ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1975
Seria: Hutnictwo z. 6 Nr kol. 440

Franciszek Fikus,
Instytut Metalurgii

Piotr Gudra
Huta 1-Maja

Czesław Sajdak
Instytut Metalurgii

PASMOWE NAGRZEWANIE INDUKCYJNE PŁYT

Streszczenie: Opisano niektóre zastosowania pasmowego nagrzewania indukcyjnego płyt.
Korzystając z równań na potencjał wektorowy i indukcję magnetyczną, obliczonych w [2] tzw. metodą z szeregiem Fouriera dla wzbudnika o skończonej wysokości, określono rozkład gęstości prądu indukowanego w płycie oraz gęstość powierzchniową mocy wnikającej do płyty.
Podano przykład obliczeniowy rozkładu indukcji, gęstości prądu i mocy na powierzchni płyty.

1. Wstęp

Nagrzewaniu indukcyjnemu powierzchniowemu lub skrośnemu poddaje się najczęściej wsady o kształcie walca lub prostopadłościanu.

Nagrzewanie powierzchni płaskich jest dotychczas mało rozpowszechnione. W związku z rozwojem nowych technologii ten sposób grzania będzie zyskiwał na znaczeniu. Indukcyjne nagrzewanie całych blach i płyt o dużej powierzchni wydaje się z ekonomicznego punktu widzenia mało celowe. Wskazane natomiast jest nagrzewanie pasmowe określonej powierzchni płyty. Proces ten może w zasadniczy sposób ułatwić operacje i poprawić warunki technologiczne w następujących przypadkach:

a) gięcie blach

Nagrzewanie pasmowe krawędzi, wzdłuż której ma nastąpić gięcie prowadzi do:
- poprawy plastyczności,
- zmniejszenia oporu kształtowania plastycznego.

Nagrzewanie pasmowe może być również zastosowane przy tzw. profilowaniu na walcach. Po pasmowym nagrzaniu profilowanie będzie mogło być wykonane na blachach o większej niż dotychczas grubości (grubości większe niż 5 - 10 mm).

b) cięcie blach

Nagrzanie pasmowe wzdłuż linii cięcia daje w efekcie:

- lepszą jakość powierzchni cięcia,
- zmniejszenie naprężeń, które przy dalszej obróbce mogą mieć istotne znaczenie (wyeliminowanie pękania).

Wykorzystanie takiego sposobu grzania widzi się przede wszystkim na wykańczalni blach grubych przy nożycach gilotynowych, w przyszłości także przy nożycach krążkowych. W przypadku arkuszy dużych o szerokości kilku i długości kilkunastu metrów linia cięcia przebiega w odległości 100-150 mm od brzegu.

c) wykrawanie krążków

Uzasadnienie celowości stosowania jak w punkcie b.

d) odpuszczanie szwów wzdłużnych

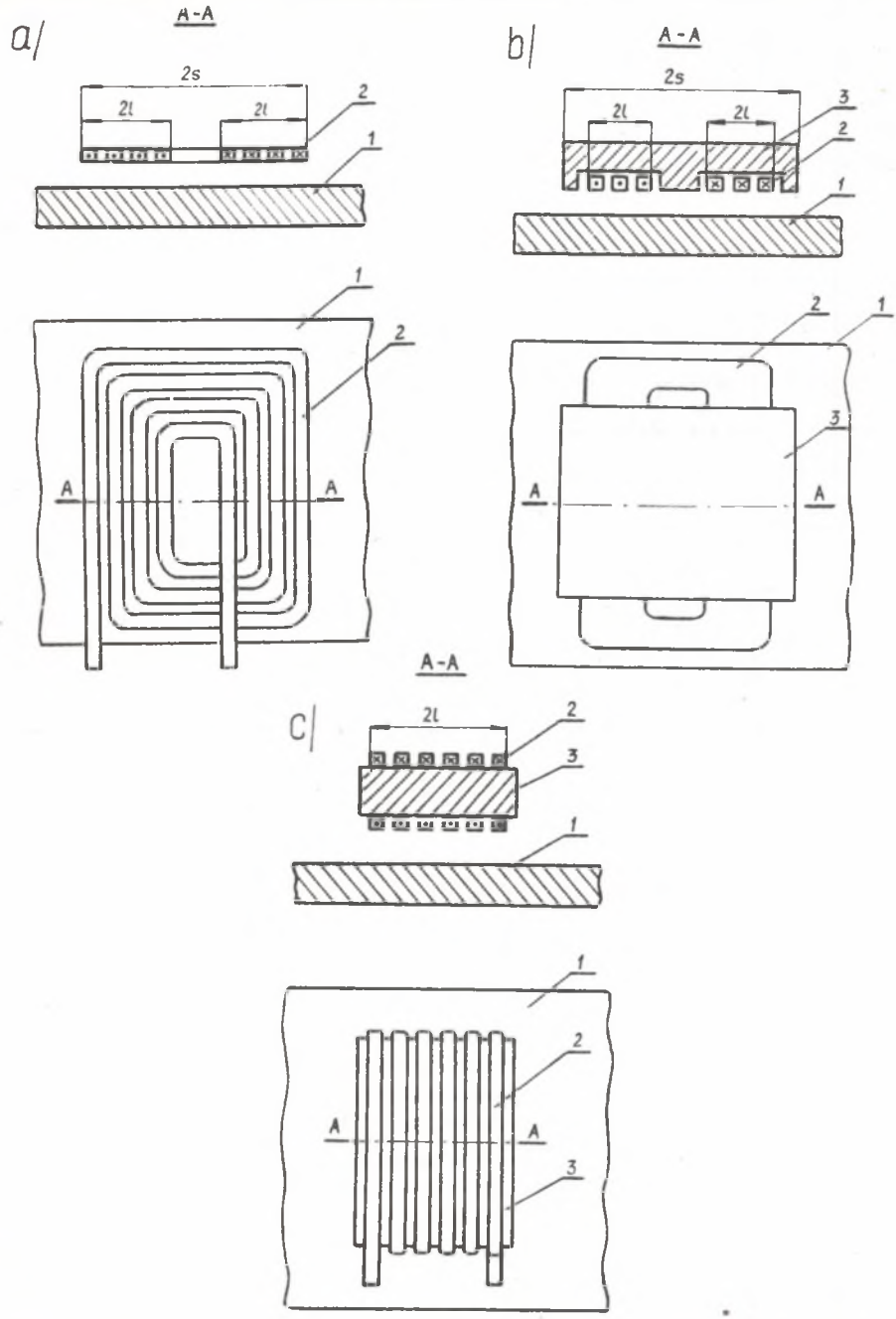
Problem odpuszczania szwów występuje najczęściej przy produkcji zbiorników. Zbiorniki po spawaniu wprowadzane są do pieców i nagrzewane do wymaganej temperatury.

Wygodniejszym i często jedynym sposobem odpuszczania jest miejscowe nagrzewanie indukcyjne. W krajach wysoko uprzemysłowionych jest ono szeroko stosowane do odpuszczania szwów obwodowych i coraz częściej również do szwów wzdłużnych. Ma się wówczas do czynienia z nagrzewaniem pasmowym.

2. Pasmowe nagrzewanie indukcyjne

Do pasmowego nagrzewania indukcyjnego płyt wymagane są wzbudniki o odmiennej konstrukcji niż wzbudniki do nagrzewania skrośnego wsadów w kształcie walców lub prostopadłościanów. Przykładowe rozwiązania pokazane są na rys. 1.

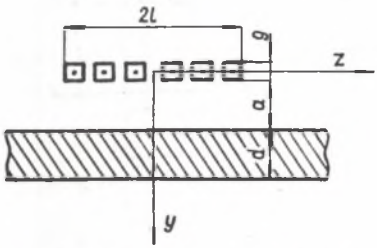
Uzwojenie wzbudników a i b można traktować jako przystawione do siebie dwa wzbudniki, w których prądy płyną w przeciwnych kierunkach. Pomiędzy nimi znajduje się wolna przestrzeń nie zawierająca przewodów wiodących prąd. Z tej własności konstrukcyjnej wynika nierównomierny rozkład mocy wydzielonej w płycie na szerokości wzbudnika 2s. Wady tej nie posiada wzbudnik c. Jest on jednak mniej ekonomiczny, ponieważ przewody leżące nad rdzeniem są jedynie źródłem strat i nie dają efektu grzejnego.



Rys. 1. Rozwiązania techniczne wzbudników do nagrzewania pasmowego płyt
a - wzbudnik bez rdzenia magnetycznego, b, c - wzbudniki z rdzeniem magnetycznym
1 - płyta, 2 - uzwojenie wzbudnika, 3 - rdzeń magnetyczny

3. Model matematyczny

Rozważania teoretyczne rozkładu gęstości prądu i mocy wydzielonej w płycie przeprowadzono dla pojedynczego wzbudnika o skończonej wysokości, który odpowiada jednemu bokowi uzwojenia wzbudnika a i b o szerokości 2l lub dolnej części wzbudnika c (rys. 1). W przypadku wzbudników b i c trzeba jeszcze pominąć rdzeń magnetyczny. Otrzymuje się układ płyta - wzbudnik (rys. 2), który będzie przedmiotem dalszej analizy matematycznej.



Rys. 2. Układ płyta - wzbudnik

Dla uproszczenia obliczeń przyjęto następujące założenia:

- płyta jest nieskończenie rozległa wzdłuż osi x i z (oś x jest prostopadła do płaszczyzny rysunku),
- wzbudnik jest nieskończenie długi (wzdłuż osi x),
- wzbudnik o skończonej grubości g zastąpiono folią o grubości pomijalnie małej,
- przenikalność magnetyczna oraz konduktywność płyty nie zależą od wielkości natężenia pola magnetycznego i temperatury.

Przy wyżej wymienionych założeniach układ sprowadza się do modelu obliczeniowego przedstawionego na rys. 3a.

4. Potencjał wektorowy i indukcja magnetyczna

W [2] obliczono potencjały wektorowe i składowe indukcji magnetycznej w układzie płyta - wzbudnik o skończonej wysokości (rys. 3a).

Wielkości te określono przy pomocy tzw. metody z szeregiem Fouriera [1], [3] polegającej na zastąpieniu pojedynczego wzbudnika (rys. 3a) systemem nieskończenie wielu wzbudników (rys. 3b).

Otrzymane równania na potencjał wektorowy oraz indukcję w płycie mają postać

$$A_x(y,z) = \frac{4\delta}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n+1}\,\frac{e^{\eta(y-b)}\left(\frac{\eta}{\mu}-\frac{\lambda}{\mu_o}\right)+e^{-\eta(y-b)}\left(\frac{\eta}{\mu}+\frac{\lambda}{\mu_o}\right)}{e^{\eta d}\left(\frac{\eta}{\mu}+\frac{\lambda}{\mu_o}\right)^2-e^{-\eta d}\left(\frac{\eta}{\mu}-\frac{\lambda}{\mu_o}\right)^2}\;\times$$

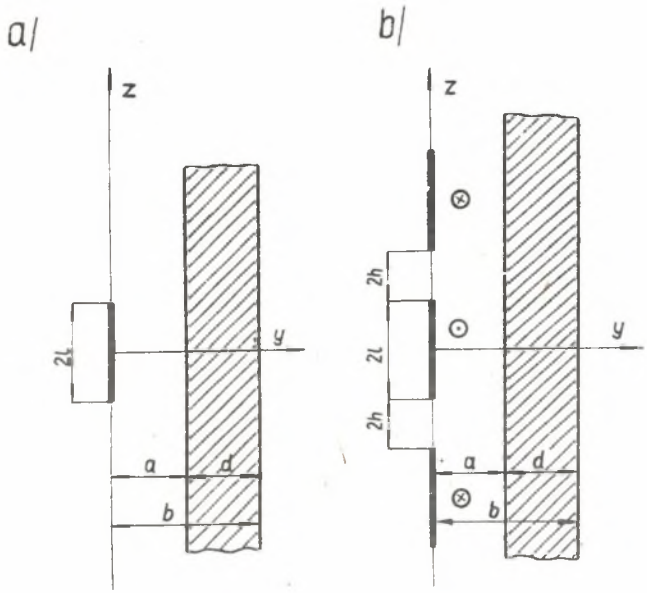
$$e^{-\lambda a}\cos\frac{(2n+1)\pi h}{L}\cos\frac{(2n+1)\pi}{L}z \qquad (4.1)$$

$$B_y(y,z) = \frac{4\delta}{L}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{e^{\eta(y-b)}\left(\frac{\eta}{\mu}-\frac{\lambda}{\mu_o}\right)+e^{-\eta(y-b)}\left(\frac{\eta}{\mu}+\frac{\lambda}{\mu_o}\right)}{e^{\eta d}\left(\frac{\eta}{\mu}+\frac{\eta}{\mu_o}\right)^2-e^{-\eta d}\left(\frac{\eta}{\mu}-\frac{\lambda}{\mu_o}\right)^2}\ \times$$

$$\times\ e^{-\lambda a}\cos\frac{(2n+1)\pi h}{L}\sin\frac{(2n+1)\pi}{L}z \tag{4.2}$$

$$B_z(y,z) = \frac{4\delta}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\eta(-1)^{n+1}}{2n+1}\frac{e^{\eta(y-b)}\left(\frac{\eta}{\mu}-\frac{\lambda}{\mu_o}\right)-e^{-\eta(y-b)}\left(\frac{\eta}{\mu}+\frac{\lambda}{\mu_o}\right)}{e^{\eta d}\left(\frac{\eta}{\mu}+\frac{\lambda}{\mu_o}\right)^2-e^{-\eta d}\left(\frac{\eta}{\mu}-\frac{\lambda}{\mu_o}\right)^2}\ \times$$

$$\times\ e^{-\lambda a}\cos\frac{(2n+1)\pi h}{L}\cos\frac{(2n+1)\pi}{L}z, \tag{4.3}$$



Rys. 3. Model obliczeniowy układu płyta - wzbudnik
a - z pojedynczym wzbudnikiem, b - dla nieskończenie wielu wzbudników

gdzie:

$$\lambda = \sqrt{\left[\frac{(2n+1)\pi}{L}\right]^2 + \alpha^2} \tag{4.4}$$

$$\eta = \sqrt{\left[\frac{(2n+1)\pi}{L}\right]^2 + j\beta^2} \tag{4.5}$$

$$\alpha^2 = -\varepsilon\mu_0\omega^2 \tag{4.6}$$

$$\beta^2 = \sigma\mu\omega \tag{4.7}$$

$$L = 2(l + h) \tag{4.8}$$

$$\omega = 2\pi f \tag{4.9}$$

A - potencjał wektorowy
a - szczelina między płytą i wzbudnikiem
B_y - składowa wektora indukcji
B_z - składowa wektora indukcji
d - grubość płyty
f - częstotliwość prądu wzbudnika
2h - odległość między wzbudnikami
$j = \sqrt{-1}$
2l - wysokość wzbudnika
n = 0, 1, 2 ...
δ - gęstość prądu wzbudnika
ε - przenikalność elektryczna ośrodka
μ - przenikalność magnetyczna płyty
μ_0 - przenikalność magnetyczna próżni
σ - konduktywność płyty.

5. Gęstość prądu indukowanego w płycie

Do obliczenia gęstości prądu indukowanego w płycie skorzystano z zależności:

$$\dot{\delta} = \sigma\dot{E} \tag{5.1}$$

$$\dot{E} = -\frac{\partial\dot{A}}{\partial t}, \tag{5.2}$$

gdzie

$\dot{E}$ - natężenie pola elektrycznego.

Po podstawieniu (5.2) do (5.1)

$$\dot{\delta} = -\sigma \frac{\partial \dot{A}}{\partial t} \tag{5.3}$$

Ponieważ przebiegi prądu wzbudnika są sinusoidalne

$$\dot{A} = \bar{A}\, e^{j\omega t} \tag{5.4}$$

$$\dot{E} = \bar{E}\, e^{j\omega t} = -\, j\omega \bar{A}\, e^{j\omega t} \tag{5.5}$$

$$\dot{\delta} = -j\omega\sigma \bar{A}\, e^{j\omega t} = \bar{\delta}\, e^{j\omega t}, \tag{5.6}$$

gdzie

$$\bar{\delta} = -\, j\omega\sigma \bar{A} \tag{5.7}$$

$$\bar{E} = -\, j\omega \bar{A} \tag{5.8}$$

Potencjał wektorowy, gęstość prądu oraz natężenie pola elektrycznego w płycie posiadają jedynie składową w osi x

$$\delta_x(y,z) = -j\omega\sigma A_x(y,z) \tag{5.9}$$

$$E_x(y,z) = -j\omega A_x(y,z) \tag{5.10}$$

Po podstawieniu (4.1) do (5.9) wyrażenie na gęstość prądu indukowanego w płycie przyjmie postać

$$\delta_x(y,z) = \frac{4j\omega\sigma\delta}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n+1} \frac{e^{\eta(y-b)} \left(\frac{\eta}{\mu} - \frac{\lambda}{\mu_o}\right) + \dots}{e^{\eta d} \left(\frac{\eta}{\mu} + \frac{\lambda}{\mu_o}\right)^2 - \dots}$$

$$\frac{\dots + e^{-\eta(y-b)} \left(\frac{\eta}{\mu} + \frac{\lambda}{\mu_o}\right)}{\dots - e^{-\eta d} \left(\frac{\eta}{\mu} - \frac{\lambda}{\mu_o}\right)^2} e^{-\lambda a} \cos\frac{(2n+1)\pi y}{L} \cos\frac{(2n+1)\pi}{L} z \tag{5.11}$$

6. Rozkład mocy wydzielonej w płycie

Gęstość powierzchniową strumienia mocy określa zespolony wektor Poyntinga

$$\bar{S} = \frac{1}{2}\left[\bar{E} \times \bar{H}^*\right] \tag{6.1}$$

gdzie:

$\bar{H}^*$ - wartość sprzężona amplitudy zespolonej natężenia pola magnetycznego.

Moc pozorna pola elektromagnetycznego wnikająca do płyty przez 1 m^2 jej powierzchni równa się składowej normalnej S_y zespolonego wektora Poyntinga (6.1), obliczonej dla $y = a$

$$S_y = -\frac{1}{2}\,(E_x \cdot H_z^*)_{y=a} = -\frac{1}{2\mu}\,(E_x \cdot B_z^*)_{y=a} \left[\frac{VA}{m^2}\right] \tag{6.2}$$

a po rozbiciu na część rzeczywistą i urojoną

$$S_y = S_p + j\,S_q, \tag{6.3}$$

gdzie:

S_p - moc czynna $\left[\frac{W}{m^2}\right]$

S_q - moc bierna $\left[\frac{VAr}{m^2}\right]$

Występujące w (6.2) natężenie pola elektrycznego wg (5.10) ma postać

$$E_x(y,z) = \frac{4j\delta\omega}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{2n+1}\;\frac{e^{\eta(y-b)}\left(\frac{\eta}{\mu}-\frac{\lambda}{\mu_o}\right)+\ldots}{e^{\eta d}\left(\frac{\eta}{\mu}+\frac{\lambda}{\mu_o}\right)^2-\ldots}$$

$$\frac{\ldots + e^{-\eta(y-b)}\left(\frac{\eta}{\mu}+\frac{\lambda}{\mu_o}\right)}{\ldots - e^{-\eta d}\left(\frac{\eta}{\mu}-\frac{\lambda}{\mu_o}\right)^2}\;e^{-\lambda a}\cos\frac{(2n+1)\pi b}{L}\cos\frac{(2n+1)\pi}{L}z \tag{6.4}$$

Podstawiając do (6.2) wyrażenia określające wartość natężenia pola elektrycznego (6.4) i sprzężoną wartość indukcji magnetycznej wg (4.3) otrzymuje się rozkład mocy pozornej wnikającej do płyty.

7. Przykład obliczeniowy

Obliczenie rozkładu indukcji magnetycznej, gęstości prądu i mocy wnikającej do płyty przeprowadzono dla układu płyta- wzbudnik (rys. 3a) przy następujących danych[x]:

$a = 0{,}06$ m
$b = 0{,}066$ m
$d = 0{,}006$ m
$2h = 0{,}2285$ m
$2l = 0{,}2285$ m
$\delta = 231 \cdot 10^3 \frac{A}{m}$
$f = 50$ Hz
$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$
$\varepsilon_o = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \frac{F}{m}$.

Przyjęto, że płyta wykonana jest z aluminium, dla którego $\sigma = 30{,}5 \cdot 10^6 \frac{S}{m}$. Stosunek $\mu : \mu_o$ dla aluminium jest rzędu 1,000022. Można więc założyć, nie popełniając dużego błędu, że

$$\frac{\mu}{\mu_o} = 1$$

Obliczając współczynnik α^2 wg (4.6) dla podanych wyżej wartości otrzymano

$$\alpha^2 = -\varepsilon\mu_o\omega^2 = -\frac{1}{36\pi}10^{-9} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}(314)^2 = -1{,}09 \cdot 10^{-12}$$

Z uwagi na bardzo małą wartość $\alpha^2 \approx 0$ wyrażenie (4.4) można napisać w prostszej postaci

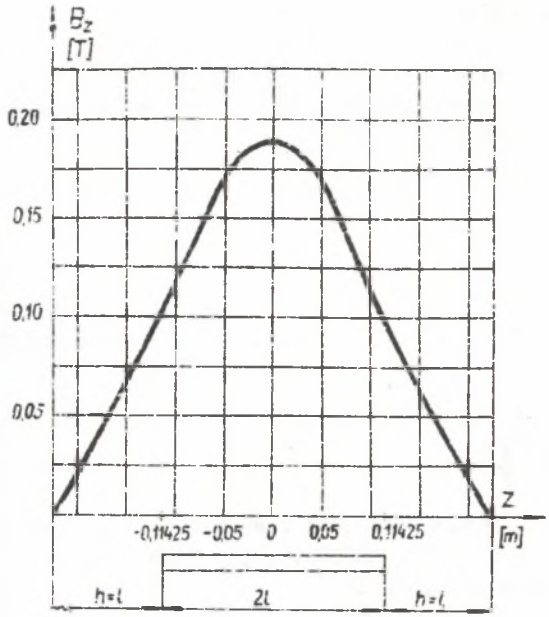
$$\lambda = \sqrt{\left[\frac{(2n+1)\pi}{L}\right]^2 + \alpha^2} = \frac{(2n+1)\pi}{L}$$

Przekonano się, że szeregi w (4,3), (5.11) i (6.3) są szybkozbieżne, obliczenia ograniczono więc tylko do trzech pierwszych wyrazów szeregu tzn. dla n = 0, 1, 2.

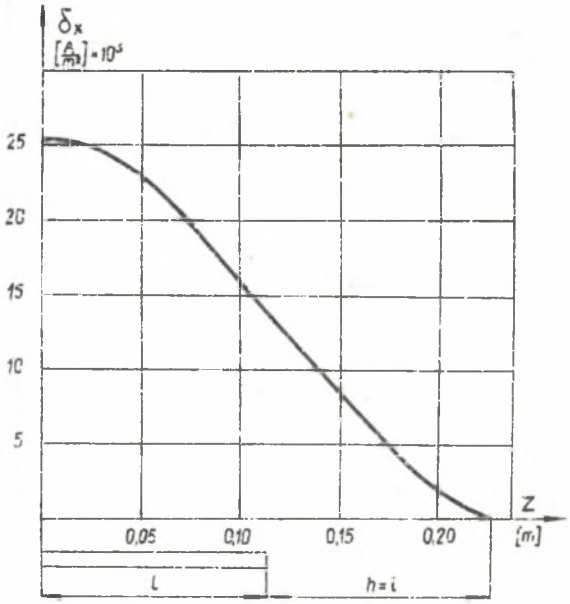
Rozkład B_z, δ_x, S_p określono na powierzchni płyty (y = a = 0,06 m). Uzyskane wyniki przedstawiono na rys. 4, 5 i 6.

---

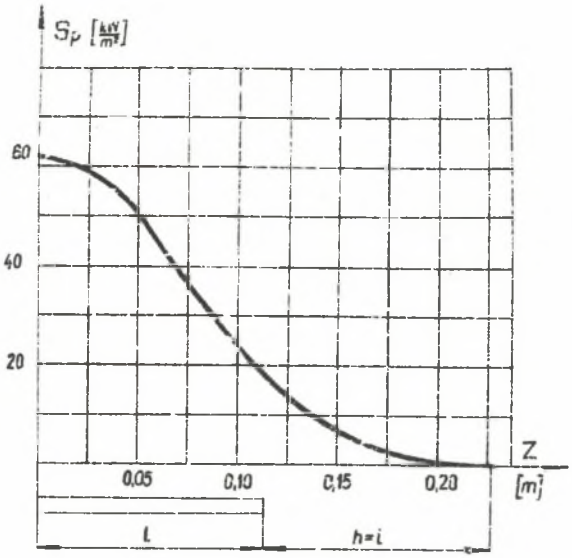
[x] Dla analogicznych wielkości w [3] wykonano obliczenia indukcji magnetycznej cylindrycznej nagrzewnicy indukcyjnej o skończonej długości



Rys. 4. Przebieg indukcji $B_z = f(z)$



Rys. 5. Rozkład gęstości prądu na powierzchni płyty $\delta_x = f(z)$



Rys. 6. Rozkład gęstości powierzchniowej mocy czynnej $S_p = f(z)$

Przyczyną nagrzewania płyty są indukowane w niej prądy wirowe określone gęstością δ_x, której rozkład przedstawiono na rys. 5. W analizowanym przypadku charakter rozkładu gęstości prądu jest bardzo zbliżony do charakteru rozkładu indukcji.

Rozkład gęstości mocy czynnej S_p (rys. 6) wzdłuż wzbudnika jest o wiele bardziej nierównomierny niż rozkład indukcji i gęstości prądu. Jeżeli nad końcem wzbudnika wartość indukcji spada do 52% wartości indukcji przy z = 0, gęstości prądu do 54%, to moc spada do 30% wartości mocy przy z = 0,

Na rys. 5 i 6 przedstawiono jedynie część krzywych δ_x i S_p (dla $z>0$), druga część (dla $z<0$) jest symetryczna, podobnie jak na rys. 4.

Wartości B_z, δ_x i S_p schodzą do zera w odległości h = l od wzbudnika. Wynika to z założenia metody obliczeniowej. W rzeczywistości przebiegi te będą maleć asymptotycznie do zera w nieskończoności. W [3] wykazano, że dla h = l uzyskuje się dobre przybliżenie wartości indukcji obliczonych i zmierzonych.

8. Podsumowanie

Zastosowana do obliczeń tzw. metoda z szeregiem Fouriera pozwala w stosunkowo prosty sposób obliczyć rozkład mocy wnikającej do płyty. Gdyby założyć, że przewodność cieplna materiału płyty jest pomijalnie mała, można by powiedzieć, że rozkład mocy odpowiada w przybliżeniu rozkładowi temperatur w płycie. Wykazano, że przy nagrzewaniu pasmowym nie uzyskuje się równomiernego rozkładu mocy na wysokości wzbudnika 2l, a więc i rozkład temperatury będzie nierównomierny. Jeżeli ze względów technologicznych wymagane jest nagrzanie pasa o wysokości 2l do określonej temperatury, to nie uniknie się nagrzania środka pasa do temperatury wyższej.

Nierównomierność nagrzewania na wysokości pasa będzie tym mniejsza im wysokość 2l wzbudnika będzie większa. Zwiększenie wysokości wzbudnika wiąże się jednak z większymi kosztami inwestycyjnymi i większym zużyciem energii elektrycznej. Toteż każdorazowo będzie zachodziła potrzeba przeprowadzenia analizy techniczno-ekonomicznej. Przedstawiona metoda matematyczna pozwala wykonać część obliczeń potrzebnych do tej analizy.

LITERATURA

[1] Buchholtz S.H.: Das Magnetfeld der Wirbelströme in einen elektrischen Induktionsofen und andere daraus ableitbare Wirbelstrom Felder. Archiv für Elektrotechnik 1958, XLIII Band, Heft 6.

[2] Fikus F., Sajdak C.: Jednostronne nagrzewanie indukcyjne płyty wzbudnikiem o skończonej wysokości. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "Elektryka" 1975 (w druku).

[3] Fikus F.: Pole magnetyczne w cylindrycznych nagrzewnicach indukcyjnych o skończonej długości. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "Hutnictwo" 1974, z. 4.

ПОЛОСОВОЙ ИНДУКЦИОННЫЙ НАГРЕВ ПЛИТ

Р е з ю м е

Изложены некоторые применения полосового индукционного нагрева плит.

Пользуясь уравнениями на векторный потенциал и магнетическую индукцию, вычисленными в [2] так называемым методом с рядом фурье для индуктора оконченной высоты, определено распределение плотности тока, индуктированного в плите и поверхностную плотность мощности, проникающей в плиту.

Приведен расчётный пример распределения индукции, плотности тока и мощности на поверхности плиты.

THE INDUCTION BAND HEATING OF PLATES

S u m m a r y

Some applications of induction band heating of plates have been discribed. Taking advantage of the equations for the vectorial potential and the magnetic induction, calculated under [2] by the so called Fourier's method with series for an exciter of a finite height, the distribution of density of the carrent induced in plate and the superficial density of power penetrating into the plate.

A calculation example has been given of the induction distribution of current density and power upon the surface of the plate.