ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2006
Seria: TRANSPORT z. 62 Nr kol. 1721

Grzegorz SIERPIŃSKI[1]

DŁUGOŚĆ KOLEJKI NA SKRZYŻOWANIU Z SYGNALIZACJĄ ŚWIETLNĄ W MODELU WEBSTERA I WSPÓŁCZEŚNIE

Streszczenie. W artykule przedstawiono ujęcie długości kolejek na skrzyżowaniach z sygnalizacją świetlną w modelu Webstera (1958) oraz w polskiej metodzie obliczania przepustowości (2004). Zaprezentowano także wyniki porównania tych formuł.

QUEUE LENGTH AT SIGNALISED INTERSECTION – WEBSTER'S MODEL AND PRESENT POLISH METHOD

Summary. The article includes a review of queue length on two methods - the Webster's model (1958) and Polish method of capacity calculation (2004). Results of comparison these formulas was described too.

1. WPROWADZENIE

Długość kolejki pojazdów tworzącej się na wlocie na skrzyżowanie z sygnalizacją świetlną stanowi oprócz strat czasu jedną z ważniejszych miar warunków ruchu.

Na warunki ruchu na skrzyżowaniu wpływa jego rozwiązanie geometryczne i organizacja ruchu, natężenia ruchu wraz ze strukturą kierunkową i rodzajową, a także rodzaj sterowania i oddziaływania sąsiednich skrzyżowań z sygnalizacją świetlną [3].

W artykule przedstawiono metodę wyznaczania długości kolejki maksymalnej zaproponowanej przez Webstera [4, 5] oraz sposób wyznaczania długości kolejek – maksymalnej i pozostającej – z polskiej metody obliczania przepustowości [3]. Użycie metody [3] jest obecnie zalecane przy projektowaniu nowych, jak również modernizacji już istniejących skrzyżowań drogowych. Przedstawiono także średnie liczby zatrzymań dla obu modeli.

Przy opisie metod obliczania długości kolejek zastosowano zapis stosowany w teorii kolejek. Aby uniknąć nieporozumień, ważniejsze symbole zamieszczono w tablicy 1.

Tablica 1

Ujednolicenie oznaczeń stosowanych w pracy

Teoria kolejek	Znaczenie	Webster
ρ	intensywność ruchu ↔ stopień obciążenia	x
λ	intensywność zgłoszeń ↔ natężenie	q
μ	intensywność obsługi ↔ przepustowość	$\lambda \cdot S = \frac{g}{c} \cdot S$

[1] Wydział Transportu, Politechnika Śląska, Krasińskiego 8, 40-019 Katowice, grzegorz.sierpinski@polsl.pl

2. MODEL WEBSTERA (1958)

Francis Vernon Webster w 1958 roku opublikował pracę [4], zawierającą znany do dziś wzór na określenie średniej straty czasu na pojazd na skrzyżowaniu z sygnalizacją świetlną (1).

$$d = \frac{T_c \cdot \left(1 - \frac{G_e}{T_c}\right)^2}{2 \cdot \left(1 - \frac{G_e}{T_c} \cdot \rho\right)} + \frac{\rho^2}{2 \cdot \lambda \cdot (1 - \rho)} - 0{,}65 \cdot \left(\frac{T_c}{\lambda^2}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \rho^{\left(2 + 5 \cdot \frac{G_e}{T_c}\right)} \tag{1}$$

gdzie:

- d – średnia strata czasu na pojazd [s/P];
- T_c – długość cyklu sygnalizacji [s];
- G_e – efektywny czas zielony [s];
- ρ – intensywność ruchu;
- λ – intensywność zgłoszeń [P/s];
- μ – intensywność obsługi [P/s].

Formuła powyższa została przytoczona, gdyż zostanie użyta przy wyznaczaniu długości kolejki.

Webster wyznaczył także kilka mierników, które mogą znaleźć zastosowanie zarówno przy ocenie efektywności programu sygnalizacji, jak również przy analizie zużycia paliwa, ocenie kilku wariantów projektów skrzyżowania itp. Wśród tych mierników na uwagę zasługują przede wszystkim: długość kolejki oraz liczba zatrzymań pojazdów. Webster wyprowadził także formułę, służącą do wyznaczania liczby faz w danym przedziale czasowym, dla których kolejka pozostaje, tzn. w przypadku których czas zielony nie wystarcza do obsłużenia wszystkich pojazdów oczekujących na wlocie. Oszacował także prawdopodobieństwo, z jakim pojazd zatrzyma się co najmniej raz.

2.1. Długość kolejki

Maksymalna długość kolejki ma miejsce zwykle na początku wyświetlania sygnału zielonego. W przypadku małego ruchu kolejka jest z reguły równa liczbie pojazdów, które przybyły w czasie nadawania sygnału czerwonego, gdyż pojazdy, które zgłosiły się w poprzednim cyklu, zostały obsłużone przed zakończeniem nadawania sygnału zielonego. Natomiast gdy ruch jest większy (i pozostają pojazdy oczekujące z poprzedniego cyklu), wtedy długość kolejki jest określana bardziej złożonym wzorem. Webster [4] wykazał, iż długość kolejki to maksimum z dwóch wielkości (2).

$$K_{\max} = \max\left\{\lambda \cdot \left(\frac{R_e}{2} + d\right), \lambda \cdot R_e\right\} \tag{2}$$

gdzie:

- d – średnia strata czasu na pojazd [s/P] (wzór 1);
- R_e – efektywny czas czerwony [s];
- λ – intensywność zgłoszeń [P/s].

Jest to uproszczenie zakładające, że pojazdy dojeżdżają do skrzyżowania z normalną prędkością. W rzeczywistości pojazdy dojeżdżają do kolejki, zatem ustawiają się „wcześniej" (zanim dojadą do linii zatrzymań). Uwzględniając tę poprawkę, Webster [4] zaproponował dokładniejsze równanie:

$$K_{\max} = \max\left\{\lambda \cdot \left(\frac{R_e}{2} + d\right) \cdot \left(1 + \frac{\lambda \cdot j}{l_p \cdot V}\right); \lambda \cdot R_e \cdot \left(1 + \frac{\lambda \cdot j}{l_p \cdot V}\right)\right\} \tag{3}$$

gdzie:

j – średni odstęp między pojazdami w kolejce [m];
l_p – liczba pasów [-];
V – prędkość ruchu swobodnego [m/s].

Jednakże po wykonaniu badań na rzeczywistych skrzyżowaniach, a także badań symulacyjnych wykazał, iż zastosowanie wzoru uproszczonego (2) daje błąd rzędu 5-10%, a znacznie upraszcza formułę.

2.2. Średnia liczba zatrzymań i startów na pojazd

Całkowita liczba zatrzymań i startów w cyklu jest w przybliżeniu równa sumie liczby pojazdów oczekujących w kolejce z chwilą wyświetlenia światła zielonego oraz liczby pojazdów, jakie zgłosiły się podczas rozładowywania kolejki. W rzeczywistym przypadku część tych pojazdów jedynie zmniejsza prędkość, jednakże przyjęto założenie upraszczające, iż pojazdy te zatrzymują się.

Webster wyodrębnił dwa przypadki, dla których liczbę zatrzymań wyznacza się inaczej:

- jeśli kolejka pojazdów występująca na początku wyświetlania sygnału zielonego może zostać rozładowana w czasie trwania sygnału zielonego (wzór 4 przypadek 1);
- gdy kolejka występująca na początku wyświetlania sygnału zielonego nie może zostać w pełni rozładowana, wtedy wszystkie pojazdy, jakie zgłoszą się podczas wyświetlania sygnału zielonego, muszą się zatrzymać (wzór 4 przypadek 2).

$$z = \begin{cases} \dfrac{K_{\max}}{\lambda \cdot T_c \cdot \left(1 - \rho \cdot \dfrac{T_c}{G_e}\right)} & dla \quad \dfrac{K_{\max}}{\mu \cdot \dfrac{T_c}{G_e} - \lambda} < G_e \\ \dfrac{K_{\max}}{\lambda \cdot T_c} + \dfrac{G_e}{T_c} & dla \quad \dfrac{K_{\max}}{\mu \cdot \dfrac{T_c}{G_e} - \lambda} \geq G_e \end{cases} \tag{4}$$

gdzie:

z – liczba zatrzymań i startów;
$\rho \cdot \dfrac{T_c}{G_e}$ – maksymalny stopień nasycenia dla danej fazy.

3. POLSKA METODA OBLICZANIA PRZEPUSTOWOŚCI (2004)

W 2004 roku zostały zakończone prace nad metodą obliczania przepustowości, uwzględniającą polskie warunki na drogach. Instrukcja została wykonana na zlecenie GDDKiA i zaleca się jej stosowanie przy projektowaniu nowych i modernizacji już istniejących skrzyżowań drogowych.

Metoda została opracowana w oparciu o znane metody światowe oraz wykonane w Polsce badania.

3.1. Kolejka pozostająca (rezydualna) oraz kolejka maksymalna

Kolejka pozostająca, zdefiniowana w metodzie [3], to inaczej liczba pojazdów, które oczekują w kolejce na końcu nadawania sygnału zielonego. To znaczy są to pojazdy, które zgłosiły się podczas trwania sygnału zielonego, ale różne czynniki nie pozwoliły im minąć linii zatrzymania i przejechać przez skrzyżowanie. Średnią wartość kolejki pozostającej K_p wyrażono następująco [3]:

$$K_p = \frac{\mu \cdot t_a}{4}\left[(\rho - 1) + \sqrt{(\rho - 1)^2 + \frac{7 \cdot r_s \cdot w_s \cdot \rho^2}{\mu \cdot t_a}}\right] \quad [\mathrm{P}] \qquad (5)$$

gdzie:

t_a – okres analizy, przedział czasu, w którym analizowane są warunki ruchu [s];

r_s – współczynnik uwzględniający rodzaj sterowania, w przypadku sygnalizacji cyklicznej stałoczasowej przyjmuje wartość 0,5;

w_s – współczynnik uwzględniający obecność sąsiednich skrzyżowań z sygnalizacją świetlną.

Jeśli skrzyżowanie jest odosobnione, czyli – jak podaje instrukcja [3] – gdy odległość analizowanego wlotu od sąsiedniego skrzyżowania z sygnalizacją świetlną jest większa od 0,8 km przy obecności kilku wjazdów/zjazdów lub 1,6 km bez wjazdów, wartość współczynnika w_s wynosi 1,0. Natomiast w innym przypadku wartość w_s zależy od stopnia obciążenia sąsiedniego skrzyżowania z sygnalizacją (tablica 2).

Tablica 2

Wartości współczynnika w_s uwzględniającego obecność sąsiednich skrzyżowań z sygnalizacją świetlną

	Stopień obciążenia sąsiedniego skrzyżowania z sygnalizacją świetlną X_s						
	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	≥ 1,0
w_s*	0,922	0,858	0,769	0,650	0,500	0,314	0,090

* $w_s = 1{,}0 \div 0{,}91\, X_s^{2{,}68}$ i $X_s \leq 1{,}0$

Źródło: [3]

Natomiast kolejka maksymalna jest mierzona na początku nadawania sygnału zielonego – czyli jest to liczba pojazdów, jakie pozostały z poprzedniej fazy oraz liczba pojazdów, które zgłosiły się podczas trwania sygnału czerwonego. Średnia wartość kolejki maksymalnej wynosi:

$$K_{\max} = K_p + \frac{\lambda \cdot T_c \cdot \left(1 - \frac{G_e}{T_c}\right)}{1 - \frac{G_e}{T_c} \cdot \rho} \quad [P] \tag{6}$$

3.2. Średnia liczba zatrzymań

Kolejną miarą oceny warunków ruchu jest liczba zatrzymań. Pojazdy dojeżdżając do skrzyżowania są zmuszane do opóźniania, natomiast część pojazdów musi się zatrzymać. Liczba zatrzymań to średnia przypadająca na pojazd z uwzględnieniem zatrzymań wielokrotnych. Średnia liczba zatrzymań na pojazd dla obliczeniowej grupy pasów wynosi:

$$z_{gr} = 0{,}9 \cdot \left(\frac{1 - \frac{G_e}{T_c}}{1 - \frac{G_e}{T_c} \cdot \rho} + \frac{K_{p,gr}}{\lambda_{gr} \cdot T_c} \right) \quad [z/P] \tag{7}$$

4. PORÓWNANIE

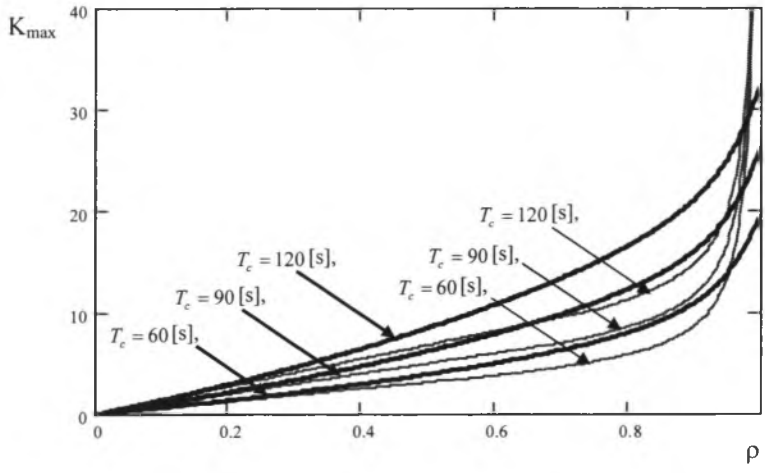
Dla jednakowych parametrów wejściowych dokonano porównania długości kolejek. Należy zwrócić uwagę, iż zaprezentowane formuły powstały w odstępie prawie pół wieku – zatem wiele uwarunkowań uległo zmianie.

Podstawową różnicą jest zastosowanie różnych modeli – Webster zbudował model stanu ustalonego (model „steady-state" jak w teorii kolejek), natomiast w metodzie polskiej zastosowano model „zależny od czasu" (model "time-dependent").

W przypadku modeli stanu ustalonego, gdy wartość intensywności ruchu ρ zbliża się do 1, średnie opóźnienie dąży do ∞. Aby uwzględnić występowanie okresowego przeciążenia w modelach strat czasu, wprowadzono dodatkowy parametr t_a. Jest to czas [s], w którym natężenie osiąga bądź nieznacznie przekracza natężenie nasycenia. Stąd nazwa modeli - modele zależne od czasu. W tych modelach po dokonaniu tzw. transformacji współrzędnych [2] krzywa strat czasu przy $\rho \geq 1$ nie dąży asymptotycznie do nieskończoności, ale do prostej opisanej równaniem (8):

$$d_a = \frac{t_a \cdot (\rho - 1)}{2 \cdot 3600} \tag{8}$$

Porównanie formuł określających długość kolejki maksymalnej u Webstera (2) i w metodzie polskiej (6) wykazało istotne różnice. Kolejki szacowane na podstawie współczesnego modelu są dłuższe. Im dłuższy cykl sygnalizacji (przy jednakowym splicie sygnału zielonego), tym większe zaobserwowano rozbieżności. W skrajnych przypadkach różnica wynosiła ponad 50% dla intensywności ruchu przekraczającej 0,75. Na wykresie 1 przedstawiono porównanie w zależności od intensywności ruchu dla trzech długości cyklu sygnalizacji (60, 90 i 120 sekund). Linia gruba odpowiada formule metody polskiej (6), natomiast linia cienka przedstawia długości kolejek z modelu Webstera (2).



Rys. 1. Wpływ intensywności ruchu na długość kolejki maksymalnej dla formuł (2) i (6) w zależności od długości cyklu

Fig. 1. Relationship maximal queue length – flow ratio (for formulas (2) and (6)) for three values of length of cycle

5. PODSUMOWANIE

Natężenie ruchu w centrach dużych miast okresowo przekracza możliwości obsługi w czasie trwania sygnału zielonego, dlatego tworzą się kolejki na wlotach skrzyżowań.

Zestawienie metod odległych od siebie o prawie 50 lat ukazuje, jak zmieniły się metody modelowania warunków odpowiadających rzeczywistym sytuacjom na skrzyżowaniach z sygnalizacją świetlną. Model Webstera i model z metody polskiej zostały stworzone w oparciu o różne metody:

- model stanu ustalonego – gdzie z założenia intensywność ruchu pozostaje mniejsza od jedności,
- model zależny od czasu – w którym dopuszcza się okresowe przeciążenia.

Użycie metody polskiej [3] jest obecnie zalecane przy projektowaniu nowych i modernizacji już istniejących skrzyżowań drogowych.

Literatura

1. Datka S., Suchorzewski W., Tracz M.: Inżynieria ruchu. WKiŁ, Warszawa 1999.
2. Gartner N., Messer C. J., Rathi A. K.: Traffic Flow Theory A State-of-the-Art Raport. Transportation Research Board, http://wwwcta.ornl.gov/cta/research/trb/tft.html
3. Metoda obliczania przepustowości skrzyżowań z sygnalizacją świetlną. GDDKiA, Warszawa 2004.
4. Webster F. V.: Traffic signal settings. Road Research Paper No. 39, Her Majesty's Stationary Office, London 1958.
5. Webster F. V., Cobbe B. M.: Traffic Signals. Road Research Paper No. 56, Her Majesty's Stationary Office, London 1966.
6. Woch J.: Teoria potoków ruchu (w druku).