Jan ZWOLAK¹, Marek MARTYNA²

WIELOKRYTERIALNA OPTYMALIZACJA PRZEKŁADNI ZĘBATYCH

Streszczenie. W większości przekładni zębatych (skrzyń przekładniowych) stosowanych w maszynach roboczych moduły kół zębatych mają jednakowe wartości liczbowe. Stosowanie tej zasady niewątpliwie ułatwia obliczenia geometryczne i wytrzymałościowe, łącznie z procedurami optymalizacyjnymi.

W pracy przedstawiono wielokryterialną optymalizację skrzyni przekładniowej typu "power shift", stosowanej w ładowarkach kołowych. Ładowarka kołowa jako maszyna robocza, jej podzespoły i poszczególne elementy poddawane są bardzo szerokiemu spektrum obciążeń w czasie eksploatacji. Na różnorakie obciążenia, również i dynamiczne, narażone są koła zębate tworzące strukturę skrzyni przekładniowej. Szczególnie niebezpieczne są obciążenia powodujące zginanie zęba u podstawy, a w ostateczności prowadzące do jego złamania.

Sformułowane w pracy zadanie optymalizacji wielokryterialnej ma zapewnić skrzyni przekładniowej zdolność do przenoszenia obciążeń wynikających z pracy maszyny roboczej.

MULTICRITERION GEAR OPTIMIZATION

Summary. In most gear transmissions (gear boxes) applied in construction machines, gear modules have identical numerical value. This principle facilitates geometrical and strength calculations, including optimisation procedures.

The study discusses multicriterion optimisation of power shift gear applied in wheeled loaders. As a construction machine, the wheeled loader, its subassemblies and components are subjected to a wide load range during operation. Toothed wheels which make up the gear box structure are also subject to different load, including dynamic load. The greatest danger is posed by load which bends the tooth at the base and ultimately leads to its breakage. The multicriterion optimisation principle formulated in the study has been postulated to

The multicriterion optimisation principle formulated in the study has been postulated to ensure that the gear box is capable of distributing the load posed by the full working range of a construction machine.

1. WPROWADZENIE

Racjonalne projektowanie skrzyń przekładniowych wielobiegowych, stosowanych w maszynach roboczych, wymaga od konstruktora uwzględniania obciążeń eksploatacyjnych przenoszonych przez poszczególne koła zębate o bardzo szerokim zakresie wartości. Zadanie to nie jest tak trudne do realizacji, gdy konstruktor dysponuje odpowiednimi narzędziami w postaci specjalizowanego oprogramowania [1] i sprzętu komputerowego. Nie jest tak trudne

¹ WTZ, Akademia Rolnicza, ul. Balicka 122, 30-149 Kraków, tel (+48 12) 6624762, jazwol@neostrada.pl

² Biuro Rozwoju, HSW S.A., ul. Kwiatkowskiego 1, 37-450 Stalowa Wola, tel (+48 15) 8436284, π@hsw.pl

zwłaszcza wówczas, gdy skrzynia przekładniowa składa się z kół zębatych o jednakowej wartości liczbowej modułu [1, 2].

Wydaje się, że stosowanie zasady "jednakowy moduł" nie pozwala na uzyskanie najlepszych rozwiązań konstrukcyjnych pod względem kosztów ekonomicznych. Jednakże ze względów wytrzymałościowych uzyskane wyniki w takim podejściu spełniają stawiane wymagania. Wykorzystany w tej pracy komputerowy system projektowania przekładni zębatych 'PRZEKŁADNIA' [1], pozwala aktualnie na stosowanie jednocześnie różnych modułów w przekładni.

System projektowania wyposażono w zestaw kryteriów cząstkowych, który zapewnia między innymi: maksymalizację czołowego stopnia pokrycia, minimalizację współczynnika kształtu zęba, minimalizację mas poszczególnych kół zębatych, równomierność obciążeń kół (poziomów naprężeń stopy zęba i naprężeń boku zęba). Dzięki temu możliwe jest takie kształtowanie kół zębatych, zarówno w przypadku stałych modułów, jak i ich zestawów, które zapewni spełnienie warunków wytrzymałościowych każdej pary zębatej, nie pozostawiając jednocześnie nadmiaru jej parametrów geometrycznych mających bezpośredni związek z objętością materiału. Zbędna objętość materiału, jako negatywny wynik działalności konstrukcyjnej, powoduje wzrost masy własnej wirujących kół zębatych i wzrost reakcji dynamicznych łożysk tocznych.

Obiektem, na którym przeprowadzono obliczenia za pomocą wymienionego systemu obliczeniowego, jest skrzynia przekładniowa typu "power shift" o ośmiu biegach (cztery biegi do przodu i cztery biegi do tyłu), przeznaczona do układu napędowego ładowarki kołowej.

2. SKRZYNIA PRZEKŁADNIOWA I JEJ PODSTAWOWE PARAMETRY

Rozpatrywana skrzynia przekładniowa składa się z czternastu kół zębatych, które tworzą 10 zazębiających się par, siedmiu wałków i sześciu sprzęgieł. Na wałku AB usytuowane są dwa sprzęgła kierunkowe, P i W. Sprzęgło P służy do zamykania łańcucha kinematycznego zaczynającego się na parze zębatej z1/z3, który realizuje napęd podczas jazdy do przodu. Sprzęgło W zamyka łańcuch kinematyczny na parze zębatej z2/z14 i umożliwia realizację napędu podczas jazdy do tyłu. Sprzęgła S1 i S3 na wałku EF realizują napęd, odpowiednio na biegu pierwszym i

Sprzęgła S1 i S3 na wałku EF realizują napęd, odpowiednio na biegu pierwszym i trzecim podczas jazdy do przodu oraz na biegu piątym i siódmym podczas jazdy do tyłu. Sprzęgła S2 i S4 na wałku GH umożliwiają uzyskanie napędu na biegu drugim i czwartym w czasie jazdy do przodu oraz na biegu szóstym i ósmym w czasie jazdy do tyłu.

Przekrój osiowy schematu kinematycznego rozpatrywanej skrzyni przekładniowej przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Przekrój osiowy schematu kinematycznego skrzyni przekładniowej SB 4150 Fig. 1. Axial section of SB 4150 gear box's kinematic diagram

Osie wzdłużne poszczególnych wałków i kół zębatych powyższego schematu, leżą w sześciu płaszczyznach pionowych. Z tego powodu nie ma możliwości wyraźnego przedstawienia zazębiających się par zębatych tworzących odpowiedni łańcuch kinematyczny poszczególnych biegów. Niedostatek przekroju osiowego uzupełnia przekrój promieniowy przedstawiony na rys. 2.



Rys. 2. Przekrój promieniowy schematu kinematycznego skrzyni przekładniowej SB 4150

Fig. 2. Radial section of SB 4150 gear box's kinematic diagram

Na podstawie rysunku 1 i 2 można zapisać iloczyny przełożeń tworzące łańcuch kinematyczny poszczególnych biegów. I tak przełożenia:

$$i_{1} = \frac{z_{3}}{z_{1}} \bullet \frac{z_{5}}{z_{3}} \bullet \frac{z_{9}}{z_{7}} \bullet \frac{z_{13}}{z_{9}},$$

$$i_{2} = \frac{z_{3}}{z_{1}} \bullet \frac{z_{10}}{z_{3}} \bullet \frac{z_{9}}{z_{12}} \bullet \frac{z_{13}}{z_{9}},$$

$$i_{3} = \frac{z_{3}}{z_{1}} \bullet \frac{z_{5}}{z_{3}} \bullet \frac{z_{8}}{z_{6}} \bullet \frac{z_{13}}{z_{9}},$$

$$i_{4} = \frac{z_{3}}{z_{1}} \bullet \frac{z_{10}}{z_{2}} \bullet \frac{z_{8}}{z_{10}} \bullet \frac{z_{13}}{z_{9}},$$

umożliwiają realizację napędu podczas jazdy do przodu. Zaś według przełożeń:

$$i_{5} = \frac{z_{14}}{z_{2}} \bullet \frac{z_{4}}{z_{14}} \bullet \frac{z_{5}}{z_{3}} \bullet \frac{z_{9}}{z_{7}} \bullet \frac{z_{13}}{z_{9}},$$
$$i_{6} = \frac{z_{14}}{z_{2}} \bullet \frac{z_{4}}{z_{14}} \bullet \frac{z_{10}}{z_{3}} \bullet \frac{z_{9}}{z_{12}} \bullet \frac{z_{13}}{z_{9}},$$

$$i_{7} = \frac{Z_{14}}{Z_{2}} \bullet \frac{Z_{4}}{Z_{14}} \bullet \frac{Z_{5}}{Z_{3}} \bullet \frac{Z_{8}}{Z_{6}} \bullet \frac{Z_{13}}{Z_{9}},$$
$$i_{8} = \frac{Z_{14}}{Z_{2}} \bullet \frac{Z_{4}}{Z_{14}} \bullet \frac{Z_{10}}{Z_{3}} \bullet \frac{Z_{8}}{Z_{11}} \bullet \frac{Z_{13}}{Z_{9}},$$

zachodzi napęd podczas jazdy do tyłu. Wartości liczbowe przełożeń wyznaczają mniejszą prędkość jazdy do przodu z większym momentem obciążającym, w porównaniu do tych samych wielkości fizycznych podczas jazdy do tyłu.

3. ANALIZA OBCIĄŻEŃ PAR ZĘBATYCH W PRZEKŁADNI

Analiza obciążeń momentem obrotowym poszczególnych par zębatych wskazuje, że największe obciążenie przenosi para zębata z_{13}/z_9 na biegu pierwszym. Drugą parą zębatą narażoną na wysokie obciążenie jest para z_9/z_7 także na biegu pierwszym. A więc koła zębate tworzące powyższe pary powinny mieć odpowiednio dużą wartość liczbową modułu, wynikającą z obliczeń wytrzymałościowych.

Pozostałe pary zębate przenoszą już znacznie mniejsze obciążenia, stąd i moduły mogą być mniejsze. Jednakże w parze zębatej z_9/z_{12} pomimo obciążenia kwalifikowanego jako znacznie mniejsze, moduł koła zębatego z_{12} determinowany jest modułem pary z_{13}/z_9 przenoszącej największe obciążenie. A zatem koła zębate: z7, z9, z12, z13 tworzące pary: z9/z7, z13/z9, z9/z12 powinny mieć najwyższą wartość modułu, jaka będzie obliczona za pomocą wykorzystanego programu.

Koła zębate tworzące pary: z3/z1, z5/z3, z10/z3, z14/z2, z4/z14 obciążone momentem obrotowym o wartości odpowiednio niższej, będą przyjmowały mniejszą wartość modułu. Najniższe wartości obciążeń przenoszą pary: z8/z6, z8/z11, w których to występujące koła zębate będą posiadały najmniejszą wartość modułu, spełniając równocześnie warunki wytrzymałościowe.

4. OPIS ZADANIA OPTYMALIZACJI I WYNIKI

Rozpatrywane zadanie optymalizacji jest stosunkowo złożone, a charakteryzują go następujące wielkości [1, 2]:

- 141 zmiennych decyzyjnych (128 dla wspólnego modułu),

- 265 ograniczeń, w tym 15 równościowych,

- 5 kryteriów cząstkowych.

Kryteria cząstkowe zostały sformułowane jak poniżej [2]: - odwrotność minimalnego czołowego stopnia pokrycia ε_{α} dla 'p' par kół:

$$K_1 = \frac{1}{\min_{i=1,p} \varepsilon_{\alpha i}},$$

- maksymalny współczynnik kształtu zęba y_F dla 'k' kół:

$$K_2 = \max_{i=1,k} y_{Fi},$$

całkowita masa kół:

$$K_3 = \sum_{i=1}^k m_i ,$$

- równomierność obciążeń kół:

$$K_4 = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2},$$

gdzie: δ_1 - odchylenie standardowe różnicy σ_{Fdop} - σ_{Fmax} ,

 $\sigma_{\scriptscriptstyle Fdop}$ - dopuszczalna wytrzymałość zmęczeniowa stopy zęba na zginanie,

 $\sigma_{F_{max}}$ - maksymalne naprężenie w stopie zęba,

 δ_2 - odchylenie standardowe różnicy σ_{hok} - σ_{hk} ,

 σ_{hpk} - dopuszczalne naprężenie kontaktowe na boku zęba,

 σ_{hk} - obliczeniowe naprężenie kontaktowe na boku zęba,

- ilość naruszonych ograniczeń:

$$K_5 = \frac{\sum_{i=1}^{lo} no_i}{lo},$$

a kryterium globalne zapisano zależnością:

$$K_G = \sum_{j=1}^5 w_j \frac{K_j}{K_{nj}}, \qquad K_G \to \min,$$

gdzie:

p - ilość par kół,

k - ilość kół,

no - wskaźnik niespełnienia ograniczeń, 'no' przyjmuje wartości 0 lub 1,

lo - ilość ograniczeń funkcyjnych (równościowych i nierównościowych),

w_i - współczynnik wagowy kryterium cząstkowego 'j',

 K_{ni} - wartość normująca kryterium cząstkowe 'j'.

Ze względu na złożoność obliczeń, wykonano dotychczas tylko nieznaczną, w stosunku do wielkości zadania, ilość obliczeń optymalizacyjnych. Obliczenia te przeprowadzono dla trzech zestawów współczynników wagowych kryteriów, oznaczonych przez A, B, C, a mianowicie:

A:	$w_1 = 0.25$	$w_2 = 0.15$	$w_3 = 0.20$	$w_4 = 0.15$	$w_5 = 0.25$
B:	$w_1 = 0.25$	$w_2 = 0.20$	w ₃ =0.20	$w_4 = 0.10$	$w_5 = 0.25$
C:	$w_1 = 0.30$	$w_2 = 0.20$	$w_3 = 0.25$	$w_4 = 0.05$	$w_{5} = 0.20$

oraz dwóch punktów startowych różniących się wartością modułu: 'm'=5, 8 (moduł 'm' w punktach startowych był identyczny dla wszystkich kół przekładni). Wykorzystano oprogramowanie w wersji ze stałym modułem (moduł jako jedna ze zmiennych decyzyjnych) oraz ze zmiennymi modułami. W tabl. 1 przedstawiono wybrane, najlepsze wyniki obliczeń optymalizacyjnych dla rozwiązania początkowego (z modułem 'm'=5) oraz trzech zestawów wag. W przypadku rozwiązania 'A' wykorzystano zmienne moduły.

Nr	Czołowy stopień pokrycia			Współczynnik kształtu zęba				
pary kół lub	punkt startowy	po optymalizacji			punkt startowy	po optymalizacji		
nr koła		'A'	'B'	'C'		'A'	"B"	'C'
1	1.676	1.612	1.745	1.740	1.497	1.280	1.298	1.281
2	1.741	1.753	1.840	1.783	1.624	1.057	1.292	1.289
3	1.644	1.613	1.851	1.741	1.364	1.397	1.299	1.287
4	1.731	1.682	1.857	1.758	1.393	1.141	1.194	1.202
5	1.676	1.615	1.745	1.741	1.260	1.298	_1.232	1.235
6	1.644	1.612	1.846	1.743	1.370	1.329	1.278	1.278
7	1.669	1.683	1.845	1.807	1.641	1.398	1.298	1.187
8	1.669	1.685	1.844	1.808	1.540	1.399	1.300	1.286
9	1.611	1.614	1.745	1.740	1.421	1.399	1.299	1.289
10	1.667	1.669	1.746	1.761	1.497	1.262	1.302	1.270
11					1.370	1.333	1.294	1.284
12					1.641	1.399	1.300	1.201
13					1.280	1.321	1.109	1.176
14					1.591	1.373	1.299	1.286

Wartości składowych kryteriów cząstkowych

Nr	Masa koła [kg]				$\sigma_{\scriptscriptstyle Fdop}$ - $\sigma_{\scriptscriptstyle F\max}$ [MPa]			
pary kół lub	punkt startowy	po optymalizacji			punkt startowy	po optymalizacji		
nr koła		'A'	'B'	'C'		'A'	'B'	'C'
1	2.415	1.753	1.366	1.660	1201.7	267.7	327.8	371.5
2	1.835	1.640	1.098	1.580	1172.6	278.5	507.5	565.8
3	9.830	4.631	3.552	4.005	1107.7	224.2	160.8	221.0
4	7.840	3.622	3.139	3.478	1096.2	263.3	270.9	390.3
5	12.593	4.136	3.576	4.086	1100.4	254.0	167.8	253.5
6	10.358	4.638	3.862	4.528	1072.9	346.6	389.9	386.7
7	1.058	2.124	1.549	1.501	766.4	407.6	598.0	380.5
8	1.835	1.667	1.200	1.466	1183.5	87.9	7.6	87.1
9	8.319	7.525	6.943	6.666	670.8	3.9	8.2	2.1
10	2.415	1.787	1.498	1.793	1201.7	253.4	332.1	358.9
11	10.358	3.183	2.936	3.197	1240.4	362.5	574.0	564.9
12	1.058	1.793	1.247	1.449	1146.8	551.3	738.1	734.2
13	11.451	7.340	6.109	7.017	685.1	172.2	154.0	270.1
14	2.415	1.873	1.776	1.852	1159.6	250.5	276.8	382.7

Nr		$\sigma_{\scriptscriptstyle hpk}$ - $\sigma_{\scriptscriptstyle hk}$ [MPa]					
pary kół lub	punkt startowy	po optymalizacji					
nr koła		'A'	'B'	'C.			
1	940.5	211.9	117.3	188.0			
2	724.1	212.0	110.0	193.8			
3	997.7	226.8	133.2	206.7			
4	903.9	241.0	102.9	222.8			
5	1179.7	238.3	186.3	269.9			
6	894.9	277.7	71.1	165.5			
7	65.5	120.4	0.0	1.5			
8	882.7	183.6	52.2	139.5			
9	319.7	237.7	129.2	182.9			
10	938.7	236.8	115.7	196.8			
11	1260.8	320.9	272.8	380.6			
12	646.5	312.3	207.7	435.2			
13	697.4	250.6	129.2	313.9			
14	754.5	222.6	88.3	211.6			

Tablica 1