ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1992
Seria: GÓRNICTWO z.202 Nr kol.1160

Stanisław KOWALIK

Instytut Ekonomiki i Organizacji w Górnictwie
Politechnika Śląska w Gliwicach

DYNAMICZNE WYZNACZANIE LICZBY POMIARÓW W GÓRNICTWIE W UJĘCIU PROBABILISTYCZNYM

Streszczenie. W pracy określono sposób wyznaczania optymalnej liczby pomiarów traktowanych jako realizacje zmiennej losowej. Zamieszczono również program obliczeniowy na komputer określający liczbę pomiarów, uzyskany wynik z żądaną dokładnością oraz wariancję.

Summary. Optimal quantity of measurments has been established treated as realisation of random variable. Computer calculation programme which determines the measurement quantity, obtained results of reguired precision and dispersion has been included.

Резюме. Б работе приводитця способ определения оптимального количества измерений, рассматриваемых как реализация случайной переменной. Дается также рабчетная программа на компьютер, определяющая количество параметров, полыченный результат с требуемой точностю и вариантностью.

1. WPROWADZENIE

W górnictwie występuje bardzo dużo wielkości czy parametrów mających charakter zmiennych losowych. Można do nich zaliczyć grubość pokładu, wybiegi ściany, przerosty węgla w pokładzie, dopływ wody, wyrzuty gazu, wytrzymałość skał stropowych i spągowych, niezawodność układów mechanicznych i inne. W celu ustalenia takiej wielkości wykonuje się szereg pomiarów, a następnie oblicza się wartość średnią. Zależy nam na wyznaczeniu liczby n - minimalnej liczby pomiarów, aby uzyskać wynik z zadaną z góry dokładnością d. Istnieje zależność, że ze wzrostem liczby pomiarów wzrasta dokładność. Pomiary będziemy traktowali jako realizacje pewnej zmiennej losowej. Wartość oczekiwaną tej zmiennej będziemy uważali za wynik pomiarów. Dokładność d utożsamiamy z połową przedziału ufności, jako miarę maksymalnego szacunku mierzonej wielkości [2].

2. TRADYCYJNY SPOSÓB WYZNACZANIA LICZBY POMIARÓW

Chcemy oszacować wartość średnią mierzonej wielkości ze współczynnikiem ufności $1 - \alpha$ w taki sposób, by maksymalny błąd szacunku nie przekroczył z góry zadanej liczby d. Odpowiedni wzór na wyznaczenie liczby pomiarów n przedstawia się następująco [2]

$$n = t_{\alpha}^{2} s^{2}/d^{2} \tag{1}$$

gdzie:

$$s^{2} = \frac{1}{n_{0} - 1} \sum_{i=1}^{n_{0}} (x_{i} - \bar{x})^{2} \tag{2}$$

Metoda postępowania jest następująca. Wstępnie dokonujemy małej liczby pomiarów. Tę liczbę oznaczamy przez n_0. Na podstawie tej niewielkiej liczby pomiarów wyznaczamy statystykę s^2 nieznanej wariancji σ^2. Następnie obliczamy liczbę n. Wielkości występujące w tych wzorach oznaczają:

n - poszukiwaną liczbę pomiarów,

n_0 - wstępną liczbę pomiarów,

s^2 - statystyka nieznanej wariancji σ^2

d - błąd szacunku, połowa przedziału ufności,

t_{α}^{2} - wielkość odczytywana z tablic rozkładu t - Studenta,

x_i - wartość i-tego pomiaru,

$\bar{x}$ - wartość średnia z n_0 pomiarów.

3. DYNAMICZNE WYZNACZENIE LICZBY POMIARÓW

Początek postępowania jest identyczny z przyjętym w metodzie opisanej w punkcie 2. Najpierw obliczamy wartość średnią pomiarów, następnie wariancję na podstawie wzoru (2), a na końcu liczbę pomiarów na podstawie wzoru (1). Jeżeli obliczone n okaże się większe od przyjętego wcześniej n_0, to należy zwiększyć liczbę pomiarów do liczby n. Te dodatkowe pomiary mogą nam w sposób istotny poprawić obliczenia, tzn. zwiększyć prawdopodobieństwo, że otrzymany wynik jest dobry. Może być też i taka sytuacja, że te dodatkowe pomiary nie były dobrze wykonane, np. były przeprowadzone w złych warunkach i różnią się znacznie od pozostałych, psując w ten sposób wartość uzyskanych wyników.

W tym przypadku celowe byłoby jeszcze bardziej zwiększyć liczbę pomiarów. My, dokonując obliczeń i wstawiając wartości pomiarów do wzorów matematycznych, nie wiemy o tym, czy pomiary są dobre czy złe; jakim błędem są obarczone. Przyjmujemy je takie, jakie są.

Ponieważ każdy zakład posiada komputery, a obliczenia wzorów (1) i (2) też będą wykonywane na komputerze, to do algorytmu realizującego wzory (1) i (2) dopiszemy kilka instrukcji, które będą w sposób iteracyjny wyznaczały poszukiwaną liczbę n. Powyższe wzory zapiszemy w postaci iteracyjnej.

$$n_{j+1} = t_{\alpha}^2 \, s^2/d^2 \tag{3}$$

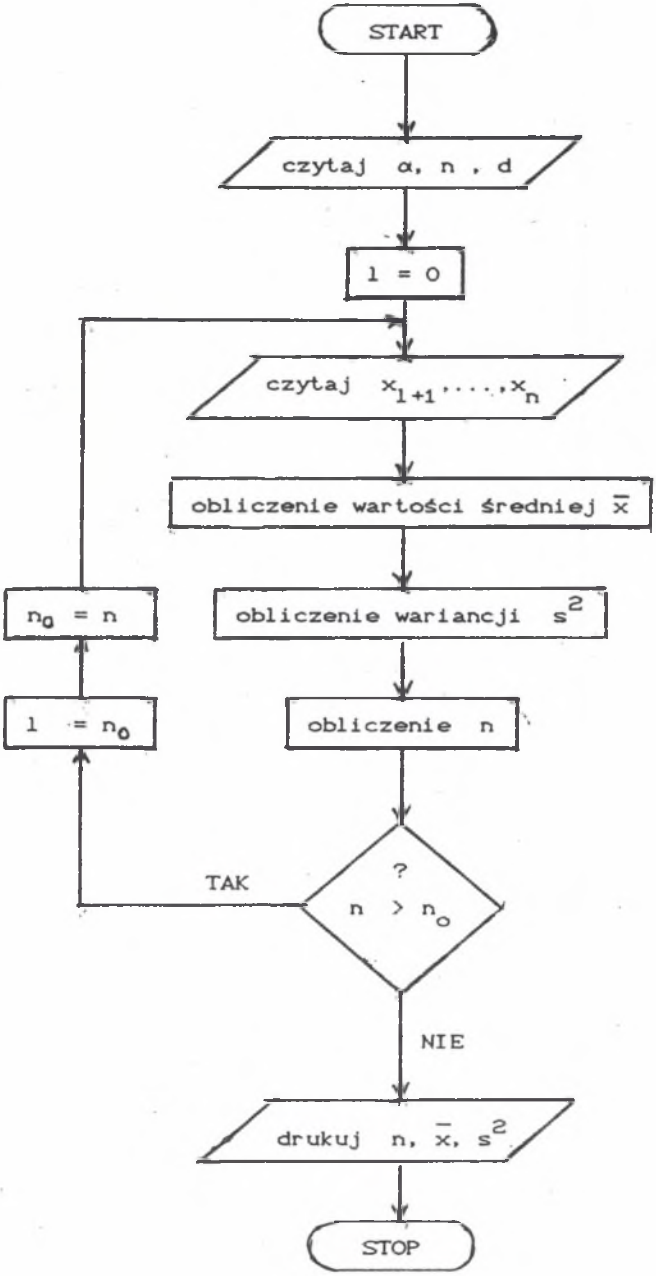
gdzie:

$$s^2 = \frac{1}{n_j - 1} \sum_{i=1}^{n_j} (x_i - \bar{x})^2 \tag{4}$$

Algorytm postępowania jest następujący:

a) W pierwszym kroku obliczamy wielkość n na podstawie wzoru (1).
b) Następnie sprawdzamy, czy obliczone n jest mniejsze od zadanego wstępnie n_0 lub równe mu. Jeżeli tak, to kończymy obliczenia i uważamy, że n zostało dobrze wyznaczone. Jeżeli nie, to do zbioru n_0 pomiarów dołączmy dodatkowo $n-n_0$ nowych pomiarów.
c) Do dyspozycji mamy n pomiarów. Potraktujemy je, jakby to były wstępne pierwsze pomiary. Liczbę n_0 przyjmujemy równą n.
d) Należy przejść do wykonania punktu a).

Algorytm obliczeń można przedstawić na następującym schemacie blokowym (rys.1).


START
czytaj α, n , d
l = 0
czytaj x l+1 ,...,x n
obliczenie wartości średniej x̄
obliczenie wariancji s2
obliczenie n
?
n > n0
TAK
n0 = n
l = n0
NIE
drukuj n, x̄, s2
STOP

Rys. 1.
Fig. 1.

4. PROGRAM OBLICZENIOWY

Podamy teraz program obliczeniowy napisany w języku PASCAL realizujący iteracyjny algorytm określony wzorami (3) i (4). Parametrami wejściowymi do programu są: poziom istotności α, ilość wstępnych pomiarów n_0, dopuszczalny błąd szacunku d oraz pomiary $x_1, \ldots, x_n$. W razie potrzeby zwiększenia liczby pomiarów program będzie wczytywał dodatkowe wartości pomiarów. Wynikiem obliczeń będą liczby:

n - poszukiwana optymalna liczba pomiarów,

$\bar{x}$ - wartość średnia z n pomiarów,

s^2 - estymator nieobciążony wariancji z n pomiarów.

We wzorze (3) występuje wielkość t_α^2 odczytywana z tablic t-Studenta. Dla różnych wskaźników j jest ona inna. Ponieważ program realizowany na komputerze wykonuje się w sposób automatyczny, bez odwoływania się do tablic w celu wyznaczenia t_α^2, wykorzystano gotową procedurę tquantile (n,α) opisaną w pracy [1]. Tę procedurę należy dołączyć do programu. Procedura ta wyznacza wartość tablicową t_α z rozkładu t-Studenta dla typowych poziomów istotności α = 0.5, 0.2, 0.1, 0.01, 0.001. Program przedstawia się następująco:

```
Program a;
uses crt;
label E;
{$i tquantil.inc}
var i,n0,n,l:integer;
   alfa,d,xs,s:real;
   x:array[1..1000] of real;

begin
  ClrScr;
  write('alfa = ');
  readln(alfa);
  write('n0 =');
  readln(n0);
  write('d = ');
```

```
  readln(d);
  d:=d*d;
  l:=0;
  E:
  for i:=l+1 to n0 do
    read(x[i]);
  xs:=0;
  for i:=1 to n0 do
   xs:=xs+x[i];
  xs:=xs/n0;
  s:=0;
  for i:=1 to n0 do
   s:=s+sqr(x[i]-xs);
  s:=s/(n0-1);
  n:=trunc(sqr(tquantile(no-1,alfa))*s/d+1);
  l:=n0;
  of n>n0 then
   begin
    n0:=n;
    goto E
   end;
 writeln('n=',n:3,'xs = ',xs:8:2,'s = ',s:8:2)
end.
```

LITERATURA

[1] Bartkowiak A.: Podstawowe algorytmy statystyki matematycznej. PWN, Warszawa 1979.

[2] Gerń J.: Statystyka matematyczna. Modele i zadania. PWN, Warszawa 1982.

Recenzent: Doc.dr hab.inż. Małgorzata KOZDRÓJ-WEIGEL

Wpłynęło do Redakcji w czerwcu 1991

DYNAMIC ESTABLISHING OF THE QUANTITY MESURMENTS IN COAL MINING IN PROBABILITY ASPECT

A b s t r a c t

The paper refers to the calculation of optimal qantity of measurements treated as realization of random variable. Very many quantities and parameters having the character of the random variables occur in mining. In order to assign such a quality many measurements are taken and afterwards the mean value is calculated. We intend to assign the minimal number of measurements in order to obtain the result with the accuracy required in advance. We shall treat the measurements as the realization of a certain random veriable. The result of the measurements will be considered as the expected value of the variable. The formulae (1) and (2) present the traditional way of assigning the number of measurements. Initially a small number of measurements is taken. On the grounds of these measurements variance s^2 is assigned. Next the number of measurements is determined on the ground of formula (1). The number of measurements must be increased to the number determined by formula (1). There is no certainty if the additional measurements are correct or wrong and if in this way they will make the result better or worse. The formulae (1) and (2) have been transformed to iterative from creating formulae (3) and (4). Calculations on the ground of formulae (3) and (4) are taken repeadly until the initial number of measurements and the final one are balanced. The algorithm of measurements has been presented in a block diagram. The paper also includes the computer programme in PASCAL realizing the algorithm determined by formulae (3) and (4).