ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2004
Seria: TRANSPORT z. 52 Nr kol. 1621

Renata PIĘTKA[1]

ZAGADNIENIE PRZEWOZÓW TERMINOWYCH. SFORMUŁOWANIE ZADANIA OPTYMALIZACYJNEGO, METODA ROZWIĄZANIA

Streszczenie. W poniższym artykule przedstawiony został problem organizacji przewozów pasażerów „od drzwi do drzwi", a w szczególności problem dekompozycji zleceń na przewozy zamknięte, występujący w tym zagadnieniu.

"ON TIME" TRANSPORT PROBLEM. FORMULATING THE OPTYMALIZATION PROBLEM AND SOLUTION METHOD

Summary. This paper presents the „door to door" passenger service problem with time windows and suggests of a method decomposition of transportation requests.

1. WPROWADZENIE

Przewozy pasażerów „od drzwi do drzwi" są jednym z typów przewozów terminowych, przez pojęcie których rozumiemy takie zapotrzebowania na przewóz, dla których określone są terminy rozpoczęcia lub zakończenia przewozu.

W szczególności takim typem przewozów są wysoce subsydiowane systemy przewozu osób starszych i niepełnosprawnych. Polegają one na zabraniu pasażerów z konkretnego miejsca o konkretnej godzinie („od drzwi") i przewiezieniu ich w konkretne miejsce przeznaczenia, na konkretną godzinę („do drzwi"). Ze względu na fakt dofinansowywania tego typu przewozów, istotne staje się zapewnienie prawidłowej organizacji przewozów, pozwalającej minimalizować koszty przewozów, przy jednoczesnym minimalizowaniu niewygody pasażerów.

2. CHARAKTERYSTYKA PROBLEMU

Niech zbiór $\boldsymbol{Z}=\{z: z\in\mathcal{N}\}$ będzie zbiorem kolejnych numerów nadawanych zleceniom przewozu.

Każde zlecenie przewozu $z\in\boldsymbol{Z}$ określone jest przez:

- zbiór $\boldsymbol{Z}^{+}(z)$ punktów, zwanych dalej punktami początkowymi, określających zbiór miejsc, z których należy zabrać pasażerów;
- zbiór $\boldsymbol{Z}^{-}(z)$ punktów, zwanych dalej punktami końcowymi, do których należy dowieźć pasażerów;
- liczbę pasażerów do przewiezienia w z-tym zleceniu $\overline{q}\,(z)\in\mathcal{N}\cup\{0\}$;

[1] Politechnika Warszawska Wydział Transportu Studium Doktoranckie pietkar@gazeta.pl

- określony pożądany moment dojazdu do punktu przeznaczenia $\overline{T_i^{pr}}$ dla $i \in Z^-(z)$ lub pożądany moment rozpoczęcia obsługi $\overline{T_i^{ro}}$ dla $i \in Z^+(z)$.

Liczba pasażerów $\overline{q}(z)$ przewożonych w każdym zleceniu wyrażona jest następującym zapisem: $\overline{q}(z) = \sum_{i \in Z^+(z)} q_i = -\sum_{i \in Z^-(z)} -q_i$, tj. dodatnie wartości dla pasażerów wsiadających i ujemne wartości dla pasażerów wysiadających.

Niech $Z^+ = \bigcup_{z \in Z} Z^+(z)$ oznacza zbiór wszystkich punktów początkowych, a $Z^- = \bigcup_{z \in Z} Z^-(z)$ zbiór wszystkich punktów końcowych.

W przewozach „od drzwi do drzwi" wyróżnić możemy trzy rodzaje zleceń przewozów:

- zlecenia indywidualne - charakteryzujące się koniecznością wykonywania przewozów bezpośrednio z pojedynczego punktu początkowego do pojedynczego punktu końcowego, dla których $\overline{\overline{Z^+(z)}} = \overline{\overline{Z^-(z)}} = 1$ (moc zbioru punktów początkowych jest taka sama jak moc zbioru punktów końcowych i równa się 1);
- zlecenia ogólnodostępne - czyli przewozy, które mogą być łączone do pełnej ładowności pojazdu ($\overline{\overline{Z^+(z)}} = \overline{\overline{Z^-(z)}} = 1$);
- oraz zlecenia na przewozy zamknięte - przewozy dotyczące przewozu określonej grupy pasażerów (np. uczniów) lub przewozów po określonej trasie ($\overline{\overline{Z^+(z)}} > 1$ i $\overline{\overline{Z^-(z)}} = 1$ lub $\overline{\overline{Z^+(z)}} = 1$ i $\overline{\overline{Z^-(z)}} > 1$).

Dodatkowo ważną charakterystyką przedstawianego problemu jest sposób, w jaki zlecenia przewozu stają się dostępne. W artykule przedstawiono sytuacje statyczne, w których wszystkie zlecenia są znane przed przystąpieniem do konstruowania tras.

Definiujemy bazę transportową jako miejsce, gdzie pojazdy rozpoczynają i kończą kurs (definicja poniżej) i oznaczamy przez 0. Okres pracy bazy określony jest oknem czasowym $[a_0, b_0]$, gdzie a_0 oznacza godzinę otwarcia bazy, a b_0 godzinę jej zamknięcia.

Strukturę sieci połączeń przedstawiamy za pomocą grafu $G = \langle \mathbf{W}, \mathbf{L} \rangle$, gdzie $W = Z^+ \cup Z^- \cup \{0\}$, a L jest zbiorem krawędzi, tzn. relacją określoną na iloczynie $W \times W$, tj. $L \subset W \times W$. Każda para wierzchołków $\langle i, j \rangle \in L$ odpowiada najkrótszej drodze między wyróżnionymi wierzchołkami i oraz j.

Niech $\bigwedge_{\langle i,j \rangle \in L} d_{i,j}$ oznacza odległość przejazdu, a $t_{i,j}$ czas przejazdu między i oraz j. Czas potrzebny do obsługi pasażera (wsiadanie lub wysiadanie) w wierzchołku i oznaczamy o_i.

Załóżmy, że w bazie znajduje się α typów pojazdów. Oznaczamy każdy typ pojazdu numerami od 1 do α tworząc zbiór $A = \{1, \dots, a, \dots, \alpha\}$ numerów typów pojazdów. Każdy pojazd typu a charakteryzuje się pojemnością $Q^a \in \mathcal{N} \cup \{0\}$, kosztem związany z wykorzystaniem do przewozów równym η^a oraz ustalonym kosztem c^a na jednostkę przebytej przez pojazd odległości.

Niech zbiór $P(a) = \{1, \dots, L(a)\}$ określa zbiór numerów pojazdów typu a, przy czym $L(a)$ określa liczbę pojazdów typu a. Niech $P = \bigcup_{a \in A} P(a)$ będzie zbiorem numerów wszystkich dostępnych pojazdów.

Definicja 1.1. n-tym kursem p-tego pojazdu $K_n^p=\langle \mathbf{0},\ i_1^{p,n},\ j_2^{p,n},\dots,\ l_{s-1}^{p,n},\ k_s^{p,n},\ \mathbf{0}\rangle$, gdzie:

- p – numer pojazdu $p\in \boldsymbol{P}$;
- $\mathbf{0}$ – baza (wierzchołek początkowy i końcowy kursu);
- s – liczba wierzchołków, do których przybywa pojazd p podczas kursu K_n^p (określa kolejność wierzchołków podczas kursu K_n^p);
- i, j, l, k - numery wierzchołków, do których przybywa pojazd p;
- $i, j, l, k \in \boldsymbol{W}\setminus\{\mathbf{0}\}$;

nazywamy ciąg poszczególnych wierzchołków należących do $\boldsymbol{W}\setminus\{\mathbf{0}\}$, w kolejności przybywania do nich pojazdu p, od momentu wyjazdu z bazy do momentu powrotu do bazy spełniający następujące założenia:

- kurs rozpoczyna się i kończy w bazie;
- jeżeli w czasie kursu pojazd przybywa do wierzchołka ze zbioru $\boldsymbol{Z}^+(z)$, musi przybyć również do odpowiadającego mu wierzchołka ze zbioru $\boldsymbol{Z}^-(z)$ dla każdego $z\in\boldsymbol{Z}$;
- do wierzchołków ze zbioru $\boldsymbol{Z}^+(z)$ pojazd musi zawsze przybyć przed odpowiadającymi im wierzchołkami ze zbioru $\boldsymbol{Z}^-(z)$ dla każdego $z\in\boldsymbol{Z}$;
- pojazd przybywa do danego wierzchołka dokładnie raz;
- pojazd rozpoczyna i kończy kurs próżny.

Definicja 1.2. Trasą $\mathbf{Y}^p$ p – tego pojazdu nazywamy ciąg kursów, które mogą być kolejno realizowane przez p-ty pojazd.

$\mathbf{Y}^p=\langle K_1^p,\ K_2^p,\dots,K_n^p,\dots,K_l^p\ \rangle$ gdzie:

- l – liczba kursów p-tego pojazdu $l\geq 0$; przypadek $l=0$ oznacza trasę pustą, tzn. niewykorzystanie do przewozów p-tego pojazdu;
- K_n^p - n-ty kurs p-tego pojazdu;

spełniający następujące założenie:

- żadne dwa kursy trasy nie mają (oprócz bazy) wspólnych wierzchołków;

$\{i_1^{p,g}, j_2^{p,g},\dots, l_{s-1}^{p,g}, k_s^{p,g}\}\cap\{\delta_1^{p,f}, \varepsilon_2^{p,f},\dots, \phi_{h-1}^{p,f}, \gamma_h^{p,f}\}=\varnothing$ dla $g\neq f$ ($g, f=1..l$), $p\in\boldsymbol{P}$.

Definicja 1.3. Planem tras nazywamy układ tras $\mathbf{Y}=\bigcup_{p\in\boldsymbol{P}}\mathbf{Y}^p$.

Definicja 1.4. Układ tras zawierający wszystkie wierzchołki $i\in \boldsymbol{W}\setminus\{\mathbf{0}\}$ taki, że żadne dwie trasy nie zawierają tego samego wierzchołka, nazywamy dopuszczalnym planem tras (**DPT**).

Definicja 1.5. Harmonogramem trasy nazywamy sekwencję par $\langle T_i^{pr}, T_i^{od}\rangle$, gdzie T_i^{pr} jest wyznaczonym momentem przybycia do wierzchołka i, a T_i^{od} jest wyznaczonym momentem odjazdu z wierzchołka i dla każdego $i\in \boldsymbol{W}$.

Zadaniem jest znalezienie takiego planu dopuszczalnego DPT, dla którego funkcja kryterium f(Y) osiągnie minimum.

3. PROBLEM DEKOMPOZYCJI

Znalezienie rozwiązania tego typu problemu jest skomplikowane. Dodatkowym utrudnieniem staje się występowanie „zleceń na przewozy zamknięte”. W zleceniach tego typu mamy sytuację, w której ($\overline{\overline{Z^+(z)}}>1$ i $\overline{\overline{Z^-(z)}}=1$) lub ($\overline{\overline{Z^+(z)}}=1$ i $\overline{\overline{Z^-(z)}}>1$), czyli liczba wierzchołków początkowych (końcowych) jest większa od 1, przy pojedynczym wierzchołku końcowym (początkowym).

Uproszczeniem problemu staje się dekompozycja „zleceń na przewozy zamknięte” na kilka zleceń indywidualnych, charakteryzujących się, jak już wspomniano powyżej, pojedynczym wierzchołkiem początkowym i końcowym oraz bezpośredniością przewozów.

Ze względu na podobieństwo opis problemu dekompozycji ograniczono do opisu dekompozycji zleceń na przewozy zamknięte z pojedynczym punktem końcowym.

Aby przeprowadzić dekompozycję z-tego zlecenia, dla którego $\overline{\overline{Z^+(z)}}>1$ i $\overline{\overline{Z^-(z)}}=1$, należy znaleźć rozwiązanie następującego zagadnienia:

Mamy danych $n=\overline{\overline{Z^+(z)}}$ wierzchołków, które musimy połączyć w trasy pojazdów. Tworzymy zbiór $N=\{1,\ldots,n\}$ numerów wierzchołków. Dla każdego wierzchołka $i\in N$ mamy określony czas obsługi o_i, określoną liczbę q_i pasażerów do zabrania z tego wierzchołka oraz okno czasowe $[a_i, b_i]$, wewnątrz którego należy rozpocząć obsługę w i-tym wierzchołku. Określony jest również czas podróży $t_{i,j}$ oraz odległość $d_{i,j}$ między wierzchołkami i oraz j.

Wierzchołki $\bar{0}$ i $n+1$ reprezentują kolejno bazę początkową i bazę końcową. W naszym przypadku wierzchołek $\bar{0}$ jest wierzchołkiem rozszerzającym strukturę, natomiast wierzchołek n+1 odpowiada wierzchołkowi należącemu do zbioru $Z^-(z)$.

Zachowując notację zastosowaną wcześniej, zakładamy, że mamy do dyspozycji α typów pojazdów. Zbiór $A=\{1,\ldots, a,\ldots, \alpha\}$ oznacza zbiór numerów typów pojazdów. Każdy pojazd typu a charakteryzuje się pojemnością $Q^a\in\mathcal{N}\cup\{0\}$ oraz ustalonym kosztem na jednostkę odległości c^a. Niech zbiór $P(a)=\{1,\ldots,L(a)\}$ określa zbiór numerów pojazdów typu a, przy czym $L(a)$ określa liczbę pojazdów typu a. Niech $P=\bigcup_{a\in A} P(a)$ będzie zbiorem numerów wszystkich dostępnych pojazdów.

Dla sformułowania przedstawionego problemu jako matematycznego zadania optymalizacji wprowadzamy następujące typy zmiennych decyzyjnych

- $$\bigwedge_{p\in P} x^p_{i,j}=\begin{cases}1, & \textit{jeśli wierzchołek } j \textit{ jest obsługiwany bezpośrednio po wierzchołku } i\\ & \textit{przez pojazd } p;\\ 0, & \textit{w przeciwnym razie;}\end{cases}$$

oraz

- T_i - o interpretacji momentu rozpoczęcia obsługi w wierzchołku i, $i\in N$; $T_i>0$.

Jako funkcję kryterium przyjmujemy całkowity koszt wykonania zadania przewozu:

$$(x)=\sum_{p\in P}\sum_{i,j\in N\cup\{0,n+1\}} c^p\cdot d_{i,j}\cdot x^p_{i,j} \tag{2.1}$$

Za pomocą przedstawionej notacji problem formułujemy następująco:
Znaleźć minimum funkcji

$$f(x) = \sum_{p\in P} \sum_{i,j\in N\cup\{0,n+1\}} c^p \cdot d_{i,j} \cdot x^p_{i,j} \to \min \tag{2.2}$$

spełniające ograniczenia:

$$\bigwedge_{i\in N \wedge i\neq j} \sum_{p\in P} \sum_{j\in N\cup\{n+1\}} x^p_{i,j} = 1 \tag{2.3}$$

$$\bigwedge_{p\in P} \sum_{p\in P} x^p_{0,j} = 1 \tag{2.4}$$

$$\bigwedge_{p\in P} \bigwedge_{j\in N} \sum_{i\in N\cup\{0\}} x^p_{i,j} - \sum_{i\in N\cup\{n+1\}} x^p_{j,i} = 1 \tag{2.5}$$

$$\bigwedge_{p\in P} \sum_{i\in N\cup\{0,n+1\}} x^p_{i,n+1} = 1 \tag{2.6}$$

$$\bigwedge_{i\in N} s_i \le T_i \le u_i \tag{2.7}$$

$$\bigwedge_{p\in P} \bigwedge_{i\in N} \bigwedge_{j\in N} T_i + o_i + t_{i,j} - T_j \le (1 - x^p_{i,j})M \tag{2.8}$$

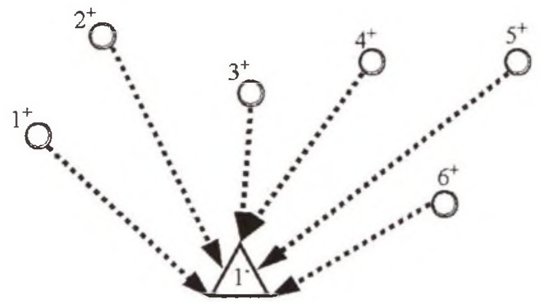
$$\bigwedge_{p\in P} \sum_{i\in N\cup\{0\}} x^p_{i,j} \cdot q_i \le Q^p \tag{2.9}$$

$$\bigwedge_{p\in P} \bigwedge_{i\in N\cup\{0,n+1\}} \bigwedge_{j\in N\cup\{0,n+1\}} x^p_{i,j} \in \{0,1\} \tag{2.10}$$

$$\bigwedge_{i\in N} T_i > 0 \tag{2.11}$$

Ograniczenie (2.3) narzuca przypisanie wierzchołka tylko raz do trasy pojazdu. Ograniczenia (2.4) do (2.6) opisują ruch pojazdu po sieci połączeń. Wynika stąd, że jeżeli pojazd nie jest zadysponowany do obsługi wierzchołków, to przebywa drogę bezpośrednio z bazy początkowej (wierzchołek $\bar{0}$) do bazy końcowej (wierzchołek $n+1$). Ograniczenie (2.7) narzuca okna czasowe, w zakresie których należy rozpocząć obsługę w i-tym wierzchołku, podczas gdy ograniczenie (2.8) narzuca zgodność warunków pomiędzy zmiennymi decyzyjnymi związanymi z trasami pojazdów i zmiennymi decyzyjnymi związanymi z harmonogramem (M - dowolnie duża liczba). Ograniczenie (2.9) zapewnia wykonalność załadunku każdego pojazdu (nieprzekroczenie jego pojemności). (2.10) oraz (2.11) zawierają ograniczenia zakresu wartości zmiennych decyzyjnych.

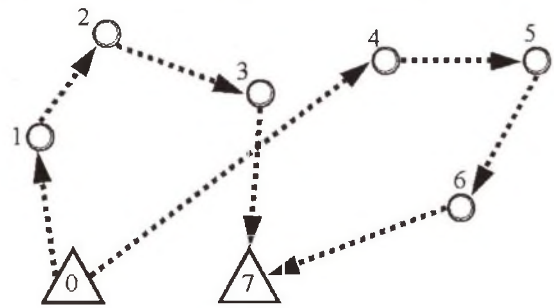
Uproszczony problem dekompozycji można przedstawić w następujących krokach:



Rys. 2.1. Schemat „zlecenia na przewozy zamknięte"
Fig. 2.1. Scheme of „closed transportation request"

Krok 1. Dane jest z-te zlecenie na przewozy grupowe. Dla przykładu (rys.2.1) przyjmijmy:

- $Z^+(z)=\{1^+, 2^+, 3^+, 4^+, 5^+, 6^+\}$;
- $Z^-(z)=\{1^-\}$;
- $\overline{\overline{Z^+}}(z)=6$;
- $\overline{\overline{Z^-}}(z)=1$.

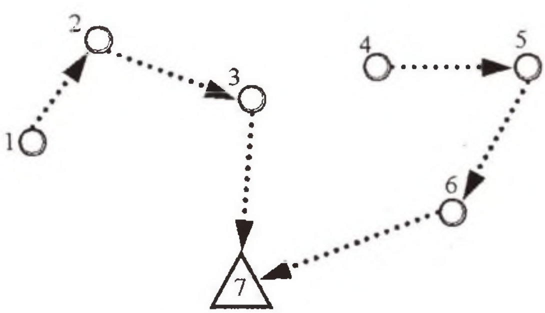


Rys. 2.2. Przykład planu tras
Fig. 2.2. An example of routes plan

Krok 2. Po przekształceniu otrzymujemy:

- $n=\overline{\overline{Z^+}}(z)=6$;
- $N=(1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;
- **0** i **7** jako wierzchołki bazowe, przy czym **0** – wierzchołek dodany, wierzchołek **7** odpowiada wierzchołkowi 1^-.

Krok 3. Rozwiązujemy problem, otrzymując plan tras (rys. 2.2).

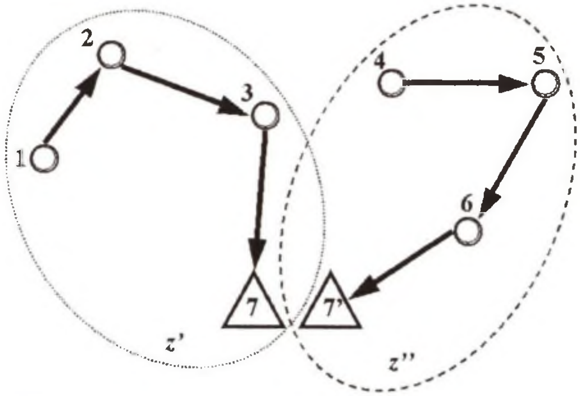


Rys. 2.3. Przykład „rozbicia" planu tras
Fig. 2.3. An example of decomposition of routes plan

Krok 4. Konstruujemy kursy poszczególnych pojazdów i pomijamy połączenia z wierzchołkiem **0**.

Krok 5. „Rozbijamy" wierzchołek bazy końcowej na m wierzchołków, gdzie m odpowiada liczbie kursów pojazdów.

Ostatecznie otrzymujemy dekompozycję z-tego zlecenia na przewozy zamknięte. Na rysunku 2.4 przedstawiono dekompozycje przykładowego zlecenia.



Rys. 2.4. Przykład dekompozycji „zlecenia na przewozy zamknięte"
Fig. 2.4. An example of decomposition of „closed transportation request"

Ze zlecenia, w którym $\boldsymbol{Z}^+(z)=\{1^+, 2^+, 3^+, 4^+, 5^+, 6^+\}$, $\boldsymbol{Z}^-(z)=\{1^-\}$, $\overline{\overline{\boldsymbol{Z}^+(z)}}=6$ oraz $\overline{\overline{\boldsymbol{Z}^-(z)}}=1$, możemy otrzymać dwa zlecenia indywidualne, o następujących parametrach:

- dla zlecenia z':
  - $\boldsymbol{Z}^+(z')=\{1\}$;
  - $\boldsymbol{Z}^-(z')=\{7\}$;
  - $\overline{\overline{\boldsymbol{Z}^+(z')}}=1$;
  - $\overline{\overline{\boldsymbol{Z}^-(z')}}=1$;
  - $d_{1,7}=d_{1,2}+d_{2,3}+d_{3,7}$;
  - $t_{1,7}=t_{1,2}+t_{2,3}+t_{3,7}+o_2+o_3$;
- oraz dla zlecenia z'':
  - $\boldsymbol{Z}^+(z'')=\{4\}$;
  - $\boldsymbol{Z}^-(z'')=\{7'\}$;
  - $\overline{\overline{\boldsymbol{Z}^+(z'')}}=1$;
  - $\overline{\overline{\boldsymbol{Z}^-(z'')}}=1$;
  - $d_{4,7'}=d_{4,5}+d_{5,6}+d_{6,7}$;
  - $t_{4,7'}=t_{4,5}+t_{5,6}+t_{6,7}+o_5+o_6$.

4. PODSUMOWANIE

Występowanie ograniczeń na czas pracy pojazdów, godzin otwarcia bazy i pożądanych czasów obsługi znacząco komplikuje problem. Jeśli nie ma ograniczenia czasu, znalezienie dopuszczalnego planu jest trywialne: dowolność przydzielania zleceń przewozu do pojazdów, dowolność kolejności obsługi zleceń przewozu przypisanych do pojazdu. W przypadku gdy istnieją ograniczenia czasu, problem znalezienia dopuszczalnego planu staje się problemem *NP*-trudnym. W konsekwencji może to oznaczać trudności w skonstruowaniu planu dopuszczalnego, zwłaszcza kiedy ograniczenia czasu są restrykcyjne.

W niektórych przypadkach jednakże metoda optymalizacji może skorzystać na istnieniu ograniczeń czasu, ponieważ przestrzeń rozwiązań może być dużo mniejsza.

Literatura

1. Savelsbergh M.W.P., Sol M.: The general pickup and delivery problem. Transportation Science 29 (1995).
2. Solomon M. M., Desrosiers J.: Time window constrained routing and scheduling problems. Transportation Science 22 (1988).
3. Piasecki S.: Optymalizacja systemów przewozowych. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1973.

Abstract

The presence of time constraints complicates the problem considerably. If there are no time constraints, finding a feasible pickup and delivery plan is trivial: arbitrarily assign transportation requests to vehicles,arbitrarily order the transportation requests assigned to a vehicle and process each transportation request separately. In the presence of time constraints the problem of finding a feasible pickup and delivery plan is NP-hard. Consequently, it may be difficult to construct a feasible plan, especially when time constraints are restrictive. On the other hand, an optimization method may benefit from the presence of time constraints, since the solution space may be much smaller.