Piotr FOLĘGA

# NUMERYCZNA ANALIZA WPŁYWU CECH KONSTRUKCYJNYCH ZARYSU ODNIESIENIA NA STAN NAPRĘŻENIA WIEŃCA ZĘBATEGO TULEI PODATNEJ

Streszczenie. W opracowaniu przeprowadzono analizę wpływu względnego promienia zaokrąglenia głowy narzędzia na wartości naprężeń w dnie wrębu międzyzębnego przy założeniu optymalnych cech konstrukcyjnych tulei podatnej. Do wyznaczania naprężeń w dnach wrębów międzyzębnych wieńca zębatego tulei podatnej wykorzystano metodę elementów brzegowych (MEB).

# NUMERICAL ANALYSIS OF THE INFLUENCE OF CONSTRUCTION FEATURES OF THE TOOL OF STRESS STATE OF HARMONIC GEAR DRIVE FLEXSPLINE

**Summary.** Application of the Boundary Elements Method (BEM) in the numerical analysis of the harmonic gear drive flexspline has been presented in the paper. The influence of the construction features of the tool on the values of stresses of the flexspline has also been presented.

## 1. WPROWADZENIE

Ważnym zagadnieniem w kształtowaniu uzębień kół zębatych jest kształt linii przejściowej w stopie zęba. Zależy on od sposobu nacinania uzębienia, od rodzaju zarysu odniesienia, kształtu toru, po którym porusza się względem nacinanego koła wierzchołek narzędzia, oraz od kształtu tego wierzchołka (wartość promienia zaokrąglenia  $\rho_{ao}$ ). Znajomość kształtu linii przejściowej i możliwość jej formowania potrzebne są konstruktorowi ze względu na sprawdzenie interferencji zębów oraz przy analizie naprężeń w podstawie zęba, ponieważ linia przejściowa kształtuje karb zmęczeniowy.

Linia przejściowa w stopie zęba może być w zasadzie dowolna, jednak kształt jej powinien spełniać następujące warunki:

- umożliwiać swobodne przejście dla wierzchołka zęba koła współpracującego,

- nie stwarzać ostrego karbu zmęczeniowego u podstawy zęba,
- nie podcinać zębów u podstawy.

W zależności od parametrów koła zębatego linia przejściowa może łagodnie przechodzić w zarys ewolwentowy lub go przecinać. W tym ostatnim przypadku występuje podcięcie stopy zęba, którego możemy uniknąć poprzez stosowanie zabiegu korekcji, czyli przesunięcie

narzędzia na zewnątrz koła. Karb zmęczeniowy u podstawy zęba jest uwarunkowany kształtem linii przejściowej i zależy głównie od kształtu narzędzia oraz parametrów konstrukcyjnych koła, np. od współczynnika korekcji.

W przeprowadzonej w opracowaniu analizie stanu naprężenia do wyznaczania wartości naprężeń w dnach wrębów międzyzębnych wieńca zębatego tulei podatnej przekładni falowej (rys. 1) współpracującej z mechanicznym generatorem krzywkowym zastosowano metodę elementów brzegowych (MEB). Wykorzystane w pracy oprogramowanie umożliwia między innymi [1,2]:

wyznaczenie dokładnego zarysu zęba koła zewnętrznie lub wewnętrznie uzębionego w zależności od przyjętych cech geometrycznych kół zębatych i parametrów zarysu odniesienia,
wyznaczenie dokładnego zarysu zębów wieńca zębatego tulei podatnej przekładni falowej,
obliczenia wartości i rozkładu naprężeń w stopie zęba.

Zastosowanie MEB w obliczeniach wytrzymałościowych zębów wymaga opracowania odpowiedniego modelu numerycznego zęba. Przyjęty w obliczeniach numerycznych sposób obciążenia i podparcia tulei podatnej oraz wykorzystany w obliczeniach model numeryczny MEB przedstawiono w pracy [3]. Celem przeprowadzonych w pracy [3] obliczeń numerycznych była weryfikacja opracowanej metodyki obliczeń oraz poprawność zastosowanego modelu MEB wieńca zębatego. W pracy [3] przeprowadzono analizę wpływu cech konstrukcyjnych tulei podatnej, względnej deformacji promieniowej i względnej grubości powłoki na wartości naprężeń w dnach wrębów międzyzębnych wieńca zębatego tulei podatnej. Uzyskane wyniki obliczeń numerycznych odpowiadały jakościowo rezultatom przeprowadzonych obliczeniach zamieszczonym w literaturze. W rozpatrywano wyodrębnione z wieńca zębatego trzy zęby pomijając wpływ pozostałych zębów. Ze względu na trudności numeryczne przyjęto uproszczony model wieńca zębatego w zakresie analizy stanu napreženja przy asymetrii stref obciążenia: miedzyzebnej i opierania na generatorze.

W niniejszym opracowaniu przeprowadzono analizę wpływu względnego promienia zaokrąglenia głowy narzędzia na wartości naprężeń w dnie wrębu międzyzębnego przy założeniu optymalnych cech konstrukcyjnych tulei podatnej: względnej deformacji promieniowej i grubości powłoki pod uzębieniem.



- Rys. 1. Podstawowe elementy przekładni falowej: 1 tuleja podatna, 2 koło wewnętrznie uzębione, 3 generator fali
- Fig. 1. The elements of harmonic drive: 1 flexspline, 2 circular spline, 3 wave generator

## 2. WYNIKI OBLICZEŃ

W pracy przeprowadzono analizę wpływu wartości względnego promienia zaokrąglenia głowy narzędzia na stan naprężeń wieńca zębatego tulei podatnej. W wieńcach zębatych tulei podatnej przekładni falowej stosuje się zęby o zarysach prostoliniowych, łukowych i ewolwentowych, a w ostatnich latach zęby o zarysie specjalnym. Najczęściej jednak nacina się zęby o zarysie ewolwentowym wykonane za pomocą narzędzia o zarysie odniesienia opisanym następującymi parametrami:

- kąt zarysu

 $\alpha_{on} = 20^{\circ}$ ,

- względny promień zaokrąglenia głowy narzędzia  $\rho_{ao}$  = 0.2÷0.38,
- względna wysokość głowy narzędzia

 $\begin{aligned} h_{ao} &= 1.25 \text{ dla modułu} \geq 1 \text{ [mm],} \\ h_{ao} &= 1.35 \text{ dla modułu} < 1 \text{ [mm],} \end{aligned}$ 

przy czym  $h_{ao} = h_a + c$ , (dla m  $\ge 1$ ,  $h_a = 1$ , c = 0.25, a dla m < 1,  $h_a = 1$ , c = 0.35), gdzie:

ha - współczynnik wysokości głowy nacinanego zęba,

c - współczynnik luzu wierzchołkowego.

Przykładowe wyniki wykonanych obliczeń numerycznych przedstawiono na rysunkach od 3 do 5. Dotyczą one wpływu na naprężenia wartości względnego promienia zaokrąglenia głowy narzędzia  $\rho_{ao}$  przy optymalnych cechach konstrukcyjnych tulei podatnej: względnej deformacji promieniowej w<sub>0</sub>/m=1 oraz względnej grubości powłoki g/d=0.012 (w<sub>0</sub> – maksymalne odkształcenie promieniowe tulei, m – moduł, g – grubość ścianki tulei pod uzębieniem,

d – średnica wewnętrzna tulei). Przeanalizowano wpływ  $\rho_{ao}$  przy założeniu następujących jego wartości  $\rho_{ao} \in (0,2,\,0,25,\,0,3,\,0,38)$ . Obliczenia przeprowadzono dla dwóch stanów pracy przekładni, to jest w przypadku pracy przekładni bez obciążenia zewnętrznego oraz przy obciążeniu nominalnym. Przykładowy zarys dna wrębu międzyzębnego przy  $\rho_{ao} = 0.2$  z zaznaczoną numeracją węzłów siatki MEB przedstawiono na rysunku 2. Punkt obliczeniowy "A" na rysunkach odpowiada maksymalnej wartości naprężenia w pobliżu dna wrębu, natomiast punkt "B" wartości naprężenia w stopie zęba.



- Rys. 2. Przykładowy wrąb międzyzębny z zaznaczoną numeracją węzłów siatki MEB przy $\rho_{ao}=0.2$
- Fig. 2. The base of a tooth with BEM node for  $\rho_{ao} = 0.2$





Fig. 3. The diagram of stress of base a tooth with:  $g/d_f=0.012$ ,  $w_0/m=1$ ,  $M = M_{nom}$ 



Rys. 4. Wykres maksymalnych naprężeń w pobliżu dna wrębu w zależności od  $\rho_{ao}$  przy:  $M = 0, M = M_{nom}$ 





Rys. 5. Wykres naprężeń w stopie zęba w zależności od  $\rho_{ao}$  przy: M = 0, M = M<sub>nom</sub> Fig. 5. The diagram of maximum stress of base a tooth  $\sigma_{max}=f(\rho_{ao})$  with M = 0, M = M<sub>nom</sub>





#### 3. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono obliczenia wytrzymałościowe zębów wieńców zębatych tulei podatnej przekładni dwufalowej z wykorzystaniem MEB. W przeprowadzonej analizie numerycznej rozpatrywano wpływ względnego promienia zaokrąglenia głowy narzędzia  $\rho_{ao}$ przy założeniu optymalnych cech konstrukcyjnych tulei podatnej. Uzyskane wyniki obliczeń numerycznych odpowiadają jakościowo wynikom zamieszczonym w literaturze [4]. Analizując wyniki obliczeń można podać następujące wnioski: 1. Wartości naprężeń w stopie zęba (rys. 5) są odpowiednio mniejsze od naprężeń występujących w pobliżu dna wrębu (rys. 4).

2. Zmniejszenie wartości promienia zaokrąglenia głowy narzędzia powoduje skrócenie krzywej przejściowej w stopie zęba, zmniejszenie grubości zęba u podstawy (rys. 6), co prowadzi do zwiększenia się wartości naprężeń. Wpływ względnego promienia zaokrąglenia głowy narzędzia na wartości naprężeń jest jednak nieznaczny (rysunki 3 do 5). Zalecane wartości  $\rho_{a0}$  przyjmowane w praktyce konstrukcyjnej można uznać za prawidłowe. Należy je przyjmować odpowiednio w granicach podanych w literaturze, czyli:  $\rho_{a0} = 0,2 \pm 0,38$ .

## Literatura

- 1. Wilk A., Matyja T.: Zastosowanie MEB do wyznaczania naprężeń w podstawie zębów kół wewnętrznych uzębionych. XVII Sympozjum PKM, Lublin-Nałęczów 1995.
- Wilk A., Matyja T.: Zastosowanie MEB w obliczeniach wytrzymałościowych kół zębatych. Mat. Konf. Metody i środki projektowania wspomaganego komputerowo, Pol. Warszawska 1995.
- Folęga P., Wilk A.: Analiza stanu naprężeń wieńca zębatego tulei podatnej przekładni falowej z wykorzystaniem MEB. Materiały XIII Konferencji Metody i środki projektowania

wspomaganego komputerowo, Politechnika Warszawska, listopad 2001.

 Kocoba H. B.: Koncentracija napraženija zubczatogo wienca gibkogo kolesa wołnowoj pieredaczi. Maszinostroenije, Nr 3, 1982.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Zbigniew Dąbrowski

#### Abstract

Application of the Boundary Elements Method (BEM) in the numerical analysis of the harmonic gear drive flexspline has been presented in the paper. The influence of the construction features of the tool on the values of stresses of the flexspline has also been presented. The presented a stress analysis of the flexspline can help the designer to determine accurately the maximum stress on the flexspline, which can then be used for optimisation of the flexspline construction. Numerical results of the calculations (Fig. 3) have been compared with results of work [4].

Praca wykonana w ramach BW-453/RT2/2003