Seria: GÓRNICTWO E. 190

Nr kol. 1088

1990

Ewa MAŁYSA<sup>I)</sup> Ewa PASZKOWSKA<sup>II)</sup> Wiktor PUDŁO<sup>I)</sup>

ZMIENWOŚĆ PARAMETRÓW RÓWNAŃ OKREŚLAJĄCYCH ZALEŻNOŚĆ ZAWARTOŚCI POPIOŁU OD GĘSTOŚCI FRAKCJI DENSYMETRYCZNYCH WEGLA

Streszczenie. W pracy przedstawione analizę zmienności współczynników a, b oraz p, q równań sproksymant hiperbolicznej i liniowej zależności zawartości popiołu od gęstości frakcji węglowych, a także odpowiadających im współczynników korelacji r i  $r^1$  w odniesieniu do szerokości przedziału gęstości. Za zmienną niezależną przyjmowano gęstość pozorną p. – wynikającą z rozdziału w cieczach ciężkich oraz wyzmaczoną piknometrycznie gęstość rzeczywistą p. Stwierdzone, że między współczynnikami a i b oraz p i q zachodzą bardze wyraźne zależności liniowe. Opisano również zależność różnicy gęstości  $p_{\rm p} - p_{\rm r}$  od  $p_{\rm r}$ .

Prace nad zależnością pomiędzy zawartością popiołu w wąskich frskcjach densymetrycznych węgla a ich gęstością prowadzone są w Instytucie Przeróbki i Wykorzystania Surewców Mineralnych AGH od pięciu lat. Jak wiadomo [1, 5], zależność tę meżna aproksymować zarówno funkcją liniową

 $\lambda = p p + q , \qquad (1)$ 

jak i hiperboliczną

$$\lambda = \mathbf{b} - \mathbf{a}/\mathbf{o} \tag{2}$$

Celem naszych badań jest analiza własności współczynników określających tę zależność. W szczególności badane są w ramach tych prac zależneści pomiędzy współczynnikami a i b oraz p i q aproksymat (1) i (2), zależności tych współczynników od rodzaju węgla i zawartości pewnych domieszek, wreszcie określenie szerekości przedziałów gęstości  $\Theta =$ = ( $\varphi_{\min}$ ,  $\varphi_g$ ), w obrębie których aproksymanty (1) i (2) przybliżają wyniki eksperymentów z odpowiednią dokładnością. Ostatni problem wymaga porównania znacznej ilości aproksymant, które wyznaczone opierając się na różnych

<sup>x)</sup>Instytut Przeróbki i Wykorzystania Surewców Mineralnych, AGH Kraków. <sup>XX)</sup>Instytut Matematyki AGH Kraków. ce de ileści i jakości zbierach punktów doświadozalnych ( $\rho$ ,  $\lambda$ ). Peprawna jego realizacja jest więc wykonalna, w przypadku gdy dla badanego węgla dyspenujemy edpowiednie dużą ileścią meżliwie dekładnych wyników eksperymentalnych, a także mamy meżliwość kerzystania z elektronicznej techniki ebliczeniewej. Dla uzyskania dużej ileści dokładnych wyników próbkę każdego z węgli, na których prowadzono główne badania dzielone na 25-30 frakcji deneymetrycznych, przy czym szerokość większeści z nich wynesiła 0.05 Mg/m<sup>3</sup>.

Odstępstwe od tej zasady stanowiły frakcje najcięższe (+2,4 Mg/m<sup>3</sup>), gdzie przyjmowano szerokość 0,1 Mg/m<sup>3</sup> i najlżejsze (-1,3 Mg/m<sup>3</sup>), gdzie je bardziej zawężano (de 0,02-0,03 Mg/m<sup>3</sup>). Wydzielene frakcje odpowiednie rozdrabniano, a następnie oznaczane piknometrycznie gęsteść eraz zawartość popiełu i siarki pirytowej. Wszystkie obliczenie wykonano na mikrokomputerze marki Schneider PCW 8256.

Badania tego redzaju przeprowadzone na 8 miałach węglowych kepalń wyszczególnienych w tabeli 1. Rozdzielane w każdym przypadku klasę ziarnową 6-2 mm, w wodnych reztworach chlerku cynku; frakcje o gęsteściach większych od 1,9 Mg/m<sup>3</sup> - w reztworach bremoformu. Obek wymienienych wyżej deświadczeń, dla perównania, wykerzystano wyniki rezdziału w cieczach ciężkich 5 innych węgli, w tych przypadkach ileść frakcji na egół była mniejsza.

Tabela 1

ł	konalaia	ł	typ	1	średnia	zavartość		1	ilość	1	zależność hiperboliczna					za	zależność lifiowa			
1	vopernie	ļ	asõja	1	popiołu	1	pirytu	1	i frakcji	1	0n		ß'n	1	Rn I	Œ١	1	₿ i		Rı
1	luiek	ł	32.2	1	14,88	!	0.59	ł	23	1	1,36	1	9,65	1	0,9996	0.70	ļ	-9,32	-0	,9920
1	Piast	ł	31.2	ł	16.13	1	0.65	ł	22	÷	1,33	1	7.29	E	0,9998 !	0.75	ł	-5,82	-0	.9363
1	laworzno	ŧ	31.2	ł	20.56	ł	3,19	ł	23	Į.	1,38	ł	10,92	ł	0,9999 !	0.72	ł	~6.52	-0	.9373
1	Debieńsko	1	34.2	ł	51.75	Į	1,20	í	24	Į	1,31	1	10.85	!	0,9989 !	0.74	ł	-9.75	~0	, 9965
ł	Brzeszcze	E	32.1	ł	24.16	÷	2,81	ţ	30		1,37	ļ	11,92	ł	0,9993 !	0.71	1	-8,95	-0	.9933
1	Janina	ł	31.1	ł	16.51	ł	-	ł	30	ţ	1.37	1	13,03	ł	0,9998	0,73	1	-7.34	-0	.9975
İ.	Janina II	ł	31.2	ţ	9,43	ł	4.38	ł	27	ł	1,33	1	10.98	i.	0.9993 !	0,67	1	-12,70	-0	,9946
1	Siersza	i.	31,2	1	17,72	ŧ	5,14	!	30	1	1,38	1	18,07	1	0,9995 !	0,63	1	-16.89	-0	. 9950

## Wiasneści badanych węgli eraz wartości współczynników $\alpha$ , $\beta$ , R zależneści (4) i (5)

W wyniku przeprowadzonych analiz dla każdej frakcji otrzymano zespół 4 liczb:  $\lambda$  - zawartość pepiołu, S - zawartość siarki,  $\rho_r$  - gęsteść rzeczywista (wyznaczona piknometrycznie) eraz  $\rho_p$  - gęsteść pozorna (wyznaczona jake średnia arytmetyczna gęsteści granicznych poszczególnych frakcji). Wydzielene frakcje każdego z węgli uperządkewane według resnących warteści  $\rho_p$ , otrzymując ciąg frakcji  $\rho_1, \ldots, \rho_n$ , następnie z każdego ciągu utwerzene ciąg przedziałów densymetrycznych  $\Theta_k$ ,  $\Theta_s, \ldots, \Theta_n$  w taki spesób, że przedział  $\Theta_k$  tworzyły 4 kolejne frakcje densymetryczne o najniż-

98



Rys. 1. Wykresy zależności współczynnika korelacji  $r_p^h(o_p)$  od górnej granicy przedziału gęstości Fig. 1. Graphs of the dependence of the cerrelation coefficients  $r_p^h(o_p)$ on upper limit of the density interval

szych gęstościach, a każdy i-ty przedział i kolejnych frakoji o gęstościach  $\rho_i - \rho_i$ . Na podstawie wartości  $\rho_{pj}$  oraz  $\lambda_j$  obliczono dla każdego z przedziałów współczynniki a i b zależności hiperbolicznej -  $\lambda_{(Q)}^{h}$  oraz p i q zależności liniowej -  $\lambda^{1}(Q)$ ; w każdym przypadku określono również dekładność aproksymacji za pomecą współczynnika korelacji r. Obliczenia powyżeze powtórzono, przyjmując jako p kolejne wartości  $p_r$  i nawiązując do punktów ( $\rho_{rj}$ ,  $\lambda_j$ ). W ten spesób każdemu z badanych węgli przyporządkowano cztery ciągi funkcji:

$$\lambda_{pi}^{h}(\rho), \ \lambda_{pi}^{1}(\rho), \ \lambda_{ri}^{h}(\rho), \ \lambda_{ri}^{1}(\rho), \ i = 4, \dots, n.$$

Na rys. i i 2 przedstawieco wykresy zależneści współczynników korelecji r<sub>p</sub> od  $\rho_{\rm g}$  - górnej granicy przedziałów  $\Theta_{\rm i}$  dla węgli z kopalń Wujek, Jawerzno, Brzeszcze, Janina, Janina II i Siersza. Wykresy te wskazują, że współczynniki r<sup>h</sup>( $\rho_{\rm g}$ ) i r<sup>1</sup>( $\rho_{\rm g}$ ) wzrastają silnie dla wąskich



100



Fig. 2. Graphs of the dependence of the correlation coefficients  $r_p^1(o)$  on upper limit of the density interval

przedziałów  $\Theta$  wraz ze wzrostem  $\varphi_{,}$  przy szerszych przedziałach następuje je ich stabilizacja, zaś dla dużych wartości  $\varphi_{,}$  (>2,3 Mg/m<sup>3</sup>) następuje pewolny ich spadek. Osiągane maksymmine wartości  $r(\varphi_{,})$  maleją ze wzrostem zawartości pirytu w węglu, a przedział stabilizacji przesuwa się w kierunku większych wartości  $\varphi_{,g}$ . Spadek wartości wepółczynnika  $r^{1}(\varphi_{,})$  jest przy dużych wartościach  $\varphi_{,g}$  silniejszy niż dla wepółczynnika  $r^{2}(\varphi_{,})$ .

Wykresy wskazują, że współozynniki aprokeymant należy obliczać, opierając się na wartościach dla o z przedziału pośredniego, którego dolna granica zależy od rodzaju węgla. Przedział ten dla aproksymant biperbolicznych jest na ogół szerszy, niż dla liniowych, przy czym maksymalne dekładności aproksymacji są praktycznie jednakowe dla obu typów apreksymant.

Analiza zależności współczynników b i p aproksymant hiperbolicznej i liniowej [2] dla badanych węgli od gęstości og wskazuje, że dla małych ezerokości przedziałów  $\Theta$  wzrastają one silnie ze wzrostem  $\rho_g$ , zaś dla szerezych  $\Theta$  współozynniki b wzrastają nadal, lecz znacznie wolniej lub się stabilizują, zaś współozynniki p osiągają maksima, a przy dalezym wzroście p<sub>g</sub> silnie maleją. Przedziały silnego wzrostu zależneści b $(\rho_g)$ rezezerz ją się ze wzrostem zawartości pirytu w węglu. Ogólnie, można powiedzieć, że wartości b $(\rho_g)$  dla węgli zaslarczenych są niższe niż dla węgli o małych zawartościach siarki.

Wartości współczynników  $b_p(\rho_g)$  dla funkcji  $\lambda_p^h(\rho)$  różnią się na ogół od wartości  $b_r(\rho_g)$  dla funkcji  $\lambda_r^h(\rho)$ . Stwierdzono, że dla węższych przedziałów  $b_r < b_p$ , zaś dla szerszych odwrotnie. Dla każdego węgla istnieją przedziały, dla których  $b_r \simeq b_p$ . Relacje między współczynnikami  $p_r$ i  $p_p$  są przeciwne. Vartości współczynnika korelacji  $r_r$  są dla funkcji  $\lambda_r^h(\rho)$  wyższe niż  $r_p$ , zaś dla funkcji  $\lambda_r^1(\rho)$  odwretnie, przy czym różnice  $|r_r - r_p|$  są dla węgli słabo zasiarczonych bardzo niewielkie (ok. 0,002), dla węgli silnie zasiarczonych na ogół znacznie większe (do 0,06).

Dla określenia wielkości różnic pomiędzy funkcjami  $\lambda^{\rm h}(\phi_{\rm p})$  i  $\lambda^{\rm h}(\phi_{\rm r})$  oraz  $\lambda^{\rm h}(\phi_{\rm p})$  i  $\lambda^{\rm h}(\phi_{\rm r})$  przeprowadzone porównanie tych zależności ebliczonych w szerokich przedziałach  $\Theta$ , przy odpowiednio wysokich wepółczynnikach korelacji r (r = 0,97±0,99). Porównując wykresy hiperbol i prostych [2] stwierdzamy, że różnice rzędnych  $\lambda^{\rm h}_{\rm p} - \lambda^{\rm h}_{\rm r}$  i  $\lambda^{\rm h}_{\rm p} - \lambda^{\rm h}_{\rm r}$  wzrastają ze wzrostem  $\rho$ , przy czym są zawsze dodatnie. Np., dla  $\rho > 2,5$  Mg/m<sup>3</sup> max $(\lambda^{\rm h}_{\rm p} - \lambda^{\rm h}_{\rm r}) \simeq 10\%$ , zaś max $(\lambda^{\rm h}_{\rm p} - \lambda^{\rm h}_{\rm r}) \simeq 7\%$ . Jeśli natomiast ograniczymy się do  $\rho < 2$  Mg/m<sup>3</sup>, to max $(\lambda^{\rm h}_{\rm p} - \lambda^{\rm h}_{\rm r}) \simeq 5\%$ , zaś max $(\lambda^{\rm h}_{\rm p} - \lambda^{\rm h}_{\rm r}) \simeq 6\%$ . Są te wzzakże wyniki oparte na porównaniu aproksymant dla niewielkiej ilości węgli krajowych.

Porównania różnie wartości  $\rho_{\rm r} - \rho_{\rm p}$  dla różnych węgli wskazują, że duże różnice występują niekiedy w przypadku frakcji o niekich gęstościach  $(\rho_{\rm r} < 1,35 \text{ Mg/m}^3)$ , lub przy wysokich gęstościach  $(\rho_{\rm r} > 1,6-1,9 \text{ Mg/m}^3)$ . Jak wykazane w przypadku kilku spośród badanych węgli, dla  $\rho_{\rm r}$  należących do tego ostatniego przedziału zachodzi zależność liniowa [3]:

$$\Delta \mathbf{\hat{q}} = \mathbf{\hat{q}}_{\mathbf{r}} - \mathbf{\hat{q}}_{\mathbf{p}} = \mathbf{\hat{q}}_{\mathbf{r}} + \mathbf{n}_{\mathbf{r}}$$
(3)

Przy analizie tej zależności egraniczeno się do tych przedziałów, gdzie  $q_r - q_p > 0.04 \text{ Mg/m}^3$ , a więc jest wyraźnie większa od ewentualnego błędu pomiaru. Współozynnik korelacji zależności (3) wahał się w granicach 0.88-0.96. Stwierdzone ponadto, że zależność (3) nie obowiązuje na ogóź dla  $q_r$  większych od pewnej wartości  $\simeq 2.5 \text{ Mg/m}^3$ .

Dalszym problemen, którogo analizę przeprowadzono opierając się na wykonanych doświadczeniach, jest zalsżność pemiędzy parametrami a i b oraz p i q określenymi dla przedziałów  $\Theta$  różnej szerekcići. Jak się ekazuje obie te zależności spełniają równania:

$$a = \sigma_h b + \beta_h$$
 (4)

 $p = \alpha_1 q + \beta_1$ 

gdzie  $\alpha_h$ ,  $\beta_h$ ,  $\alpha_1$  i  $\beta_1$  są stałymi charakterystycznymi dla badanego węgla. W tabeli i zestawiono dla 8 węgli wartości  $\alpha_h$ ,  $\beta_h$ ,  $\alpha_1$  i  $\beta_1$  oraz współczynniki korelacji  $R_h$  i  $R_1$  dla tych zależności, podając stepień uwęglenia, średnie zawartości popiolu i pirytu a ponadto ilość punktów ( $\rho_1$ ,  $\lambda_1$ ), na których oparto się, obliczono współczynniki a i b oraz p i q. Z zestawienych danych wynika, że zależność pomiędzy współczynnikami aproksymant liniowej, jak i hiperbolicznej funkcji  $\lambda(\rho)$  meżna z dużą dokładnością uznać za liniową.

Pomiędzy współczynnikami  $\alpha_h$  i  $\beta_h$  nie można stwierdzić zależności; wyraźniejszy związek kształtuje się między współczynnikami  $\alpha_1$  i  $\beta_1$  ze wzrostem  $\alpha_1$  maleje bezwzględna wartość  $\beta_1$ . Niewielka ilość danych uniemożliwia czasowo dokładniejsze określenie tej relacji. Nie stwierdzono również jednoznacznej zależności któregokolwiek ze współczynników od typu węgla lub zawartości popiołu. Można natomiast zauważyć, że o ile wartości  $\beta_1$  są średnie nieznacznie większe od wartości  $\beta_h$ , to  $\alpha_h$  są w przybliżeniu dwukrotnie wyższe od średnich wartości  $\alpha_1$ . Z kolei przedziały zmienności  $\beta_1$  i  $\beta_h$  są sobie równe, natomiast zmienność współczynników  $\alpha_1$  jest dwukrotnie większa niż zmienność  $\alpha_h$ .

Stwierdzenie zależności (4) ma dodatkowe znaczenie. Jak wiadomo [4, 5], w wyprowadzeniu zależności hiperbolicznej  $\lambda$  od  $\rho$  przyjmuje się założenie, że zawartość popiołu jest proporcjonalna do zawartości części mineralnych, (M =  $A\lambda$ ), co w konsekwencji prowadzi do związku

 $b = a/\rho_0, \tag{6}$ 

gdzie  $\rho_{\rm e}$  oznacza gęstość substancji organicznej. Zależneść (4), w której otrzymujemy  $\beta_{\rm h} \neq 0$  przeczy temu zależeniu i sugeruje zależność lipniową

$$M = A\lambda + B, \tag{7}$$

gdzie M oznacza masę substancji mineralnej zawartej w materiale. Stwierdzona zależność świadczy o większej niejednorodności składu substancji mineralnej niż te się zakłada przy wyprowadzeniu równania (1). Współczynnik  $\alpha_h$  występuje w równaniu (4) jako gęstość substancji organicznej  $\rho_0$ , tzn. gęstość frakcji o zawartości popielu równej 0. Jak widać z zestawień zamieszczonych w tabeli 1 otrzymane wartości  $\alpha_h$  odpowiadają oczekiwanym wartościom  $\rho(0)$  - gęstości odpowiadającej frakcji o zawartości popielu  $\lambda = 0$ . Zakładając, że współczynnik B w równości (7) jest bliski zeru, daje to wynik zgodny z zależnością

Zmienność parametrów równań.

$$\varphi(0) = \left(\frac{1}{\rho_{0}} - B\left(\frac{1}{\rho_{m}} - \frac{1}{\rho_{0}}\right)\right)^{-1},$$
(8)

wymikająca ze związku (7).

## LITERATURA

- [1] Górny W., Guzenda Z., Jardel L.: Pomiar gestoáci árednich sortymentów wegla w zastosowaniu do wyznaczania w nich zawartości popiołu. Mechanizacja i automatyzacja górnictwa. Nr 10 (154). 1981. str. 27-33.
- [2] Małysa E., Paszkowska E., Pudło W.: Zależność pomiędzy porowatością a gęstością frakcji densymetrycznych węgla. ZN AGH, Nr 1262. Górnictwo z. 146. Kraków 1989. s. 43-53.
- [3] Małysa E., Paszkowska E., Pudlo W.: Dependence of the Ash Content on Real and Apparent Densities of the Densimetric Fractions. Archiwum Górnictwa Vol. 34, 4/1989. s. 729-741.
- [4] Paszkowska E., Pudło W.: Określenie aproksymanty hiperbolicznej i liniowej zależności zawartości popiołu od gęsteści frakcji węglowych. W przygotowaniu.
- 5 Stepiński W.: Wzbogacanie grawitacyjne. Skrypt PWN, 1964.

ИЗМЕНЧИВОСТЬ ПАРАМЕТРОВ УРАВНЕНИЙ ОПРЕДСЛЯЮЩИХ ЗАВИСИМОСТЬ ЗОЛЬНОСТИ УГЛН ОТ ПЛОТНОСТИ ДЕИСИМЕТРИЧЕСКИХ ФРАКЦИЙ

## Резюме

В работе представлен анализ переменчивости коеффициентов а, ь и р, q уравнений гиперболически и линейно аппроксимирующих зависимость зольности от плотности фракций угля, а также соответствующих им коеффициентов корреляции r<sup>b</sup> и r<sup>1</sup> отнесеных к ширине интервала плотности. За независимую переменную принято мнимую плотность ор получену из разделения в тяжелых жидкостях или действительную плотность ор получену из разделения в тяжелых жидкостях или действительную плотность ор определенную пикнометрическим методом. Установлено, что ксеффициенты а и ь а также р и q связаны очень четкой линейной зависимостью. Кроме того описано зависимость разницы плотностей ор ор от плотности ор.

VARIABILITY OF THE PARAMETERS OF THE EQUATIONS DESCRIBING A DEPENDENCE OF THE ASH CONTENT ON THE DENSITY OF THE DENSIMETRIC FRACTIONS OF COAL

## Summary

The paper presents an analysis of the variability of the parameters a, b and p, q of the equations of hyperbolic and linear approximations of the dependence of the ash content on density of the coal fractions, as well as corresponding to them the correlation coefficients  $r^b$  and  $r^l$ in respect to the width of the density interval. The apparent density  $\gamma_p$ obtained from the separation in heavy liquids or the real density  $\gamma_r$  measured by pycnometric method were taken as iddependent variable. It was established, that a very distinct linear dependence exists between coefficients a and b as well as between p and q. The dependence of the difference of densities  $\rho_p - r_r$  on the  $\rho_r$  is also described.