Piotr FOLĘGA

WYZNACZANIE NAPRĘŻEŃ W DNACH WRĘBÓW WIEŃCA ZĘBATEGO KOŁA PODATNEGO

Streszczenie. W artykule przeprowadzono analizę wpływu cech konstrukcyjnych koła podatnego przekładni falowej: względnej deformacji promieniowej w_o/m i względnej grubości powłoki g/d_f oraz cech konstrukcyjnych zarysu odniesienia na wartości naprężeń w dnach wrębów międzyzębnych wieńca zębatego. W analizie stanu naprężenia zastosowano metodę elementów brzegowych (MEB).

THE DETERMINE OF VALUES OF STRESSES IN BOTTOM LAND OF A TOOTHED WHEEL RIM OF FLEXSPLINE

Summary. Application of the Boundary Elements Method (BEM) in the numerical analysis of the harmonic gear drive flexspline has been presented in the paper. The influence of the construction features of flexspline and the tool on the values of stresses in bottom land of a toothed wheel rim of flexspline has also been presented.

1. WPROWADZENIE

Wzrost obciążeń roboczych przenoszonych przez przekładnie falowe wpływa na zwiększenie sił działających na zęby jej wieńca zębatego. Ważnym zagadnieniem dotyczącym obliczeń wytrzymałościowych przekładni falowych jest ocena wpływu wartości naprężeń we wrębach międzyzębnych wieńca zębatego na wytrzymałość koła podatnego. Jak wynika

z badań doświadczalnych [1], miejscami narażonymi na znaczny wzrost wartości naprężeń, a co za tym idzie, o obniżonej wytrzymałości, są dna wrębów międzyzębnych wieńca. Częstym zjawiskiem poprzedzającym zniszczenie koła podatnego jest jego pękanie w miejscach lokalnego wzrostu naprężeń w wieńcu zębatym [1].

Stan naprężeń w wieńcu zębatym przekładni falowej można obecnie badać metodami tradycyjnymi, z wykorzystaniem przetworników tensometrycznych, mostków oraz rejestrujących kart pomiarowych. Do wyznaczania naprężeń w podstawie zęba można również stosować metody zalecane przez normy. Aby uściślić obliczenia wytrzymałościowe oraz dobór cech konstrukcyjnych przekładni, celowe jest stosowanie dokładnych metod wyznaczania naprężeń, które umożliwiają analizę wpływu cech geometrycznych kół zębatych oraz parametrów zarysu odniesienia na wytrzymałość. Do wyznaczania wartości naprężeń w podstawie zęba obecnie wykorzystuje się jedną z dwóch metod numerycznych: metodę elementów skończonych (MES) lub elementów brzegowych (MEB). Ta ostatnia wymaga, w porównaniu z MES, znacznie mniejszej liczby węzłów obliczeniowych,

znajdujących się na zarysie zęba i odpowiednio mniejszej liczby równań liniowych potrzebnych do rozwiązania.

W przeprowadzonej w artykule analizie stanu naprężenia do wyznaczania wartości naprężeń w dnach wrębów międzyzębnych wieńca zębatego koła podatnego przekładni falowej, współpracującej z mechanicznym generatorem krzywkowym, zastosowano metodę elementów brzegowych (MEB). W obliczeniach numerycznych wykorzystano oprogramowanie powstałe na Wydziale Transportu Politechniki Śląskiej [2]. Sposób obciążenia i podparcia koła podatnego oraz przyjęty model numeryczny MEB wykorzystany w obliczeniach przedstawiono w pracy [3].

Przeprowadzono także analizę wpływu cech konstrukcyjnych koła podatnego: względnej deformacji promieniowej w_o/m i względnej grubości powłoki g/d_f oraz cech konstrukcyjnych zarysu odniesienia na wartości naprężeń w dnach wrębów międzyzębnych wieńca zębatego.

2. ANALIZA STANU NAPRĘŻENIA W DNACH WRĘBÓW WIEŃCA ZĘBATEGO KOŁA PODATNEGO

Obliczenia numeryczne wykonane w pracy w wieńcu zębatym przekładni falowej dotyczą koła podatnego o następujących parametrach:

 $z_1 = 292$ - liczba zębów wieńca,

m = 0,419 mm - moduł,

 $d_f = 120 \text{ mm}$ - średnica wewnętrzna,

g = 1,48 mm - grubość ścianki pod uzębieniem,

 $x_1 = 3,5$

 $w_0 = 0,419 \text{ mm}$ - maksymalne odkształcenie promieniowe kola.

Przedstawione wyniki dotyczą wpływu na naprężenia następujących cech konstrukcyjnych koła:

- współczynnik przesunięcia zarysu zębów,

- względnej deformacji promieniowej w_o/m \in (0,9; 1; 1,1),

- względnej grubości g/d_f \in (0,009; 0,012; 0,015)

oraz wpływu względnych wartości: promienia zaokrąglenia głowy narzędzia ρ_{ao} i wysokości głowy narzędzia h_{ao} . Przeanalizowano wpływ ρ_{ao} , przyjmując następujące jego wartości $\rho_{ao} \in (0,2; 0,25; 0,3; 0,38)$. Uzębienie wieńca koła podatnego wykonano przy założeniu zarysu odniesienia o następujących parametrach:

- kąt zarysu

$$\alpha_{\rm on} = 20^{\circ}$$

- względny promień zaokrąglenia głowy narzędzia $\rho_{ao} = 0,2 - 0,38$,

- względna wysokość głowy narzędzia $h_{ao} = 1,25; 1,35.$

Rozpatrzono wpływ przyjętych parametrów na wartości naprężeń w dnach wrębów międzyzębnych wieńca, w przypadku pracy przekładni bez obciążenia zewnętrznego oraz przy obciążeniu nominalnym. Na rys. 1 ukazano przykładową deformację koła podatnego pod wpływem przyłożonego obciążenia od generatora fali i sił międzyzębnych. Przedstawione na rys. 1 wyboczenie koła podatnego w odpowiednim obszarze potwierdza poprawność przyjętego modelu numerycznego. Przykładowy zarys dna wrębu międzyzębnego przy $\rho_{ao} = 0,38$, z zaznaczoną numeracją węzłów siatki MEB, przedstawiono na rys. 2. Punkt obliczeniowy "A" (na rysunkach) odpowiada maksymalnej wartości naprężenia w pobliżu dna wrębu, natomiast punkt "B" wartości naprężenia w stopie zęba. Na rys. 3 pokazano rozkłady naprężeń w dnie wrębu, w zależności od przyjętych rodzajów mechanicznych generatorów fali. Ze względu na stan naprężenia, korzystne jest stosowanie generatorów krzywkowych lub tarczowych, które powodują że wartości naprężeń w dnie wrębu są zbliżone - odpowiednio niższe niż przy zastosowaniu generatora rolkowego. Pozostałe wyniki obliczeń,

przedstawione na rys. od 4 do 6, dotyczą współpracy koła podatnego z generatorem krzywkowym.

Wpływ cech konstrukcyjnych koła podatnego, względnej grubości powłoki g/d_f i względnej deformacji promieniowej w_o/m przedstawiono odpowiednio na rys. 4 i 5.



Rys. 1. Deformacja koła podatnego Fig. 1. Deformation of flexspline



Rys. 2. Przykładowy wrąb międzyzębny z zaznaczoną numeracją węzłów siatki MEB przy $\rho_{ao} = 0,38$ Fig. 2. The base of a tooth with BEM node for $\rho_{ao} = 0,38$

Wpływ na naprężenia względnych wartości: promienia zaokrąglenia głowy narzędzia ρ_{ao} oraz wysokości głowy narzędzia h_{ao} , przy założeniu optymalnych wartości cech konstrukcyjnych koła podatnego: względnej deformacji promieniowej $w_0/m = 1$ oraz względnej grubości koła g/d_f = 0,012, przedstawiono na rys. 6.



Rys. 3. Rozkłady naprężeń w dnie wrębu międzyzębnego w zależności od generatora fali, przy założeniach: $g/d_f = 0,012$; $w_0/m = 1$; $M_{nom} = 0$

Fig. 3. The diagram of stress of base a tooth with: $g/d_f = 0.012$; $w_0/m = 1$; $M_{nom} = 0$



Rys. 4. Rozkłady naprężeń w dnie wrębu międzyrębnego, przy założeniach: $w_o/m = 1$; $M_{nom} = 0$ Fig. 4. The diagram of stress of base a tooth with: $w_o/m = 1$; $M_{nom} = 0$



Rys. 5. Rozkłady naprężeń w dnie wrębu międzyrębnego, przy założeniach: $g/d_f = 0,012$; $M_{nom} = 0$ Fig. 5. The diagram of stress of base a tooth with: $g/d_f = 0,012$; $M_{nom} = 0$





Fig. 6. The diagram of stress of base a tooth with: $g/d_f = 0,012$; $w_0/m = 1$; $M_{nom} = 0$



Rys. 7. Zarysy boczne zębów przy: a) $\rho_{ao} = 0,1$; b) $\rho_{ao} = 0,38$ Fig. 7. The lateral contour line of the tooth gear for: a) $\rho_{ao} = 0,1$; b) $\rho_{ao} = 0,38$

3. PODSUMOWANIE

W artykule przedstawiono obliczenia wytrzymałościowe zębów wieńców zębatych koła podatnego przekładni dwufalowej z wykorzystaniem MEB. W przeprowadzonej analizie numerycznej rozpatrywano wpływ cech konstrukcyjnych koła podatnego oraz cech konstrukcyjnych zarysu odniesienia na wartości naprężeń we wrębach międzyzębnych wieńca. Uzyskane wyniki obliczeń numerycznych odpowiadają jakościowo wynikom zamieszczonym w literaturze [4, 5]. Analizując wyniki obliczeń można podać następujące wnioski:

1. Ze względu na stan naprężenia w dnach wrębów korzystne jest stosowanie generatorów krzywkowych lub tarczowych (rys. 3).

Miejscem narażonym na wzrost wartości naprężeń są dna wrębów międzyzębnych wieńców zębatych. Wartości naprężeń w stopie zęba są odpowiednio mniejsze od naprężeń występujących w pobliżu dna wrębu, co odpowiada wynikom badań doświadczalnych [1].
Wzrost względnej grubości powłoki (rys. 4) oraz wzrost względnej deformacji promieniowej (rys. 5) powodują zwiększenie wartości naprężeń w dnach wrębów międzyzębnych wieńca.

4. Zmniejszenie wartości promienia zaokrąglenia głowy narzędzia powoduje zmianę szerokości wrębu, skrócenie krzywej przejściowej w stopie zęba i zmniejszenie grubości zęba u podstawy (rys. 7), co prowadzi do zwiększenia wartości naprężeń. Wpływ względnego promienia zaokrąglenia głowy narzędzia na wartości naprężeń jest jednak nieznaczny (rys. 6).

Literatura

- 1. Nalepa A.: Stan naprężeń w tulejach podatnych zębatych przekładni falowych. Przegląd Mechaniczny, nr 11, 1976.
- 2. Wilk A., Matyja T.: Zastosowanie MEB do wyznaczania naprężeń w podstawie zębów kół wewnętrznych uzębionych. XVII Sympozjum PKM, Lublin-Nałęczów 1995.
- 3. Folęga P., Wilk A.: Analiza stanu naprężeń wieńca zębatego tulei podatnej przekładni falowej z wykorzystaniem MEB. Materiały XIII Konferencji metody i środki projektowania wspomaganego komputerowo. Politechnika Warszawska, listopad 2001.
- 4. Kocoba H. B.: Koncentracija napriaženija zubczatyjowo wienca gibkogo kolesa wołnowoj peredaczi. Maszinostrojenije, nr 3, 1982.
- 5. Suvalov S. A., Gorelov V. N.: Stress in the Flexible Gear by Finite Element Method. Maszinostrojenije, nr 1, 1983.

Recenzent: Prof. nzw. dr hab. inż. Zbigniew Dąbrowski

Praca wykonana w ramach BW-489/RT2/2007