ZESZYTY
NAUKOWE
POLITECHNIKI
ŚLĄSKIEJ

MIECZYSŁAW METZGER

WYBRANE PROBLEMY MODELOWANIA I SYMULACJI CIĄGŁYCH PROCESÓW PRZEMYSŁOWYCH

P.3341/88

AUTOMATYKA

Z. 92
GLIWICE
1988

POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 955

Biblioteka Główna
P, 3341/88

MIECZYSŁAW METZGER

WYBRANE PROBLEMY MODELOWANIA I SYMULACJI CIĄGŁYCH PROCESÓW PRZEMYSŁOWYCH

GLIWICE 1988

c216349

OPINIODAWCY
Prof. dr hab inż. Jakub Gutenbaum
Prof. zw. dr inż. Stefan Węgrzyn

KOLEGIUM REDAKCYJNE
REDAKTOR NACZELNY — Prof. dr hab. inż. Jan Węgrzyn
REDAKTOR DZIAŁU — Dr inż. Anna Skrzywan-Kosek
SEKRETARZ REDAKCJI — Mgr Elżbieta Stinzing

OPRACOWANIE REDAKCYJNE
Mgr Roma Łoś

Wydano za zgodą
Rektora Politechniki Śląskiej

PL ISSN 0434-0760

Dział Wydawnictw Politechniki Śląskiej
ul. Kujawska 3, 44-100 Gliwice

Nakł. 160+85 Ark. wyd. 7.6 Ark. druk 6,875 Papier offset. kl.III 70x100, 70 g
Oddano do druku 6.05.88 Podpis. do druku 29.06.88 Druk ukończ. we wrześniu 1988
Zam. 364/88 Cena zł 152,—

Skład, fotokopie, druk i oprawę
wykonano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach

P271/88

SPIS TREŚCI

Str.

WPROWADZENIE 9

1. METODYKA SYMULACJI CIĄGŁYCH PROCESÓW PRZEMYSŁOWYCH 11

1.1. Pojęcia podstawowe 11
1.2. Eksperyment symulacyjny jako pewien rodzaj sterowania modelem matematycznym 13
1.3. Rodzaje i cele badań symulacyjnych 17
1.4. Eksperyment symulacyjny jako sterowanie o rozdzielonym dostępie do modelu 21
1.4.1. Dobór struktury modelu matematycznego 25
1.4.2. Dobór wartości liczbowych parametrów modelu matematycznego 26
1.4.3. Badania symulacyjne 28

2. MODELOWANIE I SYMULACJA PROCESÓW TRAKTOWANYCH JAKO LINIOWE UKŁADY O PARAMETRACH SKUPIONYCH 32

2.1. Wprowadzenie 32
2.2. Modelowanie i symulacja prostego reaktora chemicznego 33
2.3. Modelowanie i symulacja procesu przetłaczania gazów konwertorowych 39
2.4. Zastosowanie metody rozwinięcia e^{AT} w szereg z automatycznym doborem i zmianami kroku dyskretyzacji w symulacji układów liniowych 43

3. MODELOWANIE I SYMULACJA PROCESÓW TRAKTOWANYCH JAKO NIELINIOWE UKŁADY O PARAMETRACH SKUPIONYCH 48

3.1. Wprowadzenie 48
3.2. Modelowanie i symulacja procesu biologicznego oczyszczania ścieków 49
3.3. Modelowanie i symulacja procesu odparowania azotu 55
3.4. Ocena efektywności metod numerycznych w zagadnieniach symulacji układów o parametrach skupionych 58

4. MODELOWANIE I SYMULACJA PROCESÓW TRAKTOWANYCH JAKO UKŁADY O PARAMETRACH SKUPIONYCH Z OPÓŹNIENIAMI 61

4.1. Wprowadzenie 61
4.2. Modelowanie pieca obrotowego dla małych odchyłek od punktu pracy 63

Str.

4.3. Problemy oszczędnej rezerwacji pamięci oraz wyboru właściwego algorytmu numerycznego całkowania przy symulacji układów z opóźnieniami 67

5. MODELOWANIE I SYMULACJA PROCESÓW TRAKTOWANYCH JAKO UKŁADY O PARAMETRACH ROZŁOZONYCH 75

5.1. Wprowadzenie 75

5.2. Modelowanie i symulacja uogólnionego przypadku przeciwprądowych wymienników ciepła 76

5.3. Modelowanie i symulacja rurociągu paliw płynnych dla wieloodcinkowego przepływu 84

5.4. Ocena efektywności metod numerycznych w zagadnieniach symulacji układów o parametrach rozłożonych 88

6. MODELOWANIE I SYMULACJA DYSKRETNEGO STEROWANIA OBIEKTEM TRAKTOWANYM JAKO UKŁAD CIĄGŁY 94

KOMENTARZ KOŃCOWY 99

LITERATURA 101

STRESZCZENIA 107

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

ВВЕДЕНИЕ 9

1. МЕТОДИКА РЕАЛИЗАЦИИ СИМУЛЯЦИОННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ НЕПРЕРЫВНЫХ ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРОЦЕССОВ 11

1.1. Основные понятия 11

1.2. Симуляционный эксперимент как некоторого рода управление математической моделью 13

1.3. Виды и цели управления 17

1.4. Симуляционный эксперимент как управление с раздельным доступом к модели 21

1.4.1. Подбор структуры математической модели 25

1.4.2. Подбор числовых значений параметров математической модели 26

1.4.3. Симуляционные исследования 28

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ И СИМУЛЯЦИЯ ПРОЦЕССОВ, ТРАКТУЕМЫХ КАК ЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ 32

2.1. Вступление 32

2.2. Моделирование и симуляция простого химического реактора ... 33

2.3. Моделирование и симуляция процесса прогона конверторных газов 39

2.4. Применение метода разложения exp(AT) в ряд с автоматическим подбором и изменением шага дискретизации в симуляции линейных систем 43

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ И СИМУЛЯЦИЯ ПРОЦЕССОВ, ТРАКТУЕМЫХ КАК НЕЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ 48

3.1. Вступление 48

3.2. Моделирование и симуляция процесса биологической очистки сбросов 49

3.3. Моделирование и симуляция процесса испарения азота 55

3.4. Оценка эффективности цифровых методов в решении проблем симуляции систем с сосредоточенными параметрами 58

4. МОДЕЛИРОВАНИЕ И СИМУЛЯЦИЯ ПРОЦЕССОВ, ТРАКТУЕМЫХ КАК СИСТЕМЫ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ 61

4.1. Вступление 61

4.2. Моделирование вращающей печи для небольших отклонений от рабочей точки 63

Стр.

4.3. Проблемы резервации машинной памяти и выбор соответствующего машинного алгоритма интегрирования при симуляции систем с запаздыванием 67

5. МОДЕЛИРОВАНИЕ И СИМУЛЯЦИЯ ПРОЦЕССОВ, ТРАКТУЕМЫХ КАК СИСТЕМЫ С РАСПРЕДЕЛЁННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ 75

5.1. Вступление 75

5.2. Моделирование и симуляция противотоковых обменивателей тепла в общем случае 76

5.3. Моделирование и симуляция трубопровода с жидким топливом для многоотрезкового течения 84

5.4. Оценка эффективности машинных методов в проблемах симуляции систем с распределёнными параметрами 88

6. МОДЕЛИРОВАНИЕ И СИМУЛЯЦИЯ ДИСКРЕТНОГО УПРАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТОМ, ТРАКТУЕМОМ КАК НЕПРЕРЫВНАЯ СИСТЕМА 94

ПОДВЕДЕНИЕ ИТОГОВ 99

ЛИТЕРАТУРА 101

Резюме 107

CONTENTS

Page

INTRODUCTION 9

1. METHODOLOGY OF THE CONTINUOUS INDUSTRIAL PROCESS SIMULATION ... 11

1.1. Basing notions 11

1.2. Simulation experiment as a case of the mathematical model control 13

1.3. Kinds and purposes of the simulation studies 17

1.4. Simulation experiment as a control with distributed access to mathematical model 21

1.4.1. Choice of the mathematical model structure 25

1.4.2. Choice of the numerical values of the mathematical model parameters 26

1.4.3. Simulation studies 29

2. MODELING AND SIMULATION OF PROCESS TREATED AS A LINEAR LUMPED PARAMETER SYSTEM 32

2.1. Introduction 32

2.2. Modeling and simulation of the simple chemical reactor ... 33

2.3. Modeling and simulation of the convertor gas forcing process 39

2.4. Application of the method of the e^{AT} series expansion with automatic choice and change of discretizing step in the simulation of linear systems 43

3. MODELING AND SIMULATION OF PROCESS TREATED AS A NONLINEAR LUMPED PARAMETER SYSTEM 48

3.1. Introduction 48

3.2. Modeling and simulation of the activated wastewater sludge process 49

3.3. Modeling and simulation of the nitrogen vaporization process 55

3.4. Efficiency evaluation for numerical methods in simulation problems of lumped parameter systems 58

4. MODELING AND SIMULATION OF PROCESS TREATED AS A LUMPED PARAMETER SYSTEM WITH DELAYS 61

4.1. Introduction 61

4.2. Modeling of the rotary kiln for small deviations from the steady state working point 63

Page

4.3. Problems of economical memory reservation and of choosing numerical integration algorithms for simulation of systems with delays 67

5. MODELING AND SIMULATION OF PROCESS TREATED AS A DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEMS 75

5.1. Introduction 75

5.2. Modeling and simulation of the counterflow heat exchangers generalized case 76

5.3. Modeling and simulation of the liquid fuel pipeline for multiinterval flow 84

5.4. Efficiency evaluation for numerical methods in simulation problems of distributed parameter systems 88

6. MODELING AND SIMULATION OF THE DIGITAL CONTROL OF A PLANT TREATED AS A CONTINUOUS SYSTEM 94

CONCLUSIONS 99

REFERENCES 101

SUMMARIES 107

WPROWADZENIE

Symulacja jest dziedziną nauki rozwijającę się równolegle z automatyką i informatykę. Stowarzyszenie IMACS (International Association for Mathematics and Computers in Simulation) wchodzi obok stowarzyszeń IFAC (automatyka) i IFIP (informatyka) w skład wspólnego komitetu FIACC koordynującego międzynarodowę wymianę i publikację badań dotyczęcych automatyki, informatyki, symulacji i zastosowań komputerów. Symulacja wykorzystuje elementy teorii i sprzęt wytworzony w ramach automatyki i informatyki (w szczególności komputery), ale również z drugiej strony jest najtańszym i bardzo wygodnym sposobem badań w tych dwu dziedzinach.

W zagadnieniach automatyzacji ciągłych procesów przemysłowych mamy do czynienia z procesem technologicznym oraz z układami sterowania tym procesem. Oba te elementy są w obecnym stanie rozwoju techniki nierozerwalnie ze sobę związane tworzęc pewien system. Nie da się zaprojektować prawidłowo układów sterowania pewnym procesem technologicznym bez znajomości tego procesu. Z drugiej strony przy projektowaniu również samej technologii należy przewidzieć układy automatyki zabezpieczające prawidłowy przebieg procesu technologicznego.

Najtańszym i bardzo wygodnym sposobem testowania układów automatyki z jednoczesną możliwością badania samego procesu technologicznego są eksperymenty symulacyjne na modelu matematycznym procesu i układów automatyki. Drogą symulacji można również przeprowadzić na modelu badania, których na rzeczywistym obiekcie przeprowadzić się nie da, np. symulować różnego typu awarie. W celu przeprowadzenia badań symulacyjnych trzeba zbudować model matematyczny procesu i układów sterowania tym procesem, a następnie przy wykorzystaniu techniki obliczeniowej zrealizować ten model na komputerze. Komputer ma tutaj szczególne znaczenie, ponieważ jest podstawowym narzędziem dla potrzeb symulacji, ale jednocześnie staje się obecnie atrakcyjnym narzędziem dla potrzeb automatyki zastępując regulatory analogowe.

W ramach symulacji, choć wykorzystuje ona elementy automatyki, informatyki, metod numerycznych oraz opis fizykalny badanych symulacyjnie procesów (niekoniecznie technicznych), tworzony jest również własny aparat pojęciowy.

W pracy rozpatrywane są wybrane problemy związane z modelowaniem i symulację ciągłych procesów przemysłowych.

W pierwszym - wprowadzającym rozdziale pracy uwagę skupiono na wzajemnych relacjach pomiędzy eksperymentatorem a modelem badanego ciągłego pro-

cesu przemysłowego (przy czym przez proces rozumieć będziemy proces technologiczny wraz z układami automatyki). W takim ujęciu eksperyment symulacyjny możemy potraktować jako pewien rodzaj sterowania modelem matematycznym procesu. Dla ułatwienia sterowania przez eksperymentatora modelem matematycznym procesu zaproponowano koncepcję sterowania o hierarchicznie rozdzielonym dostępie eksperymentatora do modelu procesu.

W rozdziałach 2, 3, 4, 5, stanowiących główną część pracy, przedstawiono problematykę modelowania i symulacji ciągłych procesów przemysłowych. Uwzględniono główne typy modeli matematycznych procesów ciągłych, to znaczy modele traktujące proces jako układ o parametrach skupionych, jako układ z opóźnieniami lub jako układ o parametrach rozłożonych. W rozdziałach tych przedstawiono (w większości własne) oryginalne modele matematyczne różnych złożonych procesów przemysłowych. Przedstawiono również sposób prowadzenia badań symulacyjnych na tych modelach wykorzystujący (zaproponowaną w rozdziale pierwszym) koncepcję sterowania o rozdzielonym dostępie eksperymentatora do modelu procesu.

Realizacja modeli matematycznych ciągłych procesów przemysłowych na komputerze związana jest z problemami numerycznymi dotyczącymi rozwiązywania równań różniczkowych różnego typu. Stąd też dla każdego z typów modeli matematycznych dyskutowanych w pracy przedstawiono własne propozycje i doświadczenia związane z problemami numerycznymi.

Uzupełnieniem pracy jest krótki rozdział 6, w którym zwrócono uwagę na przydatność pewnego rzadko stosowanego sposobu modelowania cyfrowych układów regulacji.

Jednolita i systematyczna prezentacja problemów modelowania i symulacji ciągłych procesów przemysłowych stanowi istotną pomoc przy analizie i projektowaniu układów sterowania takimi procesami.

Autor uważa za swój miły obowiązek złożyć podziękowanie Recenzentom pracy za trud recenzji i cenne uwagi, które pozwoliły na pełniejszą prezentację omawianych w pracy problemów.

Rozdział 1

METODYKA SYMULACJI CIĄGŁYCH PROCESÓW PRZEMYSŁOWYCH

1.1. Pojęcia podstawowe

Burzliwy rozwój komputerów spowodował bardzo częste użycie pojęć "modelowanie" i "symulacja", przy czym pojęcia te są nie tylko mylone ze sobą, ale również niekiedy nadużywane. Wynika to z zastosowania metod modelowania i symulacji w prawie wszystkich, jakże różnych dziedzinach nauk ścisłych.

Próba porównania interpretacji tych pojęć spotykanych w literaturze wymagałaby osobnego obszernego studium terminologicznego. Warto jednak przytoczyć tu za literaturą [34, 35, 42, 63, 64, 70, 102, 104, 105, 106], że ogólnie biorąc modelowanie to konstruowanie pewnych modeli opisujących wybrane procesy hipotetyczne lub zachodzące w rzeczywistości, natomiast symulacja to eksperymentowanie na tych modelach. Spotkać jednak można również inny sposób interpretacji pojęcie symulacji polegający na użyciu go w odniesieniu do realizacji i rozwiązania modelu matematycznego na komputerze [57, 130].

Przechodząc do sformułowania interpretacji pojęcia symulacji dla potrzeb ciągłych procesów przemysłowych należy zacząć od oczywistego spostrzeżenia, że również nie każde eksperymentowanie na modelu badanego procesu można nazwać symulacją. Dobrym przykładem byłyby eksperymenty na modelu matematycznym pewnego procesu (zapisanym w postaci równań różniczkowych i rozwiązywanym numerycznie) polegające na kolejnych zmianach kroku całkowania. Takich eksperymentów nie można uznać za eksperymenty symulacyjne, ponieważ krok całkowania nie ma żadnego związku z badanym procesem. Inaczej mówiąc zmieniając krok całkowania nie symuluje się żadnej z cech badanego procesu.

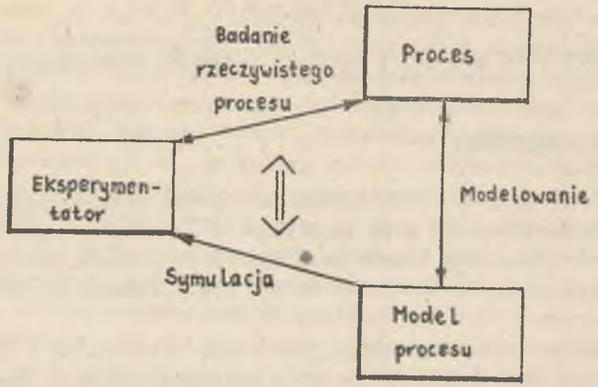
W pracy przyjmujemy więc następującą interpretację pojęcia symulacji dla potrzeb ciągłych procesów przemysłowych:

Symulacja jest to takie eksperymentowanie na modelu badanego procesu (przy wykorzystaniu oddziaływań i obserwacji wielkości mających fizykalne odpowiedniki w badanym procesie), które zapewnia eksperymentatorowi w pewnym stopniu złudzenie kontaktu z tym procesem.

W takim ujęciu symulacja jest relacją pomiędzy eksperymentatorem a modelem procesu (modelem fizycznym lub modelem matematycznym zrealizowanym

przy wykorzystaniu komputera), przy czym jest to relacja zastępcza dająca w jakimś stopniu złudzenie kontaktu eksperymentatora z badanym procesem.

W trakcie modelowania i symulacji będziemy więc mieli do czynienia z trzema elementami - eksperymentatorem, modelem procesu i procesem oraz trzema relacjami, co pokazano na rysunku 1.1.



Rys. 1.1. Podstawowe elementy i relacje modelowania i symulacji
Fig. 1.1. Fundamental elements and relations of modeling and simulation

Przez pojęcie "model procesu" będziemy rozumieli tu model użytkowy procesu [127], a więc model reprezentujący tylko tę część wiedzy o procesie, która jest istotna ze względu na przeznaczenie modelu. Wygodne będzie również użycie dodatkowo nazwy "model symulacyjny procesu". Będzie to taki model użytkowy, który został skonstruowany dla potrzeb symulacji. A więc model, w którym przygotowano możliwości oddziaływania tymi wielkościami (mającymi fizykalne odpowiedniki w badanym procesie), których efekt oddziaływania chcielibyśmy obserwować w badanym procesie. Przy konstrukcji modelu symulacyjnego należy również oczywiście uwzględnić możliwość obserwacji tych wielkości, które chcielibyśmy obserwować w badanym procesie.

Eksperymentator to osoba lub grupa osób przeprowadzająca eksperymenty na modelu procesu w zastępstwie eksperymentów na rzeczywistym procesie. Przyczyny zastępczego eksperymentowania na modelu są powszechnie znane. Do najważniejszych należą koszty lub czasochłonność eksperymentów oraz niemożliwość przeprowadzenia wielu typów eksperymentu na rzeczywistym procesie (np. symulacja wybuchu reaktora jądrowego).

Kluczowe znaczenie w proponowanej tu interpretacji pojęcia symulacja mają dwie skorelowane ze sobą relacje - relacja pomiędzy eksperymentatorem i procesem oraz relacja pomiędzy eksperymentatorem i modelem procesu.

Symulacja jest relację pomiędzy eksperymentatorem i modelem procesu odpowiadającę relacji pomiędzy eksperymentatorem i procesem - relacji, której z różnych względów nie chcemy lub nie możemy zrealizować.

Jednę z możliwości realizacji modelu procesu jest budowa modelu matematycznego tego procesu oraz zaprogramowanie jego rozwiązania na komputerze. A więc w proponowanym tu ujęciu komputer jest elementem wchodzęcym w skład modelu procesu.

W pracy ograniczymy dyskusję do badań symulacyjnych ciągłych procesów przemysłowych, przy czym przez ciągły proces przemysłowy będziemy rozumieli nie tylko same procesy technologiczne, ale również towarzyszęce im układy automatyki.

Modele fizykalne w małej skali dla tego rodzaju procesów są bardzo kosztowne i stęd rzadko stosowane w praktyce. Podstawowym typem modelu ciągłego procesu przemysłowego wraz z układami automatyki jest model matematyczny, czyli pewien układ równań matematycznych - głównie różniczkowych różnego typu - rozwiązywanych numerycznie przy wykorzystaniu komputera. Do tego typu modeli ograniczymy też zakres pracy.

Na zakończenie uściślijmy, co będziemy w pracy rozumieli przez pojęcie "model matematyczny". Otóż pewien układ równań matematycznych - np. układ równań opisujęcych przepływ cieczy w rurociągu - będziemy uważali za model matematyczny procesu przepływu w tym rurociągu po określeniu dla tych równań oddziaływań i wielkości obserwowanych (to znaczy wielkości wejściowych i wyjściowych) mających fizykalne odpowiedniki w procesie przepływu.

1.2. Eksperyment symulacyjny jako pewien rodzaj sterowania modelem matematycznym

W poprzednim rozdziale sprecyzowano interpretację pojęcia symulacja jako relację pomiędzy eksperymentatorem i modelem symulacyjnym procesu. Relacja ta jest wzajemna. Eksperymentator oddziałuje na model przy użyciu wielkości, które nazywane będę oddziaływaniami symulacyjnymi oraz obserwuje efekt tych oddziaływań w postaci przebiegów wielkości obserwowanych. Jak już wyraźnie podkreślono, zarówno oddziaływania symulacyjne, jak i wielkości obserwowane muszą mieć fizykalne odpowiedniki w modelowanym procesie.

W klasycznym ujęciu Wienera [3] [126] sterowanie jest celowym oddziaływaniem na pewne zjawiska lub obiekty, a więc eksperyment symulacyjny z punktu widzenia cybernetyki można potraktować jako pewien rodzaj sterowania modelem symulacyjnym. Naturalnę konsekwencję tego spostrzeżenia będzie konieczność sprecyzowania, co będziemy rozumieli przez pojęcie model symulacyjny procesu traktowany jako obiekt sterowany przez eksperymentatora oraz, jakie są jego wielkości sterujące i wyjściowe.

Obiekt sterowania zapiszmy ogólnie jako:

$$MS: W \longrightarrow Y \qquad (1.1)$$

gdzie:

W - zbiór oddziaływań symulacyjnych (sterowań modelem),

Y - zbiór wielkości obserwowanych (wyjściowych),

$W_i(t)$, $Y_i(t)$ dla $t \in [t_0, t_m]$, $i = 1,\ldots,N$ są wektorami funkcji przedziałami ciągłych.

W ramach klasy ciągłych procesów przemysłowych (wraz z układami regulacji) jako oddziaływania symulacyjne mogą być wykorzystane następujące wielkości:

a) Parametry fizykalne procesu (np. gęstość) oraz te współczynniki modelu, które mają ściśle określony sens fizyczny (np. współczynnik wnikania ciepła). Parametry te mogą być wymuszeniami, jeśli dopuszcza to rodzaj wykorzystanego modelu matematycznego.

b) Parametry określające stan początkowy procesu.

c) Wielkości o charakterze manipulacyjnym. Są to te wielkości, które możemy lub chcielibyśmy nastawiać w badanym procesie. Jeśli badamy proces wraz z układami regulacji, to oddziaływaniami manipulacyjnymi będą nastawy regulatorów (w tym również okres próbkowania dla regulatorów cyfrowych). Zakłócenia wpływające na proces traktujemy również jako oddziaływania manipulacyjne.

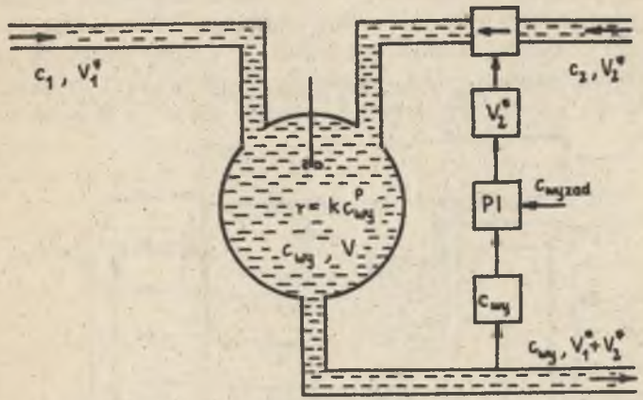
Właśnie sposób traktowania zakłóceń procesu odróżnia eksperyment symulacyjny polegający na sterowaniu modelem od innego rodzaju zagadnień sterowania. W teorii sterowania zakłóceniami procesu są wielkości wpływające na proces traktowany jako obiekt sterowania, których postać jest najczęściej nieznana, a obserwować można tylko efekt ich działania. Eksperymentator dokonując eksperymentu symulacyjnego musi natomiast zamodelować zakłócenie i oddziaływać nim na model matematyczny procesu. Podjęcie decyzji o wystąpieniu i o postaci danego zakłócenia należy do eksperymentatora, a więc jest to wielkość sterująca dla modelu symulacyjnego badanego procesu.

Wielkościami obserwowanymi mogą być dowolne wielkości (w tym również sterujące) mające odpowiedniki w badanym procesie. Nie muszą to być wielkości mierzalne. Jednym z celów badań symulacyjnych jest właśnie obserwacja wielkości, których na rzeczywistym procesie nie da się zmierzyć.

W przypadku badań symulacyjnych procesu wraz z układami sterowania należy odróżnić dwa pojęcia obiektu sterowania. Są to:

a) Modelowany obiekt sterowania - a więc sam proces traktowany jako obiekt sterowania. Obiekt ten podlega sterowaniu przy użyciu układów sterowania, które również trzeba zamodelować.

b) Model symulacyjny jako obiekt sterowania - a więc pełny model symulacyjny procesu (wraz z układami sterowania). Obiekt ten podlega sterowaniu dokonywanemu przez eksperymentatora. Zakłócenia wpływające na modelowany proces będą sterowaniami modelu symulacyjnego w trakcie eksperymentu symulacyjnego. Powyższe stwierdzenia uzupełnijmy następującym przykładem.



Rys. 1.2. Reaktor zbiornikowy z układem regulacji
Fig. 1.2. Stirred tank reactor with control system

Na rysunku 1.2 przedstawiono prosty reaktor zbiornikowy z idealnym mieszaniem, w którym zachodzi reakcja izotermiczna o kinetyce opisanej równaniem:

$$r = k\, c_{wy}^p$$

Oznaczenia:

c_1, c_2, c_{wy} - stężenia w $[kg/m^3]$;

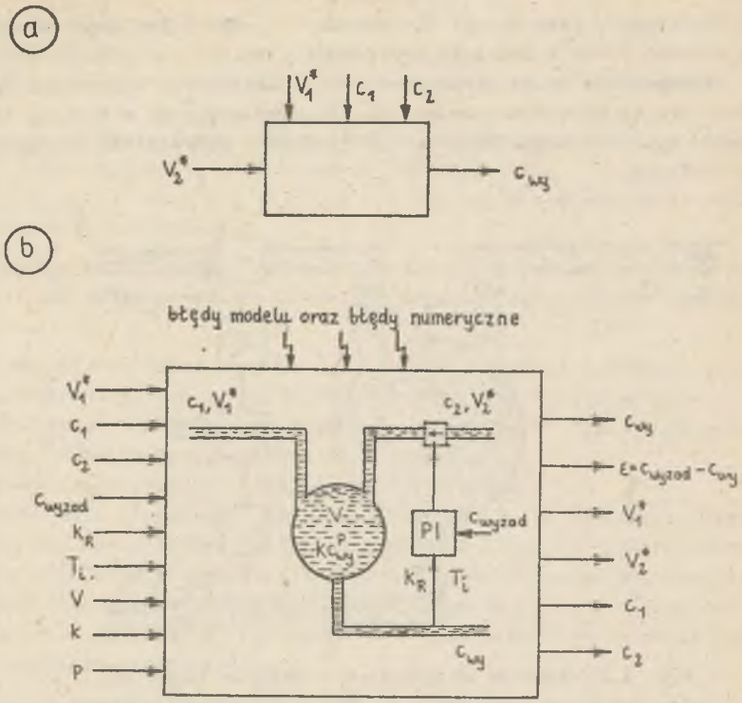
V_1^*, V_2^* - przepływy objętościowe w $[m^3/s]$;

V - objętość reaktora;

k, p - współczynniki kinetyki reakcji.

Reaktor ten jest wyposażony w układ stabilizacji stężenia wyjściowego z regulatorem PI o nastawach k_R, T_i, c_{wyzad}.

Na rysunku 1.3a przedstawiony jest schemat blokowy modelowanego obiektu sterowania. Wielkością wyjściową jest stężenie c_{wy}, natomiast wielkością sterującą jest przepływ V_2^*. Wielkości V_1^*, c_1, c_2 są zakłóceniami procesu. Z punktu widzenia modelowanego obiektu sterowania zmieniają się



Rys. 1.3

a) Modelowany obiekt sterowania, b) Model matematyczny jako obiekt sterowania w trakcie symulacji

Fig. 1.3

a) Modelled control plant, b) Mathematical model as a control plant during the simulation experiment

one w sposób niekontrolowany, natomiast celem układu regulacji jest zmniejszenie lub zlikwidowanie efektu ich oddziaływania.

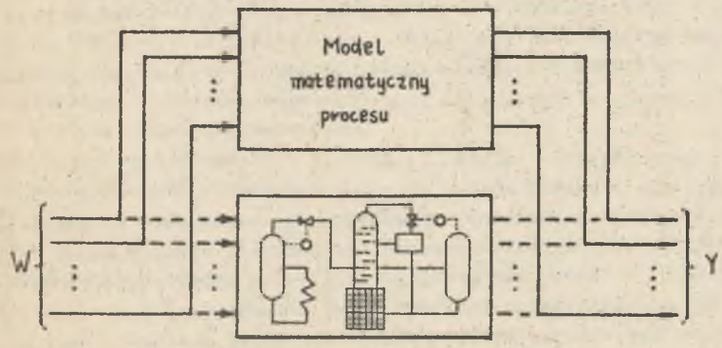
Na rysunku 1.3b przedstawiony jest schemat blokowy obiektu sterowania w trakcie eksperymentu symulacyjnego traktowanego jako sterowanie modelem procesu. Wielkości V_1^*, c_1, c_2 są teraz sterowaniami modelu symulacyjnego procesu i eksperymentator musi zrealizować sterowanie podając jakieś wybrane przez siebie przebiegi tych wielkości.

Jak każdy obiekt sterowania również obiekt sterowania w trakcie symulacji może być poddany wpływowi pewnych zakłóceń. Będą nimi błędy modelu, błędy algorytmu rozwiązującego równania matematyczne modelu oraz numeryczne błędy zaokrągleń.

W blok reprezentujący model symulacyjny procesu traktowany jako obiekt sterowania (rys. 1.3b) celowo wrysowano rysunek modelowanego procesu, ponieważ obiekt sterowania w trakcie symulacji ma również inną interpretację niż obiekt sterowania w klasycznych zagadnieniach sterowania.

Jednym z podstawowych pojęć pomocnych przy interpretacji charakteru obiektów sterowania jest pojęcie "czarnej skrzynki". Teorię czarnej skrzynki można znaleźć w monografii Ashby'ego [3]. Teoria ta zakłada traktowanie obiektu sterowania jako skrzynki, której zawartość jest nieznana. Dla znalezienia algorytmu sterowania wystarczające jest określenie własności obiektu na podstawie obserwacji jedynie wielkości wejściowych i wyjściowych.

W przypadku eksperymentu symulacyjnego zawartość skrzynki będącej obiektem sterowania może być znana lub nieznana - jest to nieistotne - ale istota symulacji polega na nadaniu zawartości skrzynki interpretacji badanego procesu (rys. 1.4). Przypomnijmy, że w trakcie symulacji eksperymentator ma mieć w jakimś stopniu złudzenie kontaktu z procesem, a nie jego modelem.



Rys. 1.4. Obiekt sterowania w trakcie symulacji jako skrzynka o interpretowanej zawartości

Fig. 1.4. Control plant during the simulation experiment as a box with interpreted inside

Jak już stwierdziliśmy, znajomość zawartości skrzynki (czyli postać modelu matematycznego procesu) jest dla eksperymentatora nieistotna. Zauważmy, że nawet jeśli eksperymentator jest również konstruktorem modelu, to po pewnym czasie eksploatacji modelu eksperymentator nie korzysta z informacji o postaci równań matematycznych, interpretując swoje badania jako badania procesu.

1.3. Rodzaje i cele badań symulacyjnych

Eksperyment symulacyjny polega na znalezieniu sterowania W_i, a następnie zrealizowaniu przy wykorzystaniu komputera relacji:

$$MS: W_i \longrightarrow Y_i, \qquad i = 1,\ldots,N \tag{1.2}$$

W zależności od celów, jakie stawiamy przeprowadzając eksperyment symulacyjny, można wyróżnić trzy podstawowe przypadki.

Symulacja jako sterowanie w układzie otwartym

Celem tego rodzaju symulacji jest otrzymanie par:

$$\langle W_i, Y_i \rangle \qquad i = 1,\ldots,N \tag{1.3}$$

Tego rodzaju eksperymentów dokonujemy na sprawdzonym modelu matematycznym o określonych liczbowo dla konkretnego procesu współczynnikach. Ich celem jest sprawdzenie zachowania się badanego procesu w warunkach określonych przez przyjęte przez eksperymentatora sterowania (np. badamy zachowanie się procesu spalania dla kilku wybranych wartości współczynnika nadmiaru powietrza).

Ogólnie ten sposób sterowania możemy opisać po prostu jako przekształcenie MS:

$$MS: W_i \longrightarrow Y_i, \qquad i = 1,\ldots,N \tag{1.4}$$

przy czym W_i jest niezależne od każdego Y_i, natomiast N jest liczbą eksperymentów. Możliwy jest przypadek, że budujemy złożony model matematyczny jakiegoś procesu, aby przeprowadzić jeden tylko eksperyment symulacyjny. Najczęściej jednak budujemy model matematyczny i określamy jego współczynniki weryfikując model w jednym lub kilku punktach pracy procesu. Celem przeprowadzenia eksperymentów symulacyjnych przy wykorzystaniu sterowania w układzie otwartym będzie obserwacja zachowania się procesu w innych warunkach.

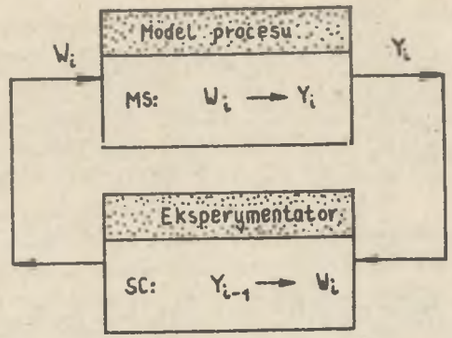
Symulacja jako sterowanie sekwencyjne w układzie zamkniętym

Sterowanie sekwencyjne modelem procesu (sekwencyjne prowadzenie eksperymentów symulacyjnych) stosujemy przy doborze struktury modelu i przy doborze wartości liczbowych współczynników modelu. Sterowanie to polega na określeniu sterowania W_i na podstawie wyników poprzedniego eksperymentu Y_{i-1}, to znaczy:

$$\underbrace{\exists}_{W_i, Y_{i-1}, Y_i} \quad \underbrace{\exists}_{MS,\ SC} \quad \underbrace{\forall}_{i=2,\ldots,N} \left\{ (SC: Y_{i-1} \longrightarrow W_i) \wedge (MS: W_i \longrightarrow Y_i) \right\} \tag{1.5}$$

Sterowanie takie jest realizowane w układzie zamkniętym, przedstawionym na rysunku 1.5.

Aby dobrać postać modelu lub dobrać wartości liczbowe jego współczynników, należy mieć dany pewien uporządkowany zestaw pożądanych przebiegów wyjściowych $\tilde{Y}$. Przez przebieg pożądany będziemy rozumieli tu albo prze-



Rys. 1.5. Eksperyment symulacyjny jako sterowanie sekwencyjne w układzie zamkniętym

Fig. 1.5. Simulation experiment as a sequential control in a closed loop

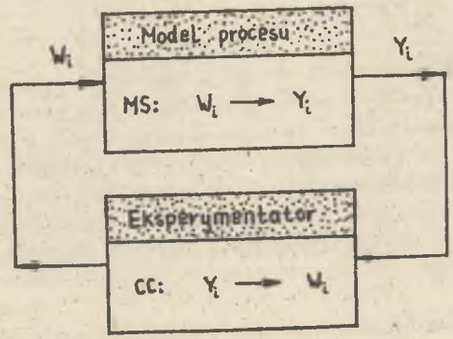
bieg zmierzony na rzeczywistym procesie, albo przebieg uzyskany na podstawie innych zweryfikowanych badań.

Przyjmując pewien wskaźnik jakości J, będący funkcją różnicy pomiędzy $\tilde{Y}$ a odpowiadającymi im przebiegami Y_i, możemy określić cel sterowania sekwencyjnego jako:

$$\min J, \qquad \text{gdzie:} \quad J = f(\tilde{Y} - Y_i) \tag{1.6}$$

Symulacja jako sterowanie ciągłe w układzie zamkniętym

Badania symulacyjne realizowane poprzez sterowanie ciągłe w układzie zamkniętym stosujemy w przypadku treningu operatora procesu. Sterowanie takie jest realizowane w układzie zamkniętym przedstawionym na rys. 1.6.



Rys. 1.6. Eksperyment symulacyjny jako sterowanie ciągłe w układzie zamkniętym

Fig. 1.6. Simulation experiment as a continuous control in a closed loop

W układzie tym model matematyczny procesu reprezentowany jest przez przekształcenie MS. Eksperymentator reagując według pewnych algorytmów (w sposób ciągły w trakcie eksperymentu), reprezentowany jest przez przekształcenie CC. Natomiast postać zarówno sterowań W_i, jak i wielkości obserwowanych Y_i jest zdeterminowana wzajemnym oddziaływaniem eksperymentatora i modelu w układzie zamkniętym, to znaczy:

$$\exists_{W_i,\, Y_i} \quad \exists_{MS,\, CC} \quad \forall_{i=1,\ldots,N} \left\{(CC: Y_i \longrightarrow W_i) \wedge (MS: W_i \longrightarrow Y_i)\right\} \qquad (1.7)$$

Eksperymentator w takim układzie realizuje dwie oddzielne czynności sterowania: sterowanie trenera TR oraz sterowanie operatora OP, przy czym oczywiście występuje podział wielkości sterujących na sterowania trenera W_{tr} oraz sterowania operatora W_{op}, to znaczy:

$$W = W_{op} \cup W_{tr}, \qquad \forall_{\substack{w \in W_{op} \\ w \in W_{tr}}} \left\{W_{op} \cap W_{tr} = 0\right\} \qquad (1.8)$$

Operator wypracowuje swoje sterowanie na podstawie obserwacji wielkości wyjściowych, starając się dostosować lub przeciwdziałać efektom sterowania realizowanego przez trenera, to znaczy:

$$OP: Y \longrightarrow W_{op} \qquad (1.9)$$

Trener realizuje pewien plan treningu PL określając sterowania według przyjętego planu oraz wykorzystuje obserwację sterowań operatora W_{op} i efektów jego sterowania Y, to znaczy:

$$TR: \langle PL, \{Y, W_{op}\}\rangle \longrightarrow W_{tr} \qquad (1.10)$$

Naturalnym sposobem realizacji treningu operatora jest realizacja treningu w czasie rzeczywistym. W wielu przypadkach nie jest to konieczne (szczególnie jeśli badany proces ma duże bezwładności). Wtedy celem treningu jest nauczenie się prawidłowych reakcji na określone sytuacje. Sterowanie trenera można zaprogramować na stałe. Wtedy sterowanie trenera jest realizowane automatycznie przez komputer (przykładem są m.in. tak zwane gry komputerowe). W tym przypadku operator nie powinien mieć dostępu do sterowań trenera.

1.4. Eksperyment symulacyjny jako sterowanie o rozdzielonym dostępie do modelu

Cechą charakterystyczną modeli matematycznych ciągłych procesów przemysłowych z układami sterowania jest duża liczba oddziaływań symulacyjnych i wielkości obserwowanych. W zależności od rodzaju badań symulacyjnych wielkości te mogę być wykorzystywane z różną częstotliwością, z różnym priorytetem oraz, ewentualnie, z różnym stopniem zastrzeżenia dostępu eksperymentatora do tych wielkości.

Aby ułatwić sterowanie złożonymi procesami przemysłowymi, wykorzystuje się sterowanie w układzie hierarchicznym. Teoria układów hierarchicznego sterowania [24] [66] wyróżnia dwa rodzaje takiego sterowania - układy wielowarstwowe i wielopoziomowe. Układy wielowarstwowe polegają na podziale funkcji sterowania na warstwy regulacji, optymalizacji i adaptacji. Układy wielopoziomowe wykorzystują dekompozycję zadania optymalizacji na zadania częściowe w celu ułatwienia obliczeń.

W przypadku sterowania modelem procesu w trakcie eksperymentu symulacyjnego naturalny będzie inny podział, mianowicie podział w dostępie eksperymentatora do poszczególnych wielkości sterujących i obserwowanych. Taka koncepcja jest wymuszona przez dużą liczbę tych wielkości i jest intuicyjnie stosowana w praktyce. Treścią tego rozdziału jest próba teoretycznego uporządkowania koncepcji eksperymentu symulacyjnego polegającego na sterowaniu o rozdzielonym dostępie do modelu procesu.

Przy dużej liczbie oddziaływań symulacyjnych (zmiennych sterujących dla modelu procesu) dokonujemy następującego podziału zmiennych sterujących:

$$W = MUKUA; \qquad \forall_{\substack{s \in A \\ m \in M}} \left\{A \cap M = 0\right\} \qquad (1.11)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} M &= \left\{m_i;\ i = 1,2,\ldots,n_m\right\} \\ K &= \left\{k_i;\ i = 1,2,\ldots,n_k\right\} \\ A &= \left\{s_i;\ i = 1,2,\ldots,n_a\right\} \end{aligned} \qquad (1.12)$$

Zbiór M jest zbiorem oddziaływań manipulacyjnych, a więc wielkości nastawianych i zakłóceń badanego procesu. Włączenie zakłóceń procesu do oddziaływań manipulacyjnych uzasadniono już w rozdziale 1.2.

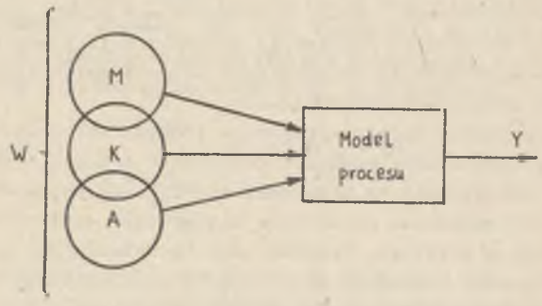
Zbiór K jest zbiorem sterowań o charakterze przełączników struktury modelu, natomiast zbiór A jest zbiorem parametrów procesu łącznie z warunkami początkowymi.

Kluczowe znaczenie dla ułatwienia sterowania modelem procesu ma zbiór przełączników struktury modelu. Przełącznikami mogę być specjalnie wprowadzone wielkości w celu włączania lub wyłączania pewnych elementów mode-

lu procesu, np. pewnych alternatywnych postaci reakcji chemicznej w modelu reaktora lub też zamodelowanych alternatywnych struktur sterowania procesem. Przełącznikami mogą też być odpowiednie parametry procesu A lub oddziaływania manipulacyjne M (to znaczy pewne szczególne wartości liczbowe tych wielkości pozwalające na przełączenie struktury). Zapiszmy to następująco:

$$K = \{K_1 \cup K_2 \cup K_3; \quad K_1 \subseteq M; \quad K_2 \subseteq A; \quad K_3 \not\subset A \cup M\} \tag{1.13}$$

Interpretację graficzną zależności (1.11) i (1.13) przedstawiono na rysunku 1.7.



Rys. 1.7. Podział wielkości sterujących
Fig. 1.7. Distribution of control variables

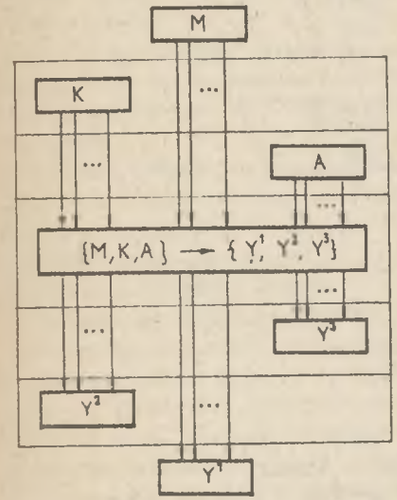
Również wielkości obserwowane, przy dużej ich liczbie, należy podzielić na pewne grupy o różnym priorytecie. Tak jak operator procesu, tak i eksperymentator w trakcie badań symulacyjnych obserwuje tylko wybrane wielkości (obserwacja wszystkich możliwych wielkości jednocześnie poważnie utrudnia ich interpretację). A więc rozdzielenie wielkości obserwowanych na różne poziomy dostępu ma na celu ułatwienie obserwacji wybranych wielkości.

W trakcie pewnych badań symulacyjnych (szczególnie przy treningu operatora procesu) istotna jest również możliwość zastrzeżenia dostępu operatora do wybranych wielkości obserwowanych.

O ile podział sterowań na trzy grupy wynika w naturalny sposób z fizykalnego podziału zmiennych sterujących, to podział wielkości obserwowanych jest arbitralny i związany z konkretnym procesem oraz celem badań symulacyjnych. Ogólnie można zapisać:

$$Y = \bigcup_{i=1}^{N_y} Y^i; \quad \forall_{y \in Y^i} \bigcap_{i=1}^{N_y} Y^i = 0 \tag{1.14}$$

Indeks górny oznacza hierarchię ważności (za najważniejsze wielkości obserwowane będziemy uważali wielkości z indeksem 1). N_y oznacza liczbę grup wielkości obserwowanych. W praktyce nie zachodzi potrzeba podziału na więcej niż trzy grupy o różnej hierarchii ważności.



Rys. 1.8. Przykładowy układ sterowania modelem symulacyjnym procesu

Fig. 1.8. An example of a control system of a mathematical model

Typowy układ sterowania modelem matematycznym w trakcie badań symulacyjnych przedstawiono na rysunku 1.8.

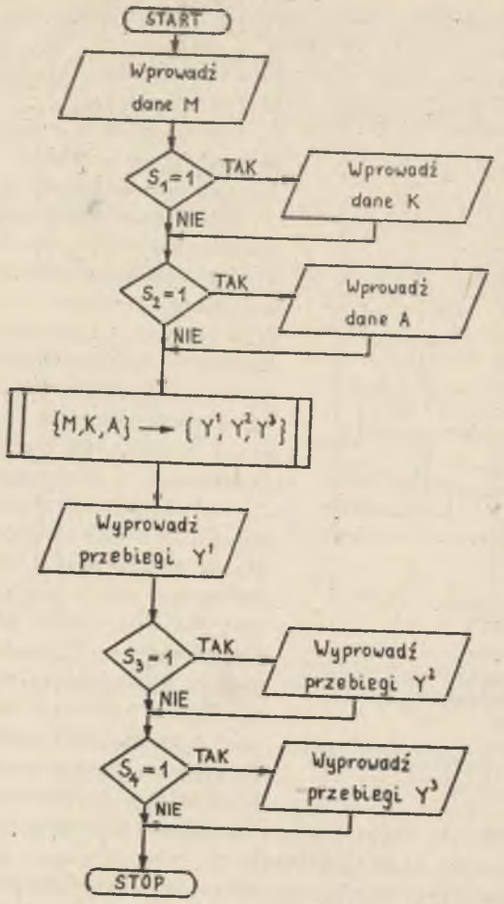
Model symulacyjny badanego procesu realizuje relację $\{M,K,A\} \rightarrow \{Y^1, Y^2, Y^3\}$ a więc umożliwia oddziaływanie na wszystkie wielkości sterujące modelu oraz umożliwia obserwację wszystkich wielkości obserwowanych. Układ sterowania tym modelem realizujemy na zewnątrz modelu poprzez rozdzielenie dostępu do poszczególnych wielkości sterujących i obserwowanych.

W układzie przedstawionym na rysunku 1.8 eksperymentator ma stały dostęp do sterowań o charakterze manipulacyjnym M i jednej (najważniejszej dla celu badań) grupy wielkości obserwowanych Y^1. Badania można prowadzić, korzystając tylko z tych wielkości, traktując model procesu wraz z pozostałymi wielkościami sterującymi i obserwowanymi jako zamkniętą skrzynkę. Sterowania wewnątrz skrzynki nie zmieniają się w trakcie kolejnych eksperymentów, a to pozwala na skupienie uwagi na wielkościach M oraz Y^1.

Eksperymentator może wykorzystać dodatkowo dostęp do skrzynek wewnętrznych, jeśli zajdzie taka potrzeba (wyjątkiem jest sytuacja, w której podział dostępu jest związany z jednoczesnym zastrzeżeniem dostępu). Oczywiście z punktu widzenia sterowań i wyjść aktualnie dostępnych model procesu wraz z wielkościami o niższej hierarchii od aktualnie dostępnych jest traktowany przez eksperymentatora jako zamknięta skrzynka.

Przedstawiony na rysunku 1.8 układ umożliwia realizację dziewięciu takich skrzynek. Jeśli aktualnie dostępne są wszystkie wielkości sterujące i obserwowane, skrzynką jest zawsze sam model procesu.

Podział dostępu do pewnych grup oddziaływań i wielkości obserwowanych zachodzi w ramach relacji eksperymentator - model. W wielu przypadkach podział taki może nie wymagać dodatkowego oprogramowania (w stosunku do oprogramowania realizującego relację MS) i realizowany jest przez eksperymentatora przez odpowiednie korzystanie z wejść i wyjść programu. Przy



Rys. 1.9. Programowa realizacja sterowania modelem z rysunku 1.8
Fig. 1.9. Program implementation of the control system (Fig. 1.8) of the model

wprowadzaniu oddziaływań na model procesu przy użyciu zbioru danych do programu, zbiór ten należy podzielić na trzy części odpowiadające wielkościom M, K, A (części te można oddzielić, np. kilkoma rekordami pustymi). W trakcie badań symulacyjnych eksperymentator zmienia dane tylko w części odpowiadającej wielkościom M, pozostałe części pozostawia niezmienione. Podobnie zestaw przebiegów wielkości obserwowanych wyprowadzany jest w postaci trójczęściowego zbioru, z którego eksperymentator wykorzystuje odpowiednie grupy przebiegów według schematu przedstawionego na rysunku 1.8.

Bardzo wygodną realizacją sterowania o rozdzielonym dostępie do modelu jest realizacja programowa, przedstawiona na rysunku 1.9.

W trakcie badań symulacyjnych stale dostępne są dla eksperymentatora oddziaływania M oraz wielkości obserwowane Y^1. Dostęp do innych wielkości można uzyskać przy wykorzystaniu dwupołożeniowych zero - jedynkowych kluczy $S_1 \div S_4$. Oczywiście, jeśli eksperymentator nie korzysta z dostępu do oddziaływań K lub A, to oddziaływania te przyjmują poprzednie wartości. Przedstawiony na rysunku 1.9 schemat blokowy odpowiada sterowaniu przedstawionemu na rysunku 1.8. Dla innych postaci struktury sterowania (rys. 1.10 do rys. 1.13) należy odpowiednio zmienić kolejność wprowadzania danych.

Podział dostępu do poszczególnych wielkości w trakcie sterowania modelem procesu można również zrealizować poprzez wykorzystanie różnych urządzeń peryferyjnych. Na przykład oddziaływania M wprowadzamy korzystając z manipulatorów, wielkości K z klawiatury, natomiast wielkości A są wczytywane ze zbioru danych.

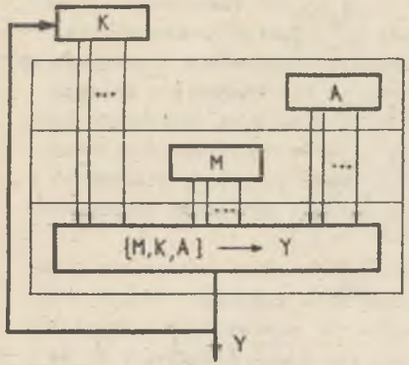
Omówienie realizacji sterowania o rozdzielonym dostępie do modelu procesu ograniczamy tylko do powyższych uwag, ponieważ realizacja takiego sterowania według układów proponowanych w tym rozdziale jest zagadnieniem prostym, a przy tym zdeterminowanym bądź to możliwościami sprzętowymi, bądź też indywidualnymi nawykami programistów.

Postać układu sterowania o rozdzielonym dostępie do modelu procesu będzie związana z celem i rodzajem badań symulacyjnych. Podział wielkości obserwowanych na grupy o różnym priorytecie, a więc i wzajemne ich usytuowanie w strukturze wieloskrzynkowej jest zależne od konkretnego badanego procesu. Zagadnienie to omówimy na konkretnych przykładach w rozdziałach następnych. Wprowadzony poprzednio podział wielkości sterujących $W = \{MUKUA\}$ ma charakter ogólny, a więc i układy sterowania możemy przedstawić ogólnie dla poszczególnych rodzajów sterowania.

1.4.1. Dobór struktury modelu matematycznego

Budowa modelu matematycznego złożonego procesu przemysłowego jest pewnego rodzaju sztuką i bardzo trudno poddaje się algorytmizacji. Z drugiej strony żaden model matematyczny nie jest w stanie przedstawić całkowicie pełni zjawisk fizykalnych modelowanego procesu. Również pewne zjawiska jednostkowe można opisać matematycznie w różny sposób. Dodatkowo zasygnalizować należy fakt, że zbudowanie modelu matematycznego bez prób wykorzystania alternatywnych opisów zjawisk jest utrudnione, ponieważ żaden konstruktor modelu matematycznego nie jest w stanie ocenić z góry na podstawie intuicji, jaki opis matematyczny będzie najlepszy.

Jednym ze sposobów budowy i weryfikacji modelu matematycznego jest koncepcja budowy w miarę możliwości obszernego opisu matematycznego, uwzględ-



Rys. 1.10. Sterowanie modelem w trakcie wyboru struktury modelu matematycznego

Fig. 1.10. Control of a mathematical model during the choice of the mathematical model structure

niającego alternatywne opisy zjawisk jednostkowych. Testowanie takiego modelu i wybór jego najlepszej (dla celu danych badań) struktury można przeprowadzić drogą badań symulacyjnych w układzie przedstawionym na rysunku 1.10.

Sterowanie w tym przypadku jest sterowaniem sekwencyjnym w układzie zamkniętym. Aby dobrać odpowiednią postać modelu, należy dysponować pewnym zbiorem przebiegów wyjściowych pożądanych $\underline{\tilde{y}}$. Przy doborze postaci modelu matematycznego istotne są charakterystyczne cechy przebiegów wyjściowych, natomiast mniej ważna jest dokładność przebiegów. Zestaw przebiegów pożądanych musi reprezentować te cechy. Dla przebiegów czasowych istotna np. jest obecność opóźnień, zmiana kierunku przebiegu itp. Dla rozkładów przestrzennych istotny jest ich kształt z uwzględnieniem ewentualnych niemonotoniczności lub nieciągłości.

Celem doboru postaci modelu jest minimalizacja pewnego wskaźnika jakości, będącego funkcją różnicy pomiędzy $\underline{\tilde{y}}$ i otrzymanych dla różnych alternatywnych postaci modelu przebiegów $\underline{y}_i$, to znaczy:

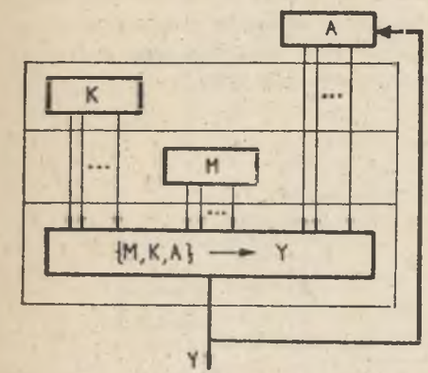
$$\min J, \quad J = f(\underline{\tilde{y}} - \underline{y}_i) \tag{1.15}$$

Minimalizację wskaźnika jakości J w tym przypadku trudno jest oprzeć na jakimś ścisłym algorytmie matematycznym. Najczęściej ocenę przeprowadzamy na podstawie oceny zgodności charakterystycznych cech przebiegów.

1.4.2. Dobór wartości liczbowych modelu matematycznego

Dobór wartości liczbowych współczynników modelu jest drugim etapem dopasowania modelu matematycznego do rzeczywistego procesu. Na wstępie należy podkreślić fakt, że współczynniki dobieramy do pewnego zestawu pożądanych przebiegów wyjściowych $\underline{\hat{y}}$ określonych w jednym punkcie pracy procesu. Nie wyklucza to oczywiście faktu, że wartości liczbowe współczynników modelu dobrane w jednym punkcie pracy procesu mogą być wystarczająco dokładne dla opisu zachowania się procesu w innych punktach jego pracy.

Dobór wartości liczbowych współczynników modelu matematycznego przeprowadzamy w układzie przedstawionym na rysunku 1.11.



Rys. 1.11. Sterowanie modelem w trakcie doboru wartości liczbowych współczynników modelu

Fig. 1.11. Control of a mathematical model during the choice of the numerical values of model parameters

Sterowanie w tym przypadku jest sterowaniem sekwencyjnym w układzie zamkniętym. Zestaw pożądanych przebiegów $\underline{\hat{y}}$ jest zazwyczaj inny niż przy doborze struktury modelu. Dla doboru wartości liczbowych współczynników modelu istotne są nie tylko charakterystyczne cechy przebiegów, ale i dokładność ich pomiaru.

Przy doborze wartości liczbowych współczynników modelu dokonujemy minimalizacji wskaźnika jakości J będącego funkcją różnicy pomiędzy $\underline{\hat{y}}$ i odpowiadającymi im reazultatami otrzymanymi z kolejnych eksperymentów symulacyjnych $\underline{y}_i$, to znaczy:

$$\min J, \quad J = f(\underline{\hat{y}} - \underline{y}_i) \tag{1.16}$$

W tym przypadku łatwo unormować postać J i przeprowadzić minimalizację wskaźnika jakości wykorzystując metody znane z teorii identyfikacji [125].

Ze względu na trudności pomiarowe przebiegów czasowych w wielu przypadkach zadowalamy się doborem współczynników modelu na podstawie wartości ustalonych w punkcie pracy.

Ponieważ w tym rozdziale często podkreślamy, że doboru wartości liczbowych współczynników modelu dokonujemy w jednym lub kilku punktach pracy badanego procesu, warto przypomnieć tu główne cele badań symulacyjnych.

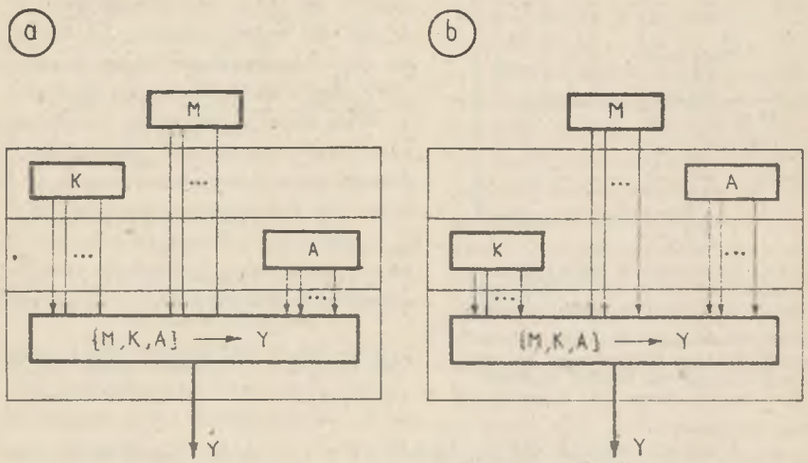
Jednym z celów jest zbadanie zachowania się procesu w punktach pracy różnych od punktu, dla którego dysponujemy danymi pomiarowymi. To znaczy na podstawie pomiarów (lub innych informacji o procesie) dysponujemy danymi pozwalającymi zweryfikować model w tylko jednym punkcie pracy procesu, a zachowanie się procesu w innych warunkach ekstrapolujemy na podstawie modelu procesu.

Jeśli istnieje możliwość dokonania eksperymentów na procesie w kilku punktach jego pracy (jest to często związane z dużymi kosztami), to model można zweryfikować w tych punktach. Celem badań jest jak poprzednio określenie zachowania się procesu w innych warunkach, w których przeprowadzenie eksperymentów na procesie jest niemożliwe lub zbyt kosztowne.

Jeśli można przeprowadzić eksperymenty na rzeczywistym procesie w każdym punkcie pracy procesu, eksperymenty symulacyjne służą do treningu operatora procesu lub dla celów dydaktycznych i poznawczych (w tym ostatnim przypadku możemy np. stwierdzić, że proces przebiega zgodnie z proponowanym w modelu opisem zjawisk).

1.4.3. Badania symulacyjne

Najczęściej przeprowadzamy badania symulacyjne w postaci eksperymentów polegających na sterowaniu modelem matematycznym w układzie otwartym. Przy dużej liczbie wielkości sterujących eksperyment wygodnie jest przeprowadzić w jednym z układów przedstawionych na rysunku 1.12.



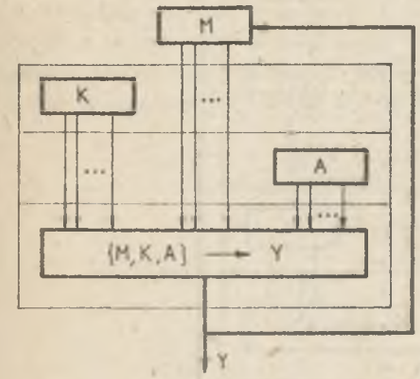
Rys. 1.12. Układy sterowania modelem procesu w układzie otwartym
Fig. 1.12. Control systems of the mathematical model in an open loop

Układ przedstawiony na rysunku 1.12a jest układem stosowanym najczęściej przy badaniach symulacyjnych obiektów wraz z układami sterowania. Eksperymentator steruje modelem głównie przy wykorzystaniu oddziaływań manipulacyjnych. W drugiej kolejności, jeśli będzie to potrzebne, zmienia strukturę zamodelowanych układów regulacji przy wykorzystaniu przełączników struktury modelu. Układ przedstawiony na rysunku 1.12b jest przeznaczony dla badań symulacyjnych, których głównym celem jest zbadanie zachowania się samego procesu. Eksperymentator w tym przypadku steruje również głównie przy użyciu zmiennych manipulacyjnych, ale w drugiej kolejności sięga do współczynników modelu celem zmiany punktu pracy procesu.

Trening operatora procesu przeprowadzany jest jako ciągłe sterowanie modelem matematycznym w układzie zamkniętym. Z wielu możliwości układów, w jakich takie sterowanie można przeprowadzić, warto przedstawić dwa najbardziej typowe dla potrzeb badań ciągłych procesów przemysłowych.

W układzie przedstawionym na rysunku 1.13 operator procesu ma dostęp wyłącznie do zmiennych manipulacyjnych, to znaczy:

$$W_{op} = M \tag{1.17}$$



Rys. 1.13. Trening operatora procesu w przypadku sztywnego sterowania trenera

Fig. 1.13. Training of the process operator in the case of stiff trainer control

przy czym jednocześnie dostęp do pozostałych sterowań modelu jest dla operatora procesu zastrzeżony.

Operator procesu obserwując wielkości wyjściowe Y steruje modelem matematycznym procesu przy wykorzystaniu wielkości manipulacyjnych. Celem eksperymentu symulacyjnego jest sprawdzenie reakcji operatora na pewne zmiany w działaniu procesu zasymulowane przez sterowanie trenera.

Sterowanie trenera wykorzystuje wielkości K oraz A, to znaczy:

$$W_{tr} = K \cup A \tag{1.18}$$

przy czym:

$$K = K_2 \cup K_3 \tag{1.19}$$

Wielkości K_2 oraz K_3 określone są zależnością (1.13).

Sterowanie trenera realizuje pewien sztywny plan eksperymentu i jest zrealizowane w układzie otwartym. W przypadku gdy sterowanie trenera jest zrealizowane przy użyciu programu komputerowego, podział w dostępie trenera do wielkości A oraz K nie jest potrzebny.

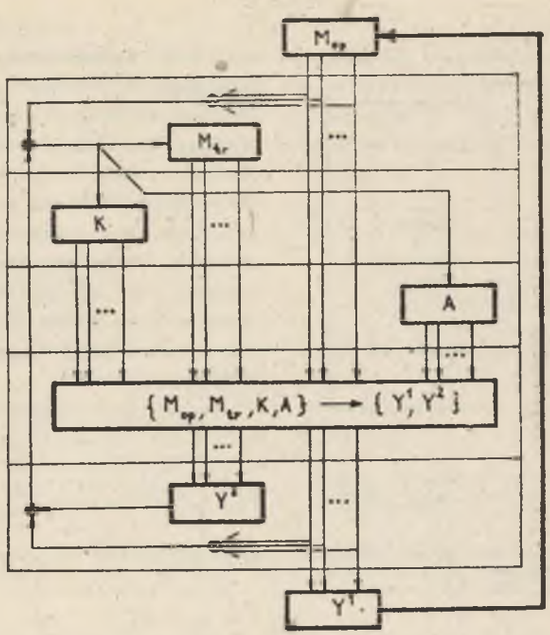
Sterowanie elastyczne trenera (a więc reagujące również na sterowanie operatora) wymaga już o wiele bardziej złożonej struktury sterowania modelem. Przykład układu sterowania dla tego przypadku przedstawiono na rysunku 1.14.

W układzie przedstawionym na rysunku 1.14 następuje podział wielkości manipulacyjnych na wielkości manipulacyjne dostępne dla operatora M_{op} oraz dostępne wyłącznie dla trenera M_{tr}, to znaczy:

$$M = M_{op} \cup M_{tr}; \quad \bigvee_{\substack{m \in M_{op} \\ m \in M_{tr}}} \{M_{op} \cap M_{tr} = 0\} \tag{1.20}$$

Również na wyjściu występuje podział na wielkości dostępne do obserwacji dla operatora Y^1 oraz dostępne do obserwacji wyłącznie przez trenera Y^2.

Operator na podstawie obserwacji dostępnych mu wielkości wyjściowych Y^1 steruje modelem procesu przy wykorzystaniu dostępnych mu wielkości



Rys. 1.14. Trening operatora procesu w przypadku elastycznego sterowania trenera

Fig. 1.14. Training of the process operator in the case of elastic trainer control

M_{op}. Celem eksperymentu symulacyjnego jest jak poprzednio sprawdzenie reakcji operatora na zasymulowane przez trenera zmiany w zachowaniu się procesu.

Trener przy realizacji sterowania wykorzystuje do obserwacji wszystkie wielkości obserwowane, natomiast do sterowania modelem wykorzystuje:

$$W_{tr} = M_{tr} \cup K \cup A \qquad (1.21)$$

Sterowanie trenera może być zaprogramowane na stałe w postaci programu komputerowego realizującego pewien plan eksperymentu i uwzględniającego możliwość reagowania na pewne (przewidziane z góry) sytuacje spowodowane przez operatora. Eksperyment symulacyjny mogę prowadzić również dwaj eksperymentatorzy, to znaczy operator i trener. Wtedy oprogramowanie musi zapewnić sterowanie modelem procesu z dwu końcówek komputera z odpowiednim zastrzeżeniem dostępu do poszczególnych oddziaływań dla operatora.

W praktyce badania symulacyjne ciągłych procesów przemysłowych prowadzone są, w większości przypadków, jako sterowanie w układzie otwartym.

Realizacja oprogramowania dla treningu operatora byłaby skomplikowana, a więc i kosztowna, stąd też tego rodzaju eksperymentów dotychczas nie stosowano dla potrzeb przemysłu. Postępująca komplikacje procesów przemysłowych i trudności w przewidzeniu reakcji obsługi na sytuacje nietypowe powoduje jednak, że realizacja oprogramowania dla treningów operatora procesu przemysłowego stanie się koniecznością.

Rozdział 2

MODELOWANIE I SYMULACJA PROCESÓW TRAKTOWANYCH JAKO LINIOWE UKŁADY O PARAMETRACH SKUPIONYCH

2.1. Wprowadzenie

Model matematyczny procesu traktowanego jako układ liniowy o parametrach skupionych doprowadzamy do powszechnie stosowanej postaci tak zwanych macierzowych równań stanu:

$$\dot{\underline{x}} = A\,\underline{x} + B\,\underline{u} \tag{2.1}$$

$$\underline{y} = C\,\underline{x} + D\,\underline{u} \tag{2.2}$$

gdzie:
$\underline{x}(t) \in R^n$, $\underline{u}(t) \in R^m$, $\underline{y}(t) \in R^l$, $t \in [t_o, t_m]$, $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$, $C \in R^{l \times n}$, $D \in R^{l \times m}$.

Do tej klasy modeli zaliczamy w tej pracy tylko układy stacjonarne, ponieważ układy takie możemy rozwiązać numerycznie wykorzystując typową w takim przypadku metodę rozwinięcia e^{AT} w szereg. Układy niestacjonarne wymagają natomiast stosowania już takich metod całkowania numerycznego, jakie wykorzystujemy dla układów nieliniowych.

Równania (2.1) są układem liniowych równań różniczkowych zwyczajnych n-tego rzędu. Do tej postaci należy doprowadzić układ dynamiczny podlegający modelowaniu. W przypadku modelu sterowania jakimś procesem należy cały opis problemu, to znaczy równania obiektu i równania układów regulacji, doprowadzić do postaci (2.1). W większości przypadków jest to możliwe. Równania te, przy numerycznym rozwiązywaniu modelu, są całkowane numerycznie z pewnym krokiem całkowania h, który może być zmienny, a dobierany jest dla zapewnienia odpowiedniej dokładności obliczeń. Dla układu równań (2.1) określone są warunki początkowe:

$$\underline{x}_o = \underline{x}(t_o).$$

Równania (2.2) są równaniami wielkości obserwowanych w trakcie eksperymentów symulacyjnych. Są one obliczane z pewnym krokiem obserwacji Dt. Krok ten jest najczęściej stały i jest dobierany dla zapewnienia czytelności przebiegów.

Model matematyczny o postaci liniowych równań stanu (2.1), (2.2) możemy zapisać inaczej jako przekształcenie:

$$\{A, B, C, D, \underline{u}, \underline{x}_o\} \longrightarrow \underline{y} \tag{2.3}$$

Aby model matematyczny przystosować do badań symulacyjnych, należy wybrać wielkości, którymi chcielibyśmy oddziaływać na proces (którego modelem jest zapis (2,3)) i zrealizować przekształcenie:

$$\{M, K, A\} \longrightarrow \{A, B, C, D, \underline{u}, \underline{x}_o\} \tag{2.4}$$

Przekształcenie (2.3) obejmuje zarówno rozwiązanie numeryczne równań (2.1), jak i obliczenie wielkości obserwowanych $\underline{y}$ na podstawie równań (2.2). Przekształcenie (2.4) jest już tylko przekształceniem przyporządkującym dostępne w modelu możliwości oddziaływania nań, to znaczy A, B, C, D, $\underline{u}$, $\underline{x}_o$ oddziaływaniom symulacyjnym, to znaczy wielkościom M, K, A, z tym że jeśli wielkości $\underline{x}_o$ nie są dane, to należy je obliczyć. Zbiór wielkości obserwowanych jest w tym przypadku bezpośrednio wektorem $\underline{y}$.

Model matematyczny w postaci liniowych równań stanu wprowadza poważne ograniczenia dla eksperymentu symulacyjnego. Wymuszeniami mogą być tylko wielkości $\underline{u}$, natomiast macierze A, B, C, D = const dla $t \in [t_o, t_m]$. Model ten stosujemy w przypadku, gdy chcemy badać proces dla małych odchyłek od punktu pracy. Opis matematyczny modelowanego procesu należy wtedy zlinearyzować, co jest związane najczęściej z dużym nakładem pracy. Stosowanie tego rodzaju modelu pozwala jednak wykorzystać wiele pojęć związanych z analityczną analizą układów liniowych (np. nieminimalnofazowość), co pomaga przy interpretacji wyników eksperymentów symulacyjnych.

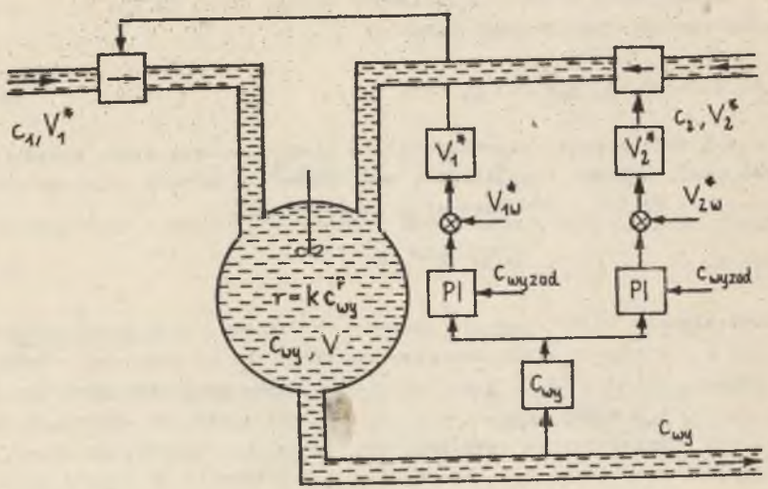
Problemy związane z badaniami symulacyjnymi procesów opisanych przy wykorzystaniu liniowych równań stanu przedstawimy wykorzystując dwa przykłady.

2.2. Modelowanie i symulacja prostego reaktora chemicznego

Na rysunku 2.1 przedstawiony jest prosty reaktor mieszalnikowy z dwoma układami regulacji stężenia wyjściowego. Celem badań symulacyjnych jest między innymi porównanie działania tych układów. W reaktorze zachodzi izotermiczna reakcja chemiczna, w wyniku której ubywa interesującego nas składnika. Kinetyka tej reakcji jest opisana równaniem:

$$r = k\,c_{wy}^{p} \tag{2.5}$$

Model matematyczny takiego reaktora jest bardzo prosty. Wyprowadza się go na podstawie bilansu masy interesującego nas składnika [20], [26] otrzymując równanie:



Rys. 2.1. Prosty reaktor zbiornikowy wraz z układami regulacji
Fig. 2.1. Simple stirred tank reactor with control systems

$$V \frac{dc_{wy}}{dt} = V_1^* c_1 + V_2^* c_2 - (V_1^* + V_2^*) c_{wy} - k\, c_{wy}^p \tag{2.6}$$

Przyjmując, że oba regulatory są regulatorami PI możemy zapisać:

$$V_1^* = V_{1w}^* - k_{R1}(c_{wyzad} - c_{wy} + x_{c1}) \tag{2.7}$$

$$V_2^* = V_{2w}^* + k_{R2}(c_{wyzad} - c_{wy} + x_{c2}) \tag{2.8}$$

$$\frac{dx_{c1}}{dt} = \frac{1}{T_{i1}}(c_{wyzad} - c_{wy}) \tag{2.9}$$

$$\frac{dx_{c2}}{dt} = \frac{1}{T_{i2}}(c_{wyzad} - c_{wy}) \tag{2.10}$$

V_{1w}^* i V_{2w}^* są wymuszeniami przepływów, w przypadku gdy wyłączamy regulatory i chcemy badać sam obiekt sterowania.

Oznaczenia:

c_1, c_2, c_{wy} - stężenia w $[kg/m^3]$;

V_1^*, V_2^*, V_{1w}^*, V_{2w}^* - przepływy objętościowe w $[m^3/s]$;

V - objętość reaktora w $[m^3]$;

p - stopień reakcji;

k - współczynnik reakcji w $[m^{3p}/s\ kg^{p-1}]$.

W celu doprowadzenia modelu matematycznego do postaci (2.1) (2.2) należy równania (2.6) do (2.10) zlinearyzować dla małych przyrostów wokół punktu pracy. Wielkości w punkcie pracy oznaczymy dodatkowym indeksem "o". Przeprowadzając linearyzację (dla przypadku $c_{1o} < c_{wyo} < c_{2o}$) otrzymujemy:

$$\frac{d\Delta c_{wy}}{dt} = -\frac{c_{wyo} - c_{1o}}{V}\Delta V_1^* + \frac{c_{2o} - c_{wyo}}{V}\Delta V_2^* + \frac{V_{1o}^*}{V}\Delta c_1 +$$

$$+ \frac{V_{2o}^*}{V}\Delta c_2 + \frac{V_{1o}^* + V_{2o}^* + k\,p\,c_{wyo}^{p-1}}{V}\Delta c_{wy} \tag{2.11}$$

$$\Delta V_1^* = \Delta V_{1w}^* - k_{R1}(\Delta c_{wyzad} - \Delta c_{wy} + \Delta x_{c1}) \tag{2.12}$$

$$\Delta V_2^* = \Delta V_{2w}^* + k_{R2}(\Delta c_{wyzad} - \Delta c_{wy} + \Delta x_{c2}) \tag{2.13}$$

$$\frac{d\Delta x_{c1}}{dt} = \frac{1}{T_{i1}}(\Delta c_{wyzad} - \Delta c_{wy}) \tag{2.14}$$

$$\frac{d\Delta x_{c2}}{dt} = \frac{1}{T_{i2}}(\Delta c_{wyzad} - \Delta c_{wy}) \tag{2.15}$$

Przyjmując, że:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \Delta c_{wy} \\ x_2 &= \Delta x_{c1} \\ x_3 &= \Delta x_{c2} \end{aligned}\right\} \tag{2.16}$$

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= \Delta c_{wy} \\ y_2 &= \Delta c_{wyzad} - \Delta c_{wy} = \varepsilon_R \\ y_3 &= \Delta V_1^* \\ y_4 &= \Delta V_2^* \\ y_5 &= \Delta c_1 \\ y_6 &= \Delta c_2 \end{aligned}\right\} \tag{2.17}$$

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= \Delta V^*_{1w} \\ u_2 &= \Delta V^*_{2w} \\ u_3 &= \Delta c_1 \\ u_4 &= \Delta c_2 \\ u_5 &= \Delta c_{wyzad} \end{aligned}\right\} \qquad (2.18)$$

możemy po elementarnych przekształceniach doprowadzić równanie (2.11) do (2.15) do standardowej postaci (2.1), (2.2), przy czym macierze A, B, C, D mają następującą postać:

$$\left.\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & 0 & 0 \\ a_{31} & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_{25} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_{35} \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ c_{31} & c_{32} & 0 \\ c_{41} & 0 & c_{43} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & d_{35} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & d_{45} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}\right\} \qquad (2.19)$$

gdzie:

$$a_{11} = -\frac{V^*_{1o} + V^*_{2o} + k\,p\,c^{p-1}_{wyo} + k_{R1}(c_{wyo} - c_{1o}) + k_{R2}(c_{2o} - c_{wyo})}{V};$$

$$a_{12} = \frac{k_{R1}(c_{wyo} - c_{1o})}{V};\quad a_{13} = \frac{k_{R2}(c_{2o} - c_{wyo})}{V};\quad a_{21} = \frac{1}{T_{i1}};\quad a_{31} = \frac{1}{T_{i2}};$$

$$b_{11} = \frac{c_{wyo} - c_{1o}}{V};\quad b_{12} = \frac{c_{2o} - c_{wyo}}{V};\quad b_{13} = \frac{V^*_{1o}}{V};\quad b_{14} = \frac{V^*_{2o}}{V};$$

$$b_{15} = \frac{k_{R1}(c_{wyo} - c_{1o}) + k_{R2}(c_{2o} - c_{wyo})}{V};\quad b_{25} = \frac{1}{T_{i1}};\quad b_{26} = \frac{1}{T_{i2}}$$

$$c_{31} = k_{R1};\quad c_{32} = -k_{R1};\quad c_{41} = -k_{R2};\quad c_{43} = k_{R2};\quad d_{35} = -k_{R1};\quad d_{45} = k_{R2} \qquad (2.20)$$

Aby model matematyczny w postaci (2.1), (2.2) przystosować do badań symulacyjnych, wybieramy następujący zbiór oddziaływań symulacyjnych:

$$W = \left\{\Delta V^*_{1w}, \Delta V^*_{2w}, \Delta c_1, \Delta c_2, \Delta c_{wyzad}, k_{R1}, T_{i1}, k_{R2}, T_{i2}, V, k, p, V^*_{1o}, V^*_{2o}, c_{1o}, c_{2o}\right\} \qquad (2.21)$$

Model matematyczny (2.1), (2.2) umożliwia bezpośrednio obserwację $\underline{y}$. Oddziaływać na model możemy poprzez wartości elementów macierzy A, B, C, D oraz przy użyciu wymuszeń $\underline{u}$. Ponieważ model skonstruowano dla małych przyrostów, to $\underline{x}_o = 0$.

Przekształcenie oddziaływań symulacyjnych W w oddziaływania modelu wykorzystuje zależności (2.20) oraz bezpośrednio wymuszenia (2.18). Dodatkowo w ramach tego przekształcenia należy wyznaczyć wielkość c_{wyo} występującą w elementach macierzy A i B. W tym celu należy rozwiązać (dla dowolnego p numerycznie) równanie (2.6) w stanie ustalonym.

Eksperymentator dokonuje eksperymentów symulacyjnych sterując modelem przy użyciu oddziaływań symulacyjnych. Należy przy tym pamiętać o ograniczeniach, jakie nakłada postać modelu, to znaczy, że np. nastawy k_{R1}, T_{i1}, k_{R2}, T_{i2} muszą mieć stałe wartości w przedziale $t \in [t_o, t_m]$.

Aby ułatwić przeprowadzenie eksperymentów symulacyjnych wprowadzimy sterowanie o rozdzielonym dostępie do modelu. W tym celu dokonujemy następującego podziału oddziaływań symulacyjnych:

$$M = \left\{\Delta V^*_{1w}, \Delta V^*_{2w}, \Delta c_1, \Delta c_2, \Delta c_{wyzad}, k_{R1}, T_{i1}, k_{R2}, T_{i2}\right\} \qquad (2.22)$$

$$K = \left\{k_{R1}, T_{i1}, k_{R2}, T_{i2}, k\right\} \qquad (2.23)$$

$$A = \left\{V, k, p, V^*_{1o}, V^*_{2o}, c_{1o}, c_{2o}\right\} \qquad (2.24)$$

Przełącznikami struktury modelu są w naszym przypadku wielkości będące jednocześnie oddziaływaniami manipulacyjnymi lub parametrami procesu.

Szczególne wartości przełączające tych współczynników są następujące:

$k_{R1} = 0$ - odłączenie regulatora R_1 (jak w rzeczywistym regulatorze część całkująca może nadal pracować zwiększając Δx_{c1}).

$T_{i1} = \infty$ - wyłączenie całkowania regulatora R_1 ($T_i = \infty$ oznacza przy obliczeniach numerycznych podanie dowolnej dostatecznie dużej wartości),

$k_{R2} = 0$ - odłączenie regulatora R_2,

$T_{i2} = \infty$ - wyłączenie całkowania regulatora R_2,

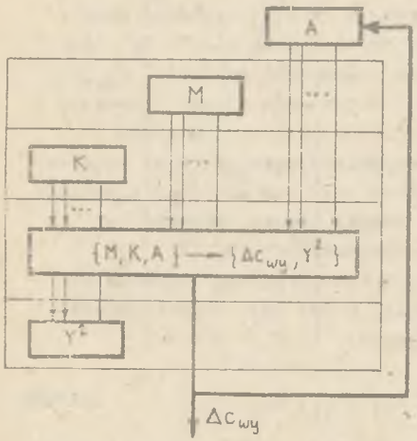
$k = 0$ - wyłączenie reakcji chemicznej w reaktorze. Badany obiekt jest wtedy tylko mieszalnikiem.

Dla wygody dokonujemy również podziału wielkości obserwowanych:

$$Y^1 = \Delta c_{wy}$$

$$Y^2 = \left\{ \varepsilon_R,\ \Delta V_1^*,\ \Delta V_2^*,\ \Delta c_1,\ \Delta c_2 \right\} \tag{2.25}$$

Podział ten jest charakterystyczny, ponieważ w trakcie badań zarówno samego modelowanego obiektu sterowania, jak i badań działania układów regulacji eksperymentator jest zainteresowany głównie przebiegami wielkości Δc_{wy}. Pozostałe wielkości obserwowane mają znaczenie pomocnicze, np. dla zarejestrowania kompletu przebiegów ilustrujących wnioski końcowe z badań.



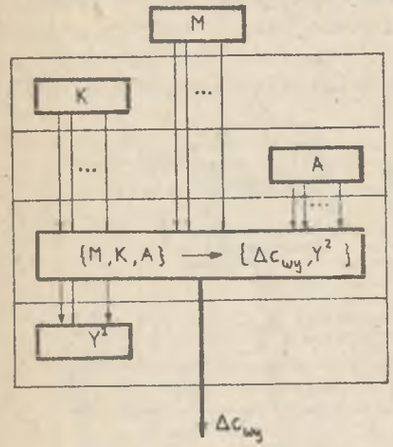
Rys. 2.2. Dobór wartości liczbowych współczynników modelu reaktora

Fig. 2.2. Choice of the numerical values of the reactor model

Dobór wartości liczbowych współczynników modelu przeprowadzić można realizując programowo układ sterowania modelem przedstawiony na rysunku 2.2.

W trakcie doboru wartości liczbowych współczynników modelu reaktora wyłączamy przy użyciu wielkości K oba układy regulacji. Przełączniki struktury w naszym przykładzie należą do zbiorów K_1 i K_2, a więc w programie realizującym sterowanie modelem wprowadzamy jako dane tylko zbiory A oraz M. Natomiast w tabeli przełączeń eksperymentator korzysta w trakcie doboru współczynników praktycznie tylko na początku doboru wyłączając regulatory. Stąd też przełączniki (w naszym przypadku tylko szczególne wartości wielkości A i M) w układzie sterowania znajdują się na poziomie o najniższym priorytecie.

Eksperymenty symulacyjne przeprowadzamy w układzie przedstawionym na rysunku 2.3.



Rys. 2.3. Sterowanie modelem w trakcie badań symulacyjnych reaktora

Fig. 2.3. Control of the model during simulation studies of the reactor

W układzie tym eksperymentator steruje modelem symulacyjnym wykorzystując głównie oddziaływania manipulacyjne, a więc zmieniając zakłócenia modelowanego obiektu sterowania, to znaczy Δc_1, Δc_2 oraz ΔV_{1w}^*, ΔV_{2w}^* (w zależności od tego, który układ regulacji badamy) przy jednoczesnych zmianach nastaw regulatorów.

Postać modelu matematycznego wymaga powtarzania eksperymentu dla każdych nowych nastaw jednego z regulatorów (stosowanie obu regulatorów jednocześnie nie ma sensu).

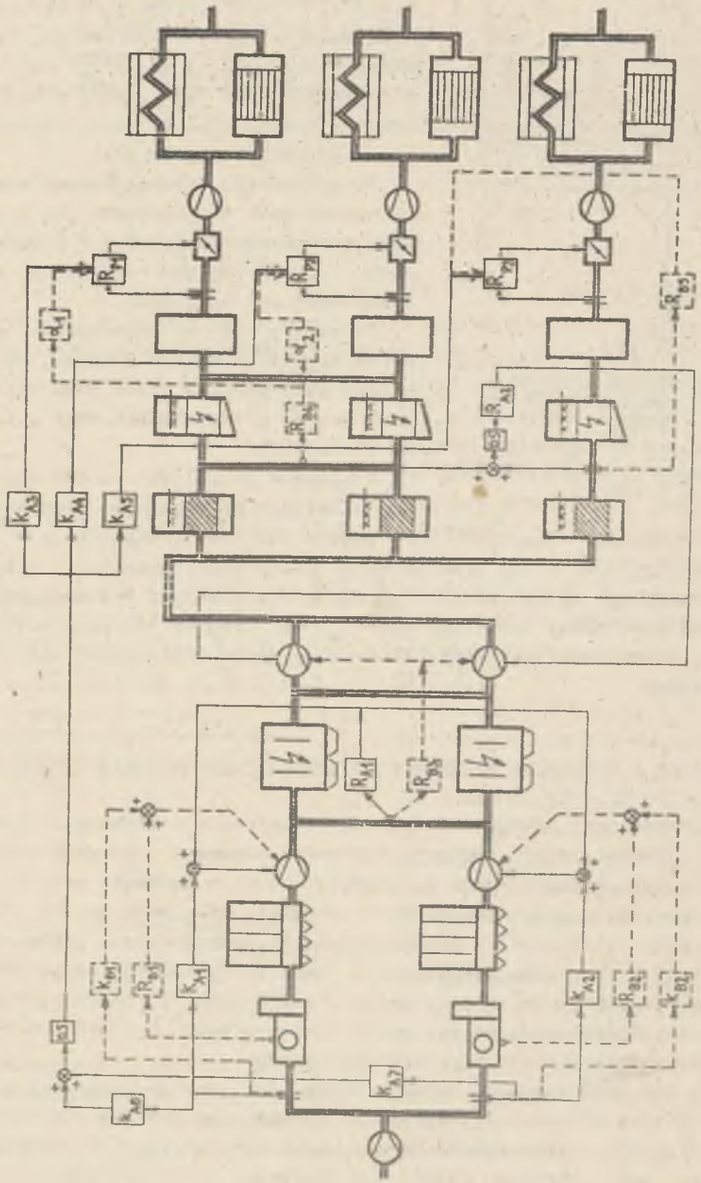
Parametry procesu umieszczone są na najniższym poziomie dostępu, ponieważ zmieniamy je tylko przy zmianach punktu pracy modelowanego obiektu sterowania.

W podanym przykładzie można dodać dwa dodatkowe przełączniki specjalne k_A i k_B wyłączające regulatory przy użyciu instrukcji logicznych w programie symulacyjnym. W tym prostym przykładzie ułatwienie badań byłoby iluzoryczne zważywszy na konieczność wprowadzania z danymi dwu dodatkowych przełączników (nawet jeśli np. dla $k_A = 0$, program nie wczytywałby k_{R1} i T_{i1}). Konieczność wprowadzenia przełączników specjalnych ilustruje przykład następny.

2.3. Modelowanie i symulacja procesu przetłaczania gazów konwertorowych

Konwertorowanie jest jednym z podstawowych procesów technologii wytwarzania miedzi. Polega ono na redukcji siarczków miedzi i siarczków żelaza za pomocą powietrza wdmuchiwanego do płynnego wsadu w konwertorach B (rys. 2.4). Powstające gazy konwertorowe zawierają dwutlenek siarki SO_2 i trójtlenek siarki SO_3. Celem pracy instalacji przetłaczania gazów konwertorowych jest ochłodzenie, odpylenie i transport gazów do fabryki kwasu siarkowego. Produkcja kwasu siarkowego z gazów konwertorowych jest niewygodna, ale takie zagospodarowanie gazów konwertorowych wprowadzono celem ograniczenia degradacji środowiska naturalnego.

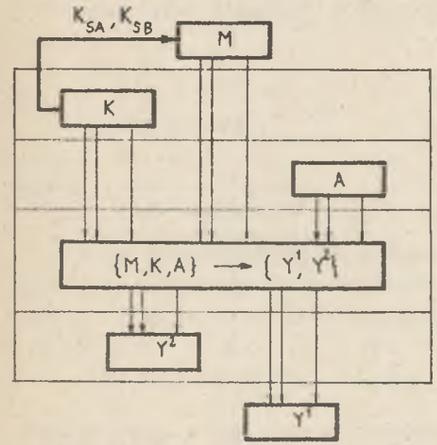
Na rysunku 2.4 przedstawiono schemat instalacji przetłaczania gazów konwertorowych wraz z dwoma alternatywnymi strukturami układów regulacji. W pracach [51], [52] przedstawiono wyniki badań symulacyjnych zarówno samej instalacji, jak i struktur regulacji. Wykazano, że proponowana przez autorów struktura regulacji B przedstawiona na rysunku liniami przery-



Rys. 2.4. Proces przetłaczania gazów konwertorowych
Fig. 2.4. Convertor gas forcing process

wanymi o wiele lepiej przeciwdziała zakłóceniom niż już istniejąca struktura regulacji A zaznaczona na rysunku liniami ciągłymi.

Dokładny opis instalacji i struktur sterowania oraz założenia i schematy oryginalnego modelu matematycznego instalacji z oboma strukturami regulacji przedstawiono w pracach [51], [52]. Model ten stanowi układ 23-liniowych równań stanu i 15-liniowych równań wielkości obserwowanych. Na podstawie uruchomionych programów przygotowano również ćwiczenie dydaktyczne [53]. W trakcie badań symulacyjnych kłopot stanowiła duża ilość zarówno wymuszeń, jak i wielkości obserwowanych.



Rys. 2.5. Sterowanie modelem instalacji przetłaczania gazów konwertorowych w trakcie badań symulacyjnych
Fig. 2.5. Control of the model of the convertor gas forcing process during simulation studies

Wyłączenia poszczególnych układów regulacji dokonuje się poprzez podanie szczególnych wartości nastaw regulatorów, a więc dla każdej zamodelowanej struktury sterowania lub samego obiektu trzeba określić i wprowadzić wszystkie wartości zmiennych manipulacyjnych jako dane [53].

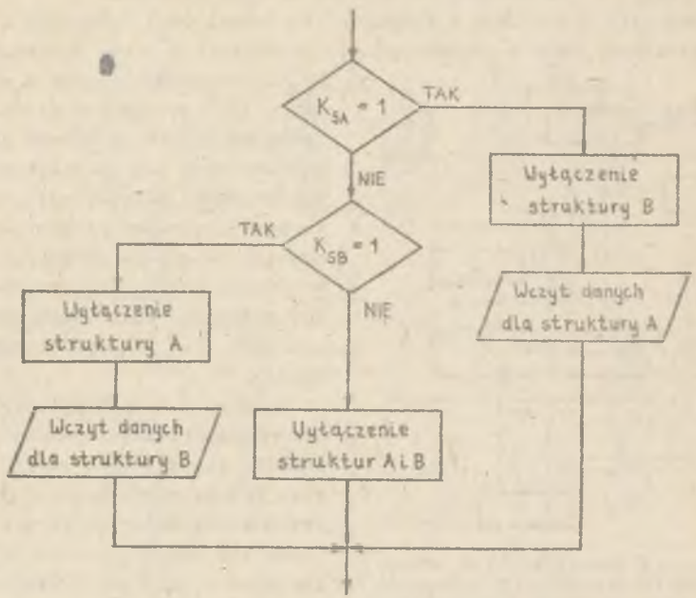
Radykalnie ułatwi przeprowadzenie badań symulacyjnych wprowadzenie układu sterowania modelem matematycznym procesu przedstawionego na rysunku 2.5.

Wielkości obserwowane dzielimy na dwie grupy, Do zbioru Y^1 wielkości zawsze obserwowanych należy 5 głównych wielkości regulowanych procesu (to znaczy ciśnienia w konwertorach B, ciśnienia w kolektorze gazu brudnego E oraz ciśnienia w kolektorach K przed elektrofiltrami mokrymi - patrz rys. 2.4). Pozostałe wielkości obserwowane (ciśnienia i przepływy w różnych punktach instalacji) można obserwować na żądanie.

Kluczowe znaczenie dla ułatwienia sterowania modelem symulacyjnym ma wprowadzenie dwu specjalnych przełączników struktury K_{SA} i K_{SB}:

$$\{K_{SA}, K_{SB}\} = K_3 \not\subset A \cup B \qquad (2.26)$$

Przełączniki te przyjmują dla włączenia wartość 1, a dla wyłączenia wartość 0 (oczywiście można przyjąć dowolne inne wartości przełączające np. prawda-fałsz).



Rys. 2.6. Fragment programu organizujący sterowanie o rozdzielonym dostępie do modelu procesu

Fig. 2.6. A fragment of the program which organizes a distributed access control to the process model

W układzie przedstawionym na rysunku 2.5 współczynniki te sterują wprowadzaniem oddziaływań manipulacyjnych w sposób przedstawiony schematycznie na rysunku 2.6. Schemat ten jest fragmentem procedury organizującej układ sterowania modelem.

W ten sposób eksperymentator przy badaniach jednej ze struktur regulacji procesu wprowadza tylko oddziaływania manipulacyjne tej struktury (oraz oczywiście zakłócenia modelowanego procesu), co znacznie ułatwia badania symulacyjne.

Można również w ramach badanych układów regulacji dodatkowo wyłączać poszczególne regulatory przy użyciu szczególnych wartości nastaw regulatorów. Przełączniki K_{SA} i K_{SB} umieszczone są na drugim poziomie dostępu, ponieważ używamy ich w drugiej kolejności tylko przy przełączeniach zamodelowanych struktur układów regulacji. Każdy z tych przełączników utrzymuje ostatnio wprowadzoną wartość do następnej zmiany. W przypadku wyłączenie obu zamodelowanych struktur regulacji zmiennymi manipulacyjnymi będą zakłócenia procesu i wielkości nastawiane przez układy regulacji. W programie wykorzystywanym w [53] parametry procesu zapisano na stałe w modelu procesu. Dostęp do nich jest znacznie utrudniony, ponieważ wymaga ingerencji w zapis programu i jego kompilację.

2.4. Zastosowanie metody rozwinięcia e^{AT} w szereg z automatycznym doborem i zmianami kroku dyskretyzacji w symulacji układów liniowych

Rozpatrujemy klasyczny stacjonarny układ zapisany w postaci:

$$\dot{\underline{x}} = A\,\underline{x} + B\,\underline{u} \tag{2.27}$$

$$\underline{y} = C\,\underline{x} + D\,\underline{u} \tag{2.28}$$

gdzie:

$\underline{x}(t) \in R^n$, $\underline{y}(t) \in R^l$, $\underline{u}(t) \in R^m$, $t \in [t_o, t_m]$.

W rozdziale 2.1 dyskutowano zastosowanie układu (2.27) (2.28) jako modelu matematycznego dla badań symulacyjnych ciągłych procesów przemysłowych. W trakcie badań symulacyjnych zrealizowanie przekształcenia:

$$\{A, B, C, D, \underline{u}, \underline{x}_o\} \rightarrow \underline{y} \tag{2.29}$$

jest związane z numerycznym rozwiązaniem układu (2.27) i obliczeniem (2.28).

Istnieje wiele sposobów numerycznego rozwiązania układu (2.27), polegających na obliczeniu macierzy e^{At}. Wyrażenie to można obliczyć analitycznie (np. za pomocą metody opartej na postaci kanonicznej Jordana [95], [121] lub metody wielomianów interpolacyjnych Lagrange'a - Sylwestra [95], [121]), jednakże wadą metod analitycznych jest wymaganie obliczenia wartości własnych macierzy A. W pracy [122] zaproponowano do obliczeń numerycznych e^{AT} metodę Davisona. Jednakże metodami typowymi dla obliczeń numerycznych wyrażenia e^{AT} są metody oparte na rozwinięciu tego wyrażenia w szereg.

Rozwiązując równanie (2.27) dla warunku początkowego $\underline{x}(t_o)$ i dowolnego $\underline{u}(t)$ otrzymujemy [95],[121] :

$$\underline{x}(t) = e^{A(t-t_o)}\,\underline{x}(t_o) + \int_{t_o}^{t} e^{A(t-\tau)}\,B\,\underline{u}(\tau)\,d\tau \tag{2.30}$$

W celu przystosowania zależności (2.30) do obliczeń numerycznych dokonujemy aproksymacji schodkowej wektora wymuszeń przyjmując krok dyskretyzacji T. Otrzymujemy:

$$\underline{x}_{k+1} = e^{AT}\,\underline{x}_k + (e^{AT} - 1)\,A^{-1}\,B\,\underline{u}_k \tag{2.31}$$

gdzie:

$\underline{u}_k = \underline{u}(t)$ dla $kT \leq t < (k+1)T$

Oznaczając:

$$F = e^{AT}, \quad G = (e^{AT} - 1)A^{-1} B \tag{2.32}$$

oraz dyskretyzując równanie (2.28) i przyjmując krok obserwacji Dt (Dt = NT), otrzymujemy równania różnicowe o postaci:

$$\underline{x}_{k+1} = F \underline{x}_k + G \underline{u}_k \tag{2.33}$$

$$\underline{y}_{j+1} = C \underline{x}_{j+1} + D \underline{u}_{j+1} \tag{2.34}$$

Równania te pozwalają na wyznaczenie w sposób rekurencyjny wartości wektora $\underline{x}$ w kolejnych, różniących się o T, chwilach czasu (przy czym $\underline{x}_o = \underline{x}(t_o)$) oraz na tej podstawie na obliczenie wartości wektora $\underline{y}$ w kolejnych, różniących się o Dt, chwilach czasu.

Rozwijając wyrażenie e^{AT} w szereg otrzymujemy:

$$F(T) = 1 + AT + \frac{(AT)^2}{2!} + \ldots + \frac{(AT)^p}{p!} \tag{2.35}$$

$$G(T) = T\left[1 + \frac{AT}{2!} + \frac{(AT)^2}{3!} + \ldots + \frac{(AT)^{p-1}}{p!}\right] \tag{2.36}$$

W literaturze można spotkać różne sposoby zapewnienia dokładności obliczeń za pomocą równań (2.35), (2.36). Najprostszym sposobem jest przyjęcie arbitralnie dużego p, bez względu na wartości liczbowe elementów macierzy A [16]. Najczęściej proponowane są jednak różne sposoby doboru liczby wyrazów rozwinięcia, czyli wartości p [95], [97], [121]. W pracy [48] zaproponowano natomiast zwiększenie dokładności obliczeń poprzez zwiększenie rzędu elementu aproksymującego.

We wszystkich cytowanych pracach obliczenia przeprowadzane są przy stałym kroku dyskretyzacji T. Okazuje się jednak, że odpowiednio dobrany krok dyskretyzacji T dla jednego okresu obserwacji Dt może zapewnić dużo większą od wymaganej dokładność obliczeń w innych okresach obserwacji Dt, co niepotrzebnie wydłuża i to niekiedy bardzo znacznie czas obliczeń.

Uwzględniając zarówno metody charakterystyczne dla obliczeń macierzy e^{AT} (oszacowanie długości rozwinięcia), jak i typowe dla metod całkowania numerycznego sugestię zmian kroku całkowania w trakcie obliczeń, można zaproponować trójstopniowy algorytm obliczeń [75] wykorzystujący równania (2.33), (2.34). Schemat blokowy algorytmu jest dość złożony - można go znaleźć w publikacji [75]. Algorytm ten realizuje:

1) Wstępny dobór kroku dyskretyzacji T na podstawie wartości wyrazów macierzy A. Dokonujemy tego żądając, aby:

$$q = \max|a_{ij}|\, T \leq E_o \tag{2.37}$$

Wyrażenie $q = \max|a_{ij}|\, T$ można zinterpretować jako stosunek okresu dyskretyzacji T do najmniejszej stałej czasowej występującej w opisie danego układu (jest to oczywiście tylko przybliżenie, ponieważ dokładne wartości stałych czasowych związane są z wartościami własnymi macierzy A, których obliczania chcemy uniknąć). Przyjęcie $E_o < 1$ zapewnia szybką zbieżność szeregów (2.35) (2.36). Przy testowaniu algorytmu w pracy [75] przyjęto $E_o = 0.1$.

2) Dobór długości rozwinięcia e^{AT} - przy wykorzystaniu wstępnie dobranego kroku T. W literaturze można spotkać różne sposoby określenia liczby wyrazów rozwinięcia [95], [97], [121]. Przyjęto jak w pozycji [121], że dowolny wyraz macierzy reszt R_{ij} rozwinięcia e^{AT} jest ograniczony nierównością:

$$\frac{R_{ij}}{q} < \frac{1}{p!}\,(nq)^{p-1}\, e^{nq} < E_1 \tag{2.38}$$

gdzie q jest obliczone w pierwszym etapie obliczeń - równanie (2.37). Ponieważ lewa strona tej nierówności reprezentuje względny błąd rozwinięcia, to wykorzystujemy ją bezpośrednio do doboru p.

3) Automatyczny dobór kroku dyskretyzacji w każdym okresie obserwacji Dt. Możliwe jest tu zarówno zmniejszanie T (gdy dokładność obliczeń $\mathcal{E}$ jest gorsza od wymaganej wartości E_2), jak i zwiększanie T (gdy dokładność obliczeń $\mathcal{E} < 0.01\, E_2$). Wielkość $\mathcal{E}$ jest następująco unormowanym błędem względnym:

$$\mathcal{E} = f(\underline{x}_1, \underline{x}_2) = \frac{\max_{i=1}^{n} |x_{1,i} - x_{2,i}|}{\max_{i=1}^{n} \left\{|x_{1,i}| \cdot |x_{2,i}|\, \alpha\right\}} \tag{2.39}$$

gdzie $\underline{x}_1$ są to wielkości obliczone z krokiem T, natomiast $\underline{x}_2$ z krokiem T/2. Przyjęcie dowolnie małego α zabezpiecza wyrażenie (2.39) przed nieokreślonością.

Algorytm zastosowano w pakiecie symulacyjnym LDU2 (w języku FORTRAN), do którego wprowadzamy następujące dane:

a) Macierze A, B, C, D,
b) wartości początkowe t_o i $\underline{x}_o$.

c) wektor wymuszeń skokowych $\underline{u}_s$. W ramach opisu za pomocą równań (2.27), (2.28) i skokowych wymuszeń $\underline{u}_s$ można zamodelować inne wymuszenia,
d) Dt, t_{max} - okres obserwacji, horyzont obserwacji,
e) parametry E_0, E_1, E_2 określające kolejno wymagane dokładności: wstępnego doboru T, rozwinięcia e^{AT} oraz obliczeń wektora stanu.

W celu porównania dokładności i czasów obliczeń wykorzystano inny pakiet symulacyjny o nazwie LDU1 wykorzystujący metodę Runge - Kutty IV rzędu (RK4) ze stałym lub automatycznymi zmianami kroku całkowania h wg podobnych zasad. Wymagana dokładność obliczeń E dla metody RK4 jest również testowana wg zależności (2.39). Oba pakiety mają identyczny sposób wprowadzania danych i wyprowadzania wyników i są wykorzystywane głównie dla potrzeb dydaktyki [90] (obecnie również na komputerze IBM PC/XT).

Proponowany w [75] algorytm przetestowano symulując skokowe zmiany wejść dla modelu specjalnie dobranych elementów dynamicznych mających proste rozwiązanie analityczne (model VII rzędu ze stałymi czasowymi w stosunku 1:100). Okres obserwacji dobrano tak, aby uzyskać czytelne wszystkie przebiegi bez ich nadmiernego "rozciągnięcia", czyli dobrano do większej stałej czasowej badanego modelu. Przebiegi obliczano do wartości t_{max} = 150 Dt.

Przy porównaniu działania obu programów wykorzystano dwa rodzaje pracy:

a) bez możliwości zmian kroku T (lub h) w trakcie obliczeń - krok T (lub h) dobierany jest automatycznie dla wymaganej dokładności E_2 (lub E) w pierwszym okresie obserwacji Dt i nie może później ulec zmianie,
b) z możliwością bieżących zmian kroku T w każdym okresie obserwacji Dt.

Metoda \ E_2, E	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	Rodzaj pracy
RK4	590	1260	2927	–	a
e^{AT}	85	85	85	85	
RK4	24	28	33	45	b
e^{AT}	36	36	36	36	

Rys. 2.7. Czasy obliczeń
Fig. 2.7. Computing times

Na rysunku 2.7 przedstawiono wybrane czasy obliczeń testującego układu VII rzędu przy wykorzystaniu obu pakietów. Czasy obliczeń, wyrażone w sekundach, dotyczą obliczeń na komputerze ODRA 1305.

Wykorzystanie rozwinięcia e^{AT} dla potrzeb symulacji można następująco skomentować [75]. Stwierdzono w badanym przykładzie, że przyjęcie E_0 = 0.1 i $E_1 = 10^{-4}$ (p = 7) daje dobre wstępne oszacowanie T oraz p tak, że dla wartości $E_2 < 10^{-7}$ algorytm nie zmniejsza dodatkowo kroku T. Przy obliczeniach prowadzonych ze stałym krokiem T metoda rozwinięcia e^{AT} daje wyniki znacznie szybciej niż metoda RK4. Są to jednak czasy obliczeń większe niż dla metody RK4 ze zmiennym krokiem h. Wprowadzenia algorytmu zmieniającego krok dyskretyzacji T dla rozwinięcia e^{AT} powoduje zmniejszenie czasu obliczeń do poziomu uzyskiwanego metodą RK4 ze zmiennym krokiem h. Dla wymaganej dokładności obliczeń $E_2 = E = 10^{-7}$ metoda rozwinięcia e^{AT} ze zmiennym krokiem T daje dobre wyniki w najkrótszym czasie.

Dla układu VII rzędu możliwość zwiększenia kroku T w trakcie obliczeń za pomocą rozwinięcia e^{AT} przyspiesza obliczenia ponad dwukrotnie. Efekt ten staje się bardziej widoczny dla układów wyższego rzędu i dla większych rozpiętości stałych czasowych. Dla modelu procesu przetłaczania gazów konwertorowych wraz z układami regulacji przedstawionego w rozdziale 2.3 (model 23 rzędu - stosunek stałych czasowych około 1:1000), przy wykorzystaniu metody rozwinięcia e^{AT} ze stałym krokiem T, obliczenia kompletu przebiegów trwają 5900 sekund, natomiast ze zmiennym krokiem T trwają 455 sekund.

Rozdział 3

MODELOWANIE I SYMULACJA PROCESÓW TRAKTOWANYCH JAKO NIELINIOWE UKŁADY O PARAMETRACH SKUPIONYCH

3.1. Wprowadzenie

Model matematyczny procesu traktowanego jako nieliniowy układ o parametrach skupionych przedstawić można w postaci równań:

$$\dot{\underline{x}} = f(\underline{x}, t) \tag{3.1}$$

$$\underline{y} = g(\underline{x}, t) \tag{3.2}$$

lub bardziej precyzyjnie:

$$\dot{\underline{x}} = f(\underline{x}, \underline{u}, \underline{P}, t) \tag{3.3}$$

$$\underline{y} = g(\underline{x}, \underline{u}, \underline{P}, t) \tag{3.4}$$

gdzie:

$$\underline{x}(t) \in R^n, \quad \underline{u}(t) \in R^m, \quad \underline{y}(t) \in R^l, \quad \underline{P} \in R^p, \quad t \in [t_o, t_m], \quad \underline{f} \in C^o.$$

Od funkcji $\underline{f}$ żąda się ponadto, aby spełniała warunek Lipshitza [56], [92], [107], [118]. W zapisie (3.3), (3.4) wyodrębniono wektor wymuszeń $\underline{u} = \underline{u}(t)$ oraz wektor współczynników modelu $\underline{P}$, które są stałe w trakcie eksperymentu symulacyjnego dla $t \in [t_o, t_m]$. Współczynniki $\underline{P}$ pozwalają ingerować z zewnętrz w postać modelu. Jeśli parametry modelowanego procesu są stałe w trakcie eksperymentu, to przypiszemy im w modelu współczynniki modelu $\underline{P}$. Jeśli natomiast parametry procesu chcemy zmieniać w dowolny sposób, należy wykorzystać wymuszenia modelu $\underline{u}$. To samo dotyczy oddziaływań manipulacyjnych procesu, z tym że w większości przypadków oddziaływania manipulacyjne będę wymuszeniami modelu.

Do postaci równań stanu (3.3) należy doprowadzić opis matematyczny modelowanego procesu wraz z jego układami regulacji. Równania te są w trakcie eksperymentu całkowane numerycznie z krokiem całkowania h (najczęściej zmiennym), który dobieramy tak, aby uzyskać żądaną dokładność obliczeń. Równania wielkości obserwowanych (3.4) są obliczane z pewnym, najczęściej stałym, krokiem obserwacji Dt, dobieranym dla uzyskanie czytelności przebiegów. Dla układu równań (3.3) należy określić warunki początkowe $\underline{x}_o$.

Zapisując model matematyczny (3.3), (3.4) w postaci przekształcenia:

$$\{\underline{u}, \underline{P}, \underline{x}_o\} \longrightarrow \underline{y} \tag{3.5}$$

musimy (aby przystosować model matematyczny do badań symulacyjnych) przyjęć oddziaływania symulacyjne i zrealizować przekształcenie:

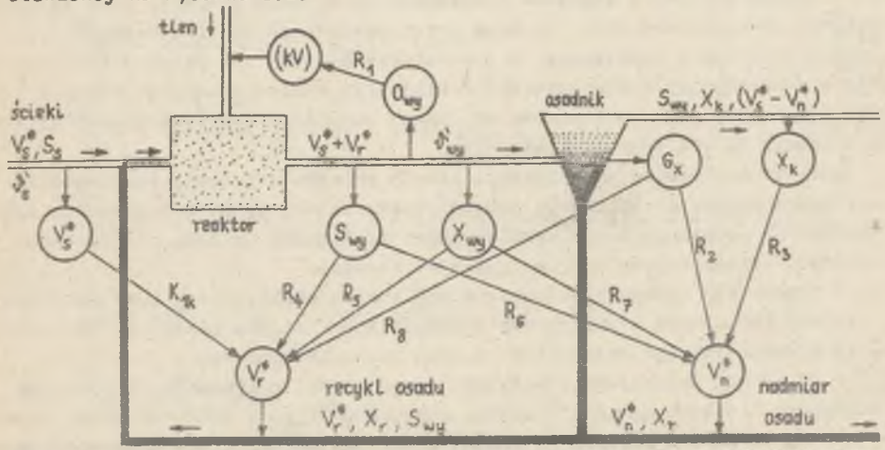
$$\{M, K, A\} \longrightarrow \{\underline{u}, \underline{P}, \underline{x}_o\} \tag{3.6}$$

Model matematyczny pozwala wygenerować bezpośrednio przebiegi wielkości wyjściowych, z tym że w ramach przekształcenia (3.5) należy rozwiązać numerycznie układ równań różniczkowych (3.3). Przekształcenie (3.6) jest przekształceniem przyporządkowującym odpowiednie oddziaływania symulacyjne oddziaływaniom modelu, z tym że jeśli wielkości $\underline{x}_o$ nie są dane, to należy je obliczyć rozwiązując równania (3.3) dla stanu ustalonego.

Problemy związane z badaniami symulacyjnymi procesów traktowanych jako dowolne (nieliniowe) układy o parametrach skupionych przedstawimy wykorzystując dwa przykłady.

3.2. Modelowanie i symulacja procesu biologicznego oczyszczania ścieków

Proces biologicznego oczyszczania ścieków zachodzi w instalacji przedstawionej na rysunku 3.1.



Rys. 3.1. Proces biologicznego oczyszczania ścieków wraz z układami regulacji

Fig. 3.1. Activated wastewater sludge process with control systems

Zanieczyszczona woda o stężeniu zanieczyszczeń substratu S_s i przepływie V_s^* miesza się na wejściu do oczyszczalni ze strumieniem o przepływie V_r^* wprowadzanym przez recykl. W strumieniu recyklu znajduje się osad biologicznie aktywny o stężeniu X_r i oczyszczona woda o stężeniu substratu S_{wy}. Sumaryczny strumień dopływający do reaktora (zbiornika napowietrzającego) ma przepływ $V_s^* + V_r^*$ oraz stężenia X_{we} i S_{we}. W reaktorze, przez dostarczanie tlenu, następuje reakcja biochemiczna redukcji zanieczyszczeń, w wyniku której następuje spadek stężenia substratu do wartości S_{wy} i wzrost stężenia osadu do wartości X_{wy}.

W osadniku następuje zagęszczenie osadu, teoretycznie w idealnym przypadku całkowite oddzielenie osadu od opuszczającej instalację oczyszczonej wody. Zagęszczony osad jest pobierany z dna osadnika o stężeniu X_r poprzez recykl w strumieniu oczyszczonej wody. Nadmiar osadu jest odprowadzany z instalacji z przepływem V_n^*.

Oczyszczona woda odpływa z instalacji w strumieniu o przepływie $V_s^* - V_n^*$. W tym strumieniu porywane są również niewielkie ilości osadu (wartość stężenia osadu w tym strumieniu oznaczymy przez X_k).

Ponieważ postępująca w wyniku rozwoju przemysłu ciężkiego degradacja środowiska naturalnego przybiera w regionach o silnej koncentracji takiego przemysłu postać katastrofy ekologicznej, to problemowi oczyszczania ścieków i ewentualnej automatyzacji tego procesu poświęca się coraz więcej uwagi.

Proces biologicznego oczyszczania ścieków należy do procesów, które mogą funkcjonować bez układów regulacji. Jednakże występujące w praktyce duże zmiany dopływu i stężenia oczyszczanych ścieków powodują duże zmiany jakości oczyszczonej wody. Problem przeciwdziałania tym zakłóceniom nie został dotychczas rozwiązany. W literaturze spotyka się jedynie informacje o wprowadzonej z powodzeniem stabilizacji stężenia wolnego tlenu w reaktorze [29], choć oczekiwana od takiej regulacji oszczędność energii nie zawsze da się udokumentować [29].

Analizę możliwości wprowadzenia innych układów regulacji (szczególnie potrzebna byłaby stabilizacja jakości oczyszczonej wody) przeprowadza się głównie na podstawie badań symulacyjnych ze względu na duże koszty ewentualnych eksperymentów na rzeczywistym procesie.

W pracy [15] badano symulacyjnie możliwości stabilizacji poziomu osadu (jest to równoważne w przybliżeniu stabilizacji ilości osadu G_x) w osadniku i wpływ takiego sterowania na inne parametry procesu.

W pracy [2] przebadano symulacyjnie możliwości sterowania, zakładając możliwość ciągłego pomiaru stężenia substratu S_{wy} i stężenia osadu czynnego X_{wy} (oba te pomiary są trudne do zrealizowania). Zaproponowano dwuwymiarowy układ regulacji optymalnej wykorzystując jako wielkości sterujące V_n^* i $D = V_s^*/V$ (co oznacza wpływ na przepływ V_s^*, który jest w rzeczywistości zakłóceniem procesu). Pomimo takiego ułatwienia dla sterowania otrzymano tylko niewielkie tłumienie amplitudy wahań S_{wy}.

Bardzo zachęcające wyniki przedstawiono w pracy [4]. Zaproponowano tam i przebadano za pomocą symulacji układ sterowania utrzymujący prawie stałe stężenie osadu czynnego X_{wy}. Jednak należy zaznaczyć, że głównym problemem jest stabilizacja jak najmniejszego stężenia S_{wy}.

Symulacja stabilizacji stężenia wolnego tlenu jest tematem badań przedstawionych w pracach [6], [46].

Badania możliwości regulacji procesu oczyszczania ścieków prowadzono również w kraju w ramach problemu rządowego PR7. W pracy [54] zaproponowano złożony model matematyczny procesu z oryginalnym opisem dynamiki osadnika. W pracy [55] badano natomiast możliwość występowania ekstremów i nieminimalnofazowości w charakterystykach biologicznej oczyszczalni ścieków.

W pracy [82] badano symulacyjnie oczyszczalnię jako obiekt sterowania wykorzystując zarówno zakłócenia skokowe, jak i sinusoidalne dobowe. Wykorzystując zamodelowane układy regulacji przedstawione na rysunku 3.1, przebadano symulacyjnie 18 sposobów sterowania oczyszczalnią [83]. Ponieważ w dynamice oczyszczalni mogą w rzeczywistości wystąpić bardzo duże bezwładności, przyczynę ich występowania wyjaśniono na podstawie badań symulacyjnych w pracy [87]. Ostatnia z tego cyklu publikacja dotyczy wpływu temperatury na własności dynamiczne procesu oczyszczania ścieków [88] (w literaturze dotychczas zajmowano się tylko wpływem temperatury na kinetykę reakcji [17] [21] [43] [129]).

Dla naszych rozważań przyjmijmy następujący, oparty głównie na pracy [88], model matematyczny procesu:

$$\frac{dS_{wy}}{dt} = \frac{V_s^* + V_r^*}{V}(S_{we} - S_{wy}) - \frac{1}{Y} M \tag{3.7}$$

$$\frac{dX_{wy}}{dt} = \frac{V_s^* + V_r^*}{V}(X_{we} - X_{wy}) + M - k_{do} X_{wy} \tag{3.8}$$

$$\frac{dO_{wy}}{dt} = \frac{V_s^* + V_r^*}{V}(O_{we} - O_{wy}) + \frac{(kV)}{V}(O_{wy}^* - O_{wy}) - \frac{1}{Y_o} M - 1.1\, k_{do} X_{wy} \tag{3.9}$$

$$\frac{dG_x}{dt} = (V_s^* + V_r^*)X_{wy} - (V_s^* - V_n^*)X_k - (V_r^* - V_n^*)X_r \tag{3.10}$$

$$\frac{d\vartheta'_{wy}}{dt} = \frac{V_s^* + V_r^*}{V}(\vartheta'_{we} - \vartheta'_{wy}) \tag{3.11}$$

$$M = \mu_{Tmax}\left[k_{RM}\frac{S_{wy}}{S_{wy} + K_s}\frac{O_{wy}}{O_{wy} + K_o} + k_{RT}(1 - e^{-\vartheta S_{wy}})\right] X_{wy} \tag{3.12}$$

$$S_{we} = \frac{V_s^*}{V_s^* + V_r^*} S_s + \frac{V_r^*}{V_s^* + V_r^*} S_{wy} \tag{3.13}$$

$$X_{we} = \frac{V_r^*}{V_s^* + V_r^*} X_r \tag{3.14}$$

$$\vartheta'_{we} = \frac{V_s^*}{V_s^* + V_r^*} \vartheta'_s + \frac{V_r^*}{V_s^* + V_r^*} \vartheta'_{wy} \tag{3.15}$$

$$X_r = k\, G_x \tag{3.16}$$

$$X_k = k_1 (V_s^* - V_n^*) X_{wy} \tag{3.17}$$

$$\mu_{Tmax} = \mu_{max}^{\Theta^{\vartheta'_{wy}}} \tag{3.18}$$

gdzie: V_s^*, V_r^*, V_n^* - przepływ w $[m^3/h]$; S_s, S_{we}, S_{wy} - stężenia substratu w $[g/m^3]$; X_{we}, X_{wy}, X_r, X_k - stężenia osadu czynnego w $[g/m^3]$; O_{we}, O_{wy} - stężenia rozpuszczonego tlenu w $[g/m^3]$; O_{wy}^* - stężenie nasycenia tlenu w $[g/m^3]$; G_x - masa osadu w osadniku w $[g]$; μ_{max} - maksymalna prędkość redukcji substratu w temperaturze nominalnej w $[h^{-1}]$; K_s - stężenie substratu przy połowie maksymalnej prędkości redukcji substratu w $[g/m^3]$; γ - stała Teissiera dla danego rodzaju ścieków w $[m^3/g]$; Y - stała wzrostu aktywnej masy osadu w $[g/g]$; k_{do} - stała endogennej respiracji osadu czynnego w $[h^{-1}]$; Y_o - współczynnik zużycia tlenu w $[g/g]$; K_o - stężenie tlenu rozpuszczonego w ściekach przy połowie maksymalnej prędkości redukcji substratu w $[g/m^3]$; (kV) - rzeczywista zdolność napowietrzania w $[g/h]$; V - objętość reaktora w $[m^3]$; k_1, k - współczynniki; ϑ'_s, ϑ'_{we}, ϑ'_{wy} - odchyłki temperatury od temperatury nominalnej w $[^oC]$; t - czas w $[h]$; Θ - współczynnik ($\Theta = 1.0 \div 1.14$).

Równania (3.7), (3.8), (3.9) reprezentuję dynamikę zmian stężenia substratu, osadu czynnego oraz wolnego tlenu w reaktorze i w podobnej postaci są często stosowane [2], [4], [15], [46]. Równania (3.10), (3.16), (3.17) stanowią opis osadnika zaproponowany w pracy [54]. Równania (3.11), (3.15) ujmuję wprowadzony w pracy [88] opis wpływu temperatury na dynamikę procesu. Równanie (3.18) ujmuje wpływ temperatury na kinetykę reakcji według [17], [21], [43], [129]. W równaniu (3.12) stanowiącym najważniejszy dla modelu opis kinetyki reakcji redukcji substratu uwzględniono dwa rodzaje takiego opisu przełączane współczynnikami k_{RM} oraz k_{RT}. Pierwszy składnik stanowi najczęściej stosowane równanie Monoda [4], [15], [46]. Drugi alternatywny składnik stanowi postać kinetyki podaną przez Teissiera [2].

W modelu wprowadzono więc dwa przełączniki specjalne k_{RM} oraz k_{RT}, które przyjmując wartości zero lub jeden muszą spełniać $k_{RM}\, k_{RT} \neq 1$.

Równania (3.7)÷(3.18) uzupełniono o opis matematyczny układów regulacji przedstawionych na rysunku 3.1. Dla regulatorów R_1 do R_8 przyjęto algorytmy PI zapisując je analogicznie do równań (2.7) do (2.10). Korektor K_{1k} przyjęto jako współczynnik proporcjonalności (to znaczy $V_r^* = K_{1k}\, V_s^*$). Przyjęto, że V_r^* i V_n^* są nastawiane przez sumę oddziaływań od strony układów regulacji oraz wymuszeń V_{rw}^* i V_{nw}^*.

Przyjmujemy następujące oddziaływania symulacyjne:

$$M = \left\{V_s^*,\ S_s,\ V_{rw}^*,\ V_{nw}^*,\ (kV)_w,\ \vartheta'_s,\ K_1,\ k_{R1},\ T_{i1},\ldots,k_{R8},\ T_{i8}\right\} \tag{3.19}$$

$$K = \left\{K_1,\ k_{R1},\ T_{i1},\ldots,k_{R8},\ T_{i8},\ k_{RM},\ k_{RT},\ k_{REG}\right\} \tag{3.20}$$

$$A = \left\{O_{we},\ O_{wy}^*,\ \mu_{max},\ K_s,\ K_o,\ Y,\ k_{do},\ Y_o,\ V\right\} \tag{3.21}$$

przy czym k_{RT}, k_{RM}, k_{REG} są przełącznikami specjalnymi o wartościach 0 lub 1, natomiast nastawy korektora i regulatorów są wyłącznikami po przyjęciu szczególnych wartości, to znaczy K_{1k}, $k_{Rj} = 0$, $T_{ij} = \infty$ dla $j = 1,\ldots,8$.

Współczynniki γ, k, k_1 nie mają interpretacji fizykalnej, więc nie traktujemy ich jako oddziaływania symulacyjne (ale w trakcie określenia liczbowego wartości współczynników modelu należy dobrać ich wartości liczbowe).

Dodatkowo wprowadzamy przełącznik k_{REG}, który (już poza modelem) służy do wyłączenia wszystkich układów regulacji, ponieważ dużą część badań symulacyjnych prowadzimy dla samego zamodelowanego obiektu sterowania.

Sposób realizacji badań symulacyjnych zależy od tego, czy piszemy dla danego modelu specjalny program symulacyjny, czy wykorzystujemy pakiet symulacyjny rozwiązujący dowolny układ równań różniczkowych zwyczajnych, lub wreszcie czy korzystamy z tak zwanych języków symulacyjnych. Każdy z tych sposobów ma swoje wady i zalety. Wydaje się, że każdy eksperymentator zajmujący się badaniami symulacyjnymi powinien napisać własny w miarę uniwersalny pakiet symulacyjny, który drogą ciągłych ulepszeń byłby najwygodniejszy dla danego eksperymentatora. Autor wykorzystuje do badań symulacyjnych własny pakiet symulacyjny o nazwie UDYN dostosowany bezpośrednio do opisu w postaci równań (3.3), (3.4). Instrukcję korzystania z tego pakietu przedstawiono w skrypcie [90]. Pakiet ten może służyć do badań symulacyjnych bardzo szerokiej klasy zagadnień, jeśli tylko doprowadzimy je do postaci (3.3), (3.4). W blokach pakietu, w które wpisujemy funkcje $\underline{f}$ oraz $\underline{g}$, możemy zadeklarować nowe procedury, co pozwala na zapisanie nawet bardzo złożonej postaci tych funkcji.

Korzystanie z uniwersalnego pakietu wymaga wykorzystania w równaniach modelu wielkości oznaczonych tylko przez $\underline{x}$, $\underline{P}$ oraz $\underline{u}$ (jeśli wymusze-

nia się wprowadzane z zewnątrz, co zresztą jest niewygodne). Jeśli wymuszenia modelujemy w ramach równań modelu, to do ich opisu wykorzystujemy tylko parametry $\underline{P}$ wprowadzane z zewnątrz. Do zapisu modelu oczyszczalni wraz z układami regulacji oraz zakłóceniami sinusoidalnymi dobowymi oraz skokowymi wykorzystano 50 parametrów. Ze względu na czytelność pracy nie przytaczamy tu szczegółowej postaci tych równań. W ten sposób zapisując te równania w postaci (3.3), (3.4) i wpisując je do pakietu symulacyjnego, możemy zrealizować relację (3.5).

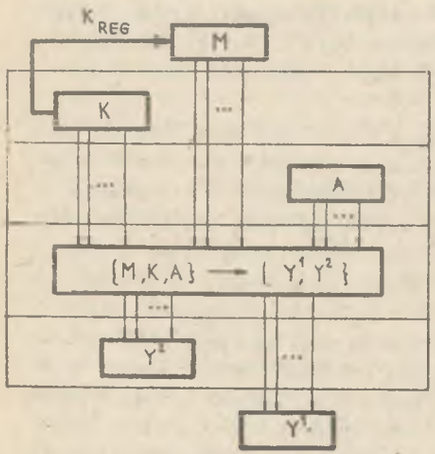
Relację (3.6) realizujemy poza pakietem symulacyjnym wykorzystując dla obliczenie $\underline{x}_0$ program rozwiązujący równania (3.7)÷(3.18) w stanie ustalonym.

Wielkości obserwowane podzielimy na dwie grupy:

$$Y^1 = \{S_{wy}, X_{wy}, O_{wy}, G_X, X_k\} \tag{3.22}$$

$$Y^2 = \{v_s^*, S_s, v_r^*, v_n^*, (kv)\} \tag{3.23}$$

przy czym zawsze obserwowane wielkości Y^1 są wielkościami regulowanymi procesu.



Rys. 3.2. Układ sterowania modelem procesu biologicznego oczyszczania ścieków w trakcie badań symulacyjnych

Fig. 3.2. Control system of the model of the activated wastewater sludge process during simulation studies

Badania symulacyjne procesu biologicznego oczyszczania ścieków najwygodniej jest przeprowadzić wykorzystując układ sterowania modelem przedstawiony na rysunku 3.2.

Współczynnik k_{REG} pozwala wyłączyć wszystkie układy regulacji z jednoczesnym pominięciem wprowadzenia wartości nastaw regulatorów. Współczynniki k_{RM} i k_{RT} pozwalają wybrać jeden z rodzajów przebiegu reakcji w reaktorze.

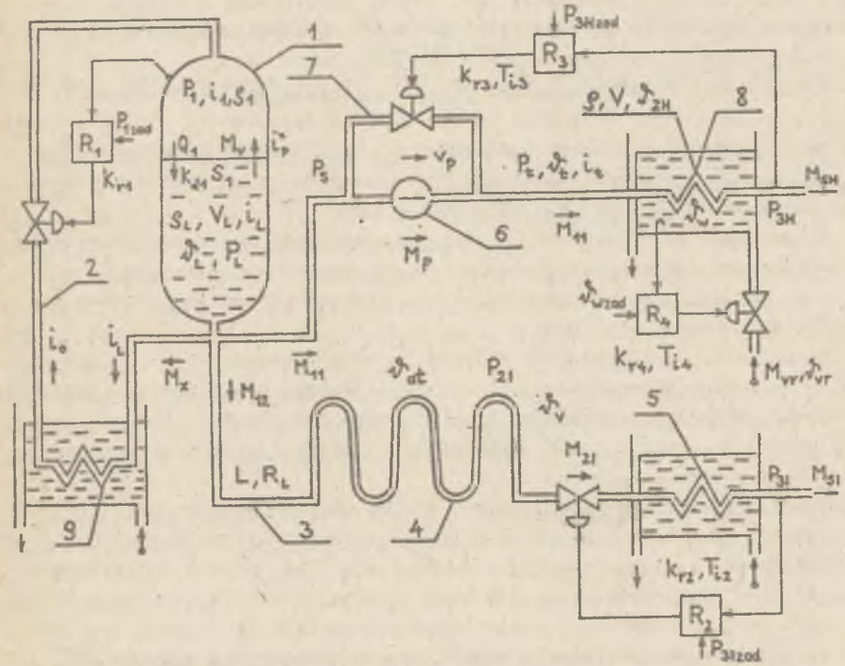
W przypadku badań samego zamodelowanego obiektu regulacji (samej oczyszczalni) eksperymentator steruje modelem wykorzystując zakłócenia procesu v_s^*, S_s, ϑ_s' oraz potencjalne wielkości sterujące procesu v_{rw}^*, v_{nw}^*, $(kv)_w$. Możliwość przełączenia reakcji pozwala na łatwy dobór jednej z jej alternatywnych postaci dla danego obiektu lub na proste całkowite wyłączenie reakcji. Ta możliwość ułatwiła po-

szukiwanie przyczyny występowania składowych dynamiki o bardzo dużej bezwładności. Wyłączanie lub przełączanie reakcji biochemicznej nie eliminowało tej składowej, co narzucało hipotezę, że przyczyną może być tylko recykl [87].

W dotychczas rozpatrywanych przykładach nie stosowaliśmy specjalnych przełączników struktury dla wyłączenia części instalacji. Przydatność tego rodzaju przełączników przy sterowaniu modelem procesu ilustruje przykład następny.

3.3. Modelowanie i symulacja procesu odparowania azotu

Typowy przemysłowy system reaktorów nuklearnych w energetyce wymaga dostarczania azotu do reaktorów w dwu reżimach ich pracy. W trakcie normalnej pracy i w trakcie rozruchu reaktora.



Rys. 3.3. Proces odparowania azotu wraz z układami regulacji

Fig. 3.3. Nitrogen vaporization process with control systems

Na rysunku 3.3 przedstawiono schemat rozpatrywanej instalacji odparowania azotu. Jest to uproszczony do najważniejszych elementów schemat typowego układu przemysłowego. W zbiorniku 1 znajduje się ciekły azot w ilo-

ści 6200 kg pod ciśnieniem P_1 = 1600 kPa (ϑ_1 = 112 K). Ze zbiornika azot jest pobierany przez część wysokociśnieniową instalacji dostarczającą azot gazowy o ciśnieniu P_{3H} = 6000 kPa i przepływie M_{SH} = 0.833 kg/s do reaktora będącego aktualnie w rozruchu oraz przez część niskociśnieniową dostarczającą azot gazowy o ciśnieniu P_{3I} = 1000 kPa i przepływie M_{SI} = 0.00833 kg/s (dla jednego reaktora) do reaktora (lub reaktorów) będącego w stanie normalnej pracy.

Część wysokociśnieniowa instalacji składa się z pompy tłokowej o stałej wydajności objętościowej 6 przetłaczającej ciekły azot do parownicy ogrzewanej parą wodną 8 , gdzie azot jest odparowany oraz podgrzany do temperatury otoczenia (około 273 K).

Część niskociśnieniowa instalacji składa się z parownicy atmosferycznej 4, w której następuje odparowanie azotu i podgrzanie go do temperatury otoczenia. W okresie zimowym przewidziano dodatkowe podgrzanie azotu przy użyciu niewielkiej ilości pary wodnej w zbiorniku z wodą 5.

Dla zrównoważenia spadku ciśnienia P_1 w zbiorniku azotu 1 przewidziano bocznik 2 z parownicą ogrzewaną parą wodną 9 .

W instalacji należy możliwie dokładnie stabilizować ciśnienia P_1, P_{3I}, P_{3H} oraz mniej dokładnie temperaturę kąpieli wodnej ϑ_w w parownicy 8 . W celu stabilizacji ciśnienia P_1 zastosowano regulator proporcjonalny R_1 - pozostałe wielkości są regulowane za pomocą regulatorów PI (regulatory R_2, R_3, R_4 na rysunku 3.3).

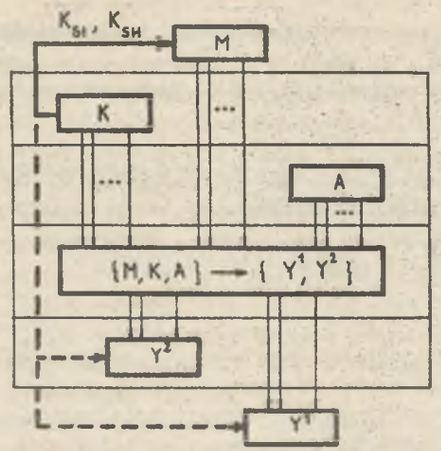
Celem badań symulacyjnych procesu jest przetestowanie współdziałania układów regulacji przy nagłych włączeniach poboru azotu gazowego na obu wyjściach instalacji. W tym celu należy włączać lub wyłączać górną lub dolną część instalacji.

W pracy [76] przedstawiono oryginalny model matematyczny tej instalacji wraz z układami regulacji oraz wybrane wyniki badań symulacyjnych dla rozruchu instalacji. Stwierdzono, że w ciągu około półtorej minuty od włączenia instalacji, układy regulacji stabilizują ciśnienia regulowane na ich wartościach zadanych.

Model matematyczny zaproponowany w [76] stanowi złożony układ 15 równań różniczkowych zwyczajnych z 17 wymuszeniami i kilkudziesięcioma parametrami procesu, z których tylko część (ze względu na ich dużą liczbę) wprowadzano z zewnątrz w trakcie badań symulacyjnych. W trakcie badań symulacyjnych obserwowano 17 wielkości obserwowanych (przebiegi tych wielkości dla rozruchu instalacji odparowania przedstawiono w pracy [76]).

Model matematyczny wraz z założeniami i zestawieniem oznaczeń przedstawiono w pracy [76]. Ze względów redakcyjnych nie będziemy tego opisu tu powtarzać.

Operowanie dużą liczbą wymuszeń, parametrów i obserwowanych wyjść jest trudne. Prowadzenie badań symulacyjnych upraszcza zastosowanie układu sterowania modelem przedstawionego na rysunku 3.4.



Rys. 3.4. Sterowanie modelem instalacji odparowania azotu w trakcie badań symulacyjnych

Fig. 3.4. Control system of the model of the nitrogen vaporization process during simulation studies

Wielkościami manipulacyjnymi są pobory azotu z wyjść instalacji M_{SI} i M_{SH}, przepływ objętościowy v_p wymuszony przez pompę 6, temperatury otoczenia ϑ_{at} i pary ϑ_{vr}, entalpia ogrzanego azotu i_o na wyjściu parownicy 9 oraz wszystkie nastawy regulatorów.

Wielkościami stale obserwowanymi Y^1 są tylko wielkości regulowane procesu, to znaczy P_1, P_{3I}, P_{3H}, ϑ_w. Wielkościami, które możemy obserwować na żądanie, są ciśnienia, przepływy i temperatury w różnych punktach instalacji.

Przełącznikami są specjalne wartości poborów azotu (M_{SI} = 0, M_{SH} = 0 - wyłączenie poborów azotu), przepływu objętościowego wytwarzanego przez pompę (v_p = 0 - wyłączenie pompy) oraz nastaw regulatorów (k_R = 0, T_i = ∞).

Kluczowe znaczenie dla ułatwienia badań symulacyjnych mają dwa specjalne przełączniki K_{SI}, K_{SH} przyjmujące wartości zero lub jeden. Sposób ich działania i realizacji jest taki sam jak dla instalacji przetłaczania gazów konwertorowych (rysunek 2.6) z kilkoma uzupełnianiami. Przyjęcie, np. K_{SH} = 0 wyłącza całą górną część instalacji (wraz z regulatorami R_3 i R_4). Program symulacyjny żąda wtedy od eksperymentatora tylko podania oddziaływań manipulacyjnych i parametrów zbiornika oraz części niskociśnieniowej (parametry wyłączonej części górnej zachowują swoje ostatnie wartości). Po wyłączeniu obu części instalacji (K_{SI} = 0, K_{SH} = 0) można badać sam zbiornik ciekłego azotu.

Ponieważ w tym przykładzie wyłączamy części instalacji (ściślej części modelu matematycznego), to dodatkowo można również wyłączyć z obserwacji odpowiednie wielkości obserwowane.

3.4. Ocena efektywności metod numerycznych w zagadnieniach symulacji układów o parametrach skupionych

Rozpatrujemy układ zapisany ogólnie w postaci:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}, t) \tag{3.24}$$

$$\underline{y} = \underline{g}(\underline{x}, t) \tag{3.25}$$

gdzie:
$\underline{x}(t) \in R^n$, $\underline{y}(t) \in R^l$, $t \in [t_o, t_m]$, $f \in C^o$.

Dla potrzeb symulacji należy układ równań różniczkowych zwyczajnych (3.24) rozwiązać numerycznie. Wielkości obserwowane $\underline{y}$ obliczamy na podstawie równania (3.25).

Podstawowym zagadnieniem przy numerycznym całkowaniu równań różniczkowych jest wybór metody ich całkowania. Dwie podstawowe grupy metod całkowania numerycznego to jednokrokowe metody samostartujące (metody Rungego-Kutty) oraz metody predykcyjno-korekcyjne. Przy wyborze metody całkowania uwzględnić należy cztery czynniki: dokładność przybliżonego rozwiązania, czas obliczeń, łatwość eksploatacji danej metody oraz łatwość jej zaprogramowania.

Dla żadnej z metod należących do jednej z powyżej wymienionych grup nie można stwierdzić, że jest zdecydowanie lepsza od innych, jeśli weźmie się pod uwagę wszystkie powyżej wymienione czynniki. Ten pogląd reprezentuje większość autorów monografii dotyczących modelowania cyfrowego i metod numerycznych [45],[56],[92],[98],[118]. Jeden z wyjątków stanowi monografia Ralstona [107], w której jej autor zaleca stosowanie metod predykcyjno-korekcyjnych. Również artykuły, w których prezentowane są wyniki porównania praktycznej skuteczności różnych metod całkowania numerycznego, zawierają ostrożnie sformułowane wnioski [22],[60],[100],[124].

Odmienny pogląd reprezentowany jest przez autorów monografii dotyczących modelowania i symulacji sterowania procesami przemysłowymi. Franka [25] i Luyben [57] wyrażają pogląd, że metody jednokrokowe Eulera i Rungego - Kutty są wystarczająco dokładne i szybkie, a przy tym bardzo łatwe do zaprogramowania i bardzo wygodne w eksploatacji dla potrzeb modelowania i symulacji ciągłych procesów przemysłowych. Jeszcze bardziej stanowczy pogląd wyrażają Rosenbrock i Storey [110], wyjaśniając, że metody predykcyjno-korekcyjne są nieatrakcyjne dla potrzeb modelowania procesów przemysłowych ze względu na możliwość występowania rozwiązań pasożytniczych.

Podstawowa zaleta metod predykcyjno-korekcyjnych, to znaczy krótki czas obliczeń, jest również poddawana krytyce [8], ponieważ wstępny dobór kroku całkowania metodami jednokrokowymi wydłuża czas obliczeń.

Duża skuteczność klasycznych metod całkowania numerycznego powoduje, że w ostatnich latach pojawiło się niewiele nowych algorytmów całkowania. Wymienić należy jednak metodę Geara [28] (metoda ta wykorzystuje zarówno zmienną wielkość kroku, jak i zmienny rząd metody w trakcie obliczeń) oraz metody proponowane przez Brandona [10] lub Meyera i Keenera [91].

Niewątpliwie najpopularniejszą - najczęściej stosowaną metodą numerycznego całkowania jest metoda Rungego - Kutty 4 rzędu. Z przeglądu języków symulacyjnych [42],[98] wynika, że większość z nich wykorzystuje jako jedną z procedur obliczeniowych metodę RK4, natomiast tylko niektóre wykorzystują metody predykcyjno-korekcyjne.

Drugim zagadnieniem, które należy uwzględnić przystępując do badań symulacyjnych, jest decyzja, czy wykorzystać któryś z języków symulacyjnych, czy też napisać i uruchomić własny pakiet dla potrzeb symulacji. Autor niniejszej pracy jest zwolennikiem korzystania z własnych pakietów symulacyjnych. Pozorną wygodę korzystania z języków symulacyjnych poddał krytyce już Luyben [57]. Jego uwagi są zdaniem autora nadal aktualne. W razie potrzeby własny pakiet symulacyjny można zawsze zmodyfikować lub wzbogacić o nowe elementy. Klasyczny pakiet symulacyjny rozwiązujący układ (3.24), (3.25) można potraktować jako procedurę w programie realizującym układ sterowania modelem procesu, co jest utrudnione przy korzystaniu z gotowego oprogramowania języka symulacyjnego.

Od 1978 roku autor korzysta z własnego pakietu symulacyjnego o nazwie UDYN (napisanego w języku ALGOL). Pakiet ten przeznaczony jest zarówno do prac naukowo-badawczych (np. [76],[82],[83]), jak i dla potrzeb dydaktyki [90].

Koncepcja tego pakietu opiera się na następujących przesłankach:

a) Podstawę badań symulacyjnych sterowania jakimś procesem przemysłowym stanowi model matematyczny procesu. Pierwotną, naturalną formą modelu jest opis matematyczny w postaci równań stanu otrzymanych na podstawie bilansów materiałowo-energetycznych [20],[24],[26],[57],[121] (modele np. w postaci blokowej są już dodatkowo przekształcone). Większość typowych algorytmów sterowania procesem ma również postać równań stanu. Stąd też pakiet symulacyjny UDYN oparto bezpośrednio na rozwiązaniu numerycznym równań stanu. Pakiet ten wymaga zapisania zadania w postaci:

$$\dot{\underline{x}} = F(\underline{x}, \underline{P}, t) \tag{3.26}$$

$$\underline{y} = G(\underline{x}, \underline{P}, t) \tag{3.27}$$

Jeśli w opisie zadania występują nieuwzględnione w autokodzie nieliniowości (ograniczenie, histereza), użytkownik musi je sam zapisać w ramach bloków F oraz G. W pakiecie przewidziano możliwość wprowadzania z zewnątrz wymuszeń u w postaci przebiegów czasowych, jednakże w eksploatacji z tej możliwości zrezygnowano, ponieważ w ramach funkcji F i G można zapisać dowolne przebiegi czasowe, a sterować nimi z zewnątrz przy użyciu parametrów P.

b) Pakiet symulacyjny wykorzystuje dwie procedury całkowania. Bardzo skuteczną procedurę całkowania metodą RK4 z automatycznym doborem i zmianami kroku całkowania [101] oraz procedurę całkowania metodą RK4 ze stałym krokiem. W czasie eksploatacji wycofano umieszczoną w jednej z wersji pakietu procedurę wykorzystującą metodę predykcyjno-korekcyjną Adamsa 4 rzędu ze względu na jej małą przydatność. Najnowszą wersję pakietu uruchomiono na komputerze IBM PC w języku TURBO-PASCAL.

Rozdział 4

MODELOWANIE I SYMULACJA PROCESÓW TRAKTOWANYCH JAKO UKŁADY O PARAMETRACH SKUPIONYCH Z OPÓŹNIENIEM

4.1. Wprowadzenie

Rozpatrujemy następującą ogólną postać modeli matematycznych traktujących proces jako układ o parametrach skupionych z opóźnieniami:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}\left[x_i(t),\ x_j(t - \tau_{jk}),\ u_i(t),\ u_j(t - \tau_{jk}),\ t\right] \tag{4.1}$$

$$\underline{y} = \underline{g}\left[x_i(t),\ x_j(t - \tau_{jk}),\ u_i(t),\ u_j(t - \tau_{jk}),\ t\right] \tag{4.2}$$

gdzie:

$i,j = 1,\ldots,n;\quad i \neq j$ dla zmiennych stanu x

$i,j = 1,\ldots,m;\quad i \neq j$ dla wymuszeń u

$k = 1,\ldots,b.$

Przez n oznaczono liczbę zmiennych stanu, przez m oznaczono liczbę wymuszeń, natomiast b oznacza liczbę opóźnień dla zmiennej oznaczonej indeksem j. W układzie może wystąpić dowolna liczba opóźnionych zmiennych stanu r_n, $r_n \in [0, n]$ i opóźnionych wymuszeń r_m, $r_m \in [0, m]$.

Dla nieopóźnionych zmiennych stanu x_i warunki początkowe mają następującą postać:

$$x_i(t_o) = x_{io} \tag{4.3}$$

natomiast dla opóźnionych zmiennych stanu:

$$x_j(t) = \varphi_x(t) \quad \text{dla} \quad t \in \left[t_o - \tau_{jmax},\ t_o\right] \tag{4.4}$$

gdzie:

$$\tau_{jmax} = \max_k\left\{\tau_{jk}\right\} \tag{4.5}$$

Dla rozwiązania równania (4.1) potrzeba również:

$$u_j(t) = \varphi_u(t) \quad \text{dla} \quad t \in \left[t_o - \tau_{jmax},\ t_o\right) \tag{4.6}$$

W tym przypadku przedział musi być niedomknięty prawostronnie, aby w chwili początkowej t_o móc zmienić sterowanie.

Równania o ogólnej postaci (4.1), (4.2) są bardzo wygodnym i komunikatywnym opisem efektu zwanego opóźnieniem. Opis ten jest podstawą olbrzymiej liczby publikacji z dziedziny teorii sterowania w tym również monografii, np. [33], [44]. Opis ten jest dodatkowo bardzo atrakcyjny ze względu na łatwość uwzględnienia przesuniętego argumentu w obliczeniach numerycznych. Większość prac z teorii sterowania wykorzystuje ten opis abstrakcyjnie traktując go jako punkt wyjścia do dalszych rozważań.

Wbrew pozorom jednak otrzymanie opisu w postaci równań różniczkowych zwyczajnych z przesuniętym argumentem dla konkretnego procesu przemysłowego wcale nie jest łatwe. Przyczyną jest fakt, że opis taki uzyskujemy drogą pośrednią.

Efekt opóźnienia jest związany ze zjawiskami transportu (stąd też często spotykana nazwa opóźnienie transportowe).

Zjawisko transportu odbywa się w najprostszym przypadku w postaci transportu materiału na podajniku taśmowym lub transportu rodzaju substancji w rurociągu. Zjawisko to związane jest z przesuwaniem się materiału z prędkością w wzdłuż pewnej odległości z, a formalnym opisem jest równanie różniczkowe cząstkowe o postaci:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + w\frac{\partial h}{\partial z} = 0; \quad h(t, z), w(t) \in R \tag{4.7}$$

Rozwiązując to równanie przy warunku brzegowym $h(t,0) = h_{we}(t)$ i dodatkowo przyjmując zerowy warunek początkowy oraz $w = const$, otrzymujemy:

$$h(t,z) = h_{we}(t - \frac{z}{w}) \tag{4.8}$$

lub w postaci operatorowej

$$h(p,z) = h_{we}(p)e^{-\frac{z}{w}p} \tag{4.9}$$

a więc wynikiem zjawiska transportu opisanego formalnie równaniem (4.7) jest efekt zwany opóźnieniem - równanie (4.8). Efekt ten jest charakterystyczny dla układów, które opisujemy równaniami różniczkowymi cząstkowymi i pojawia się w sposób jawny (w postaci przesunięcia argumentu) w rozwiązaniu tych równań tylko dla najprostszych przypadków. Dla przypadków bardziej złożonych, takich jak np. wymienniki ciepła, reaktory rurowe lub kolumny destylacyjne rozwiązania analitycznego w dziedzinie czasu nie można uzyskać. Wtedy należy albo rozwiązać numerycznie równania różniczkowe cząstkowe (otrzymując opóźnienie na przebiegach czasowych rozwiązania), albo równania te zlinearyzować, co pozwala na analityczne rozwiązanie (w wielu przypadkach) w postaci macierzy transmitancji niewymiernych.

W obu tych przypadkach dokonujemy aproksymacji przebiegów dynamicznych za pomocą prostych elementów dynamicznych, co w efekcie dopiero pozwala uzyskać jawny opis opóźnienia w postaci przesunięcia argumentu.

Wśród sposobów uzyskania opisu (4.1), (4.2) należy wymienić dwa najważniejsze.

Pierwszy sposób stosujemy w przypadku, gdy w modelowanej instalacji większość aparatów traktujemy jako obiekty o parametrach skupionych, a tylko kilka, np. rurociągi łączące te aparaty, traktujemy jako obiekty o parametrach rozłożonych. Formalnym opisem takiej instalacji jest mieszany układ równań różniczkowych zwyczajnych (dla układów o parametrach skupionych) i cząstkowych (dla układów o parametrach rozłożonych). Równania różniczkowe cząstkowe rozwiązujemy osobno otrzymując jawny opis opóźnienia. Jawny opis opóźnienia dołączamy do układu równań różniczkowych zwyczajnych otrzymując układ z przesuniętym argumentem. Ten bardzo wygodny do dalszych badań opis jest jednak modelem łączącym pośrednio cechy układów o parametrach skupionych i rozłożonych.

Drugi sposób stosujemy, gdy modelowany proces traktujemy w całości jako układ o parametrach rozłożonych. Istotny będzie tu przypadek, gdy po linearyzacji możemy układ równań różniczkowych cząstkowych liniowych rozwiązać analitycznie, otrzymując rozwiązanie w postaci macierzy transmitancji (najczęściej niewymiernych). Poszczególne transmitancje aproksymujemy za pomocą prostych elementów dynamicznych z opóźnieniem (w przypadku numerycznego rozwiązania równań różniczkowych cząstkowych dokonujemy aproksymacji przebiegów czasowych). Przejście z opisu transmitancji z opóźnieniem na postać równań stanu z przesuniętym argumentem jest tak zwaną realizacją równań stanu dla macierzy transmitancji, co dla transmitancji z opóźnieniami jest trudne. Aby otrzymać równania stanu z przesuniętym argumentem, musimy więc kolejno wykonać trzy trudne operacje: rozwiązanie układu równań różniczkowych cząstkowych, aproksymacja rozwiązania za pomocą prostych elementów z opóźnieniami i realizacja równań stanu dla elementów z opóźnieniami. Tak otrzymany model matematyczny o postaci (4.1), (4.2) jest tylko aproksymacją modelu ścisłego w postaci równań różniczkowych cząstkowych.

Sposób uzyskania modelu matematycznego o postaci (4.1), (4.2) dla rzeczywistego procesu przemysłowego i trudności w adaptacji tego modelu dla potrzeb symulacji ilustruje następujący przykład.

4.2. Modelowanie pieca obrotowego dla małych odchyłek od punktu pracy

Na rysunku 4.1 przedstawiono schemat pieca obrotowego. Najprostszy model matematyczny analizowany w pracy [67] ma postać dwu równań różniczkowych cząstkowych:

$$\frac{\partial \vartheta_1}{\partial t} + \frac{\partial \vartheta_1}{\partial z} + a(\vartheta_1 - \vartheta_2) = -w_1 + m\, w_2$$

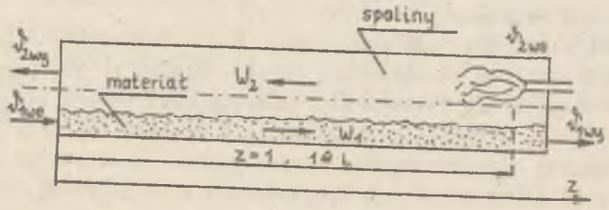
$$r\frac{\partial \vartheta_2}{\partial t} - \frac{\partial \vartheta_2}{\partial z} + a(\vartheta_2 - \vartheta_1) = (1 - m)w_2 \qquad (4.10)$$

z warunkami brzegowymi:

$$\vartheta_1(t,0) = \vartheta_{1we}(t)$$

$$\vartheta_2(t,1) = \vartheta_{2we}(t) \qquad (4.11)$$

i zerowymi warunkami początkowymi.



Rys. 4.1. Piec obrotowy
Fig. 4.1. Rotary kiln

Oznaczenia:

$\vartheta_1(t,z)$, $\vartheta_2(t,z)$, $\vartheta_{1we}(t)$, $\vartheta_{1wy}(t)$, $\vartheta_{2we}(t)$, $\vartheta_{2wy}(t)$ - względne odchyłki temperatur od punktu pracy odniesione do ustalonej różnicy temperatur materiału na brzegach pieca; $w_1(t)$, $w_2(t)$ - względne odchyłki prędkości odniesione do swoich wartości w punkcie pracy; a, r, m - parametry procesu.

Wykorzystując macierzową metodę zaproponowaną w pracy [49] otrzymujemy 8 niewymiernych transmitancji. Dokonując aproksymacji charakterystyk amplitudowo-fazowych tych transmitancji [67] otrzymujemy następującą aproksymację dynamiki pieca:

$$\underline{y}(p) = G(p)\,\underline{m}(p) \qquad (4.12)$$

gdzie:

$$G(p) = \begin{bmatrix} \frac{0.5\,e^{-p}}{p+2}, & \frac{2.5}{p+3.33}, & -\frac{0.89}{p+1.43}, & \frac{0.82}{p+1.43} \\ \frac{2.5}{p+3.33}, & 0.05 + \frac{0.4}{p+2}, & -\frac{0.75}{p+2}, & 0.06 + \frac{0.72}{p+2} \end{bmatrix} \qquad (4.13)$$

$$\underline{y}(p) = \begin{bmatrix} \vartheta_{1wy}(p) \\ \vartheta_{2wy}(p) \end{bmatrix} \qquad \underline{m}(p) = \begin{bmatrix} \vartheta_{1we}(p) \\ \vartheta_{2we}(p) \\ w_1(p) \\ w_2(p) \end{bmatrix} \qquad (4.14)$$

Aby otrzymać równania stanu wykorzystamy bardzo prostą metodę realizacji równań stanu dla pewnego szczególnego typu macierzy transmitancji z opóźnieniami przedstawioną w pracy [68] (w pracach [39], [40], [59], [115], [116] można znaleźć metody bardziej ogólne). Metoda ta polega na dekompozycji macierzy transmitancji na dwie macierze, z których jedną nie zawierającą opóźnień przekształcamy do postaci równań stanu przy użyciu klasycznych metod realizacji, np. metody Gilberta [30].

W naszym przypadku:

$$\underline{y}(p) = \left[K(p) + K^e(p)\right]\underline{m}(p) \qquad (4.15)$$

gdzie:

$$K(p) = \begin{bmatrix} 0, & \frac{2.5}{p+3.33}, & -\frac{0.89}{p+1.43}, & \frac{0.82}{p+1.43} \\ \frac{2.5}{p+3.33}, & 0.05 + \frac{0.4}{p+2}, & -\frac{0.75}{p+2}, & 0.06 + \frac{0.72}{p+2} \end{bmatrix} \qquad (4.16)$$

natomiast:

$$K^e(p) = \left[K^e_{11}(p) = \frac{0.5\,e^{-p}}{p+2};\quad K^e_{ij}(p) = 0 \quad \text{dla} \quad i,j \neq 1\right] \qquad (4.17)$$

Przeprowadzając dla macierzy $K(p)$ realizację metodą Gilberta [30] oraz zamieniając transmitancję $K^e_{11}(p)$ na odpowiadające jej równanie różniczkowe z przesuniętym argumentem otrzymujemy:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -3.33\, x_1 + \vartheta_{1we} \\ \dot{x}_2 = -3.33\, x_2 + \vartheta_{2we} \\ \dot{x}_3 = -1.43\, x_3 - 0.89\, w_1 + 0.82\, w_2 \\ \dot{x}_4 = -2\, x_4 + 0.4\,\vartheta_{2we} - 0.75\, w_1 + 0.72\, w_2 \\ \dot{x}_5 = -2\, x_5 + 0.5\,\vartheta_{1we}(t-1) \end{cases} \qquad (4.18)$$

oraz:

$$\begin{cases} \psi_{1wy} = 2.5\, x_2 + x_3 + x_5 \\ \psi_{2wy} = 2.5\, x_1 + x_4 + 0.05\, \psi_{2we} + 0.06\, w_2 \end{cases} \tag{4.19}$$

Układy (4.18), (4.19) pozwalają na uzyskanie przebiegów identycznych z układem (4.10) dla konkretnych wartości liczbowych parametrów a, r, m. Jego zaletą jest (z punktu widzenia rozwiązania numerycznego) możliwość uzyskania czystego opóźnienia o wiele łatwiej niż dla równań (4.10) (aby uzyskać czyste opóźnienie przy rozwiązaniu numerycznym równań częstkowych, trzeba prowadzić obliczenia z bardzo małymi krokami dyskretyzacji, co wymaga dużego czasu obliczeń). Jednak układ (4.18), (4.19) jest mało przydatny dla potrzeb symulacji procesu zachodzącego w piecu obrotowym. Zachowana jest tożsamość wielkości obserwowanych oraz oddziaływań wejściowych, natomiast nie da się sterować modelem (4.18), (4.19) za pomocą wielkości a, r, m (szczególnie istotna byłaby możliwość oddziaływania od strony współczynnika a, ponieważ wielkość ta reprezentując unormowane ciepło wymieniane jest najistotniejszym parametrem procesu).

Bardziej przydatny dla potrzeb symulacji jest opis (4.1), (4.2) uzyskany przy wykorzystaniu pierwszego z omówionych ogólnie przed przykładem sposobów uzyskania tego opisu, ponieważ części instalacji traktowane jako układy o parametrach skupionych umożliwiają wyróżnienie oddziaływań symulacyjnych W. Kłopot sprawia jednak interpretacja samego czasu opóźnienia, który w układzie (4.1), (4.2) jest wielkością wejściową modelu. Czas opóźnienia nie jest ani oddziaływaniem manipulacyjnym, ani parametrem procesu (z punktu widzenia procesu nie jest w ogóle oddziaływaniem, a efektem innych oddziaływań i parametrów). Jeśli wziąć najprostszy element opóźnienia (4.8) na długości L, to czas opóźnienia $\tau = L/w$, gdzie L jest parametrem procesu, natomiast prędkość w jest oddziaływaniem manipulacyjnym (ale z kolei aby wykorzystać opis (4.8), prędkość w musiałaby być stała w trakcie eksperymentu symulacyjnego).

Podsumowując należy stwierdzić, że model matematyczny (4.1), (4.2) chociaż jest bardzo wygodny (również z przyczyn numerycznych), ale ze względu na pośredni sposób jego uzyskania dla rzeczywistego procesu, stwarza poważne kłopoty z interpretacją i przyporządkowaniem oddziaływań na model - oddziaływaniom symulacyjnym (mającym odpowiedniki w badanym procesie).

4.3. Problemy oszczędnej rezerwacji pamięci oraz wyboru właściwego algorytmu numerycznego całkowania przy symulacji układów z opóźnieniami

Rozpatrujemy klasę zagadnień, które da się opisać za pomocą następującego układu równań:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}\left[x_i(t),\ x_j(t - \tau_{jk}),\ \underline{P},\ t\right] \tag{4.20}$$

$$\underline{y} = \underline{g}\left[x_i(t),\ x_j(t - \tau_{jk}),\ \underline{P},\ t\right] \tag{4.21}$$

gdzie:

$i,j = 1,\ldots,n;\quad i \neq j$

$k = 1,\ldots,b.$

Przez n oznaczono liczbę zmiennych stanu, natomiast b oznacza liczbę opóźnień zmiennej x_j. W układzie wystąpić może dowolna liczba opóźnionych zmiennych stanu r, $r \in [0,n]$. Wektor $\underline{P}$ umożliwia wprowadzenie z zewnątrz parametrów równań.

Dla nieopóźnionych zmiennych stanu x_i warunki początkowe mają postać:

$$x_i(t_o) = x_{io} \tag{4.22}$$

natomiast dla opóźnionych zmiennych stanu:

$$x_j(t) = \varphi(t) \quad \text{dla} \quad t \in \left[t_o - \tau_{jmax},\ t_o\right] \tag{4.23}$$

gdzie:

$$\tau_{jmax} = \max_k\left\{\tau_{jk}\right\} \tag{4.24}$$

Równania (4.20) są układem równań różniczkowych zwyczajnych n-tego rzędu z przesuniętym argumentem. Sposoby otrzymania takiego opisu dla konkretnych procesów omówiono w rozdziale 4.2. Układ równań (4.20) należy scałkować numerycznie z krokiem całkowania h.

Równania (4.21) pozwalają obliczyć wielkości obserwowane w trakcie eksperymentów symulacyjnych. Krok obserwacji Dt jest dobierany z punktu widzenia czytelności przebiegów i jest wielokrotnością kroku całkowania h.

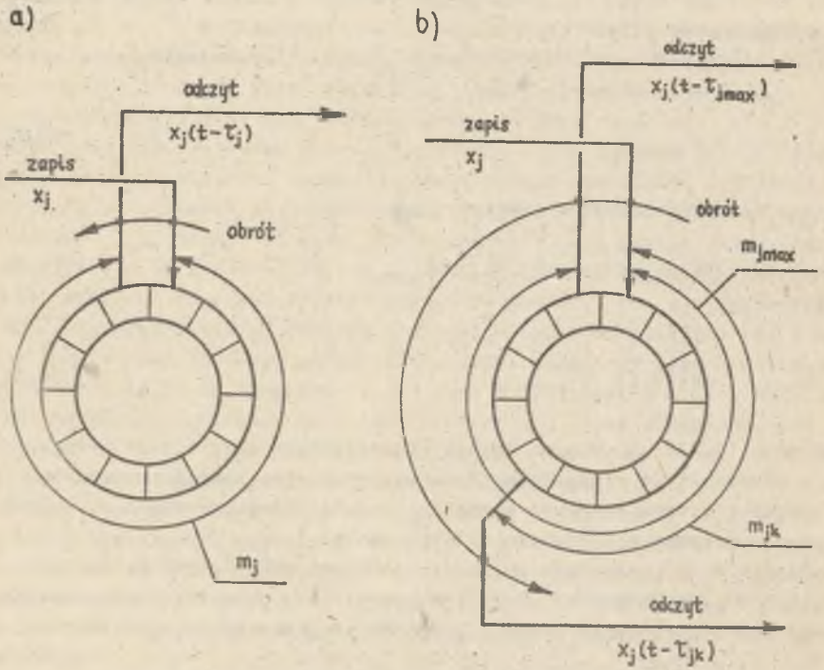
Bardzo wygodne jest przyjęcie założenia, że wartości opóźnień są krotnością kroku całkowania, to znaczy:

$$\tau_{jk} = m_{jk}\, h \quad (m_{jk} \text{ jest liczbą naturalną}) \tag{4.25}$$

Polega to na zaokrągleniu do najbliższej wielokrotności h wartości opóźnień nie będących wielokrotnością h. Pomimo że algorytmy umożliwiające przy obliczeniach uwzględnienie wartości opóźnień nie będących wielokrotnością h są proste (polegają na liniowej interpolacji [45]), to założenie (4.25) umożliwia lepszą kontrolę obliczeń.

Realizacja pakietu symulacyjnego dla zadania bez opóźnień (rozdział 3.4) jest zagadnieniem merytorycznie prostym. Obecność w modelu opóźnień według zapisu (4.20), (4.21) wymaga uwzględnienia dwu dodatkowych zagadnień: oszczędnej rezerwacji pamięci dla opóźnionych zmiennych stanu oraz odpowiedniego stosowania metod całkowania w obecności opóźnień. Oba te zagadnienia przedstawiono w pracy [89].

Najwygodniejszy sposób cyfrowej realizacji opóźnienia przedstawił Franks [25], (rysunek 4.2a). Wektor o długości odpowiadającej zdyskretyzowanemu za pomocą h opóźnieniu jest zapełniany w ten sposób, że punkty odpowiadające ładowaniu zmiennej x_j i odczytowi $x_j(t-\tau_j)$ obracają się wokół wektora "zwiniętego w plasterek" - stąd nazwa "karuzela".



Rys. 4.2. Cyfrowa realizacja opóźnienia
Fig. 4.2. Numerical realization of time delay

W pracy [89] dopuszczono możliwość występowania w równaniach (4.20), (4.21) wielu opóźnień τ_{jk} dla zmiennej stanu x_j. Wtedy karuzela będzie

miała postać jak na rysunku 4.2b. Liczba elementów wektora pamięci m_{jmax} dla zmiennej stanu x_j musi odpowiadać największej wartości opóźnienia tej zmiennej τ_{jmax}.

Bez kłopotu można wykorzystać karuzelę dla opóźnień zmieniających się w dowolny sposób [111], pamiętając tylko o zadeklarowaniu odpowiedniej długości wektora pamięci, zapewniającej zapamiętanie x_j w całym możliwym do przewidzenia zakresie zmian wartości opóźnień tej zmiennej.

Przechowywania ciągów wartości wymagają tylko opóźnione zmienne stanu. W ogólnym przypadku (równania (4.1), (4.2)) opóźnienia mogą występować również w postaci opóźnionych funkcji wymuszających. Ten rodzaj opóźnień nie wymaga wykorzystania pamięci. Realizuje się go poprzez numeryczną realizację funkcji skokowej $1(t-\tau_{jk})$. Same funkcje wymuszające można zapisać natomiast w ramach bloków pakietu odpowiadających funkcjom $\underline{f}$ oraz $\underline{g}$, a sterować nimi z zewnątrz pakietu za pomocą parametrów $\underline{P}$.

W przedstawionych w literaturze [25], [109], [111] programach nie uwzględniono problemu oszczędności pamięci, np. w przedstawionym w [25] pakiecie symulacyjnym zarezerwowana jest dla zmiennych opóźnionych tablica o wymiarach $25 * m_{max}$ bez względu na to, jakie zadanie będzie rozwiązywane.

W pracy [89] przedyskutowano możliwości dynamicznej rezerwacji pamięci. Wnioski oparto na doświadczeniach uzyskanych przy uruchomieniu i eksploatacji pakietów symulacyjnych wykorzystujących trzy różne sposoby realizacji rezerwacji pamięci.

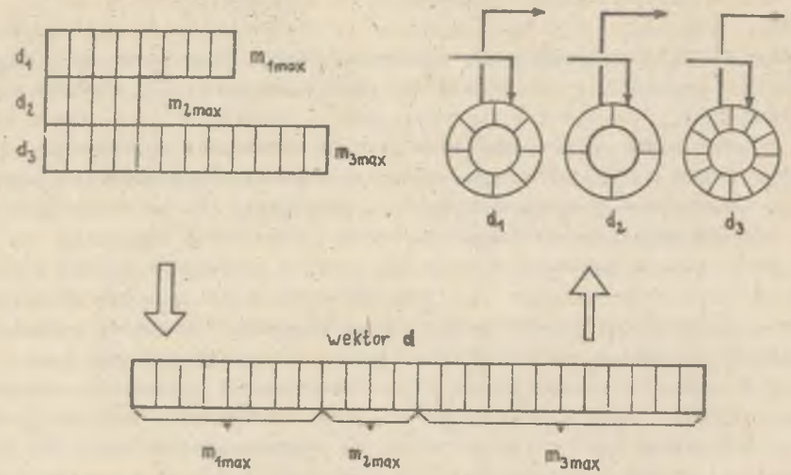
Proponowany w pracy [89] sposób C rezerwacji pamięci jest sposobem najtrudniejszym do zaprogramowania, ale rezerwuje tylko tyle elementów pamięci, ile potrzeba w danym zadaniu. Polega on na rezerwacji pamięci dla ciągów odpowiadających poszczególnym opóźnieniom w postaci wektora $\underline{d}$, którego kolejne segmenty odpowiadają poszczególnym zmiennym opóźnionym (rysunek 4.3). Zmienną stanu x_j można wywołać w programie w blokach F i G przy użyciu funkcji dwuargumentowej:

$$\text{delay}\ (j, \tau_{jk}) \triangleq x_j(t-\tau_{jk}) \tag{4.26}$$

Podane wskaźniki j umożliwiają identyfikację odpowiedniego segmentu w wektorze $\underline{d}$. Każde opóźnienie jest oczywiście realizowane za pomocą karuzeli.

Oszczędność pamięci otrzymujemy kosztem wzrostu liczby dodatkowych danych, które należy wczytać dla realizacji rezerwacji pamięci (r - liczba opóźnionych zmiennych stanu, j - wartości wskaźników opóźnionych zmiennych stanu oraz τ_{jmax} - maksymalne wartości opóźnień dla opóźnionych zmiennych stanu x_j).

Rezerwacja tablicy dla wszystkich zmiennych stanu i o arbitralnie dużej wartości m_{max} nie wymaga wprowadzenia żadnych dodatkowych danych, jednak oszczędność pamięci jest bardzo duża [89], co powoduje, że propo-



Rys. 4.3. Realizacja opóźnień zmiennych stanu sposobem zapewniającym minimalną liczbę elementów pamięci [89]

Fig. 4.3. Numerical realization of delayed state variables in the case of minimal number of memory elements [89]

nowany sposób rezerwacji pamięci jest atrakcyjny - szczególnie dla użytkowników komputerów o małej pamięci.

Drugim istotnym zagadnieniem jest numeryczne całkowanie równań stanu w obecności opóźnień.

Metody predykcyjno-korekcyjne wykorzystują wartości funkcji f (prawe strony równań stanu) tylko w punktach dyskretyzacji. Stąd też uwzględnienie opóźnień zmiennych stanu nie wprowadza zmiany w działaniu tych metod, to znaczy nie wprowadza dodatkowego (w stosunku do błędu samej metody) błędu obcięcia, jeśli mamy do dyspozycji wartości opóźnionych zmiennych stanu w tych punktach. Inaczej wygląda to zagadnienie dla metod jednokrokowych. Dyskusję ograniczymy do dwu najpopularniejszych metod, metody Eulera i metody Rungego - Kutty 4 rzędu, w odniesieniu do zagadnienia całkowania numerycznego równań stanu z opóźnieniami o postaci (4.20).

Metoda Eulera pozwala obliczyć dla punktu $(t_p + h)$ przybliżone wartości zmiennych stanu na podstawie wartości tych zmiennych w punkcie t_p według zależności:

$$\underline{x}(t_p + h) = \underline{x}(t_p) + \underline{K}(t_p) \tag{4.27}$$

$$\underline{K}(t_p) = \underline{f}\left[x_i(t_p),\ x_j(t_p - \tau_{jk}),\ t_p\right] h \tag{4.28}$$

Ponieważ metoda ta wykorzystuje tylko wartości $\underline{x}$ w punktach dyskretyzacji, to obecność zmiennych opóźnionych $x_j(t_p - \tau_{jk})$ nie wprowadza dodatkowego błędu obcięcia (w stosunku do błędu obcięcia samej metody Eulera), jeśli dysponujemy wartościami zmiennych x_j w tych punktach.

Metoda Rungego - Kutty 4 rzędu przy uwzględnieniu opóźnionych zmiennych stanu pozwala obliczyć wartości $\underline{x}(t_p + h)$ na podstawie zależności:

$$\underline{x}(t_p + h) = \underline{x}(t_p) + \frac{1}{6}\left(\underline{K}_1 + 2\underline{K}_2 + 2\underline{K}_3 + \underline{K}_4\right) \tag{4.29}$$

$$\underline{K}_1(t_p) = \underline{f}\left[x_i(t_p),\ x_j(t_p - \tau_{jk}),\ t_p\right] h \tag{4.30}$$

$$\underline{K}_2(t_p) = \underline{f}\left[x_i(t_p) + \frac{1}{2} K_{1i}(t_p),\ x_j(t_p - \tau_{jk}) + \frac{1}{2} K_{1j}(t_p - \tau_{jk}),\ t_p + \frac{1}{2} h\right] h \tag{4.31}$$

$$\underline{K}_3(t_p) = \underline{f}\left[x_i(t_p) + \frac{1}{2} K_{2i}(t_p),\ x_j(t_p - \tau_{jk}) + \frac{1}{2} K_{2j}(t_p - \tau_{jk}),\ t_p + \frac{1}{2} h\right] h \tag{4.32}$$

$$\underline{K}_4(t_p) = \underline{f}\left[x_i(t_p) + K_{3i}(t_p),\ x_j(t_p - \tau_{jk}) + K_{3j}(t_p - \tau_{jk}),\ t_p + h\right] h \tag{4.33}$$

Zależności (4.30)÷(4.33) wynikają ze ścisłego wprowadzenia opóźnionych zmiennych stanu $x_j(t_p - \tau_{jk})$ do powszechnie znanych wzorów definicyjnych metody RK4. Z zależności tych wynika, że aby obecność opóźnień nie zmieniała działania algorytmu, to dla każdej opóźnionej zmiennej stanu, występującej w funkcji $\underline{f}$, muszą być znane (a więc przechowywane w pamięci) cztery wielkości:

$$x_j(t_p - \tau_{jk}) \tag{4.34}$$

$$x_j(t_p - \tau_{jk}) + \frac{1}{2} K_{1j}(t_p - \tau_{jk}) \tag{4.35}$$

$$x_j(t_p - \tau_{jk}) + \frac{1}{2} K_{2j}(t_p - \tau_{jk}) \tag{4.36}$$

$$x_j(t_p - \tau_{jk}) + K_{3j}(t_p - \tau_{jk}) \tag{4.37}$$

Wtedy i tylko wtedy stosowanie tej metody nie wprowadza dodatkowego błędu obcięcia w stosunku do błędu obcięcia samej metody RK4.

Sposób prowadzenia obliczeń metodą RK4 z przechowywaniem w pamięci czterech wielkości (4.34)÷(4.37) w dalszej części rozdziału oznaczymy jako metodę RK4M4.

W literaturze [25],[109] przedstawiono pakiety symulacyjne uwzględniające opóźnienie jednej [109] lub wielu [25] wielkości i wykorzystujące metodę RK4. Opóźnienie zrealizowano poprzez przechowywanie w pamięci tylko wartości zmiennej opóźnionej w punktach dyskretyzacji, ale algorytm RK4 jest specjalnie przystosowany do opóźnień. Jako wielkość pośrednią (4.37) przyjęto wielkość wyliczoną na końcu przedziału h, natomiast jako wielkości (4.35) i (4.36) przyjęto średnie arytmetyczne z wielkości na końcach przedziału h. Taki sposób przystosowania metody RK4 dla opóźnień można zapisać następująco:

$$\underline{x}(t_p + h) = \underline{x}(t_p) + \frac{1}{6}(\underline{K}_1 + 2\underline{K}_2 + 2\underline{K}_3 + \underline{K}_4) \tag{4.38}$$

$$\underline{K}_1(t_p) = \underline{f}\left[x_i(t_p),\ x_j(t_p - \tau_{jk}),\ t_p\right] h \tag{4.39}$$

$$\underline{K}_2(t_p) = \underline{f}\left\{x_i(t_p) + \frac{1}{2} K_{1i}(t_p),\ \frac{1}{2}\left[x_j(t_p - \tau_{jk}) + x_j(t_p + h - \tau_{jk})\right],\right.$$
$$\left. t_p + \frac{1}{2} h\right\} h \tag{4.40}$$

$$\underline{K}_3(t_p) = \underline{f}\left\{x_i(t_p) + \frac{1}{2} K_{2i}(t_p),\ \frac{1}{2}\left[x_j(t_p - \tau_{jk}) + x_j(t_p + h - \tau_{jk})\right],\right.$$
$$\left. t_p + \frac{1}{2} h\right\} h \tag{4.41}$$

$$\underline{K}_4(t_p) = \underline{f}\left[x_i(t_p) + K_{3i}(t_p),\ x_j(t_p + h - \vartheta_{jk}),\ t_p + h\right] h \tag{4.42}$$

Ten sposób adaptacji metody RK4 dla opóźnień oznaczymy jako RK4LIN. Metoda RK4LIN wnosi dodatkowy błąd obcięcia (w stosunku do błędu obcięcia samej metody RK4) wynikający z zastępienia opóźnionych wielkości pośrednich (4.35)÷(4.37) wielkościami wynikającymi z liniowej interpolacji. Dla osiągnięcia tej samej dokładności obliczeń, jaką można uzyskać za pomocą metody RK4M4, obliczenia trzeba prowadzić przy mniejszym kroku h, co spowoduje wydłużenie czasu obliczeń i zwiększenie obszaru pamięci potrzebnej dla realizacji opóźnień. W pracy [89] wykazano eksperymentalnie, że obszar pamięci dla rezerwacji czterech wielkości dla danej zmiennej stanu (metoda RK4M4) jest w sumie mniejszy od obszaru pamięci niezbędnego dla rezerwacji jednej wielkości (dana zmienna stanu), ale o większej liczbie wartości (metoda RK4LIN).

Trzeci sposób wykorzystania metody RK4 w obecności opóźnień polega na wykorzystaniu algorytmu RK4 bezpośrednio bez żadnych zmian według wzorów definicyjnych, choć z wykorzystaniem oczywiście wartości $x_j(t_p - \tau_{jk})$.

Kochenburger [45] nie przedstawił treści procedury realizującej opóźnienia, ale na podstawie szczegółowego schematu blokowego procedury można stwierdzić, że zastosowano w [45] właśnie ten sposób wykorzystywania metody RK4.

W językach symulacyjnych [42],[98] opóźnienie jest realizowane przez przechowywanie ciągu wartości dowolnej wielkości (niekoniecznie zmiennej stanu) w pamięci. Jeśli wielkość opóźniona jest zależna od pewnych zmiennych stanu i wykorzystana jest następnie w funkcji podcałkowej (funkcji $\underline{f}$), to te zmienne stanu występują oczywiście również w funkcji $\underline{f}$. Ponieważ wielkość opóźniona jest zdyskretyzowana za pomocą h, to w funkcji $\underline{f}$ wystąpią tylko wartości opóźnionych zmiennych stanu w punktach dyskretyzacji.

Zastosowanie klasycznego algorytmu RK4 w obecności opóźnień wygląda następująco:

$$\underline{x}(t_p + h) = \underline{x}(t_p) + \frac{1}{6}(\underline{K}_1 + 2\underline{K}_2 + 2\underline{K}_3 + \underline{K}_4) \tag{4.43}$$

$$\underline{K}_1(t_p) = \underline{f}\left[x_i(t_p),\ x_j(t_p - \tau_{jk}),\ t_p\right] h \tag{4.44}$$

$$\underline{K}_2(t_p) = \underline{f}\left[x_i(t_p) + \frac{1}{2} K_{1i}(t_p),\ x_j(t_p - \tau_{jk}) + \frac{1}{2} K_{1j}(t_p),\right.$$
$$\left. t_p + \frac{1}{2} h\right] h \tag{4.45}$$

$$\underline{K}_3(t_p) = \underline{f}\left[x_i(t_p) + \frac{1}{2} K_{2i}(t_p),\ x_j(t_p - \tau_{jk}) + \frac{1}{2} K_{2j}(t_p),\right.$$
$$\left. t_p + \frac{1}{2} h\right] h \tag{4.46}$$

$$\underline{K}_4(t_p) = \underline{f}\left[x_i(t_p) + K_{3i}(t_p),\ x_j(t_p - \tau_{jk}) + K_{3j}(t_p),\right.$$
$$\left. t_p + h\right] h \tag{4.47}$$

Ten sposób stosowania metody RK4 w obecności opóźnień oznaczymy jako RK4M1.

Wielkości K_{2j}, K_{3j}, K_{4j} są obliczane na podstawie $x_j(t_p - \tau_{jk})$, ale są one obliczane w punkcie t_p, a więc będą się różnić od wartości, jakie dla tych wielkości były obliczone w punkcie $(t_p - \tau_{jk})$. Ponieważ wartości te są obliczane tylko na podstawie $x_j(t_p - \tau_{jk})$, to w efekcie każda opóźniona zmienna x_j jest przybliżona funkcją schodkową. Powoduje to fakt, że dla składowych wektora $\underline{f}$ zależnych od x_j metoda RK4M1 będzie zbliżona w działaniu do metody Eulera.

Oszacowanie błędu metody (błędu obcięcia) rozwiązania numerycznego jest bardzo skomplikowane nawet dla zagadnień bez opóźnienia. Dla metod jednokrokowych prowadzi do zależności pozwalających stwierdzić, że ten błąd jest funkcją h [56],[92],[118]. Moszyński [92] stwierdza, że często w praktyce oszacowanie takie jest zupełnie nieopłacalne. Oszacowanie błędu obcięcia, a właściwie dodatkowego błędu obcięcia wynikającego z opóźnień dla metod RK4LIN i RK4M1 (dla metody RK4M4 nie ma dodatkowego błędu obcięcia) byłoby tym bardziej skomplikowane. Dlatego też w pracy [89] po-

równano proponowaną tam metodę RK4M4 z metodami RK4LIN, RK4M1 (i dodatkowo Eulera) na dwu specjalnie dobranych przykładach.

Obliczenia przeprowadzono za pomocą czterech identycznych pakietów wykorzystujących sposób C realizacji opóźnień, ale wyposażonych w różne algorytmy całkowania: RK4M4, RK4LIN, RK4M1 oraz E.

Z przeprowadzonych badań wynika, że proponowany w pracy [89] sposób stosowania metody RK4 dla opóźnionych zmiennych stanu (algorytm RK4M4), choć wymaga przechowywania w pamięci aż czterech ciągów wielkości dla każdej opóźnionej zmiennej stanu, to jednak w rezultacie pozwala na radykalne zmniejszenie zarówno obszaru pamięci jak i czasu obliczeń [89].

Znane z literatury dwa inne sposoby stosowania tej metody w obecności opóźnień (algorytmy RK4LIN oraz RK4M1) wymagają przechowywania w pamięci tylko wartości opóźnionych zmiennych stanu. Jednakże dodatkowy błąd obcięcia, wynikający z obecności opóźnień, powoduje ich mniejszą dokładność. Aby więc uzyskać dokładność obliczeń taką samą, jaką można otrzymać przy zastosowaniu zalecanego w pracy [89] sposobu (z przechowywaniem w pamięci wielkości pośrednich), należy zmniejszyć krok całkowania. Powoduje to zwiększenie czasu obliczeń i zwiększenie rezerwowanego obszaru pamięci.

Z przeprowadzonych w [89] badań wynika, że stosowanie metody RK4M4 pozwala na kilkakrotne zmniejszenie obszaru pamięci i kilkunastokrotne zmniejszenie czasu obliczeń w stosunku do metody RK4LIN. Stosowanie algorytmu RK4 bez żadnych modyfikacji dla opóźnień (metoda RK4M1) powoduje, że metoda ta działa dla opóźnionych zmiennych stanu z podobną dokładnością jak metoda Eulera, a więc wymaga nieporównywalnie większych czasów obliczeń i obszaru pamięci niż metoda RK4M4.

R o z d z i a ł 5

MODELOWANIE I SYMULACJA PROCESÓW TRAKTOWANYCH JAKO UKŁADY O PARAMETRACH ROZŁOŻONYCH

5.1. Wprowadzenie

Modele matematyczne traktujące proces jako układ o parametrach rozłożonych są najdokładniejszym, ale też najtrudniejszym do rozwiązania opisem procesów. Podanie opisu matematycznego obejmującego szeroką klasę modeli traktujących proces jako układ o parametrach rozłożonych jest trudne, ponieważ zarówno różne postacie równań różniczkowych częstkowych, jak i różne dla nich warunki brzegowe wymagają każdorazowo indywidualnego sposobu rozwiązywania tych równań. Dosyć szeroką klasę procesów można opisać za pomocą modelu matematycznego o postaci:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}, \frac{\partial \underline{x}}{\partial z}, \underline{u}, \underline{u}_r, \underline{P}, t) \tag{5.1}$$

gdzie:

$\underline{x}(t,z) \in R^n$, $\underline{u}(t) \in R^m$, $\underline{u}_r(t,z) \in R^r$, $\underline{P} \in R^p$, $t \in [t_o, t_m]$, $z \in [0, L]$.

Wymuszenia $\underline{u}(t)$ są wymuszeniami skupionymi, $\underline{u}_r(t,z)$ są wymuszeniami rozłożonymi, natomiast parametry $\underline{P} = \text{const}$ dla $t \in [t_o, t_m]$.

Model (5.1) jest układem równań różniczkowych częstkowych o dwu zmiennych niezależnych, przy czym t oznacza czas, natomiast z jest zmienną przestrzenną. Z układem (5.1) związane są warunki początkowe:

$$\underline{x}(t_o, z) = \underline{x}_o(z) \tag{5.2}$$

Najczęściej spotykane w praktyce warunki brzegowe dla układu (5.1) mają postać:

$$\begin{aligned} x_i(t,0) &= x_{1i}(t) \\ x_j(t,L) &= x_{2j}(t) \end{aligned} \tag{5.3}$$

natomiast w ogólnej postaci warunki brzegowe mogą mieć postać:

$$\underline{h}\left[x_i(t,0), x_j(t,L), \underline{u}(t), \underline{P}, u_{ri}(t,0), u_{rj}(t,L)\right] = 0 \tag{5.4}$$

W obu przypadkach należy podać $\dim\left\{\frac{\partial \underline{x}}{\partial z}\right\}$ warunków brzegowych.

Z punktu widzenia procesów fizycznych możemy wyróżnić trzy główne zjawiska, które traktujemy jako układy o parametrach rozłożonych. Są nimi zjawisko przepływu, zjawisko propagacji fal oraz zjawisko dyfuzji (przewodnictwa). Dwa pierwsze można opisać przy użyciu modelu (5.1) (zjawisko dyfuzji wymaga dodatkowo drugiej pochodnej względem z). W pracy ograniczymy rozważania tylko do modelu (5.1), a więc do zjawisk przepływowych i falowych.

Rozwiązanie modelu (5.1) można przedstawić w różnej postaci. W trakcie badań symulacyjnych procesów opisanych za pomocą modelu (5.1) interesują nas rozwiązania (przebiegi) o postaci:

$$Y = \left\{ \underline{y}_1(t, z_p), \underline{y}_2(t_\xi, z) \right\} \tag{5.5}$$

gdzie: $\underline{y}_1$ są to przebiegi czasowe w dowolnych punktach $z_p \in [0,L]$, natomiast $\underline{y}_2$ są to profile wzdłuż długości z w dowolnych chwilach czasu $t \in [t_o, t_m]$.

Na model matematyczny (5.1) możemy oddziaływać za pomocą wymuszeń, parametrów oraz obu rodzajów warunków. Model ten możemy zapisać inaczej jako przekształcenie:

$$\left\{ \underline{u}, \underline{u}_r, \underline{P}, x_i(t,0), x_j(t,L), \underline{x}_o(z) \right\} \longrightarrow Y \tag{5.6}$$

Aby przystosować model matematyczny do badań symulacyjnych, należy wybrać oddziaływania symulacyjne procesu i zrealizować przekształcenie:

$$\left\{ M, K, A \right\} \qquad \left\{ \underline{u}, \underline{u}_r, \underline{P}, x_i(t,0), x_j(t,L), \underline{x}_o(z) \right\} \tag{5.7}$$

W ramach przekształcenia (5.6) musimy rozwiązać numerycznie model (5.1) w stanie nieustalonym, natomiast w ramach przekształcenia (5.7) (jeśli warunki początkowe nie są oddziaływaniem symulacyjnym) musimy rozwiązać układ (5.1) w stanie ustalonym. A to w niektórych przypadkach może być znacznie trudniejsze numerycznie od rozwiązania (5.1) w stanach nieustalonych (konkretnie w przypadku tak zwanego zagadnienia brzegowego).

Problemy związane z konstrukcją modeli i badaniami symulacyjnymi procesów traktowanych jako układy o parametrach rozłożonych przedstawimy na dwu przykładach.

5.2. Modelowanie i symulacja uogólnionego przypadku przeciwprądowych wymienników ciepła

Wymiennik ciepła z wymianą ciepła w przeciwprądzie jest najczęściej spotykanym w przemyśle typem urządzenia. Stąd też dużo uwagi poświęca się w literaturze zagadnieniom modelowania, symulacji i sterowania tego typu aparatami.

Klasyczna analiza dynamiki przeciwprądowych wymienników ciepła bazuje na rozwiązaniach analitycznych zlinearyzowanych równań różniczkowych cząstkowych. Taki sposób podejścia prowadzi do opisu w postaci transmitancji operatorowych. Począwszy od pracy Takahashiego [120] powstało wiele prac w ten sposób analizujących dynamikę różnego typu wymienników, np. [14],[20],[26],[31],[41],[49],[61],[62],[123]. W pracach [72],[73],[74] analizowano w ten sposób dynamikę zespołu pieca obrotowego składającego się z pieca obrotowego i chłodnika rusztowego. W pracy [71] zaproponowano uogólniony model matematyczny przeciwprądowych wymienników ciepła, pozwalający uzyskać transmitancje różnego typu takich wymienników (rurowych, płytowych i pieców obrotowych).

Rozwój maszyn cyfrowych spowodował, że konkurencyjna stała się analiza oparta na badaniach symulacyjnych bazujących na rozwiązaniu numerycznym równań różniczkowych cząstkowych. Badania dynamiki oparte na rozwiązaniu numerycznym dla wymienników rurowych przedstawiono w pracach [85],[128], natomiast dla pieców obrotowych w pracach [108],[112],[117]. W ten sposób również w pracach [77],[78] analizowano na podstawie oryginalnego, uproszczonego modelu matematycznego piec tunelowy jako obiekt sterowania. Model ten oparto na wcześniejszych badaniach statyki procesu [5],[27],[38],[47],[94] otrzymując wyniki identyczne z otrzymanymi na bazie modelu bardziej rozbudowanego [65]. Wyniki te były weryfikowane pomiarowo.

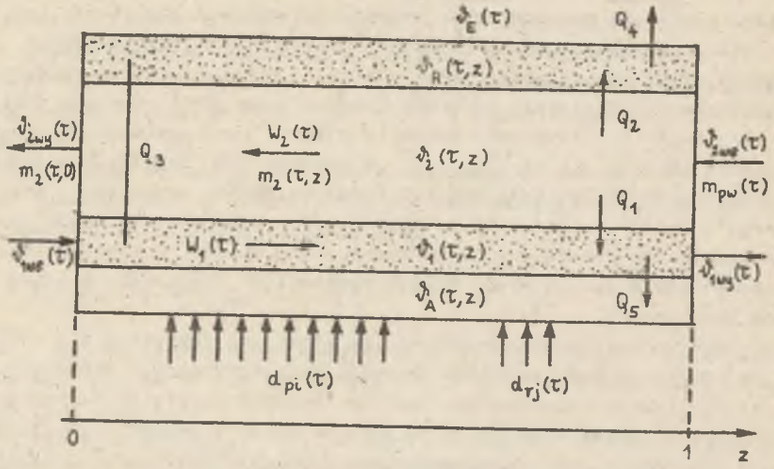
Dla przeciwprądowych wymienników ciepła z reguły podaje się modele matematyczne wyprowadzone dla poszczególnych rodzajów wymienników. W pracy [71] zaproponowano uogólniony model matematyczny dla wymienników rurowych, płytowych i pieców obrotowych. W pracy [84] zaproponowano model matematyczny umożliwiający badania symulacyjne pieców obrotowych i tunelowych. Model ten mogąc jednak jednocześnie reprezentować wymienniki rurowe i płytowe ujmuje wszystkie podstawowe typy procesów z wymianą ciepła w przeciwprądzie. Problemy związane z modelowaniem i symulacją układów przepływowych przedstawimy na przykładzie tego właśnie modelu.

Na rysunku 5.1 przedstawiono schemat przepływu i wymiany ciepła w przeciwprądzie charakterystyczny dla pieców obrotowych i tunelowych. W obu tych aparatach wymiana ciepła odbywa się w przeciwprądzie pomiędzy dwoma bardzo silnie różniącymi się prędkościami przepływu czynnikami (stosunek prędkości jest rzędu 1:1000), to znaczy pomiędzy materiałem wypalanym i gazami spalinowymi.

Energia jest dostarczana ze spalania paliwa w jednym palniku (piece obrotowe) lub w wielu palnikach umieszczonych w punktach z_i (piece tunelowe). W piecach tunelowych niekiedy występują również schładzacze dostarczające zimnego powietrza w punktach z_j [77],[78].

Proponowany w pracy [84] model matematyczny ma następującą postać:

$$\frac{\partial \vartheta_1}{\partial \tau} + w_1 \frac{\partial \vartheta_1}{\partial z} = a_1(\vartheta_2 - \vartheta_1) + a_3(\vartheta_R - \vartheta_1) - a_5(\vartheta_1 - \vartheta_A) \tag{5.8}$$



Rys. 5.1. Schemat wymiany i przepływu ciepła w przeciwprądzie
Fig. 5.1. Diagram of flows and exchange of heat in the counterflow

$$r\frac{\partial(\vartheta_2 m_2)}{\partial\tau} - w_2\frac{\partial(\vartheta_2 m_2)}{\partial z} = q_R\sum_{i=1}^{NB}\delta(z-z_i)d_{pi} - a_1\varphi(\vartheta_2-\vartheta_1) +$$

$$- a_2\varphi(\vartheta_2-\vartheta_R) - m_A\sum_{j=1}^{NR}\delta(z-z_j)d_{rj}(\vartheta_2-\vartheta_E) \qquad (5.9)$$

$$- w_2\frac{\partial m_2}{\partial z} = m_R\sum_{i=1}^{NB}\delta(z-z_i)d_{pi} + m_A\sum_{j=1}^{NR}\delta(z-z_j)d_{rj} \qquad (5.10)$$

$$R\frac{\partial\vartheta_R}{\partial\tau} = a_2(\vartheta_2-\vartheta_R) - a_3(\vartheta_R-\vartheta_1) - a_4(\vartheta_R-\vartheta_E) \qquad (5.11)$$

Z układem (5.8)÷(5.11) związane są następujące warunki początkowe:

$$\vartheta_1(0,z);\quad \vartheta_2(0,z);\quad m_2(0,z);\quad \vartheta_R(0,z) \qquad (5.12)$$

oraz warunki brzegowe:

$$\begin{aligned}\vartheta_1(\tau,0) &= \vartheta_{1we}(\tau)\\ \vartheta_2(\tau,1) &= \vartheta_{2we}(\tau)\\ m_2(\tau,1) &= m_{pw}(\tau)\end{aligned} \qquad (5.13)$$

W modelu występują następujące zmienne:

$\tau = t\,W_1^*/L$, $z = x/L$ - unormowane zmienne czasu i odległości,

$\vartheta_1(\tau,z)$, $\vartheta_2(\tau,z)$, $\vartheta_R(\tau,z)$ - temperatury materiału, spalin i wymurówki [K],

$w_1 = \dfrac{W_1(\tau)}{W_1^*}$, $w_2 = \dfrac{W_2(\tau)}{W_2^*}$ - unormowane prędkości przepływu,

$m_2 = \dfrac{M_2(\tau,z)}{M_{pw}^*}$ - unormowany masowy przepływ spalin,

$d_{pi} = \dfrac{D_{pi}(\tau)}{D_{pimax}^*}$ - unormowane przepływy paliwa w palnikach,

$d_{rj} = \dfrac{D_{rj}(\tau)}{D_{rjmax}^*}$ - unormowane przepływy powietrza w schładzaczach,

oraz unormowane parametry:

$a_k(z) = \dfrac{q_k(z)}{S_1\rho_1 c_1 W_1^*}$; q_k - ciepło wymieniane w [J/s K]; $k = 1,\ldots,5$,

$\varphi = \dfrac{S_1\rho_1 c_1 W_1^*}{S_2\rho_{pw}c_2 W_2^*}$; $r = \dfrac{W_1^*}{W_2^*}$; $R = \dfrac{S_R\rho_R c_R}{S_1\rho_1 c_1}$;

$q_R = \dfrac{Q_R\,D_{pimax}^*}{q_{pw}^*}$; $m_R = \dfrac{M_R\,D_{pimax}^*}{M_{pw}^*}$; $m_A = \dfrac{D_{rjmax}^*}{M_{pw}^*}$,

(symbol z gwiazdką oznacza daną wielkość w ustalonym punkcie pracy wymiennika),

gdzie: S_1, S_2, S_R - przekroje poprzeczna materiału, spalin i wymurówki w [m^2]; ρ_1, ρ_{pw}, ρ_R - gęstości materiału spalin (powietrza wtórnego) i wymurówki w [kg/m^3]; Q_R - wartość opałowa paliwa w [J/kg]; W_1, W_2 - prędkości materiału i spalin w [m/s]; D_{pi}, D_{rj} - przepływy paliwa i powietrza chłodzącego w [kg/s]; M_R - współczynnik nadmiaru powietrza pierwotnego w [kg/kg]; q_{pw} - ciepło wnoszone z powietrzem wtórnym w [J/s K]; M_{pw} - przepływ powietrza wtórnego w [kg/s].

W modelu zastosowano oryginalny, wprowadzony po raz pierwszy w pracy [69] sposób normowania równań modeli matematycznych tego typu procesów. W klasycznym ujęciu teorii podobieństwa zjawisk [93] wprowadza się ściśle

określoną minimalną ilość wielkości unormowanych wynikającą z prawa Buckinghama [11]. W pracy [69] wprowadzono normowanie, które rezygnując z minimalnej liczby zmiennych i współczynników ułatwia wyłączanie ścianek i poszczególnych strumieni wymienianego ciepła.

Różnica w stosunku do prac [14],[49],[61],[62],[120],[123] polega na odniesieniu wszystkich strumieni wymienianego ciepła do jednej wielkości (w naszym przypadku $S_1\rho_1 c_1 w_1^*$) oraz na dodaniu specjalnych współczynników reprezentujących pojemności ścianek (w naszym przypadku R).

W klasycznym zapisie równanie (5.11) miałoby postać:

$$\frac{\partial \vartheta_R}{\partial \tilde{\tau}} = b_2(\vartheta_2 - \vartheta_R) - b_3(\vartheta_R - \vartheta_1) - b_4(\vartheta_R - \vartheta_E)$$

a więc miałoby tylko trzy współczynniki reprezentujące strumienie ciepła wymienianego odniesione do pojemności cieplnej ścianki. W równaniu (5.11) mamy o jeden współczynnik więcej, ale współczynniki a_k reprezentują unormowane strumienie ciepła wymienianego, natomiast współczynnik R osobno reprezentuje unormowaną pojemność ścianki. W modelu (5.8)-(5.11) możemy wyłączać jedną ściankę. Przykładem modelu z możliwością przełączania trzech ścianek jest model zaproponowany w pracy [71].

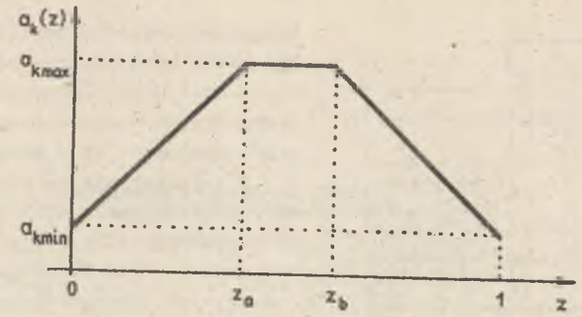
Osobnego komentarza wymaga sposób doboru wartości liczbowych parametrów a_k dla konkretnych pieców tunelowych. W pracach [77],[78] zaproponowano następujący sposób uproszczonego uwzględnienia zarówno wnikania, jak i promieniowania ciepła.

Przyjmijmy, że strumień wymienianego ciepła Q_k pomiędzy dwoma czynnikami o temperaturach ϑ_I i ϑ_{II} można zapisać następująco:

$$Q_k = h_k F_k(\vartheta_I - \vartheta_{II}) + \sigma_k F_k(\vartheta_I^4 - \vartheta_{II}^4) = \alpha_k(z) F_k(\vartheta_I - \vartheta_{II}) \qquad (5.14)$$

gdzie h_k, σ_k współczynniki wnikania i promieniowania, natomiast F_k powierzchnia wymiany ciepła. Sprowadzenie opisu zjawiska wymiany ciepła drogą promieniowania do proporcjonalności względem różnicy temperatur w pierwszej potędze (jak dla wnikania) jest dopuszczalne poprzez tak zwany radiacyjny współczynnik wymiany ciepła h_{rk} [119]. Jednakże dobór eksperymentalny zastępczego współczynnika wymiany ciepła $\alpha_k = h_k + h_{rk}$ nie pozwala osiągnąć odpowiadających rzeczywistości wyników dla pieca tunelowego. W piecu takim wymiana ciepła jest bardzo silna w środku pieca, gdzie dominuje promieniowanie, natomiast jest mniej intensywna przy końcach pieca, gdzie dominuje wnikanie.

Stąd też w piecach [77],[78] zaproponowano, aby zastępczy współczynnik wymiany α_k uzmiennić w funkcji odległości z, a więc aby unormowane parametry modelu a_k miały postać przedstawioną na rysunku 5.2.



Rys. 5.2. Aproksymacja pozwalająca uwzględnić wnikanie i promieniowanie
Fig. 5.2. Approximation allowing to consider the conductance and the radiation

Wartości liczbowe a_{kmin}, a_{kmax}, z_a, z_b należy dobrać drogą eksperymentów symulacyjnych dla konkretnych obiektów. Jest to bardzo proste [77],[78]. Dla dwu pieców badanych w pracach [77],[78] prawie te same wartości współczynników a_k pozwalały uzyskać wyniki zgodne z pomiarami.

W modelu występuje duża liczba oddziaływań różnego typu. Celem ułatwienia badań symulacyjnych drogą wykorzystania układu sterowania o rozdzielonym dostępie do modelu dokonujemy następującego podziału oddziaływań symulacyjnych.

$$M = \left\{\vartheta_{1we}, \vartheta_{2we}, \vartheta_E, \vartheta_A, m_{pw}, w_1, w_2, d_{pi}, d_{rj}\right\} \qquad (5.15)$$

$$K = \left\{w_1, w_2, d_{pi}, d_{rj}, a_{kmin}, a_{kmax}, R, q_R, m_R, m_A, \tilde{\tau}_\xi, z_\eta\right\} \qquad (5.16)$$

$$A = \left\{a_{kmin}, a_{kmax}, z_a, z_b, \varphi, r, R, q_R, m_R, m_A\right\} \qquad (5.17)$$

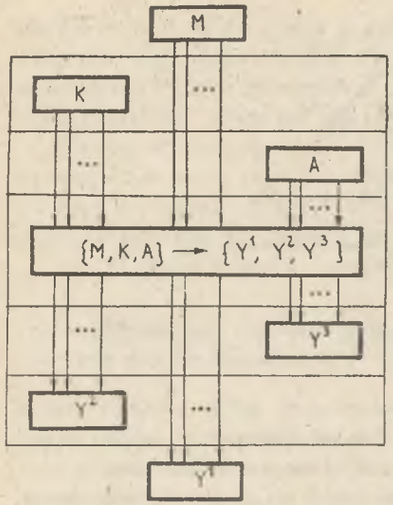
Również wielkości obserwowane należy podzielić na trzy grupy:

$$Y^1 = \left\{\vartheta_{1wy}(\tilde{\tau}), \vartheta_{2wy}(\tilde{\tau}), \vartheta_1(\tilde{\tau}, z_\eta), \vartheta_2(\tilde{\tau}, z_\eta)\right\} \qquad (5.18)$$

$$Y^2 = \left\{\vartheta_1(\tilde{\tau}_\xi, z), \vartheta_2(\tilde{\tau}_\xi, z)\right\} \qquad (5.19)$$

$$Y^3 = \left\{\vartheta_R(\tilde{\tau}, z_\eta), \vartheta_R(\tilde{\tau}_\xi, z), m_2(\tilde{\tau}_\xi, z)\right\} \qquad (5.20)$$

Dla pieców obrotowych i wymienników rurowych lub płytowych wskaźnikami jakości procesu są temperatury na obu wyjściach aparatów, a więc w zbiorze Y^1 uwzględniamy właśnie te wielkości. Dla pieców tunelowych natomiast istotne są przebiegi ewolucji profili temperaturowych wzdłuż długości z w funkcji czasu, a więc przy badaniach symulacyjnych pieców



Rys. 5.3. Schemat sterowania modelem wymienników ciepła

Fig. 5.3. Control system of the heat exchangers mathematical model

tunelowych właśnie profile powinny być stale obserwowane. Organizacja sterowania uogólnionym modelem przeciwprądowych wymienników ciepła powinna umożliwić więc zamianę zbiorów Y^1, Y^2. Sterowanie to przedstawiono schematycznie na rysunku 5.3.

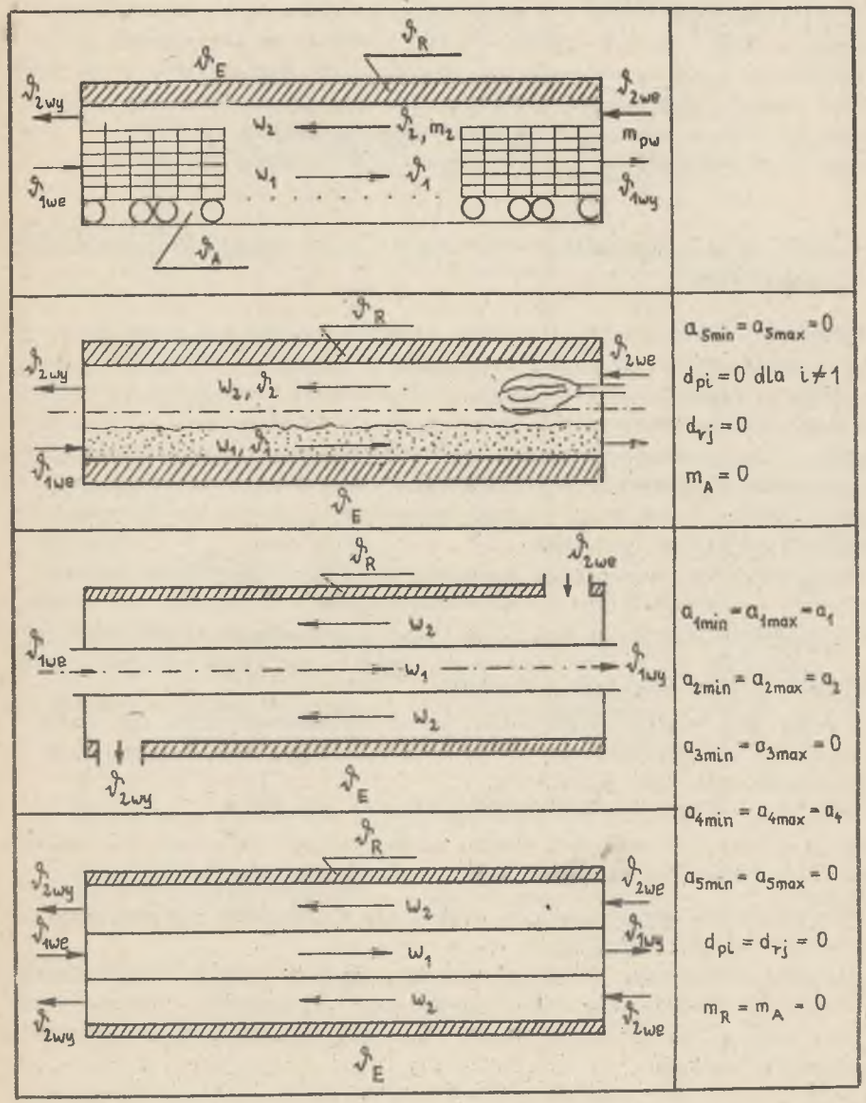
Eksperymentator wybiera chwile obserwacji profili τ_p oraz miejsca obserwacji przebiegów czasowych z_p podając te wartości jako przełączniki struktury.

Prezentowany tu model matematyczny może uwzględnić również najważniejsze przypadki wymienników rurowych i płytowych - wtedy współczynnik r przyjmuje wartość od 0.1 do 10. W celu uzyskania jednego z typów wymiennika dokonujemy manipulacji modelem przy użyciu przełączników struktury K, którymi są zerowe wartości odpowiednich wielkości. Wartości wyłączające zebrano w tabeli przedstawionej na rysunku 5.4.

Wymiana ciepła w piecu tunelowym jest przypadkiem najbardziej złożonym, dlatego też uwzględniamy wszystkie elementy modelu. Oczywiście możemy dodatkowo wyłączać dla konkretnego pieca, np. schładzacze lub pojemność cieplną wymurówki.

W przypadku pieca obrotowego musimy wyłączyć strumień ciepła a_5 oraz wszystkie schładzacze pozostawiając jednocześnie tylko jeden palnik. Jeśli rozpatrujemy model odcinka regulacyjnego pieca lub gdy piec zasilany jest spalinami z osobnej komory spalania, wyłączamy również ten palnik, ponieważ wielkością wejściową jest temperatura wejściowa spalin [72],[73], [74].

Trzecim przypadkiem jest klasyczny wymiennik typu rura w rurze - najczęściej spotykany typ wymiennika. W tym przypadku wyłączamy wszystkie palniki i schładzacze oraz strumienie ciepła a_3 i a_5. W tego rodzaju wymiennikach dominuje wymiana ciepła drogą wnikania, stąd też współczynniki a_1, a_2, a_4 mają stałe wartości. Prezentowany tu model umożliwia uwzględnienie pojemności cieplnej tylko ścianki zewnętrznej. Ale taki właśnie przypadek jest realny technicznie, ponieważ w prawidłowo zaprojektowanym wymienniku przepona oddzielająca czynniki wymieniające ciepło powinna być jak najcieńsza i wykonana z materiału dobrze przewodzącego



Rys. 5.4. Przełączniki struktury dla różnych typów wymiennika

Fig. 5.4. The structure keys for different cases of the heat exchanger

ciepło. Natomiast ścianka zewnętrzna powinna być gruba i z materiału źle przewodzącego ciepło.

Ostatnim przypadkiem jest wymiennik płytowy. Różni się on tylko konstrukcyjnie od wymiennika rurowego. Pod względem funkcjonalnym (wejścia, wyjścia, strumienie ciepła i ścianki) jest on identyczny z wymiennikiem rurowym, a więc i wartości przełączników struktury są identyczne.

Uogólniony model matematyczny przeciwprądowych wymienników ciepła jest układem równań różniczkowych cząstkowych, z których dwa pierwsze opisują zjawiska przepływu obu czynników wymieniających ciepło.

Opis zjawiska propagacji fal występuje w przykładzie następnym.

5.3. Modelowanie i symulacja rurociągu paliw płynnych dla wieloodcinkowego przepływu

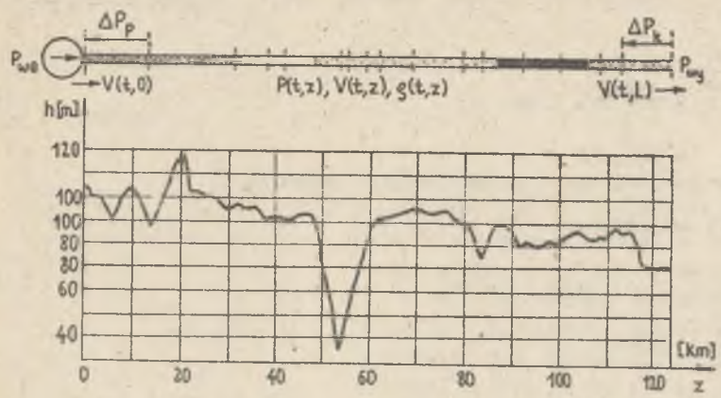
Rurociąg paliw płynnych stosunkowo niedawno pojawił się w obszarze zainteresowania automatyki. Związane to jest z rozwojem teorii automatycznej detekcji usterek w instalacjach przemysłowych. Szczególnie atraktyjna jest możliwość automatycznej detekcji niewielkich przecieków z rurociągu [9],[37]. W przypadku długich rurociągów paliw płynnych koszty wprowadzenia systemu automatycznej detekcji przecieków są bardzo duże. Stąd też system detekcji należy najpierw przetestować drogą badań symulacyjnych na modelu matematycznym rurociągu.

Model matematyczny rurociągu wypełnionego jednym czynnikiem (cieczą lub gazem) ma postać układu równań różniczkowych cząstkowych reprezentujących zjawisko propagacji fal [7],[9],[13],[23],[99]. Zagadnienie komplikuje się w przypadku, gdy w rurociągu paliw znajduje się kilka odcinków różnego rodzaju paliwa oddzielonych korkami.

W pracy [86] zaproponowano prosty model matematyczny rurociągu paliw płynnych dla wieloodcinkowego przepływu w rurociągu. Rozpatrywany rurociąg przedstawiono na rysunku 5.5.

Na rysunku tym zaznaczono położenie stacji pośrednich oraz profil rurociągu. W celu wyprowadzenia modelu matematycznego rurociągu dla wieloodcinkowego przepływu w rurociągu przyjmujemy następujące założenia.

a) Wartość modułu ściśliwości B jest stała i jednakowa dla wszystkich rodzajów cieczy znajdujących się w rurociągu.
b) Zjawisko ściśliwości cieczy nie zmienia gęstości cieczy (w ten sposób czynnikiem określającym rodzaj cieczy jest jej gęstość). Założenie to jest słuszne dla wyraźnych różnic w gęstości poszczególnych odcinków płynącego paliwa.
c) Jako opis matematyczny przecieku stosujemy wymuszenie punktowe (jak w modelu pieca tunelowego [77],[78]) przy użyciu delty Diraca.



Rys. 5.5. Schemat rurociągu wraz z profilem wysokości
Fig. 5.5. Schematic diagram of the pipeline with topografic profile

d) Przyjmujemy, że transport substancji (rodzaj paliwa) odbywa się przy przepływie tłokowym $w \neq f(z)$. Założenie to jest słuszne tylko dla cieczy, ponieważ wtedy stan nieustalony po wystąpieniu przecieku lub po zmianie P_{we} trwa kilka minut, natomiast stan nieustalony zmian rodzaju substancji (transport substancji przez rurociąg) trwa około doby.
e) Przyjmujemy stałą temperaturę podczas eksperymentu symulacyjnego.

Dokonując elementarnych bilansów objętości, sił oraz rodzaju substancji wyrażonego przez jej gęstość $\rho(t,z)$, otrzymujemy:

$$\frac{S}{B}\frac{\partial(t,z)}{\partial t} + \frac{\partial V(t,z)}{\partial z} = -\sum_{i=1}^{NP} V_{pi}(t)\delta(z - z_i) \tag{5.21}$$

$$\frac{\partial V(t,z)}{\partial t} + \frac{S}{\rho(t,z)}\frac{\partial P(t,z)}{\partial z} = -\frac{\lambda}{2Sd}v^2(t,z) - k_H(z) \tag{5.22}$$

$$S\frac{\partial \rho(t,z)}{\partial t} + V_r(t)\frac{\partial \rho(t,z)}{\partial z} = 0 \tag{5.23}$$

gdzie wyrażenie:

$$k_H = g\,S\sin\alpha(z) \tag{5.24}$$

uwzględnia profil rurociągu.

Jako V_r przyjmujemy wartość średnią $V(t,z)$ wzdłuż długości rurociągu:

$$V_r(t) = \frac{1}{l}\int_0^l V(t,z)dz \tag{5.25}$$

Z układem równań (5.21), (5.22), (5.23) związane są:

a) warunki początkowe:

$$P(0,z), \quad V(0,z), \quad \rho(0,z) \tag{5.26}$$

b) warunki brzegowe:

$$P(t,0) = P_{we}(t)$$

$$P(t,l) = P_{wy}(t) \tag{5.27}$$

$$\rho(t,0) = \rho_{we}(t)$$

Oznaczenia:

V - przepływ objętościowy w $[m^3/s]$; P - ciśnienie w $[Pa]$; ρ - gęstość w $[kg/m^3]$; V_{pi} - przepływy objętościowe przecieków w $[m^3/s]$; $i = 1,\ldots,NP$ (NP - liczba przecieków); wielkość V_r w $[m^3/s]$ reprezentuje przepływ tłokowy dla rodzaju substancji; S - przekrój rurociągu w $[m^2]$; d - średnica rurociągu w [m]; B - moduł ściśliwości cieczy w [Pa]; g - przyspieszenie ziemskie w $[m/s^2]$; α - kąt nachylenia rurociągu względem poziomu; λ - współczynnik oporu przepływu; t - czas w [s]; z - odległość mierzona od początku rurociągu w [m]; l - długość rurociągu w [m].

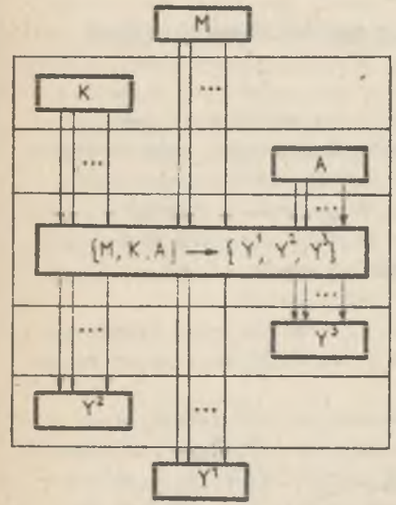
Istota modelu matematycznego rurociągu, reprezentowanego równaniami (5.21), (5.22), (5.23) polega na dekompozycji zjawisk przenoszenia się zaburzenia w postaci fali (równania (5.21) (5.22) reprezentują linię LRC) oraz transportu substancji określonej za pomocą jej gęstości (równanie (5.23)). Należy podkreślić, że w modelu dokonano dekompozycji zjawisk nie pomijając bardzo istotnych wzajemnych powiązań między nimi. Przesuwanie się rodzajów paliwa, określonych za pomocą ich gęstości, zmienia spadki ciśnień od oporu hydraulicznego i od nachylenia rurociągu - zależne od gęstości. Z drugiej strony wartość $V_r(t)$ jest uaktualniana w zależności od zmian $V(t,z)$.

W celu ułatwienia badań symulacyjnych drogą wprowadzenia sterowania o rozdzielonym dostępie do modelu dokonujemy następującego podziału oddziaływań symulacyjnych:

$$M = \{P_{we}, P_{wy}, \rho_{we}, \rho(0,z), V_{pi}\} \tag{5.28}$$

$$K = \{\rho_{we}, \rho(0,z), V_{pi}, z_i, t_\xi, z_\eta\} \tag{5.29}$$

$$A = \{S, B, \lambda\} \tag{5.30}$$



Rys. 5.6. Schemat sterowania modelem rurociągu

Fig. 5.6. Schematic diagram of control of the pipeline model

Na model można oddziaływać również zmieniając $P(0,z)$, $V(0,z)$, ale te profile nie mogą być dowolne. Muszą zostać obliczone na podstawie wartości $\{M, K, A\}$ dla każdego eksperymentu na drodze rozwiązania zagadnienia brzegowego dla równań (5.21), (5.22) w stanie ustalonym. Za pomocą przełączników z_i, z_η, t_ξ eksperymentator ustawia położenia przecieków z_i, położenia z_η obserwowanych przebiegów czasowych oraz chwile t_ξ obserwowanych przebiegów czasowych oraz chwile t_ξ obserwacji profili wzdłuż długości.

Ze względu na przeznaczenie modelu dla potrzeb symulacji algorytmów automatycznej detekcji przecieków dokonujemy następującego podziału wielkości obserwowanych.

$$Y^1 = \{V(t,0), V(t,l), \Delta P_p(t), \Delta P_k(t)\} \tag{5.31}$$

$$Y^2 = \{V(t_\xi,z), P(t_\xi,z), \rho(t_\xi,z)\} \tag{5.32}$$

$$Y^3 = \{V(t,z_\eta), P(t,z_\eta), \rho(t,z_\eta)\} \tag{5.33}$$

Sterowanie modelem rurociągu w trakcie badań symulacyjnych przeprowadzamy w układzie przedstawionym na rysunku 5.6.

W trakcie badań symulacyjnych stale obserwujemy przepływy $V(t,0)$, $V(t,l)$ oraz różnice ciśnień na obu końcach rurociągu $\Delta P_p(t)$, $\Delta P_k(t)$, ponieważ te wielkości mogą być wykorzystane dla detekcji przecieku. Typowe przebiegi przedstawiono w pracy [86]. W drugiej kolejności eksperymentator obserwuje rozchodzenie się zaburzenia na podstawie ewolucji profili w czasie. Ewentualna obserwacja przebiegów czasowych w różnych punktach instalacji ma znaczenie tylko poznawcze.

Uwzględnienie w modelu możliwości różnego wypełnienia rurociągu ma istotne znaczenie, ponieważ okazuje się, że przesuwanie się granicy rodzajów paliwa pomiędzy punktami pomiaru dla ΔP_p lub ΔP_k objawia się podobnym efektem (w postaci przebiegów ΔP_p i ΔP_k), jaki następuje po wystąpieniu przecieku [86].

5.4. Ocena efektywności metod numerycznych w zagadnieniach symulacji układów o parametrach rozłożonych

Badania symulacyjne procesów traktowanych jako układy o parametrach rozłożonych oparte są na numerycznych rozwiązaniach równań różniczkowych cząstkowych. Jest to jedno z najtrudniejszych, ale też i najbardziej atrakcyjnych zagadnień w dziedzinie metod numerycznych. Z olbrzymiej liczby ukazujących się na ten temat publikacji warto wymienić prace [18], [19], [58], [103], [113], [131], w których przedstawiono wyniki porównania przydatności różnych metod numerycznych dla potrzeb symulacji.

Dwie podstawowe metody stosowane przy rozwiązywaniu równań różniczkowych cząstkowych będących modelami ciągłych procesów przemysłowych to metoda linii i metoda różnic skończonych.

Metoda linii [18], [113], [131] lub w skrócie metoda CTDX (ciągły czas - zdyskretyzowana zmienna przestrzenna), choć najprostsza, jest nie tylko wygodna i skuteczna, ale jest również metodą mającą naturalną interpretację fizykalną. Dyskretyzacja zmiennej przestrzennej dla równania różniczkowego cząstkowego prowadzi do opisu w postaci układu równań różniczkowych zwyczajnych, co odpowiada podziałowi układu o parametrach rozłożonych na pewną liczbę elementów traktowanych jako układy o parametrach skupionych. Fakt ten pozwala na łatwiejszy (bo mający interpretację fizykalną) niż w innych metodach dobór schematu aproksymacji.

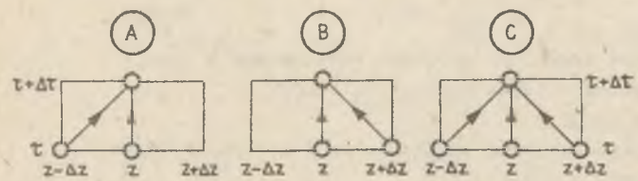
Metoda różnic skończonych lub w skrócie DTDX (zdyskretyzowany czas i zdyskretyzowana zmienna przestrzenna) jest metodą najczęściej stosowaną w praktyce. Wymaga ona jednak badania stabilności stosowanych schematów różnicowych, co dla nietypowych schematów związane jest z dodatkową analizę teoretyczną proponowanych aproksymacji [32].

Rozwój techniki komputerowej spowodował, że dla potrzeb symulacji, od połowy lat siedemdziesiątych coraz szerzej stosuje się również bardziej nowoczesne metody rozwiązywania równań różniczkowych cząstkowych, takie jak metoda elementu skończonego, metoda funkcji aproksymujących lub metoda kollokacji [19], [58].

Przy ocenie przydatności danej metody dla potrzeb symulacji bierze się pod uwagę dokładność obliczeń, czas obliczeń, obszar zajętej pamięci oraz stopień trudności w oprogramowaniu [18], [19], [103], [113]. Jednakże bardzo istotny przy ocenie przydatności danej metody dla potrzeb symulacji jest również inny czynnik, a mianowicie możliwość otrzymania odpowiedzi czasowej o charakterze czystego opóźnienia, zjawiska typowego dla układów o parametrach rozłożonych. Trudności uzyskania (a właściwie koszty uzyskania związane z gęstym podziałem przy dyskretyzacji) czystego opóźnienia przy numerycznym rozwiązaniu równań różniczkowych cząstkowych są jednym z powodów stosowania jawnego opisu matematycznego uwzględniającego opóźnienie w postaci przesuniętego argumentu.

Naturalny opis procesów traktowanych jako układy o parametrach rozłożonych - opis w postaci równań różniczkowych cząstkowych - wygodny z punktu widzenia interpretacji oddziaływań symulacyjnych wymaga jednak rozwiązania numerycznego właśnie tego typu równań. W pracy [85] przedstawiono porównanie działania dwu schematów różnicowych dla modeli wymienników ciepła różnego typu, przy czym uwagę skupiono właśnie na możliwości uzyskania przebiegów czasowych o charakterze czystego opóźnienia.

Modelami matematycznymi wymienników ciepła są układy równań różniczkowych cząstkowych pierwszego rzędu (zjawisko przepływu). W pracy [85] porównano praktyczną przydatność dla tego typu równań najprostszych dwupunktowych i trójpunktowych schematów różnicowych (rysunek 5.7).



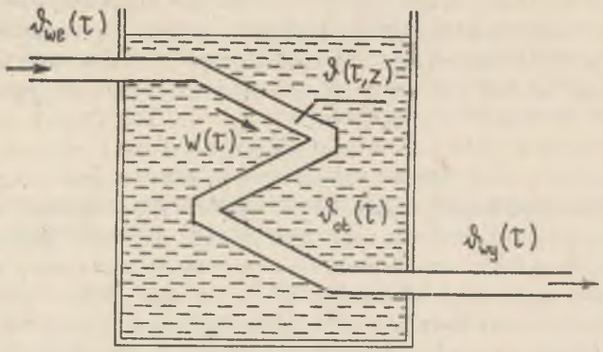
Rys. 5.7. Proste schematy różnicowe dla modeli wymienników ciepła
Fig. 5.7. Simple difference schemas for heat exchangers

Najprostszym typem wymiennika jest chłodnica rurowa (rysunek 5.8), w której czynnik chłodzący jest idealnie mieszany. Traktując obiekt jako układ o parametrach rozłożonych otrzymujemy model matematyczny w postaci:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} + \frac{w}{w^*} \frac{\partial \vartheta}{\partial z} = a(\vartheta_{ot} - \vartheta) \tag{5.34}$$

z warunkami:

$$\vartheta(0,z) = \vartheta^*(z)$$
$$\vartheta(\tau,0) = \vartheta_{we}(\tau) \tag{5.35}$$



Rys. 5.8. Wymiennik ciepła z jednym czynnikiem idealnie mieszanym (chłodnica rurowa)

Fig. 5.8. Heat exchanger with one ideal mixed medium (tubular cooler)

gdzie:

ϑ - temperatury w [°C];

w - prędkość przepływu czynnika chłodzonego w [m/s];

τ - unormowana zmienna czasu ($\tau = t\, w^*/L$,

t - czas w [s]);

z - unormowana zmienna odległość wzdłuż rury ($z = x/L$,

x - odległość w [m]);

L - długość rury wymiennika w [m];

a - bezwymiarowy współczynnik;

symbol z gwiazdką oznacza daną wielkość w ustalonym punkcie pracy wymiennika.

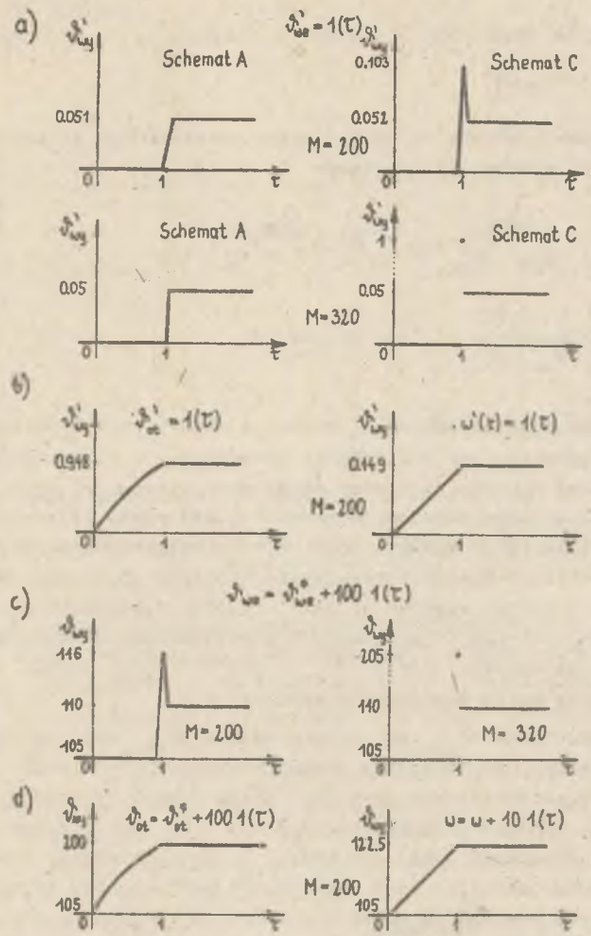
Profil początkowy $\vartheta^*(z)$ może być dowolnie narzucony, np. przy rozruchu aparatu (wtedy $\vartheta^*(z) = \vartheta^*_{we} = \text{const}$) lub może być profilem temperatury w punkcie pracy, spełniającym równanie (5.34) dla stanu ustalonego o postaci:

$$\vartheta^*(z) = \vartheta^*_{ot} + (\vartheta^*_{we} - \vartheta^*_{ot})e^{-az} \tag{5.36}$$

Wymuszeniami dla wymiennika są $\vartheta_{we}(\tau)$, $\vartheta_{ot}(\tau)$ oraz w (τ).

W analizie dynamiki wymiennika oraz przy badaniu prostych algorytmów sterowania używa się często modelu zlinearyzowanego o postaci:

$$\frac{\partial \vartheta'}{\partial \tau} + \frac{\partial \vartheta'}{\partial z} = a(\vartheta'_{ot} - \vartheta') + a\, e^{-az}\, w' \tag{5.37}$$



Rys. 5.9. Wybrane eksperymenty symulacyjne na modelu chłodnicy rurowej [85]

a) przebiegi odpowiedzi na skokową zmianę ϑ'_{we} dla modelu zlinearyzowanego, b) przebiegi odpowiedzi na skokowe zmiany ϑ'_{ot} i w' otrzymane za pomocą schematów A i C dla modelu zlinearyzowanego, c) przebiegi odpowiedzi na skokową zmianę ϑ'_{we} dla modelu nieliniowego otrzymane za pomocą schematu C, d) przebiegi odpowiedzi na skokowe zmiany ϑ_{ot} i w dla modelu nieliniowego otrzymane za pomocą schematów A i C

Fig. 5.9. Chosen simulation experiments of tubular cooler [85]

a) dynamic responses for ϑ'_{we} step change in the case of linearized model, b) dynamic responses for step changes ϑ'_{ot} and w' obtained by A and C difference schemas in the case of linearized model, c) dynamic responses for ϑ_{we} step change obtained by C difference schema in the case of nonlinear model, d) dynamic responses for step changes ϑ_{ot} and w obtained by A and C difference schemas in the case of nonlinear model

z warunkami:

$$\vartheta'(0,z) = 0 \qquad (5.38)$$

$$\vartheta'(\tau,0) = \vartheta'_{we}(\tau)$$

Bezwymiarowe odchyłki od punktu pracy, określonego za pomocą równania (5.36) są zdefiniowane następująco:

$$\vartheta'(\tau,z) = \frac{\Delta\vartheta(\tau,z)}{\vartheta^*_{we} - \vartheta^*_{ot}}; \quad w'(\tau) = \frac{\Delta w(\tau)}{w^*}$$

$$\vartheta'_i(\tau) = \frac{\Delta\vartheta_i(\tau)}{\vartheta^*_{we} - \vartheta^*_{ot}}, \quad i = ot, we, wy$$

Analiza dynamiki na podstawie równania (5.37) jest w dużej części przypadków wystarczająca dla potrzeb automatyki. Przy symulacji cyfrowej jest to również dogodne, ponieważ nie trzeba wprowadzać wraz z danymi lub obliczać warunku początkowego. Równanie (5.37) można też rozwiązać analitycznie, co pozwala na łatwą ocenę wyników rozwiązania numerycznego.

Programy obliczeniowe wykorzystujące schematy różnicowe A oraz C dla obu modeli matematycznych (5.34) i (5.37) uruchomiono w języku FORTRAN na komputerze ODRA 1305. Na rysunku 5.9 przedstawiono wybrane przebiegi symulacyjne dla danych: a = 3, ϑ^*_{we} = 200°C, ϑ^*_{ot} = 100°C, w^* = 10 m/s.

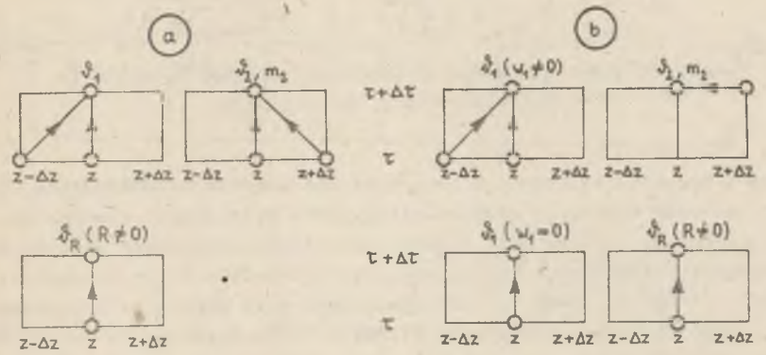
Przebiegi te można następująco skomentować:

1. Dla odpowiedzi ϑ_{wy} na skokową zmianę ϑ_{we}, mającej charakter opóźnionego skoku, przebiegi są zniekształcone w ten sposób, że dla schematu A skok narasta przez skończony okres (malejący wraz ze wzrostem M, M - narzucony podział długości wymiennika: $\Delta z = 1/M$), natomiast dla schematu C dodatkowo jeden lub więcej punktów przebiegu znajduje się ponad wartością ustaloną skoku. Dodajmy jednak, że przy zwiększaniu wartości M można uzyskać za pomocą schematu C przebieg prawie idealny z jednym tylko punktem "fałszywym") szybciej niż dla schematu A.

2. W przypadku przebiegów odpowiedzi bez czystego opóźnienia otrzymujemy za pomocą obu schematów różnicowych wyniki praktycznie nie różniące się od otrzymanych drogą analityczną (rysunek 5.9b) i to już dla niewielkich wartości M, $M \geq 25$.

3. We wszystkich badanych przypadkach czasy obliczeń są w niewielkim stopniu zależne od zastosowanego schematu różnicowego lub od zastosowanego modelu (dla schematu C czasy obliczeń są średnio o około 10% większe niż dla schematu A). Czas obliczeń silnie wzrasta wraz z wartością M, ponieważ trzeba obliczać więcej punktów dla każdego profilu $\vartheta(z)$, a zmniejszenie Δz powoduje również zmniejszenie $\Delta\tau$ dla zachowania warun-

ków stabilności [33],[85]. Dla M = 200 i $\tau_{max} = 6$ czas obliczeń na komputerze ODRA 1305 we wszystkich przypadkach jest rzędu minuty.



Rys. 5.10. Schematy różnicowe dla uogólnionego modelu matematycznego wymienników ciepła

Fig. 5.10. Difference schemas for the heat exchanger mathematical model in the generalized case

Analogiczne wnioski otrzymano przy zastosowaniu schematów różnicowych A, B, C dla modeli wymienników współprądowych i przeciwprądowych, z tym że schemat C nie nadaje się do zastosowania dla wymienników przeciwprądowych [85]. Dla wymienników przeciwprądowych należy wykorzystać schematy A i B zgodnie z kierunkiem przepływu czynników.

W rozdziale 5.2 przedstawiono uogólniony model matematyczny przeciwprądowych wymienników ciepła. Dobór schematów różnicowych dla tego modelu jest zależny od wartości liczbowej współczynnika r (rysunek 5.10). Dla wymienników rurowych i płytowych ($r \in [0.1, 10]$) schematy różnicowe przedstawiono na rysunku 5.10a. Schematów tych nie można wykorzystać dla pieców obrotowych i tunelowych ($r \ll 1$), ponieważ warunek stabilności ($\Delta\tau < r\Delta z$) narzuca tak mały krok dyskretyzacji zmiennej czasu, że czas obliczeń wzrósłby do nieopłacalnych wielkości. W tym przypadku należy pominąć pochodną względem czasu w równaniu (5.9) [77],[78] i przyjąć schematy różnicowe przedstawione na rysunku 5.10b.

Rozdział 6

MODELOWANIE I SYMULACJA DYSKRETNEGO STEROWANIA OBIEKTEM TRAKTOWANYM JAKO UKŁAD CIĄGŁY

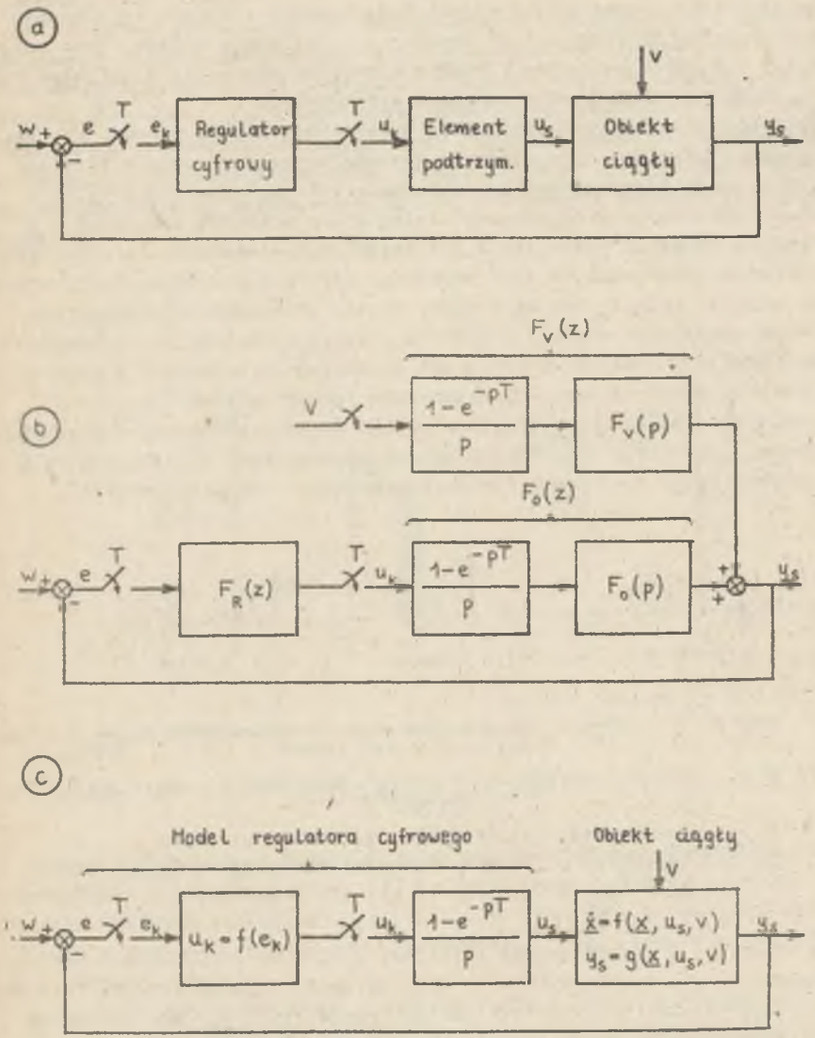
Wraz z rozwojem techniki komputerowej dla potrzeb bezpośredniego sterowania wzrosło znaczenie modelowania układów dyskretnego sterowania. Przedstawiony na rysunku 6.1a najprostszy standardowy układ bezpośredniego dyskretnego sterowania składa się z trzech podstawowych elementów: regulatora cyfrowego, elementu podtrzymującego oraz obiektu sterowania.

Regulator cyfrowy w chwilach próbkowania różniących się o okres impulsowania T bada uchyb regulacji e_k i na tej podstawie wypracowuje według pewnego algorytmu sterowania sygnał sterujący u_k. Sygnał ten przez okres impulsowania jest utrzymany przez element podtrzymujący. Sprzętowo zarówno regulator cyfrowy (ściślej dyskretny algorytm sterowania i impulsatory), jak i element podtrzymujący są zrealizowane przy wykorzystaniu komputera sterującego.

Obiekt sterowania jest procesem ciągłym, a więc jego stan jest możliwy do określenia w każdej chwili czasu - nie tylko w chwilach próbkowania. Przy modelowaniu układu dyskretnego sterowania mamy więc do czynienia z dwoma odmiennymi układami - układem dyskretnym opisanym przy użyciu równań różnicowych oraz układem ciągłym opisanym przy użyciu równań różniczkowych.

Analiza układów dyskretnego sterowania oparta jest na opisie matematycznym wykorzystującym transformację Z i wynikające z niej równania różnicowe [1], [12], [36], [50], [96], [114]. Taki opis matematyczny nadaje się również bezpośrednio do wykorzystania dla potrzeb modelowania cyfrowego dyskretnego układu sterowania [98].

Modelowanie cyfrowe dyskretnego układu sterowania polega na dostosowaniu opisu matematycznego obiektu stosowanego dla regulatora cyfrowego (rysunek 6.1b). W celu aproksymacji ciągłego obiektu sterowania układem dyskretnym, element podtrzymujący traktujemy jako element aproksymujący i jego opis matematyczny uwzględniamy przy obliczeniu transmitancji dyskretnej $F_o(z)$ obiektu ciągłego. Przy aproksymacji dynamiki kanału zakłóceniowego musimy na wejściu zakłócenia (rysunek 6.1b) dodać również element aproksymujący (najlepiej taki sam jak element podtrzymujący w torze sterowania), pomimo że w rzeczywistości w miejscu wejścia zakłócenia takiego elementu nie ma.



Rys. 6.1. Modelowanie cyfrowe dyskretnego układu sterowania

a) dyskretny układ sterowania, b) modelowanie przy wykorzystaniu transformacji Z, c) modelowanie traktujące obiekt jako układ ciągły

Fig. 6.1. Numerical modeling of digital control system

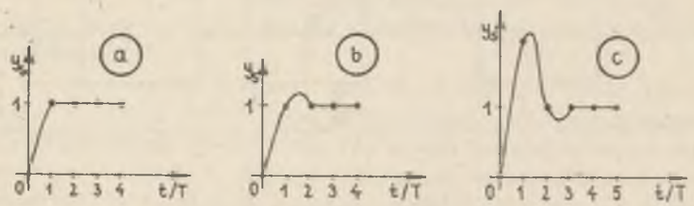
a) digital control system, b) modeling by Z transformation, c) modeling in the case of the plant treated as a continuous system

Na podstawie elementarnych przekształceń można otrzymać ze schematu przedstawionego na rysunku 6.1b dowolną transmitancję układu zamkniętego, a na tej podstawie następnie równanie różnicowe pozwalające obliczyć wartości przebiegów czasowych w punktach próbkowania.

Taki sposób modelowania cyfrowego dyskretnego układu sterowania (choć powszechnie stosowany ze względu na łatwość zaprogramowania i szybkość obliczeń) ma dwie podstawowe wady. Pozwala obliczyć przebiegi tylko w punktach próbkowania oraz obejmuje tylko klasę obiektów liniowych.

Ponieważ komputer sterujący i tak rejestruje wielkości mierzone tylko w chwilach próbkowania, to taki sposób analizy układów dyskretnego sterowania oraz ich modelowanie są w dużej części przypadków wystarczające. Jednakże istnieją przypadki, w których przebiegi wielkości sterowanych obiektu pomiędzy chwilami próbkowania są bardzo interesujące i mają w dużej mierze wpływ na wartości wskaźników jakości sterowania.

W pracach [79],[80] przedstawiono wyniki badań symulacyjnych sterowania dyskretnego, w którym w nietypowy sposób wykorzystano cyfrowy algorytm PID do realizacji sterowania minimalnoczasowego (deadbeat control).



Rys. 6.2. Przykłady przebiegów sterowania minimalnoczasowego [79],[80] dla obiektu
a) pierwszego, b) drugiego, c) trzeciego rzędu

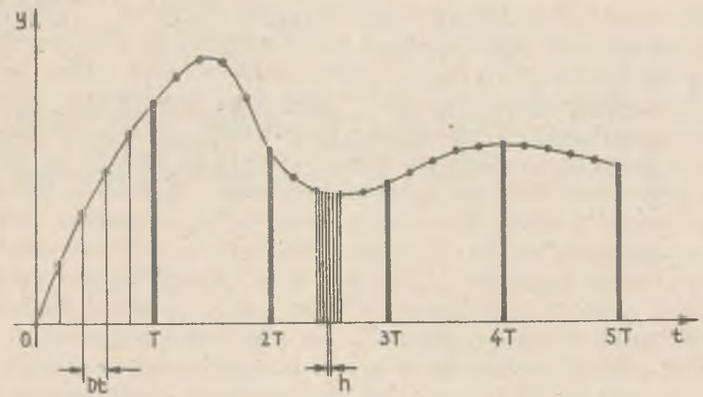
Fig. 6.2. Examples of deadbeat control responses [79],[80] for
a) first, b) second, c) third - order plant

Na rysunku 6.2 przedstawiono przebiegi wielkości regulowanej y_s przy sterowaniu minimalnoczasowym (przy wykorzystaniu regulatora PID) obiektem ciągłym pierwszego, drugiego i trzeciego rzędu [79],[80]. Jak widać, na jakość sterowania wpływają przebiegi wielkości regulowanej pomiędzy chwilami próbkowania. Również wielkość wskaźników jakości regulacji uzyskane przy użyciu proponowanego w pracy [81] oryginalnego kryterium doboru nastaw cyfrowego regulatora PID zależą w istotny sposób od przebiegów wielkości regulowanej pomiędzy chwilami próbkowania.

Wartości przebiegów pomiędzy chwilami próbkowania można uzyskać stosując transformację Z zmodyfikowaną lub stosując dla obiektu mniejszy okres dyskretyzacji. Również pewne nieliniowości można uwzględnić dla obiektu sterowania bezpośrednio w jego równaniach różnicowych. Jednakże

obie te możliwości tylko częściowo eliminują wady modelowania przy wykorzystaniu transformacji Z.

Racjonalnym i naturalnym (bo odpowiadającym rzeczywistości) sposobem modelowania układów dyskretnego sterowania obiektem ciągłym jest modelowanie obiektu bezpośrednio jako układ ciągły, a regulatora jako układ dyskretny (rysunek 6.1c). Modelowany obiekt regulacji opisany jest przy użyciu równań różniczkowych zwyczajnych lub cząstkowych i rozwiązywany numerycznie z wykorzystaniem metod przewidzianych dla tego typu równań (np. bardzo wygodnej metody RK4). Sposób prowadzenia obliczeń wyjaśnia rysunek 6.3.



Rys. 6.3. Sposób prowadzenia obliczeń przy modelowaniu dyskretnego sterowania obiektem ciągłym

Fig. 6.3. The way of computing for modeling of the discrete - time control of a continuous plant

Równania różniczkowe będące modelem ciągłego obiektu sterowania są rozwiązywane z krokiem całkowania h (może on być zmienny w trakcie obliczeń). Wielkość sterowana y_s, która musi być jedną z wielkości obserwowanych w trakcie eksperymentu symulacyjnego, jest rejestrowana z odstępem obserwacji Dt.

W chwilach próbkowania kT różniących się o okres impulsowania T (będący wielokrotnością okresu obserwacji Dt) włącza się algorytm dyskretnego sterowania, który na podstawie wartości uchybu regulacji w tych chwilach (i poprzednich) oblicza wartość wielkości sterującej u_k. Wartość ta jest utrzymywana przez okres impulsowania. Jako algorytm sterowania wykorzystujemy bezpośrednio takie równanie różnicowe, jakie jest użyte w modelowanym regulatorze cyfrowym.

Taki sposób modelowania dyskretnych układów sterowania ciągłym procesem przemysłowym dokładnie odzwierciedla rzeczywiste zachowanie się mode-

lowanego procesu i modelowanego dyskretnego układu sterowania. Nie ma on również obu wad modelowania przy wykorzystaniu transformacji Z. Potraktowanie obiektu jako układ ciągły pozwala zapisać model obiektu w postaci bezpośrednio równań stanu o dowolnych nieliniowościach, a więc w postaci równań (3.3), (4.1), (5.1). Przebiegi wielkości obserwowanych mogę być rejestrowane z dowolnie małym krokiem obserwacji Dt pomiędzy chwilami impulsowania.

Dla potrzeb badań symulacyjnych, których wyniki wykorzystano w pracach [79],[80],[81] , zastosowano własny pakiet symulacyjny o nazwie SYMCYF, umożliwiający zamodelowanie dowolnego obiektu regulacji zapisanego w postaci równań stanu z opóźnieniem oraz dowolnego algorytmu sterowania zapisanego w postaci równania różnicowego. Dla potrzeb dydaktyki wpisano do pakietu algorytm cyfrowy PID oraz jako obiekt zestaw typowych elementów dynamicznych pierwszego i drugiego rzędu [90].

Jak już zaznaczono w rozdziale 1, przy badaniach symulacyjnych dyskretnego układu sterowania okres impulsowania T będący jedną z nastaw dyskretnego regulatora traktujemy jako oddziaływanie manipulacyjne.

KOMENTARZ KOŃCOWY

Praca stanowi podsumowanie wieloletnich doświadczeń autora związanych z modelowaniem i symulacją ciągłych procesów przemysłowych i może być traktowana jako ich syntetyczne ujęcie.

W pierwszej - wprowadzającej części pracy uwagę skupiono na wzajemnych relacjach pomiędzy eksperymentatorem a modelem matematycznym badanego procesu w trakcie badań symulacyjnych. W takim ujęciu eksperyment symulacyjny możemy potraktować jako pewien rodzaj sterowania modelem procesu przez eksperymentatora. Proponowany w pracy sposób realizacji badań symulacyjnych, polegający na sterowaniu modelem procesu w układzie o rozdzielonym do niego dostępie, znacznie ułatwia prowadzenie badań symulacyjnych.

Problemy związane z modelowaniem i symulacją ciągłych procesów przemysłowych przedstawiono w kolejnych rozdziałach pracy, uwzględniając główne typy modeli matematycznych, to znaczy modele traktujące proces jako układ o parametrach skupionych, jako układ z opóźnieniami lub jako układ o parametrach rozłożonych. Jako przykłady przedstawiono własne modele matematyczne wybranych rzeczywistych procesów przemysłowych (modele te omówiono również szczegółowo we wcześniej już opublikowanych pracach). Do najważniejszych z nich należę:

1. Model matematyczny procesu odparowania azotu.
2. Model matematyczny procesu biologicznego oczyszczania ścieków uwzględniający wpływ temperatury na jego własności dynamiczne.
3. Uogólniony model matematyczny szerokiej klasy procesów z wymianą ciepła w przeciwprądzie.
4. Model matematyczny rurociągu paliw płynnych dla wieloodcinkowego przepływu.

Przedstawiono również sposób prowadzenia badań symulacyjnych na tych modelach wykorzystujący koncepcję sterowania o rozdzielonym do nich dostępie.

Realizacja modeli matematycznych na komputerze związana jest z problemami numerycznymi dotyczącymi rozwiązywania równań różniczkowych różnego typu. W pracy omówiono więc również dla każdego z typów procesu przemysłowego wybrane (oparte na własnych doświadczeniach) problemy numeryczne, z których dwa oryginalne rezultaty warte są podkreślenia ze względu na swój aspekt praktyczny. Są to:

1. Algorytm wykorzystujący rozwinięcie e^{AT} z automatycznym doborem i zmianami kroku dyskretyzacji w trakcie obliczeń.

2. Propozycja i wykazanie w praktyce przydatności algorytmu RK4 z zapamiętywaniem czterech wielkości dla każdej opóźnionej zmiennej stanu przy numerycznym całkowaniu równań stanu z opóźnieniami.

Otrzymane w pracy rezultaty głównie mają zastosowanie dla potrzeb automatyzacji ciągłych procesów przemysłowych. Jednakże większość rezultatów może być wykorzystana również w innych dziedzinach, w których wykorzystuje się modele matematyczne w postaci równań różniczkowych zwyczajnych i częstkowych.

LITERATURA

[1] Ackermann J.: Abtastregelung. Springer Verlag, Berlin - Heidelberg 1972.

[2] Angelbeck D.I., Shah Alam A.B.: Simulation studies on optimization of the activated sludge process. Journal of Water Pollution Control Federation, Nr 1. 1978.

[3] Ashby W.R.: Wstęp do cybernetyki. PWN, Warszawa 1963.

[4] Attir U., Denn M.M.: Dynamics and control of the activated sludge wastewater process. AICHE Journal, No 4. 1978.

[5] Barretau D., Babary J.P.: Modelisation de fours - tunnel dans l'industrie ceramique. Entropie, No 119, 1984.

[6] Becker T., Hoffmann U.: Le comportement dynamique et les proprietes structurelles de l'etage biologique d'une station d'epuration. Preprints of the IMACS Conference, Lille 1986, pp. 409-412.

[7] Bender E., Konrad B.: Zur Simulation dynamischer Vorgänge in Gasnetzen. Regelungstechnik, Heft 4, 1979.

[8] Benyon P.R.: A review of numerical methods for digital simulation. Simulation, November, 1968.

[9] Billmann L., Isermann R.: Leak detection methods for pipelines. Proceedings of the 9 th IFAC Congress - Budapest, Pergamon Press, Oxford 1984.

[10] Brandon D.M.: A new single - step implicit integration algorithm with A - stability and improved accuracy. Simulation, July, 1974.

[11] Buckingham E.: The Principle of Similitude. Nature, No 96, 1915.

[12] Bühler H.: Réglages échantillonnés. Vol. 1, Presses Polytechniques Romandes, Lousanne 1982.

[13] Buis J.P.: Hybrid simulation of a gas - transport system using the directional - difference method. Simulation, July, 1975.

[14] Burns A., Jeffreson C.P., Willmott A.J.: Use of Lead/Lag Approximations in Modeling Thermal Regenerator Systems. Transactions ASME, Journal of Dynamic Systems, Vol. 103, March, 1981.

[15] Busby J.B., Andrews J.P.: Dynamic modeling and control strategies for the activated sludge process. Journal of Water Pollution Control Federation, No 5, 1975.

[16] Cadzow J.A., Martens H.R.: Discrete time and computer control systems. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 1970.

[17] Carpenter W.L., Vamvakis J.G., Gellman L.: Temperature relationships in aerobic treatment and disposal of pulp and paper wastes. Journal of Water Pollution Control Federation, No 5, 1968.

[18] Carver M.B.: The choice of algorithms in automated method of lines solution of partial differential equations. Numerical methods for differential systems, editors: L. Lapidus and W.E. Shiesser, Academic Press, New York 1976, pp. 243-265.

[19] Carver M.B., Hinds H.W.: The method of lines and advective equations. Simulation, Vol. 31, No 2, 1978.

[20] Douglas J.M.: Dynamika i sterowanie procesów. WNT, Warszawa 1976.

[21] Eckenfelder W.: Theory of biological treatment of trade wastes. Journal of Water Pollution Control Federation. No 1, 1967.

[22] Enright W.H., Hull T.E.: Comparing numerical methods for the solution of stiff systems of ODE's arising in chemistry. Numerical methods for differential systems, editors: L. Lapidus and W.E. Shiesser, Academic Press, New York 1976, pp. 45-66.

[23] Fasol K.H., Jörgl H.P.: Zur Modelbildung und Simulation instationarer Rohrstromungen. Regelungstechnik, Heft 12, 1979.

[24] Findeisen W.: Wielopoziomowe układy sterowania. PWN, Warszawa 1974.

[25] Franks R.G.E.: Modeling and simulation in chemical engineering. John Wiley, New York 1972.

[26] Friedly J.C.: Analiza dynamiki procesów. WNT, Warszawa 1975.

[27] Gardeik H.O., Sholz R.: Thermal technology for tunnel kiln firing in the ceramic industry. Verlag Schmid - GmbH, Freiburg 1981.

[28] Gear C.W.: Numerical initial value problems in ordinary differential equations. Prentice Hall, 1971.

[29] Gentre N.K., Roester J.F., Bucken B.D.: Case histoires of automatic control of dissolved oxygen. Journal of Water Pollution Control Federation, No 10, 1978.

[30] Gilbert E.G.: Controllability and observability in multivariable systems. SIAM Journal of Control, No 1, 1963.

[31] Gilles G.: New Results in Modeling Heat Exchanger Dynamics. Transaction ASME, Journal of Dynamics, No 3, 1974.

[32] Godounov S., Riabenki V.: Schemas aux differences. Mir, Moskwa 1977.

[33] Górecki H.: Analiza i synteza układów regulacji z opóźnieniami. WNT, Warszawa 1971.

[34] Gutenbaum J.: Modelowanie matematyczne systemów. PWN, Warszawa - Łódź 1987.

[35] Himmelblau D.M., Bishoff K.B.: Process Analysis and Simulation. John Wiley, New York 1968.

[36] Isermann R.: Digitale Regelsysteme. Springer Verlag, Berlin - New York 1977.

[37] Isermann R.: Process fault detection based on modeling and estimation methods - a survey. Automatica, No 4, 1984.

[38] Jeshar R., Junge K.: Gemeinsame Darstellung des Wärmeübertragung in Gegenstromöfen. Wärme - Gas - International, Band 29, Heft 5, 1980.

[39] Kamen E.W.: On an algebraic theory of systems defined by convolution operators. Mathematical Systems Theory, Vol. 9, No 1, 1975.

[40] Kamen E.W.: On an operator theory of linear systems with pure and distributed delays. Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, 1975.

[41] Kanoh H.: Classification of heat exchanger dynamics by root loci. Proceedings of the III IFAC Symposium on Control of Distributed Parameter Systems. Pergamon Press, Oxford 1983.

[42] Kącki E., Woźniakowski M.: Modelowanie analogowe, hybrydowe oraz cyfrowa symulacja maszyn analogowych. PWN, Warszawa 1979.

[43] Kim J.W., Armstrong N.E.: A comprehensive study on the biological treatabilities of phenol and methanol - II: the effects of temperature, pH, solinity and nutrients. Water Research, No 11, 1981.

[44] Klamka J.: Sterowalność układów dynamicznych z opóźnieniami. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Automatyka, Nr 58, Gliwice 1981.

[45] Kochenburger R.J.: Modelowanie układów dynamicznych przy użyciu maszyn matematycznych. WNT, Warszawa 1975.

[46] Ko K.Y., McInnis B.C., Goodwin G.C.: Adaptive control and identification of the dissolved oxygen process. Automatica, No 6, 1982.

[47] Korah M., Fulop J.: Un effecto termotecnico in forni continui. Ceramica Informazione, No 12, 1976.

[48] Krouse Ch.L., Ward E.E.: Improved linear system simulation by matrix exponentiation with generalized order hold. Simulation, Vol. 17, No 4, 1971.

[49] Krzyżanowski R.: Model matematyczny przeciwprądowych wymienników ciepła jako obiektów o parametrach rozłożonych i wyznaczanie własności regulacyjnych takich aparatów. VI KKA, Poznań 1974, Tom 1, s. 326-340.

[50] Kuo B.C.: Analysis and synthesis of sampled - data control systems. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1963.

[51] Kuźnik J., Metzger M.: Numeryczna analiza rozkładu ciśnień i przepływów w instalacji przetłaczania gazów konwertorowych. Inżynieria i Aparatura Chemiczna, Tom XVIII, Nr 5, 1979.

[52] Kuźnik J., Metzger M.: Cyfrowa symulacja sterowania procesem przetłaczania gazów konwertorowych. Pomiary - Automatyka - Kontrola, Tom XXVI, Nr 2, 1980.

[53] Kuźnik J., Metzger M.: Analiza złożonych struktur sterowania metodą modelowania cyfrowego na przykładzie sterowania przetłaczaniem gazów konwertorowych. Laboratorium Układów Regulacji - ćwiczenie nr 7, skrypt Politechniki Śląskiej Nr 927, Gliwice 1980.

[54] Kuźnik J.: Model matematyczny biologicznej oczyszczalni ścieków. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Automatyka, Nr 79, Gliwice 1985.

[55] Kuźnik J.: O możliwości wystąpienia ekstremów i nieminimalnofazowości w charakterystykach biologicznej oczyszczalni ścieków. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Automatyka, Nr 79, Gliwice 1985.

[56] Legras J.: Praktyczne metody analizy numerycznej. WNT, Warszawa 1974.

[57] Luyben W.L.: Modelowanie, symulacja i sterowanie procesów przemysłu chemicznego. WNT, Warszawa 1976.

[58] Madsen N.K., Sincowec R.F.: General software for partial differential equations. Numerical methods for differential systems, editors: L. Lapidus and W.E. Shiesser, Academic Press, New York 1976, pp, 229-242.

[59] Manitius A.: Optimal control of hereditary systems. Control Theory and Topics in Functional Analysis, Vol. III, Wien 1976.

[60] Martens H.R.: A comparative study of digital integration methods. Simulation, February, 1969.

[61] Masubushi M.: Heat exchangers, its dynamics and control. Journal of the Society of Instrument and Control Engineers, Vol. 16, No 2, 1977.

[62] Masubushi M., Ito A.: Dynamic Analysis of a plate heat Exchanger Systems. Bulletin of the JSME, Vol. 20, No 142, April 1977.

[63] McLeod J.: Simulation Today and Yesterday. Simulation, May 1972.

[64] McLeod J.: Simulation Today - from fuzz to fact. Simulation, March 1973.

[65] Meireilles Ribeiro M.: Regulation d'un four d'industrie céramique autour d'un régime optimal de production. These, LAAS/CNRS, Toulouse 1981.

[66] Mesarovic M.D., Macko D., Takahara Y.: Theory of hierarchical multilevel systems. Academic Press, New York 1970.

[67] Metzger M.: Analiza uproszczonego modelu matematycznego pieca obrotowego do wypalania klinkieru. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Automatyka, Nr 21, Gliwice 1972.

[68] Metzger M.: Modelowanie wielowymiarowych obiektów sterowania z opóźnieniami. Pomiary - Automatyka - Kontrola, Tom XIX, nr 12, 1973.

[69] Metzger M.: Analiza własności dynamicznych procesu wypalania klinkieru. Rozprawa doktorska, Wydział Automatyki i Informatyki Politechniki Śląskiej, Gliwice 1978.

[70] Metzger M.: Zastosowanie symulacji cyfrowej w dynamice procesów - układy o stałych skupionych. Prace I Krajowego Sympozjum: Symulacja Procesów Dynamicznych, Zakopane 1980.

[71] Metzger M., Kowalska J.: Model matematyczny własności dynamicznych pewnej klasy przeciwprądowych wymienników ciepła. Pomiary - Automatyka - Kontrola, Tom XXVII, Nr 12, 1981.

[72] Metzger M.: Własności dynamiczne zespołu pieca obrotowego dla małych odchyłek od punktu pracy - część I: Model matematyczny. Archiwum Automatyki i Telemechaniki, Tom XXVII, Zeszyt 1-2, 1982.

[73] Metzger M.: Własności Dynamiczne zespołu pieca obrotowego dla małych odchyłek od punktu pracy - część II: Analiza własności dynamicznych. Archiwum Automatyki i Telemechaniki, Tom XXVII, Zeszyt 1-2, 1982.

[74] Metzger M.: Simplified mathematical model of the rotary kiln unit dynamical properties. Proceedings of the III IFAC Symposium on Control of Distributed Parameter Systems, Pergamon Press, Oxford 1983, pp. 491-497.

[75] Metzger M., Medwecki L.: Zastosowanie metody rozwinięcia e^{AT} w szereg w badaniach symulacyjnych. Pomiary - Automatyka - Kontrola, Tom XXVIII, Nr 7, 1982.

[76] Metzger M.: Numerical simulation of the control system of a nitrogen gasification plant. Simulation in Engineering Sciences, Elsevier Science Publishers B.V. North Holland, IMACS, 1983.

[77] Metzger M., Babary J.P.: Modelisation et simulation des fours - tunnel dans l'industrie ceramique. Rapport de Recherche LAAS du CNRS No 83045, Juin 1983.

[78] Metzger M., Babary J.P.: Sur la modelisation et simulation des fours - tunnel dans l'industrie ceramique. Revue Marocaine d'Automatique, d'Informatique et de Traitement du Signal, Vol. 1, No 5, Juin 1985.

[79] Metzger M.: Możliwości realizacji sterowania minimalnoczasowego przy pomocy nastaw cyfrowego regulatora PID. Archiwum Automatyki i Telemechaniki, Tom XXX, zeszyt 3-4, 1985.

[80] Metzger M.: Deadbeat control by PID digital controller. Control - Theory and Advanced Technology, Vol. 1, No 4, 1985.

[81] Metzger M.: O pewnym kryterium doboru nastaw cyfrowego regulatora PID. Archiwum Automatyki i Telemechaniki, Tom XXXI, zeszyt 1-2, 1986.

[82] Metzger M.: Cyfrowa symulacja procesu biologicznego oczyszczenia ścieków jako obiektu sterowania. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Automatyka, zeszyt 79, Gliwice 1985.

[83] Metzger M.: Badania symulacyjne sterowania procesem biologicznego oczyszczania ścieków. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Automatyka, zeszyt 79, Gliwice 1985.

[84] Metzger M.: Cyfrowa symulacja przeciwprądowych wymienników ciepła o bardzo silnie różniących się prędkościach przepływu. Prace II Krajowego Sympozjum: Symulacja Procesów Dynamicznych, Zakopane 1985.

[85] Metzger M., Siński M.: Badania symulacyjne wymienników ciepła. Pomiary - Automatyka - Kontrola, Tom XXXII, Nr 2, 1986.

[86] Metzger M.: Badania symulacyjne rurociągu paliw płynnych. Prace III Krajowego Sympozjum: Symulacja Procesów Dynamicznych, Zakopane 1986.

[87] Metzger M.: Wpływ recyklu w procesie biologicznego oczyszczania ścieków na jego własności dynamiczne. Postępy Cybernetyki, Tom 9, - 1, 1986.

[88] Metzger M.: Wpływ zmian temperatury na własności dynamiczne procesu biologicznego oczyszczania ścieków. Postępy Cybernetyki. Tom 9, Nr 3, 1986.

[89] Metzger M., Wilczek K.: Problemy oszczędnej rezerwacji pamięci oraz wyboru algorytmów numerycznego całkowania przy cyfrowej symulacji ciągłych układów dynamicznych z opóźnieniami. Archiwum Automatyki i Telemechaniki, Tom XXXI, zeszyt 3, 1986.

[90] Metzger M.: Laboratorium modelowania i symulacji procesów ciągłych. Skrypt Politechniki Śląskiej Nr 1379, Gliwice 1988.

[91] Meyer G.E., Keener H.M.: Solving differential equations by first - order explicit integration. Simulation, April 1982.

[92] Moszyński K.: Rozwiązywanie równań różniczkowych zwyczajnych na maszynach cyfrowych. WNT, Warszawa 1971.

[93] Müller L.: Zastosowanie analizy wymiarowej w badaniach modeli. PWN, Warszawa 1983.

[94] Neidel W., Woche H.: Untersuchungen zur Wärmenübertragung in Tunnelöfen für Ziegelerzeugnisse. Energieanwendung, Heft 2, 1977.

[95] Niederliński A.: Układy wielowymiarowe automatyki, WNT, Warszawa 1974.

[96] Niederliński A.: Systemy cyfrowe automatyki przemysłowej. WNT, Warszawa 1977.

[97] Noisser R.: Ein Beitrag zur rechenzeitsparenden digitalen Simulation von dynamischen Vorgangen in linearen zeitinvarianten Systemen. Regelungstechnik, Nr 3, 1979.

[98] Orłowski H., Hawryluk J.: Modelowanie cyfrowe. WNT, Warszawa 1971.

[99] Osiadacz A.: Symulacja przepływów nieustalonych w sieciach gazowych o dowolnej konfiguracji. Archiwum Automatyki i Telemechaniki. Tom XXVIII, zeszyt 3-4, 1983.

[100] Palusiński O., Wait J.V.: Simulation methods for combined linear and nonlinear systems. Simulation, March 1978.

[101] Paszkowski S.: Rozwiązywanie układu równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu - procedura RungeKutta 4. Systemy programowania maszyny cyfrowej ODRA 1204, ELWRO, Wrocław 1970.

[102] Perkowski P.: Technika symulacji cyfrowej. WNT, Warszawa 1981.

[103] Pitts G.N., Crawford P.B.: A comparison of numerical methods for solving large sets of simultaneous equations. Simulation, October 1972.

[104] Pritsker A.A.B.: Compilation of definitions of simulation. Simulation, August 1979.

[105] Pritsker A.A.B.: The GASP IV Simulation Language. John Wiley, New York 1974.

[106] Pritsker A.A.B., Pegden C.D.: Introduction to Simulation and SLAM. Holsted Press, New York 1979.

[107] Ralston A.: Wstęp do analizy numerycznej. PWN, Warszawa 1971.

[108] Raspopov B., Selugin A.: Rotary kiln control combined algorithm. IV IFAC Int. Cont. on Digital Computer Applications to Process Control, Tom 2, Zürich 1974.

[109] Roach J.R., Chow B.P.: An interactive digital simulation and optimisation package: FORTRAN programs MINISM and OPTSIM. Simulation, Vol. 25, Nr 4, 1975.

[110] Rosenbrock H.H., Storey C.: Computational techniques for chemical engineers. Pergamon Press, Oxford 1966.

[111] Rothstein M.B.: A variable transport delay. Simulation, Vol. 21, No 6, 1973.

[112] Saelid S.: State and parameter estimation in rotary cement kiln. IV IFAC Symp. on Ident. and Syst. Par. Est., Section 10, 1976.

[113] Schuchmann H.: On the simulation of distributed parameter systems. Simulation, June 1970.

[114] Smith C.L.: Digital Computer Process Control. Intext Educational Publishers, London - San Francisco 1972.

[115] Sontag E.D.: Linear systems over commutative rings: a survey. Ricerche di Automatica, Vol. 7, No 1, 1976.

[116] Sontag E.D.: On linear systems and noncommutative rings. Mathematical Systems Theory, Vol. 9, No 4, 1976.

[117] Spang H.A.: A dynamic model of a cement kiln. Automatica, Nr 8, 1972.

[118] Stoer J., Bulirsch R.: Wstęp do metod numerycznych. PWN, Warszawa 1980.

[119] Szargut J.: Termodynamika. PWN, Warszawa 1980.

[120] Takahashi Y.: Transfer function analysis of heat exchangers. Automatic and Manual Control, Butterworths, London 1952.

[121] Takahashi Y., Rabins M.J., Auslander D.M.: Sterowanie i systemy dynamiczne. WNT, Warszawa 1976.

[122] Taylor F.J.: Transient response analysis of linear differential systems on minicomputers. Simulation, January 1977.

[123] Trybalski Z.: Własności regulacyjne przepływowego wymiennika ciepła. Archiwum Automatyki i Telemechaniki, Nr 4, 1964.

[124] Weimer A.W., Clough D.E.: A critical evolution of the semiimplicit Runge - Kutta methods for stiff systems. AICHE Journal, Vol. 25, July 1979.

[125] Węgrzyn S.: Modele matematyczne i identyfikacja procesów. Polska Akademia Nauk - B.K.N. i S.O - ZSAK PAN, Warszawa 1969.

[126] Wiener N.: Cybernetyka, czyli sterowanie i komunikacja w zwierzęciu i maszynie. PWN, Warszawa 1971.

[127] Wierzbicki A.: Modele i wrażliwość układów sterowania. WNT, Warszawa 1977.

[128] Wood R.K., Sastry V.A.: Simulation studies of a heat exchanger. Simulation, Vol. 18, Nr 4, 1972.

[129] Zanoni A.E.: Secondary effluent deoxygenation of different temperatures. Journal of Water Pollution Control Federation, Nr 4, 1969.

[130] Zeigler B.P.: Teoria modelowania i symulacji. PWN, Warszawa 1984.

[131] Zeitz M.: Verfahren zur hybriden Simulation örtlich verteilten parameter Systems. Regelungstechnik, Nr 10, 1975.

WYBRANE PROBLEMY MODELOWANIA I SYMULACJI CIĄGŁYCH PROCESÓW PRZEMYSŁOWYCH

S t r e s z c z e n i e

W pracy przedstawiono problemy związane z badaniami symulacyjnymi ciągłych procesów przemysłowych.

W pierwszej części pracy przedstawiono metodę prowadzenia badań symulacyjnych ciągłych procesów przemysłowych w ujęciu cybernetycznym. W takim ujęciu eksperyment symulacyjny polega na pewnego rodzaju sterowaniu modelem matematycznym badanego procesu. Dla przypadku modeli matematycznych o dużej liczbie oddziaływań symulacyjnych i wielkości obserwowanych zaproponowano koncepcję sterowania o rozdzielonym dostępie do modelu procesu.

W następnych - głównych rozdziałach pracy przedstawiono problemy związane z modelowaniem i symulacją rzeczywistych ciągłych procesów przemysłowych. Uwzględniono trzy główne postacie modeli matematycznych procesów ciągłych, to znaczy modele traktujące proces jako układ o parametrach skupionych, jako układ z opóźnieniami oraz jako układ o parametrach rozłożonych. Jako przykłady modeli matematycznych przedstawiono oryginalne modele: procesu przetłaczania gazów konwertorowych, procesu odparowania azotu, procesu biologicznego oczyszczania ścieków z uwzględnieniem wpływu temperatury na jego dynamikę, uogólnionego przypadki procesów wymiany ciepła w przeciwprądzie oraz procesu przepływu płynu przez rurociąg z uwzględnieniem wieloodcinkowego przepływu. Przedstawiono również sposób prowadzenia badań symulacyjnych na tych modelach wykorzystujący sterowanie o rozdzielonym do nich dostępie.

W pracy zaprezentowano również wybrane problemy numeryczne związane z badaniami symulacyjnymi, z których najważniejsze to: algorytm wykorzystujący rozwinięcie exp(AT) z automatycznym doborem i zmianami kroku dyskretyzacji oraz algorytm RK4M4 z zapamiętywaniem czterech wielkości dla każdej opóźnionej zmiennej stanu.

ИЗБРАННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И СИМУЛЯЦИИ НЕПРЕРЫВНЫХ ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

Р е з ю м е

В работе оговариваются вопросы связанные с симуляционными исследованиями непрерывных промышленных процессов.

В первой части работы дана методика проведения симуляционных исследований непрерывных промышленных процессов с кибернетической точки зрения. В таком представлении симуляционный эксперимент это некоторого рода управление математической моделью исследуемого процесса. Для случая математической модели с большим числом симуляцинных возмущений и наблюдаемых величин, предложена концепция управления с раздельным доступом к модели процесса.

В следующих главных частях работы, оговариваются вопросы связанные с моделированием и симуляционными исследованиями действительных непрерывных промышленных процессов. Приняты во внимание три главных вида математических моделей непрерывных процессов, т.е.: модели, представляющие процесс как систему с сосредоточенными параметрами, как систему с запаздыванием и как систему с распределёнными параметрами.

В качестве примеров математических моделей представлены подлинные модели: процесса прогона конверторных газов, процесса испарения азота, процесса биологической очистки сбросов с учётом влияния температуры на его динамику, обобщённого процесса обмена тепла в противотоковых обменивателях а также процесса протекания жидкости через трубопровод, с учётом протекания через многие отрезки трубопровода. Представлен также способ ведения симуляционных исследований для этих моделей, использующий управление с раздельным доступом.

В работе представлены также избоанные вопросы машинного расчёта, связанные с симуляционными исследованиями. В этих исследованиях самое главное это: алгоритм использующий разложение exp(AT) с автоматическими подбором и изменением шага дискретизации а также алгоритм RK4M4 с запоминанием четырёх величин для каждой заподавшей переменной состояния.

SOME PROBLEMS OF MODELING AND SIMULATION OF CONTINUOUS INDUSTRIAL PROCESSES

S u m m a r y

In the work some problems related to modeling and simulation of continuous industrial processes are presented.

In the first part a methodology of simulation investigations for continuous industrial processes in cybernetic approach is presented. This approach treats a simulation experiment as a kind of control of the mathematical model of the considered process. In the case of mathematical model with a great number of simulation actions and observed quantities, an idea of distributed access control of the process model is proposed.

In the following, main parts of the work, some problems concerning modeling and simulation experiments of real continuous industrial processes are presented. Three main forms of mathematical models for the continuous processes are taken into account i.e. models dealing the process as a lumped parameter system, as a system with delay, and as a distributed parameter system. In the form of examples the following original mathematical models are presented: a convertor gas forcing process, an activated wastewater sludge process where the influence of temperature has been considered, a nitrogen vaporization process, a generalized case of heat exchange process in counterflow and a process of flow in the pipeline where multiinterval flow has been considered. The way of simulations with these models application is presented and the distributed access control is applied.

In the work some selected numerical problems related to the simulation studies are presented as well. The most important ones are as follows: the algorithm with the expansion of exp(AT) with automatic choice and change of discretizing step and the RK4M4 algorithm with memorizing of the four quantities for every delayed state variable.

BIBLIOTEKA GŁÓWNA
Politechniki Śląskiej
P.3341 | 88 | 92

WYDAWNICTWA NAUKOWE I DYDAKTYCZNE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ MOŻNA NABYĆ W NASTĘPUJĄCYCH PLACÓWKACH:

44-100 Gliwice — Księgarnia nr 096, ul. Konstytucji 14 b
44-100 Gliwice — Spółdzielnia Studencka, ul. Wrocławska 4 a
40-950 Katowice — Księgarnia nr 015, ul. Żwirki i Wigury 33
40-096 Katowice — Księgarnia nr 005, ul. 3 Maja 12
41-900 Bytom — Księgarnia nr 048, Pl. Kościuszki 10
41-500 Chorzów — Księgarnia nr 063, ul. Wolności 22
41-300 Dąbrowa Górnicza — Księgarnia nr 081, ul. ZBoWiD-u 2
47-400 Racibórz — Księgarnia nr 148, ul. Odrzańska 1
44-200 Rybnik — Księgarnia nr 162, Rynek 1
41-200 Sosnowiec — Księgarnia nr 181, ul. Zwycięstwa 7
41-800 Zabrze — Księgarnia nr 230, ul. Wolności 288
00-901 Warszawa — Ośrodek Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN — Pałac Kultury i Nauki

Wszystkie wydawnictwa naukowe i dydaktyczne zamawiać można poprzez Składnicę Księgarską w Warszawie, ul. Mazowiecka 9.