ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1975

Seria: Hutnictwo z. 6 Nr kol. 440

Jacek Mazurkiewicz

Instytut Inżynierii Materiałowej
Politechniki Śląskiej

NAPRĘŻENIA W TAŚMIE WIELOWARSTWOWEJ PODCZAS WALCOWANIA

Streszczenie: Opracowano teoretycznie dopuszczalne modele odkształcenia w procesie walcowania taśmy trójwarstwowej. Wyznaczono strefy obciążeń i naprężenia w nich występujące. Wykazano istnienie strefy dotychczas w literaturze nie opisywanej. Podano miejsce położenia i wielkość naprężeń w niej występujących.

Wykaz stosowanych oznaczeń

h - wysokość (grubość) taśmy

L - długość rzutu łuku styku metalu z walcem na płaszczyznę środkową taśmy

Θ - względny udział grubości pojedynczej warstwy w taśmie

Δh - gniot bezwzględny

γ - współczynnik gniotu

β - współczynnik poszerzenia

φ - gniot rzeczywisty

σ - naprężenie normalne

τ - naprężenie styczne

σ_p - naprężenie uplastyczniające w jednoosiowym stanie naprężeń

$\sigma_p^* = \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_p$ - naprężenie uplastyczniające w płaskim stanie odkształceń

Wskaźniki dodawane do powyższych oznaczeń odnoszą je:

p,k - kolejno do płaszczyzny wejścia, wyjścia

i - do warstwy i-tej

i,i-1 - do granicy pomiędzy warstwami i oraz i-1

(i) - do strefy i

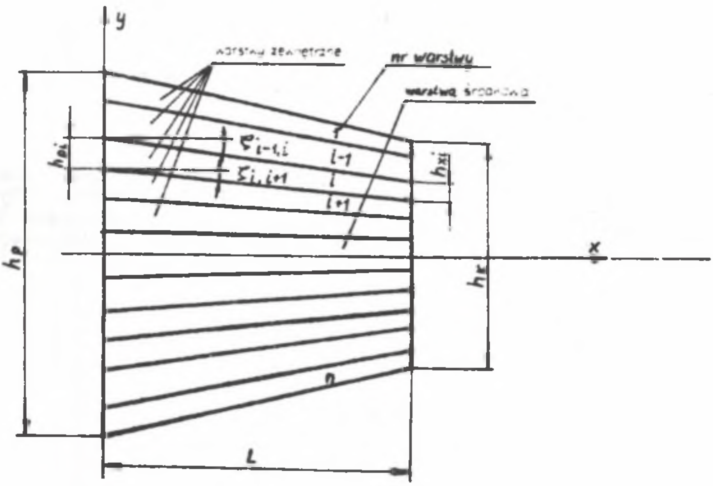
(i,i-1) - do granicy pomiędzy strefami i oraz i-1

x,y,z - oraz ich kombinacje przyjęto jak w teorii plastyczności

Brak wskaźnika warstwy lub strefy przyporządkowuje oznaczenia całej taśmie.

1. Wprowadzenie

W celu opracowania warunków odkształcenia taśmy wielowarstwowej symetrycznie niejednorodnej plastycznie wyznaczono naprężenia występujące w niej podczas walcowania. Sposób wyznaczenia przedstawiono poniżej. Odkształcenie jak i model taśmy przyjęto zgodnie z rys. 1.



Rys. 1. Schemat odkształcenia taśmy wielowarstwowej (n)

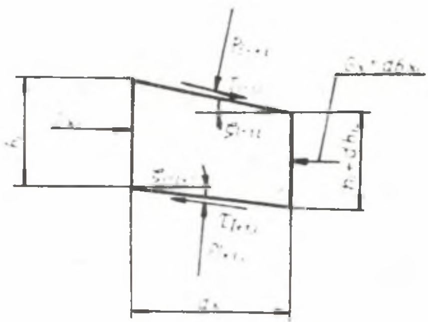
Założono równomierność odkształcenia wszystkich warstw. Ponieważ poszerzenie jak też ich wydłużenie jest identyczne, gniot musi być ten sam dla wszystkich warstw. Zjawisko to występuje w przypadku $\frac{b}{h}>10$ i długości większej od szerokości kiedy współczynnik poszerzenia zbliża się do jedności.

Dla takich warunków odkształcenia taśmy wyizolowano z jej i-tej, warstwy element i obciążono siłami jak na rys. 2a i 2b. Równanie równowagi sił działających na ten element, po uwzględnieniu warunku plastyczności przedstawia zależność (1).

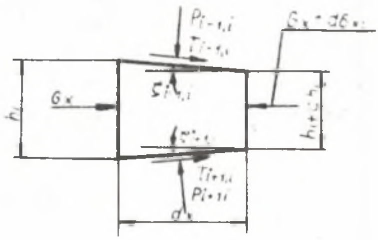
$$- h_i \frac{d\sigma_{xi}}{dx} + \sigma^*_{pi} \frac{dh_i}{dx} + \tau_{i-1,i} - \tau_{i+1,i} = 0 \tag{1}$$

W przypadku gdy i-ta warstwa jest środkowa rys. 2b, $\tau_{i+1,i} = -\tau_{i-1,i}$. Według założeń Siebla przyjęto na powierzchni taśmy bezwzględną wartość naprężenia stycznego równą

$$\tau_{i-1,i} = \sigma^*_{pi}\, \alpha_{i-1,i} \tag{2}$$



Rys. 2a. Obciążenie elementu w i-tej zewnętrznej warstwie



Rys. 2b. Obciążenie elementu i-tej warstwy środkowej

Na podstawie wyników opracowania (1) założono liniową zmianę naprężeń stycznych wzdłuż wysokości, spowodowało to uzmiennienie $\alpha_{i-1,i}$ wg zależności

$$\alpha_{i-1,i} = \alpha_{0,1} - \frac{\sigma_{p1}}{\sigma_{pi}} \left(1-2\sum_{j=1}^{i-1} \Theta_j\right) \tag{3}$$

Uzupełniając równanie (1) zależnościami (2) i (3) otrzymano następujący opis poosiowych (wzdłuż kierunku walcowania) naprężeń normalnych

$$\sigma_{xi} = -\sigma^{*}_{pi} \left(1 - \frac{2\sigma_{p1}\, L}{\sigma_{pi}\,\Delta hi} \alpha_{0,1}\, \Theta_i\right) \ln \Theta_i h + C_i \tag{4}$$

2. Strefy obciążenia

Obszar pojedynczej warstwy, w którym nie zmieniają znaku naprężenia styczne występujące na jej powierzchni nazwano strefą obciążenia a w skrócie strefą. Kombinacja znaków naprężeń stycznych na powierzchniach warstw powoduje powstanie czterech typów zależności opisujących naprężenia normalne w badanych strefach. Szczególnym przypadkiem wyżej omówionych zależności są opisy stref, warstw środkowych charakteryzujących się symetrycznym obciążeniem obu swych powierzchni.

Wszystkie wyżej omówione strefy są zaznaczone na rys. 3 do 8 cyframi od 1 do 6.

Zależności opisujące naprężenia $\sigma_{xi(k)}$ w "i tej" warstwie i strefie "k" podano poniżej:

Strefa 1 $\tau_{i-1,i} < 0; \quad \tau_{i+1,i} < 0$

$$\sigma_{xi(1)} = -\sigma^*_{pi} \cdot \left[1 + \frac{\sigma_{p1}}{\sigma_{pi}} \circ \frac{2L}{\Delta h_i} \cdot \alpha_{0,1} \cdot (1 - \Theta_i - 2\sum_{j=1}^{i-1} \Theta_j)\right] \cdot \ln\Theta_i \cdot h + C_{i(1)}$$

Strefa nr 2 $\tau_{i-1,i} < 0; \quad \tau_{i+1,i} > 0$

$$\sigma_{xi(2)} = -\sigma^*_{pi} \cdot (1 + \frac{\sigma_{p1}}{\sigma_{pi}} \cdot \alpha_{0,1} \cdot \frac{2L}{\Delta h_i} \cdot \Theta_i) \cdot \ln\Theta_i \cdot h + C_{i(2)}$$

Strefa nr 3 $\tau_{i-1,i} > 0; \quad \tau_{i+1,i} < 0$

$$\sigma_{xi(3)} = -\sigma^*_{pi} \cdot (1 - \frac{\sigma_{p1}}{\sigma_{pi}} \cdot \alpha_{0,1} \frac{2L}{\Delta h_i} \cdot \Theta_i) \cdot \ln\Theta_i \cdot h + C_{i(3)}$$

Strefa nr 4 $\tau_{i-1,i} > 0; \quad \tau_{i+1,i} > 0$

$$\sigma_{xi(4)} = -\sigma^*_{pi} \cdot \left[1 - \frac{\sigma_{p1}}{\sigma_{pi}} \cdot \alpha_{0,1} \circ \frac{2L}{\Delta h_i}(1 - \Theta_i - 2\sum_{j=1}^{i-1} \Theta_j)\right] \cdot \ln\Theta_i \cdot h + C_{i(4)}$$

Strefa nr 5. $\tau_{i-1,i} > 0; \quad \tau_{i+1,i} > 0$

$$\sigma_{xi(5)} = -\sigma^*_{pi} \cdot \left[1 - \frac{\sigma_{p1}}{\sigma_{p_i}} \cdot \alpha_{0,1} \cdot \frac{2L}{\Delta h_i}(1 - 2\sum_{j=1}^{i-1} \Theta_j)\right] \cdot \ln\Theta_i \cdot h + C_{i(5)}$$

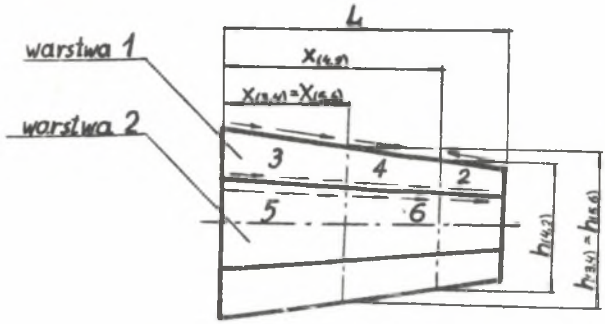
Strefa nr 6 $\tau_{i-1,i} < 0; \quad \tau_{i+1,i} < 0$

$$\sigma_{xi(6)} = -\sigma_{pi} \cdot \left[1 + \frac{\sigma_{p1}}{\sigma_{pi}} \cdot \alpha_{0,1} \cdot \frac{2L}{\Delta h_i} (1 - 2\sum_{j=1}^{i-1} \Theta_j)\right] \cdot \ln\Theta_i \cdot h + C_{i(6)}$$

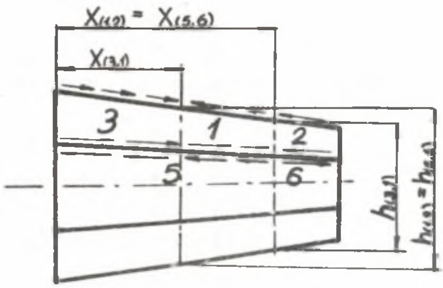
Stałe całkowanie $C_{i(k)}$ zostały obliczone po ustaleniu zasięgu stref środkowych i przyjęciu poniżej opisanych warunków brzegowych. Dla stref znajdujących się na skraju obszaru odkształcenia warunki brzegowe przyjęto jako $\sigma_{y/_{h=hp}} = -\sigma^*_{pp}$ i $\sigma_{y/_{h=h_k}} = -\sigma^*_{pk}$ co znacza, że naprężenia normalne ściskające wzdłuż wysokości dla każdej warstwy w płaszczyźnie wejścia i wyjścia są sobie równe.

3. Granice stref

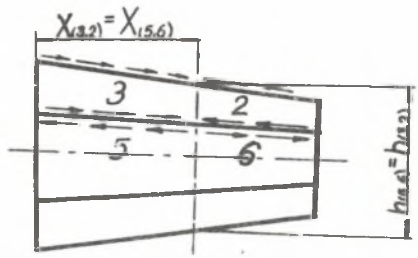
W celu uproszczenia dalszych przeliczeń przyjęto wartości $\sigma_{pk} = \sigma_{pp}$ co jest równoznaczne w tym przypadku z brakiem umocnienia i przyjęciem dla obszaru odkształcenia pewnej średniej wartości σ_p



Rys. 3. Rozkład sił stycznych dla $X_{(5,6)} = X_{(3,4)} < X_{(4,2)}$ oraz $V_{p1} > V_{p2}$



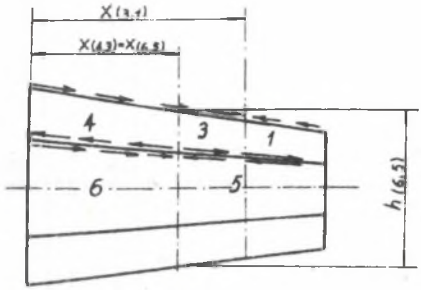
Rys. 4. Rozkład sił stycznych dla $X_{(1,2)} = X_{(5,6)} > X_{(3,1)}$ oraz $V_{p1} > V_{p2}$



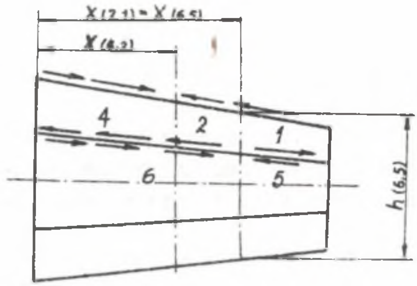
Rys. 5. Rozkład sił stycznych dla $X_{(3,2)} = X_{(5,6)}$ oraz $V_{p1} > V_{p2}$

Przyjęcie tego uproszczenia jest często stosowane i nie wprowadza istotnych zmian w wynikach obliczeń.

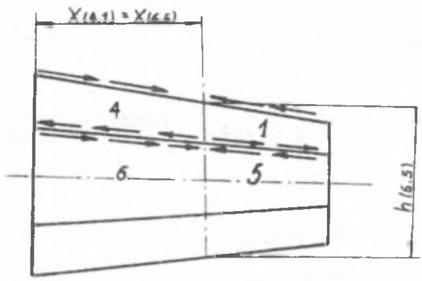
Tak przyjęte warunki brzegowe zezwoliły na obliczenie stałych całkowania dla stref znajdujących się na skraju obszaru odkształcenia. Porównanie naprężeń σ_x dla sąsiednich stref warstwy środkowej $\sigma_{x(5)} = \sigma_{x(6)}$ pozwoliło wyznaczyć położenie granicy tych stref. Granica ta oznaczona przez



Rys. 6. Rozkład sił stycznych przy $X_{(3,1)} > X_{(4,3)} = X_{(6,3)}$ i $V_{p1} < V_{p2}$



Rys. 7. Rozkład sił stycznych przy $X_{(2,1)} = X_{(6,3)} > X_{(4,2)}$ i $V_{p1} < V_{p2}$



Rys. 8. Rozkład sił stycznych przy $X_{(4,1)} = X_{(6,3)}$ i $V_{p1} < V_{p2}$

$h_{(5,6)}$ rys. 3, 4 i 5 lub przy odwrotnej kolejności ułożenia stref rys. 6, 7 i 8 przez $h_{(6,5)}$ pokrywała się z jedną z granic stref środkowej i zewnętrznej np. rys. 3 $h_{(5,6)} = h_{(3,4)}$. Pozwoliło to na wyznaczenie stałych całkowania stref środkowych. Porównanie naprężeń strefy środkowej z naprężeniemi drugiej strefy sąsiedniej np. rys. 3 $\sigma_{x(4)} = \sigma_{x(2)}$ doprowadziło do obliczenia granic między tymi strefami. Po tak przeprowadzonych przeliczeniach otrzymano dla warstwy - wewnętrznej granice pomiędzy strefami 5 i 6 w zależności od kolejności ich ułożenia.

$$h_{(5,6)} = h_p\,\vartheta^{\frac{a_2+1}{2a_2}}$$

$$h_{(6,5)} = hp\,\vartheta^{\frac{a_2-1}{2a_2}}$$

gdzie:

$$a_2 = \alpha_{0,2}\ \frac{2\,L}{\Delta\,h_2}\ \frac{\sigma_{p1}}{\sigma_{p2}}$$

Grubość taśmy na granicach stref wynosi:

$$h_{(3,1)} = h_{(4,2)} = h_p \gamma^{\frac{a_2+1}{2a_2} + \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2}}$$

$$h_{(4,3)} = h_{(2,1)} = h_{(6,5)} = h_p \gamma^{\frac{a_2-1}{2a_2}}$$

$$h_{(3,4)} = h_{(1,2)} = h_{(5,6)} = h_p \gamma^{\frac{a_2+1}{2a_2}}$$

gdzie:

$$a_1 = \alpha_{0,1} \cdot \frac{2L}{\Delta h_1}$$

Weryfikacja przyjętych modeli odkształcenia

Dla sprawdzenia poprawności przyjętych modeli odkształcenia rys. 3 - 8 obliczono długości stref w nich występujących. Względna długość strefy środkowej w zewnętrznej warstwie modelu z rys. 3 wynosi:

$$\frac{x_{(4.2)} - x_{(5.6)}}{L} = \frac{\frac{L}{\Delta h}(h_p - h_{(4.2)}) - \frac{L}{\Delta h}(h_p - h_{(5.6)})}{L} = \frac{\gamma_{(5.6)} - \gamma_{(4.2)}}{1-\gamma}$$

Przeprowadzając porównania analogiczne obliczonych długości innych stref stwierdzono, że niektóre z nich nie istnieją, posiadając długość ujemną. Przypadki takie są równoznaczne z niepoprawności) przyjętych modeli. Na tej podstawie odrzucono modele odkształcenia taśmy trójwarstwowej, zamieszczone na rys. 4 i 7. Modele z rys. 5 i 8, na których brak stref środkowych są jedynie szczególnymi przypadkami modeli z rys. 3 i 6 dla taśmy jednorodnej plastycznie na swej grubości.

Na tej podstawie modele z rys. 3 i 6 uznano za jedynie realne. Model odkształcenia z rys. 3 odpowiada taśmie o warstwach zewnętrznych miękkich tj. o mniejszej granicy plastyczności i warstwie środkowej twardszej, tj. o większej granicy plastyczności. Model ten oznaczono symbolem mtm w przeciwieństwie do modelu z rys. 6 o symbolu tmt. Rozkład własności plastycznych taśmy modelowanej wg mtm jest odwrotny względem tmt, co jest równoznaczne ze zmianą warstw twardszych na miękkie i miękkich na twardsze.

Występowanie w modelach mtm i tmt strefy środkowej umieszczonej w zewnętrznej warstwie zostało teoretycznie potwierdzone poprzez wyznaczenie jej rzeczywistej długości. Udział tej strefy przy zróżnicowanych warunkach walcowania nie przekracza 7,5% długości L. Strefa ta jest o tyle nietypowa, że należy ona równocześnie do strefy opóźnienia względem walców jak też i względem części środkowej. O istnieniu takowej strefy w literaturze dotychczas nie wspomniano.

4. Poosiowe naprężenia normalne w modelach mtm i tmt

Przeprowadzone powyżej badania weryfikacyjne modeli odkształcenia zaakceptowały jedynie dwa z nich oznaczone symbolami mtm i tmt.

Poosiowe naprężenia normalne przedstawiono dla nich w ogólrej postaci:

$$\frac{\sigma_{x(i)}}{\sigma^{*}_{p(i)}} = A^{c}_{(i)}\varphi + B^{c}_{(i)} ,$$

gdzie

$$A^{c}_{(i)} = A^{c}_{(i)}\left(\Theta_i, \frac{\tau}{\sigma_p}, \alpha_{0,1}, \frac{\sigma_{p1}}{\sigma_{p2}}\right)$$

$$B^{c}_{(i)} = B^{c}_{(i)}\left(\Theta_i, \frac{\tau}{\sigma_p}, \alpha_{0,1}, \frac{\sigma_{p1}}{\sigma_{p2}}, \varphi_k\right)$$

Wartości A i B dla zaakceptowanych modeli odkształcenia taśmy trójwarstwowej wynoszą:

$$A^{p}_{(3)} = A^{s}_{(3)} = a_1\,\Theta_1 - 1$$

$$A^{p}_{(4)} = A^{s}_{(4)} = a_1 - a_1\,\Theta_1 - 1$$

$$A^{p}_{(5)} = A^{k}_{(5)} = a_2 - 1$$

$$A^{p}_{(6)} = A^{k}_{(6)} = - a_2 - 1$$

$$A^{k}_{(1)} = - a_1 - a_1\,\Theta_1 + 1$$

$$A^{k}_{(2)} = - a_1\,\Theta_1 - 1$$

$$B^{p}_{(3)} = B^{p}_{(4)} = 1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_{p1}}$$

$$B^{p}_{(5)} = B^{p}_{(6)} = 1 - \frac{\sigma_p}{\sigma_{p2}}$$

$$B^{k}_{(1)} = - A^{k}_{(1)} \varphi_k - B^{p}_{(3)}$$

$$B^{k}_{(2)} = - A^{k}_{(2)} \varphi_k - B^{p}_{(3)}$$

$$B^{k}_{(5)} = - A^{k}_{(5)} \varphi_k - B^{p}_{(5)}$$

$$B^{k}_{(6)} = - A^{k}_{(6)} \varphi_k - B^{p}_{(5)}$$

$$B^{s}_{(3)} = \frac{a_1 \Theta_2}{2\, a_2} A^{p}_{(5)} \varphi_k - B^{p}_{(3)}$$

$$B^{s}_{(4)} = \frac{a_1 \Theta_2}{2\, a_2} A^{p}_{(6)} \varphi_k - B^{p}_{(3)}$$

5. Wnioski

1. Stwierdzono, że zgodnie z przyjętymi założeniami istnieją tylko dwa niezależne modele odkształcenia (rys. 3 i 6) trójwarstwowej taśmy w kotlinie walcowania.
   Są one symetrycznie niejednorodne typu mtm i tmt.
2. Zauważono, że w zewnętrznych warstwach tych modeli występują pewne strefy odkształceń nie opisywane w literaturze a charakteryzujące się równocześnie przynależnością do stref opóźnienia wzgl. walca i warstwy środkowej, są one obszarem, w którym zmienia położenie płaszczyzna podziałowa długość ich nie przekracza na ogół 7,5% L.
3. Naprężenie normalne σ_x odniesione do naprężenia uplastyczniającego w badanych modelach zmienia się w poszczególnych strefach i posiada największą wartość w warstwie środkowej modelu tmt i najmniejszą dla jego zewnętrznych warstw. Natomiast w modelu mtm jego rozkład jest mniej nierównomierny a w granicznym przypadku może stać się równomiernym.
4. W obu modelach płaszczyzna podziałowa w środkowej warstwie jest przesunięta w stronę płaszczyzny wejścia, przy czym w modelu mtm przesunięcie to jest mniejsze niż w modelu tmt.

LITERATURA

[1] Browmann M.J., Dodin J.S.: Niekotoryie woprosy obrabotki dawlieniem bimietałła. Kuźnieczno Sztampowocznoje Proizwodstwo 1963 nr 1 s. 15.

НАПРЯЖЕНИЯ В МНОГОСЛОЙНОЙ ЛЕНТЕ ВО ВРЕМЯ ПРОКАТКИ

Р е з ю м е

В статье представлены теоретически допустимые модели деформации трехслойной ленты во время ее прокатки. Обозначены выступающие в них зоны деформаций и напряжений.

Отмечена также выступающая до сих пор зона, подано ее место положения и выступающее в ней напряжение.

STRAINS IN THE MULTY LAYER TAPE DURING THE ROLLING PROCESS

S u m m a r y

The article presents theoretically admissible deformation models of the three-layer tape during its rolling. Strain zones and their tensions were appointed. Moreover it was found that a new zone, wchich was not described before occurs. In the article the position of the new zone and its tensions were presented.