ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1990

Seria: INŻYNIERIA ŚRODOWISKA z. 32 Nr kol. 979

Henryk FOIT

TRANSPOZYCJA WYNIKÓW OBLICZEŃ ZMIAN TEMPERATURY POWIETRZA PRZEPŁYWAJĄCEGO KANAŁAMI ZAGŁĘBIONYMI W GRUNCIE

Streszczenie. Określono związki między skalami podobieństwa umożliwiające tworzenie rodziny: podobieństwa geometrycznego i własności fizycznych gruntu związanej z wynikami obliczeń zmian temperatury powietrza przepływającego przez konkretny pojedynczy lub grupę kanałów zagłębionych w gruncie. Dla wybranego kanału i własności gruntu dokonano przykładowego obliczenia skal.

Spis ważniejszych oznaczeń

a	- współczynnik przewodzenia temperatury	$\frac{m^2}{s}$
d	- średnica kanału	m
c_p	- ciepło właściwe gruntu	$\frac{kJ}{kg}$
c_{ps}	- ciepło właściwe gruntu suchego	$\frac{kJ}{kg}$
$\dot{G}_p$	- natężenie przepływu powietrza	$\frac{kg}{s}$
HKo	- głębokość zanurzenia kanału	m
Hwgr	- głębokość położenia zwierciadła wody gruntowej	m
lc	- całkowita długość kanału	m
tps	- temperatura zastępcza powietrza zewnętrznego	^oC
tp	- temperatura powietrza zewnętrznego	
$\dot{q}_{dl}$	- jednostkowy strumień konwekcyjny ciepła przejmowanego ze ścianek kanału przez przepływające powietrze	$\frac{W}{m}$
w	- prędkość średnia przepływu powietrza w kanale	$\frac{m}{s}$
α_k	- współczynnik konwekcyjnego napływu ciepła do suchego kanału	$\frac{kW}{m^2 K}$
α_{ks}	- współczynnik konwekcyjnego napływu ciepła do powierzchni gruntu	$\frac{kW}{m^2 K}$
δt	- zmiana temperatury powietrza przepływającego kanałem	K

Δt - różnica temperatur powietrza w kanale i ścianki kanału — K

λ - współczynnik przewodzenia ciepła przez grunt — $\frac{kW}{m^2 K}$

τ - czas — s

ϱ - gęstość gruntu — $\frac{kg}{m^3}$

ϱ_s - gęstość gruntu suchego — $\frac{kg}{m^3}$

ϱ_w - gęstość wody — $\frac{kg}{m^3}$

Θ - objętościowa zawartość wilgoci w gruncie — $\frac{m^3}{m^3}$

Ω - obszar geometryczny przyjęty do badań w [1], [2], [5]

ω - obszar wnętrza kanału

Wprowadzenie

Przedstawione w [1], [2], [5] przebiegi zmian temperatury powietrza, wyznaczone dla określonego kanału lub grupy kanałów, można poprzez skale podobieństwa łączyć z podobnymi przypadkami kanałów pojedynczych lub grupy kanałów zagłębionych w gruncie, przez które przepływa powietrze wentylacyjne. W tym celu zakłada się wartość pewnej skali, np. skali przekształcenia geometrycznego. Pozostałe skale, umożliwiające transpozycję, przedstawia się w postaci funkcji skali założonej.

Warunkiem podobieństwa pól temperatury w obszarze Ω jest: zachowanie podobieństw: geometrycznego i rozważanych własności fizycznych obszaru, równość liczb Biota-Bi na powierzchni wewnętrznej ścianek kanału i nieizolowanej powierzchni gruntu oraz równość liczb Fouriera-Fo. Przyjmując, że temperatury tps, tp, twgr i δt na brzegach rozważanego obszaru pierwotnego i przekształconego są identyczne, otrzymuje się jednakowe wartościowo temperatury w odpowiadających sobie punktach obszaru $(\Omega-\omega)$: pierwotnego i przekształconego. Oznacza to założenie skali temperatur w obszarze $(\Omega-\omega)$ oraz skali czasu równych jedności.

Związki między skalami podobieństwa

Podobieństwo poszczególnych wielkości związanych z obszarem pierwotnym (indeks 1) i przekształconym (indeks 2) opisuje się następującymi stałymi:

$$S_{HK} = \frac{(HKo)_1}{(HKo)_2} = \frac{d_1}{d_2}$$ - przekształcenie wymiarów liniowych w płaszczyźnie xy-prostopadłej do osi kanału

$$S_\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$$S_a = \frac{a_1}{a_2}$$

$$S_\varrho = \frac{\varrho_1}{\varrho_2}$$

$$S_{cp} = \frac{c_{p1}}{c_{p2}}$$

$$S_{\dot{G}p} = \frac{\dot{G}_{p1}}{\dot{G}_{p2}}$$

$$S_{lc} = \frac{lc1}{lc2}$$ - przekształcenie wymiarów liniowych wzdłuż osi z - pokrywającej się z osią kanału

$$S_w = \frac{w_1}{w_2}$$

$$S_{\delta t} = \frac{\delta t_1}{\delta t_2}$$

$$S_\tau = \frac{\tau_1}{\tau_2}$$

Rozpatrując warunki brzegowe oraz liczby podobieństwa, wyznaczono zależności funkcyjne zachodzące między poszczególnymi skalami:

a. Powierzchnia gruntu:

$$Bi = \frac{\alpha_{ks1}\, l_1}{\lambda_1} = \frac{\alpha_{ks}\, l_2}{\lambda_2} \tag{1}$$

Zakłada się w dalszych rozważaniach: $\alpha_{ks1} = \alpha_{ks2} = \alpha_{ks}$

Stąd:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{l_1}{l_2}$$

$$S_\lambda = S_{HK} \tag{2}$$

b. Powierzchnia styku warstw:

$$\lambda(i)_1 \left.\frac{\partial\vartheta 1}{\partial x}\right|_{x_i} = \lambda(i+1)_1 \left.\frac{\partial\vartheta 1}{\partial x}\right|_{x_i^+}$$

$$\lambda(i)_2 \left.\frac{\partial\vartheta 2}{\partial x}\right|_{x_i} = \lambda(i+1)_2 \left.\frac{\partial\vartheta 2}{\partial x}\right|_{x_i^+}$$

Z podobieństwa pól temperatury oraz ze wzoru (2) wynika:

$$S\lambda(i) = S_\lambda(i+1) \tag{3}$$

c. Powierzchnia ścianek kanału:

$$Bi = \frac{\alpha k1 \quad d_1}{\lambda_1} = \frac{\alpha k2 \quad d_2}{\lambda_2}$$

$$\alpha_{k2} = \alpha_{k1} \frac{d_1}{d_2} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \alpha_{k1} \frac{d_1}{d_2} \frac{l_2}{l_1} = \alpha_{k1}$$

$$S\alpha_k = 1 \tag{4}$$

$$\text{d. } Fo = \frac{a_1 \quad \tau_1}{l_1^2} = \frac{a_2 \quad \tau_2}{l_2^2} \tag{5}$$

Zgodnie z wcześniejszymi założeniami przyjmuje się:

$$\tau_1 = \tau_2 \Longrightarrow S_\tau = 1 \tag{6}$$

$$a_2 = a_1 \frac{l_2^2}{l_1^2} = (S_{HK})^{-2} \tag{7}$$

$$S_a = (S_{HK})^2 \tag{8}$$

Wzór (7) można zapisać następująco:

$$a_1 = \frac{\lambda_1}{c_{p1} \quad \varrho_1}$$

$$a_2 = \frac{\lambda_2}{c_{p2} \quad \varrho_2}$$

$$\frac{\lambda_2}{c_{p2} \cdot \varrho_2} = \frac{\lambda_1}{c_{p1} \cdot \varrho_1} \cdot \frac{l_2^2}{l_1^2}$$

$$\frac{\lambda_2}{c_{p2} \cdot \varrho_2} = \frac{\lambda_1}{c_{p1} \cdot \varrho_1} \quad (\frac{\lambda_2}{\lambda_1})^2$$

$$\frac{c_{p1} \quad \varrho_1}{c_{p2} \quad \varrho_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = s_\lambda$$

$$s_{cp} \quad s_\varrho = s_\lambda \tag{9}$$

$$\frac{c_{p1} \quad \varrho_1}{c_{p2} \quad \varrho_2} = \frac{l_2}{l_1} = s_{HK} \tag{10}$$

Dla gruntów można [3] przyjąć, że:

$$c_p = c_{ps} + c_{pw} \cdot \Theta \quad ; \quad \Theta' = \Theta \cdot \frac{\varrho_w}{\varrho} \tag{11}$$

$$(\frac{\varrho_1}{\varrho_2}) \quad \frac{c_{ps1} + c_{pw} \quad \Theta'_1}{c_{ps2} + c_{pw} \quad \Theta'_2} = s_{HK}$$

$$\Theta'_2 = \frac{1}{c_{pw}} \left[\frac{(c_{ps1} + c_{pw} \quad \Theta'_1) \frac{\varrho_1}{\varrho_2}}{s_{HK}} - c_{ps2} \right] \tag{12}$$

lub ogólnie:

$$\Theta'_2 = \frac{1}{s_{pw}} (\frac{c_{p1} \frac{\varrho_1}{\varrho_2}}{s_{HK}} - c_{ps2}) \quad ; \quad \Theta_2 = \Theta'_2 \quad \frac{\varrho_2}{\varrho_w} \tag{13}$$

Wartości c_{ps} wynoszą [3] :

dla gliny pylastej	c_{ps} = 0,72-0757 kJ/kg K
dla piasku	c_{ps} = 0,684-0,755 kJ/kg K
dla drobnego piasku	c_{ps} = 0,756 kJ/kg K
dla gleby	c_{ps} = 0,782 kJ/kg K

średnio:

c_{ps} = 720 J/kg K

Z warunków (2) i (4) wynika równość temperatur ścianek kanałów w odpowiadających sobie momentach czasowych.
Wobec tego:

$$\frac{\dot{q}_{dl}(\tau)_1}{\dot{q}_{dl}(\tau)_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2}\,\frac{\alpha_{k1}(\Delta t_1)}{\alpha_{k2}(\Delta t_2)} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = (S_{HK})^2 \tag{14}$$

oraz

$$\frac{[\delta t(l_c,\tau)]_1}{[\delta t(l_c,\tau)]_2} = \frac{l_{c1}}{l_{c2}}\,\frac{\dfrac{\dot{q}_{dl}(\tau)_1}{\dot{G}_{pq}\;c_{pp}}}{\dfrac{\dot{q}_{dl}(\tau)_2}{\dot{G}_{p2}\;c_{pp}}} =$$

$$= \frac{l_{c1}}{l_{c2}}\,\frac{w_2}{w_1} = \frac{l_{c1}}{l_{c2}}\,\frac{\dfrac{(\alpha_{k2})^{-0,75}}{(d_2)^{\frac{1}{3}}}}{\dfrac{(\alpha_{k_1})^{-0,75}}{(d_1)^{\frac{1}{3}}}} = \frac{l_{c1}}{l_{c2}}\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{15}$$

$$S_{\delta t} = S_{lc}(S_{HK})^{\frac{1}{3}} \tag{16}$$

Po uwzględnieniu założenia przyjętego we wprowadzeniu oraz w (14): $S_{\delta t}=1$, otrzymuje się:

$$S_{lc} = (S_{HK})^{-\frac{1}{3}} \tag{17}$$

Z (15) wynika, że:

$$w_2 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{\frac{1}{3}} w_1 = (S_{HK})^{-\frac{1}{3}} w_1 \tag{18}$$

$$S_w = (S_{HK})^{\frac{1}{3}} \tag{19}$$

$$S_{\dot{G}_p} = (S_{HK})^2\, S_w = (S_{HK})^2\,(S_{HK})^{\frac{1}{3}} = (S_{HK})^{\frac{1}{2}} \tag{20}$$

Z warunków (2), (12) wynika układ równań:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\lambda_1}{\lambda_2} &= S_{HK} \\ \Theta_2' &= \frac{1}{c_{pw}} \left(\frac{c_{p1} \frac{\varrho_1}{\varrho_2}}{S_{HK}} - c_{ps2} \right) \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

lub

$$\left.\begin{aligned} \lambda_2 &= \frac{\lambda_1}{S_{HK}} \\ \Theta_2' &= \frac{1}{c_{pw}} \left(\frac{\frac{1}{a_1 \varrho_2 \lambda_1^{-1}}}{S_{HK}} - c_{ps2} \right) \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

W przypadku gliny [4] :

$$\lambda_2 = (-2{,}9+13 \lg(\Theta_2' 100))\ 10(0{,}624\ 10^{-3} \varrho_2^{-2}) \tag{23}$$

natomiast dla piasku [4]:

$$\lambda_2 = (5{,}8+10{,}1 \lg(\Theta_2' 100))\ 10(0{,}624\ 10^{-3} \varrho_2^{-2}) \tag{24}$$

Z układu (21) i zależności (23) lub (24) otrzymuje się następujący układ:

$$\Theta_2 = \frac{1}{c_{pw}} \left(\frac{\frac{\lambda_1}{a_1 \varrho_2}}{S_{HK}} - c_{ps2} \right) - c_{ps2} \Big) \frac{\varrho_2}{\varrho_w}$$

$$\frac{\lambda_1}{S_{HK}} = \left(A+B \lg \left[100 \frac{1}{c_{pw}} \left(\frac{\lambda_1}{a_1 \varrho_2 S_{HK}} - c_{ps2} \right) \right] \right) x_{10}(0{,}624\ 10^{-3} \varrho_2^{-2}) \tag{25}$$

oraz dla gliny:

$A = -2{,}9$

$B = 13$

dla piasku:

$A = 5{,}8$

$B = 10{,}1$

Nieznaną wartość ϱ_2 można wyznaczyć np. metodą graficzną po przekształceniu drugiego równania układu (25) do postaci:

$$\left.\begin{aligned} &\left[-A + \frac{\lambda_1}{S_{HK}} \quad 10^{-}(0{,}624\ 10^{-3}\varrho_2^{-2}\right]\frac{1}{B} = D \\ &\lg(100\ \frac{1}{c_{pw}}(\frac{\lambda_1}{a_1\ \varrho_2\ S_{HK}} - c_{ps2})) = D \end{aligned}\right\} \qquad (26)$$

Określona na podstawie równania (26) wartość ϱ_2 umożliwia wyznaczenie θ_2 - zawartości wilgoci w gruncie o parametrach: λ_2, λ_2, c_{p2}.

Przykładowe wykorzystanie skal

Wyprowadzone zależności zachodzące między skalami podobieństwa można zastosować do wykorzystania tych samych wykresów przebiegu w czasie zmian temperatury powietrza przepływającego kanałem dla innych wymiarów geometrycznych kanału oraz własności gruntu.
Oznacza to, że:

$$S\,\delta_t = 1$$

$$S_\tau = 1$$

Przykładowo, pod uwagę bierze się krzywe dla następujących własności gruntu: $\lambda_1 = 1{,}16$ W/m K; $a = 4{,}9\ 10^{-7}\ m^2/s$.

Zakłada się, że:

$$S_{HK} = 0{,}85 \qquad (HK)_2 = \frac{(HK)_1}{0{,}85}$$

Wówczas z wyprowadzonych zależności wynika:

$$S_\lambda = S_{HK} \qquad \lambda_2 = 1{,}29\ W/m\ K$$

$$S_d = S_{HK} \qquad d_2 = \frac{d_1}{0{,}85}$$

$$S_{lc} = (S_{HK})^{-\frac{1}{3}} \qquad lc_2 = \frac{l_{c1}}{1{,}05}$$

$$S_w = (S_{HK})^{\frac{1}{3}} \qquad w_2 = 1{,}05\ w_1$$

$$S_{\dot{G}_p} = (S_{HK})^{7/2} \qquad \dot{G}_{p2} = \frac{\dot{G}_{p1}}{(0{,}85)^{\frac{7}{2}}}$$

Własności gruntu, do którego odnoszą się wartości wynikające z transpozycji, przyjmując, że jest to grunt gliniasty, określają wyznaczone z (25) wielkości:

$$\varrho_2 = 1510 \ \frac{kg}{m^3} ,$$

$$\Theta_2 = 0,4 ,$$

LITERATURA

[1] Foit H., Majerski S.: Przeponowy wymiennik gruntowy i jego zastosowanie w systemach wentylacyjnych. COW nr 7-8/1986.

[2] Foit H.: Wyznaczanie kresu górnego zmian temperatury powietrza przepływającego kanałem zagłębionym w gruncie w warunkach periodycznych zmian temperatury powietrza zewnętrznego. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Inżynieria Sanitarna nr 29.

[3] Teschke W.: Zur spezifischen Wärmekapzität von Erdstoffen. Standt - ind Gebaudetechnik 8/1978.

[4] Teschke W.: Der Wärmeleitwert von Erdstoffen Standtund Gebäudetechnik 11/1978.

[5] Foit H.: Model cyfrowy przebiegu zmian temperatury powietrza wentylacyjnego pierwotnego przepływającego przez pojedynczy kanał zagłębiony w gruncie. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Inżynieria Sanitarna nr 29.

ТРАНСПОЗИЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫЧИСЛЕНИЯ ИЗМЕНЕНИИ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА ПРОТЕКАЮЩЕГО ЧЕРЕЗ КАНАЛ ПОГРУЖЕНЫЙ В ГРУНТЕ

Р е з ю м е

Определены зависимости между шкалами подобия дающие возможность соиздания семейства: подобия геометрического физического свойства грунта связянного с результатами вычисленной измененной температуры воздуха перетекающего через единичный канал или несколько каналов погруженых в грунте. Для избранного канала и тоже свойств грунта выполнен пример определения шкал подобия.

TRANSPROSITION OF THE CALCULATION RESULTS OF TEMPERATURE CHANGES OF THE AIR FLOWING THROUGH DUCTS BURIED IN THE GROUND

S u m m a r y

Some relations betweem similarity scales have been determined owing to which it is possible to make up a family of similarities of geometry and ground physical properties that is related to the calculation results of temperature changes of the air flowing through a defined single duct or group of ducts buried in the ground. An example of similarity scale calculation has been presented for the chosen duct and ground properties.