t^q\right), R_2^{st}\left(t^q\right), \dots, R_i^{st}\left(t^q\right), \dots, R_I^{st}\left(t^q\right)\right\rangle$ dla typu st = 1, ...,ST. Nalot dysponowany $R_i^{st}\left(t^q\right)$ na danym etapie *(q)* algorytmu określa sumaryczny czas lotów samolotu, które mogą być wykonane przez samolot SAM_i^{st} w czasie pozostałym do końca planowania rotacji

$$R_i\left(t^q\right)=\begin{cases} r_i^{st}\left(t^q\right)\cdot\left(T-t^q\right) & \text{- dla } r_i^{st}\left(t^q\right)\cdot\left(T-t^q\right)\le R_i^{AB}\left(t^q\right) \\ R_i^{AB}\left(t^q\right) & \text{- dla } r_i^{st}\left(t^q\right)\cdot\left(T-t^q\right)> R_i^{AB}\left(t^q\right) \end{cases} \tag{9}$$

gdzie: $R_i^{AB}\left(t^q\right)$ - nalot (w chwili t^q) do najbliższego przeglądu typu A lub B,

$r_i^{st}\left(t^q\right)$ - zmienna dopuszczalności wykonania kolejnego rejsu (w chwili t^q) przez samolot SAM_i^{st},

T - czas planowania rotacji.

Dodatkowo wprowadzamy zmienną stanu rotacji xr_i^q

$$xr_i^q=\begin{cases} 1 - dla\ R_i\left(t^q\right)>0 \\ 0 - dla\ R_i\left(t^q\right)=0 \end{cases} \tag{10}$$

W momencie startu algorytmu ($t = 0$, $q = 0$) nalot dysponowany samolotu SAM_i^{st} wynosi $R_i(0)$

$$R_i(0)=R_i^0=\begin{cases} T & \text{- dla } T<R_i^{AB0} \\ R_i^{AB0} & \text{- dla } T\ge R_i^{AB0} \end{cases} \tag{11}$$

gdzie: R_i^{AB0} - początkowy nalot samolotu SAM_i^{st} do planowego przeglądu typu A lub B.

4. ALGORYTM OBLICZENIOWY

W każdej kolumnie macierzy (5) w kolejnym kroku iteracji q wyznaczamy element minimalny

$$C_j^{\min}\left(t^q\right)=\min_i C_{ji}\left(t^q\right) \quad \text{dla} \quad j=1,\ldots,J \tag{12}$$

Wiersz elementów minimalnych (12) dla wszystkich $j = 1,\ldots, J$ przedstawia minimalne czasy wykonania wszystkich rejsów. Jednocześnie określane są również samoloty, zapewniające spełnienie warunku (12).

W wierszu (12) wyznaczamy element minimalny (13), odpowiadający mu numer (indeks) rejsu $\bar{j}$, a także numer (indeks) samolotu $i\left(\bar{j}\right)$, dla którego spełniony jest warunek

$$C_j^{\min,\min}\left(t^q\right)=\min_j C_j^{\min}\left(t^q\right) \tag{13}$$

Znaleziona para $\left(\bar{j},i\left(\bar{j}\right)\right)$ jest najlepszym rozwiązaniem w kroku q procesu obliczeniowego. Rozwiązanie to oznacza wykorzystanie jednego lotu samolotu $i\left(\bar{j}\right)$ dla wykonania rejsu $\bar{j}$. Efektywny czas lotu samolotu $c_{\bar{j},i(\bar{j})}$ dla tego rozwiązania zapisuje się w odpowiadającą komórkę macierzy $C^f(t^q)$ (6). Modyfikuje się kolumnę $\bar{j}$ macierzy $C(t^q)$ (5). Element $C_{\bar{j},i(\bar{j})}\left(t^q\right)$ pomniejsza się o wielkość "wykorzystanego" czasu nalotu $c_{\bar{j},i(\bar{j})}$

$$C_{\bar{j},i(\bar{j})}\left(t^{q+1}\right)=C_{\bar{j},i(\bar{j})}\left(t^{q}\right)-c_{\bar{j},i(\bar{j})} \tag{14}$$

Pozostałe elementy kolumny $\bar{j}$ macierzy (5) zmniejsza się o wielkość czasu nalotu samolotu $c_{\bar{j},i(\bar{j})}$ analogicznie do (14).

W czasie analizy nalot dysponowany samolotów $R_i(t)$ zmniejsza się wraz ze zmniejszaniem się czasu do końca okresu analizy. Zmniejsza się również liczba samolotów pozostałych do uwzględnienia w rotacji $S^{st}(t^q)$.

Nalot w chwili t^q do najbliższego przeglądu typu A lub B równy jest $R_i^{AB}\left(t^q\right)$

$$R_i^{AB}\left(t^q\right)=R_i^{AB0}-\sum_{j\left(x_{ji}^{f}\left(t^q\right)=1\right)}\left(\tau_{ji}+\tau_j^{dolot}\left(t^q\right)\right) \tag{15}$$

Nalot dysponowany samolotu SAM_i^{st} po kroku q iteracyjnego procesu obliczeniowego (na każdym kroku rozpatruje się jeden rejs samolotu) jest równy $R_i(t^q)$

$$R_i\left(t^{q+1}\right)=\begin{cases} r_i^{st}\left(t^{q+1}\right)\cdot\left(T-t^{q+1}\right) & -dla\ r_i^{st}\left(t^{q+1}\right)\cdot\left(T-t^{q+1}\right)<R_i^{AB}\left(t^q\right) \\ R_i^{AB}\left(t^q\right) & -dla\ r_i^{st}\left(t^{q+1}\right)\cdot\left(T-t^{q+1}\right)\geq R_i^{AB}\left(t^q\right) \end{cases} \tag{16}$$

Liczba samolotów typu TYP^{st}, pozostałych do uwzględnienia w rotacji w chwili t^q jest równa $S^{st}(t^q)$

$$S^{st}\left(t^q\right)=\begin{cases} S^{st0} & -\text{dla}\ S^{st0}<\sum_{i=1}^{I}x_i^q \\ \sum_{i=1}^{I}x_i^q & -\text{dla}\ S^{st0}\geq\sum_{i=1}^{I}x_i^q \end{cases} \tag{17}$$

Sprawdza się wartość nalotu dysponowanego dla wszystkich samolotów po tym kroku procesu obliczeniowego

$$\sum_{i=1}^{I}R_i\left(t^q\right)\leq\sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{I}C_{ji} \tag{18}$$

Jeśli dla jakiegoś samolotu nalot dysponowany $R_i\left(t^q\right)$ jest wyczerpany, to dany samolot zostaje wyłączony z dalszego rozpatrywania.

Sprawdza się również warunek wykonania wszystkich lotów ze zbioru *REJSY*

$$\sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{I}x_{ji}^{f}=J \tag{19}$$

Wykonanie wszystkich rejsów zapewnione jest przez wymaganą liczbą samolotów, która jest jednym z parametrów optymalizacji. Jeśli wszystkie rejsy są wykonane, to proces podziału uważa się za zakończony. Jeśli warunki (18) i (19) nie są spełnione (nie wszystkie rejsy zostały wykonane i nalot dysponowany samolotów nie jest wyczerpany), należy zmodyfikować macierz (5), wrócić do początku algorytmu i analogicznie przeprowadzić wybór rozwiązania w następnych krokach.

Zakończenie procesu podziału zachodzi albo w przypadku spełnienia warunku (19) (wszystkie loty $REJS_j \in REJSY$ zostały wykonane przez samoloty SAM_i^{st} ze zbioru $TYPY$), lub w przypadku spełnienia warunku (18) (wyczerpany został nalot dysponowany samolotów wszystkich st typów zbioru $TYPY$). W drugim przypadku należy przeprowadzić ponownie obliczenia dla zmodyfikowanej liczby samolotów każdego typu $S^{st}(t^d)$, tak aby wszystkie loty ze zbioru $REJSY$ mogły być wykonane przez samoloty ze zbioru $TYPY$. Po zakończeniu ostatniej iteracji ($t^d = T^Q$) wypełniona macierz $C^d(T^Q)$ przedstawia czasy uzyskanego rozwiązania.

5. IMPLEMENTACJA ALGORYTMU WYZNACZANIA ROTACJI

Utworzony program 'ROTACJA' wylicza liczbę samolotów niezbędną do wykonania planowanych lotów oraz wyznacza ich rotację, tzn. przyporządkowuje je do rejsów. Program testowy został napisany w języku Delphi wersja 7.

Krokiem wstępnym tej wersji oprogramowania algorytmu jest procedura przesortowania rejsów w kolejności ich wykonywania. Do znalezienia najlepszego podziału samolotów do rejsów (suboptymalna rotacja samolotów) wykorzystuje się metodę „*minimalnego elementu wiersza*". Nie trzeba poszukiwać minimum w kolumnie, bo zadania są wstępnie posortowane. Podczas pracy programu sprawdza się, czy samolot, który ma wykonać określony rejs, znajduje się w początkowym punkcie trasy. Jeśli nie, to sprawdza się, ile czasu zajmie mu dolot do lotniska początkowego z tego lotniska, na którym aktualnie się znajduje (wykonanie pustego przelotu). Do czasu wykonania zadania dodaje się więc czas dolotu do lotniska początkowego plus minimalny czas postoju na tym lotnisku (GST), niezbędny na załadunek pasażerów oraz bagażu.

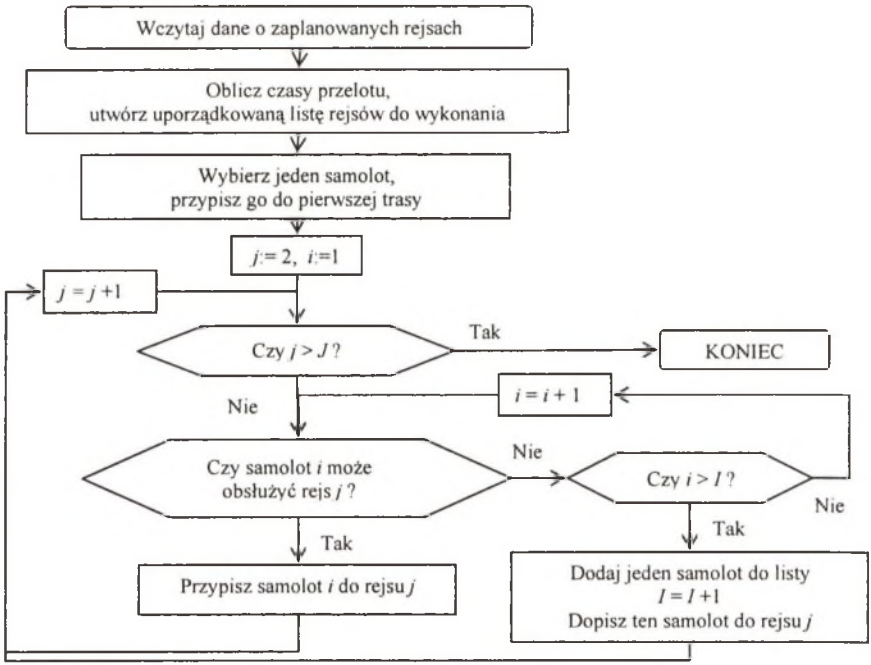
Sprawdza się również, czy konkretny samolot może w tym czasie wykonać dany lot, tzn. czy nie jest w trakcie wykonywania innego rejsu (samolot nie może wykonywać dwóch rejsów jednocześnie). Sprawdza się to, doliczając ewentualny dolot do lotniska początkowego oraz postój. Spośród samolotów, które mogą wykonać określony rejs wybierany jest ten, który wykona je jak najszybciej i znajduje się w kolumnie macierzy o jak najmniejszym numerze. Zatem, rejs jest wykonywany przez ten samolot, który zrobi to jak najszybciej i czeka na zadanie najdłużej (drugi warunek jest istotny w momencie, gdy mamy do dyspozycji kilka samolotów mogących wykonać lot w tym samym czasie).

Aby wykonać wszystkie rejsy przy najmniejszej liczbie samolotów, sprawdzanie rozpoczyna się, przy założeniu że mamy do dyspozycji jeden samolot. Jeśli w pewnym momencie sprawdzania możliwości wykonania rejsu okaże się, że żaden z dotychczas używanych samolotów nie może wykonać danego rejsu, dodaje się nowy samolot do zbioru TYP^{st}. Po zakończeniu algorytmu mamy więc wyznaczoną wymaganą liczbę samolotów (rys. 2).

6. WNIOSKI

Celem opracowania było sprawdzenie możliwości wyznaczania suboptymalnej rotacji samolotów nową wersją metody podziału z algorytmem minimalnego elementu tablicy kosztów. Wykonana implementacja komputerowa metody pozwoliła sprawdzić praktyczne uwarunkowania otrzymania zadowalającego (suboptymalnego) rozwiązania dopuszczalnego.

Opracowano nową wersję algorytmu wyznaczania rotacji samolotów (schemat blokowy na rys. 2). Program testowy wyznacza przykładowe rotacje samolotów praktycznie w czasie pomijalnie małym (poniżej 1 s) na komputerze PC o przeciętnych parametrach. Ze względu na swoją strukturę algorytm może zostać łatwo rozbudowany o dodatkowe funkcje.



Rys. 2. Uproszczony schemat blokowy algorytmu wyznaczania rotacji
Fig. 2. Simply block scheme of rotation algorithm

Literatura

1. Airline Information Management Systems, http://aims-inc.com.
2. Malarski M.: Modelowanie procesów ruchu lotniczego dla kontroli i planowania lotów, Prace naukowe Politechniki Warszawskiej, Transport, z.49, Warszawa 2002.
3. Malarski M.: Airplane rotation problems in exploitation cycle, Archives of Transport vol. 14, is. 4, Warszawa 2002, pp. 41-52.

Abstract

The paper defines the aircraft rotation. A model of the suboptimal rotation is provided in the analysis of the exploitation cycle scheduling problem. Then, a scheduling algorithm for finding suboptimal rotation resulting from the problem decomposition is formulated. The presented solution was tested numerically and the partial results are presented in the paper.