ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 19..2

Seria: INFORMATYKA z. 3 Nr kol. 70..

Mirosław SKRZEWSKI

ZAGADNIENIE WPROWADZANIA BŁĘDNYCH INFORMACJI Z OBIEKTU DO MASZYNY CYFROWEJ

Streszczenie: Praca zajmuje się zagadnieniem oceny prawdopodobieństwa wprowadzenia błędnej informacji z obiektu do mc w przypadku programowego pobierania informacji z kanału przemysłowego. Rozważano dwa sposoby pobierania, oparte o jedno-, i dwukrotne sprawdzenie stanu sygnału przesyłanego z obiektu. Rozważania zilustrowano przykładem obliczeniowym dla przyjętego charakteru rozkładów prawdopodobieństwa opisujących błędy.

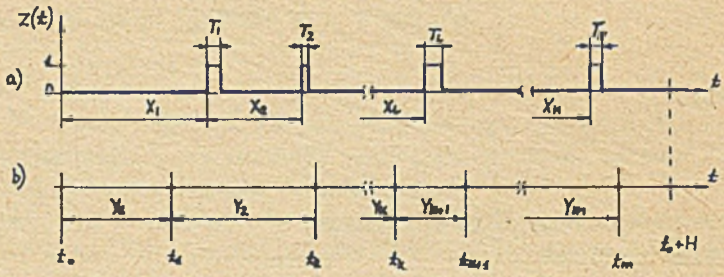
WPROWADZENIE

Sterowanie obiektami przemysłowymi przez maszynę cyfrową wymaga doprowadzenia do maszyny cyfrowej dużych ilości informacji z czujników umieszczonych na obiekcie. Sygnały z czujników przesyłane są w obecności zakłóceń, mogących powodować błędy w odbieranej przez m.c. informacji. Celem artykułu jest ocena możliwości eliminacji powstających błędów w procesie programowego pobierania informacji dwustanowych (binarnych) przez m.c.

1. SFORMUŁOWANIE ZAGADNIENIA

Rozważmy informację binarną (1-bitową) przesyłaną z obiektu do jednostki centralnej m.c. przez kanał przemysłowy. Załóżmy, że działanie zakłóceń na drodze przesyłu informacji może powodować występowanie błędów w odebranej w kanale przemysłowym informacji. Dla uproszczenia załóżmy, że w rozważanym przedziale czasu H przesyłana informacja ma stałą wartość, równą np. "0" logiczne. Działanie zakłóceń powoduje pojawienie się w kanale przemysłowym informacji "1" log. Informacja z kanału przemysłowego pobierana jest do maszyny cyfrowej w chwilach czasu określonych przez program realizowany w j.c. m.c. (rys. 1).

Celem rozważań jest określenie prawdopodobieństwa pobrania przynajmniej jednej błędnej informacji do m.c. w czasie H, tzn. prawdopodobień-



Rys. 1. Położenie na osi czasu momentów występowania błędów w informacji wejściowej (a) i chwil pobierania informacji (b) w przypadku prostego pobierania informacji

stwa zdarzenia $\{\omega$: przynajmniej jedna chwila pobierania informacji w przedziale H wypadnie w czasie trwania błędu (przynajmniej raz wystąpi sytuacja $z(t_k) = 1$ w czasie H$\}$.

W tym celu określmy następujące zdarzenia:

$\{\omega_1$: pierwszy błąd zostanie wprowadzony do m.c. w czasie H$\}$
$\{\omega_2$: drugi " " " " " "$\}$
$\{\omega_l$: l-ty " " " " " "$\}$
$\{\bar{\omega}$: żaden błąd nie zostanie wprowadzony w czasie H do m.c.$\}$
(zdarzenie przeciwne do zdarzenia ω)$\}$.

Z określenia ww. zdarzeń wynika (1)

$$\bar{\omega} : \bar{\omega}_1 \cap \bar{\omega}_2 \cap \ldots \cap \bar{\omega}_n, \tag{1}$$

a stąd

$$P(\omega) = 1 - P(\bar{\omega}) = 1 - \prod_{l=1}^{n} \left[1 - P(\omega_l)\right] \tag{2}$$

Oznaczmy przez X_1 zmienną losową, której wartość jest równa odstępowi czasu między początkiem czasu obserwacji (chwilą t_0) a momentem wystąpienia 1-go błędu: przez X_l zmienną losową, której wartość jest równa odstępowi czasu między momentami wystąpienia (l-1) i l-tego błędu; przez T_l - zmienną losową, której wartość jest równa czasowi trwania l-tego błędu: przez Y_k - zmienną losową (w ogólnym przypadku) określającą odstęp czasu między (k-1) a k-tą chwilą pobierania informacji z kanału przemysłowego przez m.c.

Zakładamy, że zmienne losowe X_l, T_l, Y_k są niezależne i mają znane, jednakowe rozkłady gęstości prawdopodobieństwa f_X, f_T, f_Y z wyjątkiem zmiennej losowej X_1, o której zakładamy, że ma rozkład równomierny. W dalszej części określone zostaną prawdopodobieństwa zdarzeń ω_l dla różnych sposobów pobierania informacji.

2. PROSTE POBIERANIE INFORMACJI

Korzystając z rys. 1 można powiedzieć, że pobranie 1-go błędu może nastąpić w dowolnym (ale jednym) momencie pobierania informacji, jeśli moment ten wystąpi w czasie trwania pierwszego błędu, tzn. jeśli będzie spełniona jedna z nierówności (zakładamy, że $T_l \ll Y$)

$$X_1 < Y_1 \le X_1+T_1 \cup X_1 < Y_1+Y_2 \le X_1+T_1 \cup \ldots \cup X_1 < \sum_{k=1}^{m} Y_k \le X_1+T_1 \tag{3}$$

Analogicznie dla drugiego błędu

$$X_1+X_2 < Y_1 < X_1+X_2+T_2 \cup X_1+X_2 < Y_1+Y_2 < X_1+X_2+T_2 \cup \ldots \cup X_1+X_2 < \sum_{k=1}^{m} Y_k < X_1+X_2+T_2 \tag{4}$$

Ogólnie, dla l-tego błędu

$$\sum_{j=1}^{l} X_j < Y_1 \le \sum_{j=1}^{l} X_j+T_2 \cup \ldots \cup \sum_{j=d}^{l} X_j < \sum_{k=1}^{l} Y_k \le \sum_{j=1}^{l} X_j+T_l \tag{5}$$

Ponieważ zdarzenia określone poszczególnymi nierównościami są rozłączne, stąd

$$P(\omega_1) = \sum_{i=1}^{m} P\left\{X_1 < \sum_{k=1}^{i} Y_k \le X_1+T_1\right\} \tag{6}$$

$$P(\omega_2) = \sum_{i=1}^{m} P\left\{X_1+X_2 < \sum_{k=1}^{i} Y_k \le X_1+X_2+T_2\right\} \tag{7}$$

$\vdots$

$$P(\omega_2) = \sum_{i=1}^{m} P\left\{\sum_{j=1}^{l} X_j < \sum_{k=1}^{i} Y_k \le \sum_{j=1}^{l} X_j+T_l\right\} \tag{8}$$

Podstawiając (6), (7), (8) do (2) otrzymujemy:

$$P(\omega) = 1 - \prod_{l=1}^{n}\left[1 - \sum_{i=1}^{m} P\left\{\sum_{j=1}^{l} X_j < \sum_{k=1}^{i} Y_k \leqslant \sum_{j=1}^{l} X_j + T_l\right\}\right] \tag{9}$$

3. ZŁOŻONE POBIERANIE INFORMACJI

Rozpatrzmy wprowadzanie informacji z kanału przemysłowego do m.c., w którym wartość wprowadzanej informacji ustalana jest na podstawie p pobrań - np. dwóch odległych o czas Δ czy trzech odległych od siebie o czasy Δ_1, Δ_2 (rys. 2). Dla p=2 wprowadzenie błędnej informacji do m.c. nastąpi, jeśli

$$z(t_k) = "1" \text{ oraz } z(t_k + \Delta) = "1"$$

$z(t_k + \Delta)$ będzie równe "1", jeśli drugie pobranie natrafi na ten sam lub jeden z następnych błędów. W związku z tym możemy analogicznie do (3), (4), (5) zapisać, że pobranie 1-go błędu nastąpi, gdy:

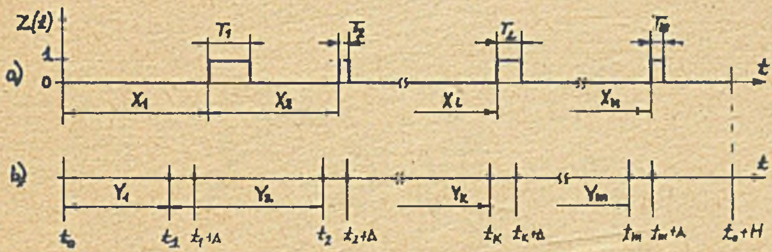
$$\left\{X_1 < Y_1 \leqslant X_1 + T_1 \cap \left[X_1 < Y_1 + \Delta \leqslant X_1 + T_1 \cup X_1 + X_2 < Y + \Delta \leqslant X_1 + X_2 + T_2 \cup \ldots\right.\right.$$
$$\left.\left.\ldots \cup \sum_{j=1}^{n} X_j < Y_1 + \Delta \leqslant \sum_{j=1}^{n} X_j + T_n\right]\right\} \cup \ldots$$

$$\ldots \cup \left\{X_1 < \sum_{k=1}^{i} Y_k \leqslant X_1 + T_1 \cap \left[X_1 < \sum_{k=1}^{i} Y_k + \Delta \leqslant X_1 + T_1 \cup \ldots\right.\right.$$

$$\left.\left.\ldots \cup \sum_{j=1}^{n} X_j < \sum_{k=1}^{i} Y_k + \Delta \leqslant \sum_{j=1}^{n} X_j + T_n\right]\right\} \tag{10}$$

Prawdopodobieństwo tego zdarzenia jest równe

$$P(\omega_1') = \sum_{i=1}^{m} P\left\{X_1 < \sum_{k=1}^{i} Y_k \leqslant X_1 + T_1\right\}\left[\sum_{v=1}^{n} P\left\{\sum_{j=1}^{v} X_j < \sum_{k=1}^{i} Y_k + \Delta \leqslant \sum_{j=1}^{v} X_j + T_v\right\}\right] \tag{11}$$



Rys. 2. Położenie na osi czasu momentów występowania błędów w informacji wejściowej (a) i momentów pobierania informacji (b) przy złożonym sposobie pobierania informacji (p=2)

W analogiczny sposób dla l-tego błędu mamy:

$$P(\omega_l') = \sum_{i=1}^{m} P\left[\sum_{j=1}^{l} X_j < \sum_{k=1}^{i} Y_k \leq \sum_{j=1}^{l} X_j + T_l\right]\left[\sum_{v=1}^{n} P\left[\sum_{j=1}^{v} X_j < \sum_{k=1}^{i} Y_k + \Delta \leq \sum_{j=1}^{v} X_j + T_v\right]\right] \tag{12}$$

Wprowadźmy oznaczenia

$$q_{i,l} = P\left[\sum_{j=1}^{l} X_j < \sum_{k=1}^{i} Y_k < \sum_{j=1}^{l} X_j + T_l\right] \tag{13}$$

dla oznaczenia prawdopodobieństwa wystąpienia i-tego pobrania w czasie trwania l-tego błędu oraz

$$q_{i,v} = P\left[\sum_{j=1}^{v} X_j < \sum_{k=1}^{i} Y_k + \Delta \leq \sum_{j=1}^{v} X_j + T_v\right], \quad v=l,l+1,\ldots \tag{14}$$

dla oznaczenia prawdopodobieństwa wystąpienia i,-drugiego pobrania w czasie trwania v-tego błędu.

Po podstawieniu otrzymujemy:

$$P(\omega_l') = \sum_{i=1}^{m} q_{i,l} \cdot \sum_{v=1}^{n} q_{i,v} \tag{11'}$$

$$P(\omega_1') = \sum_{i=1}^{m} q_{i,1} \cdot \sum_{v=1}^{n} q_{i,v} \tag{12'}$$

Podstawiając (11'), (12') do (2) mamy:

$$P(\omega') = 1 - \prod_{l=1}^{n}\left[1 - \sum_{i=1}^{m} q_{i,1} \cdot \sum_{v=1}^{n} q_{i,v}\right] \tag{15}$$

W wyniku analogicznych rozważań dla p=3 otrzymujemy:

$$P(\omega) = 1 - \prod_{l=1}^{n}\left[1 - \sum_{i=1}^{m} q_{i,1} \cdot \sum_{v=1}^{n} q_{i,v} \cdot \sum_{v2=v}^{n} q_{i,v2}\right] \tag{16}$$

gdzie

$$q_{i,v2} = P\left\{\sum_{j=1}^{v2} X_j < \sum_{k=1}^{i} Y_k + \Delta_1 + \Delta_2 \leq \sum_{j=1}^{v2} X_j + T_{v2}\right\} \tag{17}$$

oznacza prawdopodobieństwo wystąpienia i,-trzeciego pobrania w czasie trwania v_2-go błędu.

4. OKREŚLENIE PRAWDOPODOBIEŃSTW $q_{i,1}$, $q_{i,v}$

Dla obliczenia prawdopodobieństwa $P(\omega)$ pozostało określenie prawdopodobieństw $q_{i,1}$, $q_{i,v}$ w oparciu o znajomość rozkładów zmiennych losowych X_1, T_1, Y_k. Przekształcając (13) otrzymujemy:

$$q_{i,1} = P\left\{0 < \sum_{k=1}^{i} Y_k - \sum_{j=d}^{1} X_j \leq T_1\right\} = P\left\{0 < z_{i,1} \leq T_1\right\} \tag{18}$$

gdzie

$$z_{i,1} = \sum_{k=1}^{i} Y_k - \sum_{j=1}^{1} X_j.$$

Korzystając z operacji splotu, na podstawie znajomości gęstości zmiennych losowych X_1, T_1, Y_k można obliczyć gęstość zmiennej losowej $Z_{i,1}$

$$f_z(z_{i,l}) = f_u(u) * f_v(v) = \int_{-\infty}^{\infty} f_u(\dot{z}-v).f_v(-v)dv, \tag{19}$$

gdzie:

$$u = \sum_{k=1}^{i} Y_k, \quad v = \sum_{j=1}^{l} X_i$$

$$f_u(u) = f_x(x) *^{(k-1)} f_x(x)$$

$$f_v(v) = f_y(y) *^{(l-1)} f_y(y)$$

$*^{(k-1)}$, $*^{(l-1)}$ oznacza powtórzenie operacji splotu odpowiednio (k-1) i (l-1) razy. Z (18) i (19) otrzymujemy:

$$q_{i,l} = \int_{0}^{\infty} f_T(T) \cdot \int_{0}^{T} f_z(z_{i,l})dz_{i,l} \cdot dT \tag{20}$$

W analogiczny sposób, przekształcając (14) mamy:

$$q_{i,v} = \int_{0}^{\infty} f_T(T) \cdot \int_{0}^{T} f_z(z_{i,l}-\Delta)dz_{i,l} \cdot dT \tag{21}$$

W przypadku cyklicznego pobierania informacji (najczęściej spotykane rozwiązanie) $f_Y(Y) = \delta(Y-y_c)$, gdzie y_c - stały odstęp czasu między kolejnymi pobraniami, mamy:

$$\begin{aligned} z_{i,l} &= i.y_c - \sum_{j=1}^{l} X_j = i.y_c-U \\ f_z(z_{i,l}) &= f_u(-u + i-y_c) \end{aligned} \tag{22}$$

Podstawiając (22) do (20) i wykonując całkowanie otrzymujemy:

$$q_{i,l} = \int_{0}^{\infty} f_T(T) \cdot \left[F_u(i.y_c)-F_u(i.y_c-T)\right] dT, \tag{23}$$

gdzie $F_u(U)$ - dystrybuanta zmiennej losowej U.

Jeśli $T \ll y_c$, co na ogół zachodzi, dystrybuantę $F_u(i \cdot y_c - T)$ można rozwinąć w szereg z dokładnością do dwu pierwszych wyrazów rozwinięcia. Po podstawieniu do (23) mamy:

$$q_{i,1} = f_u(i \cdot y_c) \cdot \int_0^{\infty} f_T(T) \cdot T \cdot dT = f_u(i \cdot y_c) \cdot \bar{T} \tag{24}$$

W analogiczny sposób z (21) otrzymamy:

$$q_{i,v} = f_u(i \cdot y_c - \Delta) \cdot \bar{T} \tag{25}$$

Po podstawieniu do (9) oraz (15) otrzymujemy ostatecznie:

$$P(\omega) = 1 - \prod_{l=1}^{n} \left[1 - \bar{T} \cdot \sum_{i=1}^{m} f_u(i \cdot y_c) \right] \tag{26}$$

w przypadku prostego pobierania informacji, oraz

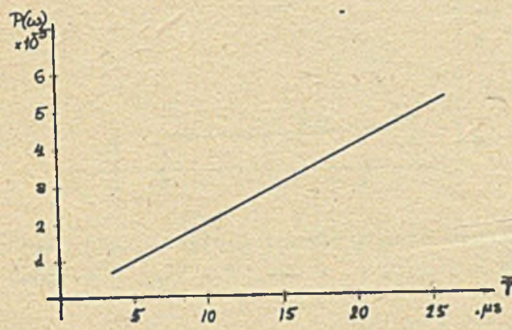
$$P(\omega') = 1 - \prod_{l=1}^{n} \left[1 - \bar{T}^2 \cdot \sum_{i=1}^{m} f_u(i \cdot y_c) \cdot \sum_{v=1}^{n} f_u(i \cdot y_c - \Delta) \right] \tag{27}$$

dla pobierania opartego o dwukrotne sprawdzenie.

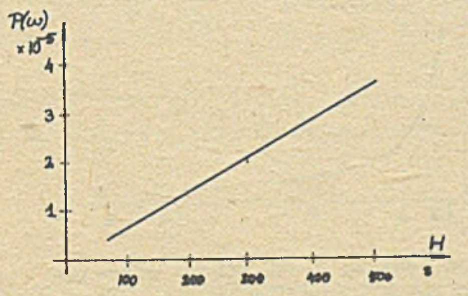
Jak widać, prawdopodobieństwo pobrania błędnej informacji do m.c. zależy tylko od wartości średniej czasu trwania błędu, nie zależy natomiast od charakteru rozkładu. Można przypuszczać, że również w przypadku niecyklicznego pobierania informacji wystąpi podobna zależność, lecz wykazanie tego nie jest już takie proste.

5. PRZYKŁAD

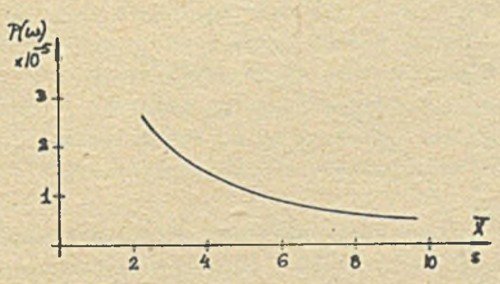
Celem określenia rzędu wartości $P(\omega)$ oraz charakteru wpływu różnych czynników występujących w rozważaniach na wartość prawdopodobieństwa wprowadzenia błędnej informacji do m.c. przeprowadzono obliczenia dla przypadku cyklicznego pobierania informacji. Przyjęto, że rozkład odstępu czasu między błędami jest rozkładem równomiernym w przedziale (A,B). Wartość średnią czasu trwania błędu $\bar{T}$, czas obserwacji H, stałe A,B rozkładu oraz czas cyklu pobierania informacji y_c traktowano w obliczeniach jako parametry zmienne. Obliczenia wykonano w oparciu o zależności (26), (27). Otrzymane wyniki przedstawiono na rys. 3 do rys. 10 w postaci wykresów zależności $P(\omega)$ od zmian poszczególnych parametrów: $\bar{T}$ (rys. 3), $\bar{H}$ (rys. 4), $\bar{X}$ (rys. 5), σ_x (rys. 6), y_c (rys. 7) dla prostego pobierania informacji



Rys. 3. Zależność prawdopodobieństwa P(ω) od wartości średniej czasu trwania błędu $\bar{T}$ (A = 4s, B = 10s, y_c = 10s, H = 150s)

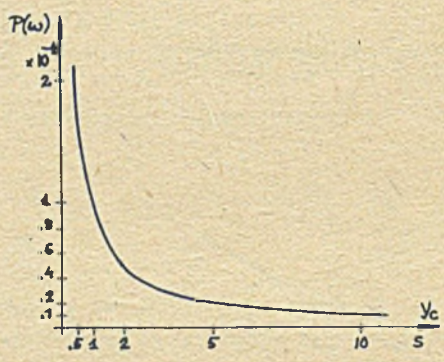


Rys. 4. Zależność P(ω) od długości czasu obserwacji H (A = 4s, B = 10s, y_c = 10s, $\bar{T}$ = 5 μs)

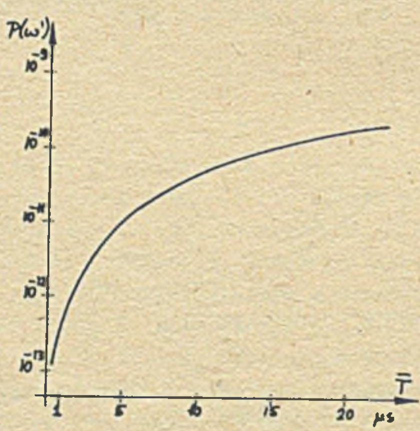


Rys. 5. Wpływ wartości średniej odstępu czasu między błędami $\bar{X}$ na prawdopodobieństwo P(ω) (B - A = const, y_c = 10s, $\bar{T}$ = 5 μs, H = 150s)

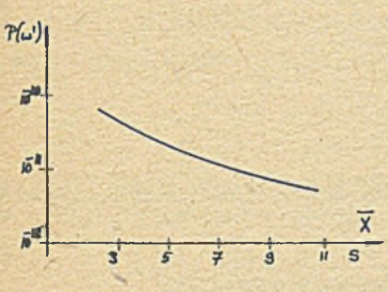
Rys. 6. Wpływ odchylenia standardowego odstępu czasu między błędami σ_x na $P(\omega)$. $(\frac{A+B}{2} = const,\ y_c = 10s,\ \bar{T} = 5\mu s,\ H = 150s)$



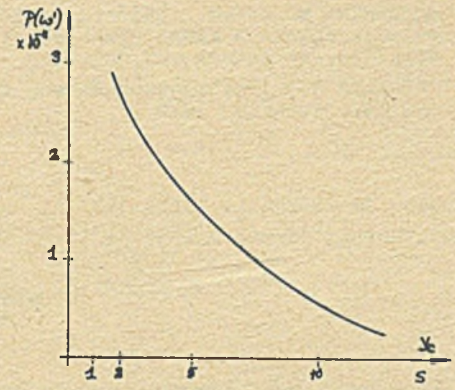
Rys. 7. Zależność $P(\omega)$ od odstępu czasu między pobraniem informacji y_c. $(A = 4s,\ B = 10s,\ \bar{T} = 5\mu s,\ H = 150s)$



Rys. 8. Zależność prawdopodobieństwa $P(\omega)$ przy złożonym pobieraniu informacji (p=2) od wartości średniej czasu trwania błędu $\bar{T}$ $(A = 4s,\ B = 10s,\ y_c = 10s,\ H = 150s,\ \Delta = 12.5\ ms)$



Rys. 9. Zależność P(ω) przy złożonym pobieraniu informacji (p=2) od wartości średniej odstępu czasu między błędami $\bar{X}$. ($\bar{T}$ = 5µs, y_c = 10s, H = 150s, Δ= 12.5ms)



Rys. 10. Wpływ odstępu czasu między pobraniami informacji y_c na prawdopodobieństwo P(ω) (p=2) . (A = 4s, B = 10s, $\bar{T}$ = 5µs, H=150s, Δ=12.5ms)

oraz w zależności od $\bar{T}$ (rys. 8), $\bar{X}$ (rys. 9), oraz y_c (rys. 10) dla dwukrotnego sprawdzania informacji w trakcie wprowadzania.

6. WNIOSKI

Jak łatwo zauważyć, przy prostym pobieraniu informacji prawdopodobieństwo pobrania błędnej informacji jest zależne wprost proporcjonalnie od wartości średniej czasu trwania błędu, a odwrotnie proporcjonalnie od wartości średniej odstępu czasu między pobraniami; wartość prawdopodobieństwa zmienia się liniowo ze zmianą długości czasu obserwacji H - można mówić o prawdopodobieństwie wprowadzenia błędnej informacji do m.c. w ustalonej jednostce czasu. W przypadku drugiego rozważanego sposobu pobierania informacji ogólny charakter zależności nie uległ zmianie. Największy wpływ na wartość prawdopodobieństwa ma wartość średnia czasu trwania błędu $\bar{T}$; zmiana pozostałych parametrów nie powoduje tak znacznych zmian wartości P(ω).

Na podstawie przedstawionych wykresów można wysnuć wnioski na temat sposóbów zwiększających wiarygodność informacji wprowadzanej z obiektu do m.c. Dla jej zwiększenia należy stosować rozwiązania konstrukcyjne kanału przemysłowego, zmniejszające wartość średnią czasu trwania błędu [1] oraz stosować najrzadsze dopuszczalne pobieranie informacji.

LITERATURA

[1] SKRZEWSKI M. Wpływ zakłóceń na transmisję informacji dwustanowych w relacji obiekt - kanał przemysłowy m.c. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Automatyka, z. 53.

[2] PAPOULIS A.: Prawdopodobieństwo, zmienne losowe i procesy stochastyczne. WNT, Warszawa 1972.

Wpłynęło do Redakcji: 18.03.1981 r.
W ostatecznej formie przyjęto: 11.08.1981 r.

Recenzent: Doc.dr inż. Jerzy Łączyński

ПРОБЛЕМА ВВЕДЕНИЯ В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНУЮ МАШИНУ ОШИБОЧНОЙ ИНФОРМАЦИИ ИЗ ОБЪЕКТА

Р е з ю м е

Статья обсуждает метод оценки вероятности введения в вычислительную машину ошибочной информации из объекта в случае программного набора информации из промышленного канала. Рассмотрены два метода набора, исходя из одного и двукратного контроля состояния передаваемого из объекта сигнала. Рассуждения иллюстрированы расчетным примером для принятого характера распределения плотности вероятностей, описывающих ошибки.

A PROBLEM OF RECEIVING ERROR INFORMATION FROM PLANT SENSORS IN A COMPUTER SYSTEMS

S u m m a r y

A problem of finding the probability of receiving erroneus information during transmission from field sensors to computer systems is described. Two methods of recognition of incoming data during programmed data transfer are considered. Some numerical results obtained under arbitraty assumption of probability density distributions describing errors are included.