ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1984

Seria: INFORMATYKA z. 7 Nr kol. 809

Adam MRÓZEK

Zakład Systemów

Automatyki Kompleksowej PAN

ANALIZA MODELU WNIOSKOWANIA EKSPERTA W OPARCIU O TEORIĘ ZBIORÓW PRZYBLIŻONYCH

Streszczenie. W pracy wprowadzono pojęcia teorii zbiorów przybliżonych dla potrzeb identyfikacji, analizy i oceny modelu wnioskowanie eksperta przy sterowaniu złożonym obiektem technologicznym. Przedyskutowano przykład oceny modelu wnioskowania eksperta, dla pieca obrotowego w cementowni.

1. WPROWADZENIE

W przypadku złożonych procesów technologicznych spotykamy się często z sytuacją, gdy na drodze ich opisu równaniami fizykochemicznymi lub zależnościami otrzymanymi na podstawie analizy statystycznej zebranych danych pomiarowych nie udaje się otrzymać odpowiednich modeli matematycznych, które mogłyby być wykorzystane dla syntezy algorytmów komputerowego sterowania.

Jedną z możliwych dróg wyjścia może być wtedy wykorzystanie wiedzy i doświadczenia nabytego przez ludzi, którzy takimi procesami staruję. Prowadzi to do pojęcia modelu wnioskowania, tj. modelu o strukturze logicznej reprezentującej gromadzone latami doświadczenia o sterowanym procesie [1-2].

Implementacja takich modeli wnioskowania, jako podstawy dla komputerowego sterowania w czasie rzeczywistym złożonym obiektem technologicznym, wymaga opracowania metod pozwalających na ich przejęcie od ludzi, analizę, ocenę i zapis formalny.

Celem pracy jest próba wykorzystania, opracowanej przez Z. Pawlaka, teorii zbiorów przybliżonych [3-6] do identyfikacji, analizy i oceny modelu wnioskowania palacza przy sterowaniu piecem obrotowym do wypalania klinkieru na jednej z cementowni [1].

2. POJECIA PODSTAWOWE

Systemem informacyjnym nazwiemy uporządkowaną czwórkę

$$S = \langle X, Q, V, \varrho \rangle \tag{1}$$

gdzie:

X - skończony zbiór obiektów,

Q - skończony zbiór atrybutów,

$V = \bigcup_{q \in Q} V_q$ V dziedzina atrybutu q,

ϱ - funkcja całkowita, tzn. $\varrho: X \times Q \longrightarrow V$; przy czym $\varrho(X,q) \in V_q$, dla każdego $x \in X$ oraz $Q \in Q$.

Dla każdego $x \in X$ przez ϱ_x będziemy oznaczali funkcję o argumentach w Q oraz wartościach w V taką, że $\varrho_x(q) = \varrho(x,q)$.
Funkcję ϱ_x będziemy nazywali <u>informacją o obiekcie x</u> w systemie S lub też <u>danymi o obiekcie x</u> w systemie S.

Wykorzystując funkcję ϱ_x możemy wprowadzić pojęcie równoważności obiektów w systemie. W tym celu wprowadzimy dwie relacje binarne w systemie informacyjnym $S = \langle X, Q, V, \varrho \rangle$ w następujący sposób:

Obiekty $x,y \in X$ są <u>nierozróżnialne</u> w systemie S ze względu na atrybut $q \in Q$ (symbolicznie $x \tilde{q} y$) wtedy i tylko wtedy, gdy $\varrho_x(q) = \varrho_y(x)$.

Obiekty $x,y \in X$ są w systemie S <u>nierozróżnialne</u> ze względu na każdy atrybut $q \in Q$ (albo krótko nierozróżnialne w systemie S), co symbolicznie oznaczymy przez $x \tilde{S} y$ lub krótko $x \sim y$ wtedy i tylko wtedy, gdy $\varrho_x = \varrho_y$.

Możemy też mówić o nierozróżnialności obiektów ze względu na pewien podzbiór $Q' \subset Q$ zbioru atrybutów, pisząc $x \tilde{Q'} y$.

Obie te relacje mają następującą ważną własność. Dla każdego systemu informacyjnego $S = \langle X, Q, V, \varrho \rangle$ relacje $\tilde{q}$, $\tilde{S}$ są relacjami <u>równoważności</u> na zbiorze obiektów X i spełniają ponadto warunek:

$$\tilde{S} = \bigcap_{q \in Q} \tilde{q}. \tag{2}$$

Każda relacja różnoważności dzieli zbiór, na którym jest określona, na rozłączne klasy, które będziemy nazywali <u>blokami</u> tego podziału. Bloki podziału wyznaczonego przez relację $\tilde{S}$ nazwiemy <u>blokami</u> (zbiorami) <u>elementarnymi</u> systemu informacyjnego S.

Oznaczając przez E_s zbiór wszystkich bloków elementarnych systemu S wprowadzimy funkcję $\varrho^*: E_s \times Q \longrightarrow V$ zdefiniowaną następująco:

$$\varrho^*(e,q) = v, \quad e \in E_s, \quad q \in Q, \quad v \in V$$

wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje takie $x \in e$, że $\varrho(x,q) = v$. Jeżeli $S = \langle X, Q, V, \varrho \rangle$ jest systemem informacyjnym, to system $S^* = \langle E_s, Q, V, \varrho^* \rangle$ będziemy nazywali <u>reprezentacją</u> systemu S.

Wprowadzone powyżej pojęcia pozwalają rozstrzygnąć, występujący często w praktyce, przypadek zależności wartości jakiegoś atrybutu w systemie od wartości innych atrybutów w tym systemie. Rozpatrzymy najpierw najprostszy przypadek zależności między dwoma atrybutami.

Niech q_1, q_2 będą dwoma atrybutami w systemie informacyjnym

$$S = \langle X, Q, V, \varrho \rangle.$$

Powiemy, że:

i) atrybut q_2 <u>zależy</u> od atrybutu q_1, co zapiszemy w postaci $q_1 \rightarrow q_2$, gdy $\tilde{q}_1 \subset \tilde{q}_2$;

ii) atrybuty q_1, q_2 są <u>niezależne</u> w systemie S, gdy nie zachodzi żadna z sytuacji $\tilde{q}_1 \subset \tilde{q}_2$, $\tilde{q}_1 \supset \tilde{q}_2$;

iii) atrybuty q_1, q_2 są <u>równoważne</u> w systemie S, co zapiszemy w postaci $q_1 \sim q_2$, gdy $\tilde{q}_1 = \tilde{q}_2$.

W podobny sposób można zdefiniować zależność atrybutu q od podzbioru atrybutów Q w systemie S.

Atrybut q <u>zależy od podzbioru</u> atrybutów $Q' \subset Q$ w systemie S, co zapiszemy $Q' \rightarrow q$, gdy $\tilde{Q}' \subset \tilde{q}$.

Analogicznie możemy rozpatrywać zależność pewnego podzbioru atrybutów w systemie od jakiegoś innego atrybutu tego systemu.

Podzbiór $Q' \subset Q$ atrybutów systemu <u>zależy</u> od atrybutu q tego systemu, co zapiszemy w postaci $q \rightarrow Q'$, gdy $\tilde{q} \subset \tilde{Q}'$.

Istnienie zależności między atrybutami systemu pozwala rozważać, mający istotne znaczenie praktyczne, problem jego redukcji, oczywiście bez straty zawartej w nim informacji.

Powiemy, że:

i) zbiór atrybutów $B \subset Q$ jest <u>minimalny</u> w systemie S wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego $B' \subset B$, $\tilde{B} \neq \tilde{B}'$.

ii) zbiór $B \subset Q$ jest <u>zależny</u> w systemie S wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje taki zbiór atrybutów $B' \subset B$, że $\tilde{B}' = \tilde{B}$.

iii) zbiór atrybutów Q jest <u>wyprowadzalny</u> ze zbioru atrybutów B w systemie S wtedy i tylko wtedy, gdy $B \subset Q$ oraz $\tilde{Q} = \tilde{B}$.

Zbiór atrybutów jest minimalny, gdy usunięcie choć jednego z nich zmienia podział zbioru obiektów na bloki elementarne.

Zbiór atrybutów jest zależny w systemie informacyjnym, jeżeli istnieją w tym zbiorze atrybuty takie, że ich usunięcie nie zmienia podziału zbioru obiektów systemu na bloki elementarne.

Zbiór atrybutów systemu jest wyprowadzalny z pewnego swego podzbioru atrybutów, gdy oba zbiory atrybutów generują ten sam podział zbioru obiektów na bloki elementarne.

Pojęcia te posiadają następujące własności:

i) jeżeli zbiór atrybutów $B \subset Q$ jest minimalny w systemie S, to dla każdego atrybutu $q \in Q \setminus B$, $B \rightarrow q$;

ii) jeżeli zbiór atrybutów B jest zależny w systemie S, to istnieje taki podzbiór $B' \subset B$, że $B \rightarrow q$, dla każdego atrybutu $q \in B \setminus B'$;

iii) jeżeli $B \subset Q$ oraz zbiór atrybutów Q jest wyprowadzalny ze zbioru atrybutów B w systemie S, to $Q \rightarrow Q \setminus B$.

iv) jeżeli zbiór atrybutów Q jest minimalny w systemie S, to Q nie jest wyprowadzalny z żadnego podzbioru właściwego Q.

W ten sposób dochodzimy do następujących pojęć:

i) zbiór atrybutów $B \subset Q$ nazwiemy <u>reduktem</u> zbioru atrybutów Q wtedy i tylko wtedy, gdy $\tilde{B} = \tilde{Q}$ oraz nie istnieje właściwy podzbiór $B' \subset B$ taki, że $\tilde{B}' = \tilde{Q}$;

ii) odpowiedni system $S' = \langle X, B, V' \varrho' \rangle$ nazwiemy <u>systemem zredukowanym</u>, w którym funkcja ϱ' jest funkcją ϱ zredukowaną do zbioru $X \times B$ zaś $V = \bigcup_{q \in B} V_q$.

Nietrudno zauważyć, że interpretacja powyższych pojęć daje możliwość syntezy algorytmu redukcji danego systemu informacyjnego.

Istotne znaczenie praktyczne ma nie tylko reprezentowanie wiedzy w postaci systemu informacyjnego S, badanie zależności atrybutów, redukcja systemu, ale także wykorzystywanie zawartej w nim informacji dla oceny, opisu i analizy pewnych hipotez dotyczących tego systemu.

W tym celu z systemem informacyjnym S zwiążemy przestrzeń aproksymacji $A = \langle X, \tilde{S} \rangle$, w której $\tilde{S}$ jest relacją nierozróżnialności generowaną przez ten system. Bloki podziału wyznaczonego przez $\tilde{S}$ w zbiorze X będziemy nazywali <u>zbiorami elementarnymi</u> w przestrzeni aproksymacji A. Załóżmy także, że zbiór pusty ϕ jest zbiorem elementarnym w przestrzeni aproksymacji A.

Skończoną sumę zbiorów elementarnych w A będziemy nazywali <u>zbiorem definiowalnym</u> w A.

Weźmy dowolny $Y \subset X$. Wprowadzimy dwa ważne pojęcia:

i) przez <u>górną aproksymację</u> Y w A, co zapiszemy w postaci $\overline{A}Y$, będziemy rozumieli najmniejszy definiowalny zbiór w A zawierający zbiór Y;

ii) przez <u>dolną aproksymację</u> Y w A, co zapiszemy w postaci $\underline{A}Y$, będziemy rozumieli największy zbiór definiowalny w A, zawarty w Y.

Nietrudno zauważyć, że zbiór $Y \subset X$ jest definiowalny w A wtedy i tylko wtedy, gdy $\underline{A}Y = \overline{A}Y$.

Natomiast gdy $\underline{A}Y \neq \overline{A}Y$, powiemy, że:

i) Y jest zbiorem definiowalnym w <u>sposób przybliżony</u> w A, jeżeli $\underline{A}Y \neq \phi$ i $\overline{A}Y \neq X$;

ii) Y jest zbiorem <u>zewnętrznie niedefiniowalnym</u> w A, jeżeli $\underline{A}Y \neq \phi$ i $\overline{A}Y = X$;

iii) Y jest zbiorem <u>wewnętrznie niedefiniowalnym</u> w A, jeżeli $\underline{A}Y = \phi$ i $\overline{A}Y = X$;

iv) Y jest zbiorem <u>całkowicie niedefiniowalnym</u> w A, jeżeli $\underline{A}Y = \phi$ i $\bar{A}Y = X$.

Z pojęciami tymi możemy związać pewne miary aproksymacji. I tak dokładność górnej aproksymacji zbioru $Y \subset X$ możemy mierzyć liczbą

$$\bar{\eta}_A(Y) = \frac{card(Y)}{card(\bar{A}Y)}. \tag{3}$$

Analogicznie, dokładność dolnej aproksymacji tego zbioru możemy mierzyć liczbą

$$\underline{\eta}_A(Y) = \frac{card(\underline{A}Y)}{card(Y)}. \tag{4}$$

Za miarę dokładności aproksymacji zbioru Y w przestrzeni aproksymacji $A = \langle X, \tilde{S} \rangle$ możemy przyjąć liczbę:

$$\mu_A(Y) = \bar{\eta}_A(Y) \cdot \underline{\eta}_A(Y) = \frac{card(\underline{A}Y)}{card(\bar{A}Y)}. \tag{5}$$

Nietrudno zauważyć, że $0 \leqslant \mu_A(Y) \leqslant 1$ i $\mu_A(Y) = 1$, gdy Y jest zbiorem definiowalnym w A.

Pewną miarą tej aproksymacji może być także pojęcie <u>dyspersji</u> zbioru $Y \subset X$ zdefiniowane jako:

$$\delta_A(Y) = \frac{card(\bar{A}Y) - card(\underline{A}Y)}{card(Y)}. \tag{6}$$

Pojęcia te mogę być uogólnione na przypadek aproksymacji, w przestrzeni A, rodziny podzbiorów $F = \{X_1, X_2, \ldots, X_k\}$ takich, że $X_i \subset X$, dla $i = 1,2,\ldots,k$.

Wtedy przez dolną (górną) aproksymację F w A, co zapiszemy odpowiednio $\underline{A}F(\bar{A}F)$, będziemy rozumieli rodziny

$$\underline{A}F = \{\underline{A}X_1, \underline{A}X_2, \ldots, \underline{A}X_k\} \quad \text{i} \quad \bar{A}F = \{\bar{A}X_1, \bar{A}X_2, \ldots, \bar{A}X_k\}.$$

Z punktu widzenia zastosowań szczególnie ważne znaczenie będzie miał przypadek, gdy rodzina F będzie pewnym podziałem (pokryciem) X.

Jeżeli F jest podziałem X takim, że:

i) $X_i \cap X_j = \phi$, dla wszystkich $i,j = 1,2,\ldots,k$, $i \neq j$;

ii) $\bigcup_{i=1}^{k} X_i = X$

to nazwiemy go <u>klasyfikacją</u> X, zaś X_i, $i = 1,2,\ldots,k$, <u>klasami</u> i zamiast F, $\underline{A}F$, $\bar{A}F$ będziemy pisać odpowiednio $C(X)$, $\underline{C}(X)$, $\bar{C}(X)$.

Dokładność podziału $C(X)$ w przestrzeni aproksymacji A oznaczymy $\alpha_A C(X)$ i zdefiniujemy następująco:

$$\alpha_A C(X) = \sum_{i=1}^{k} \mathrm{card}(\underline{A}X_i)/\mathrm{card}(X). \tag{7}$$

Współczynnik ten wyraża stosunek największej możliwej liczby elementów, trafnie zakwalifikowanych do bloków podziału $C(X)$ za pomocą zbiorów elementarnych przestrzeni A, do liczby wszystkich elementów w zbiorze X.

Jeżeli $C(X) = \{X_1, X_2, \ldots, X_k\}$ oraz $A = \langle X, \tilde{S} \rangle$, to zbiór

$$N_A C(X) = X \setminus \bigcup_{i=1}^{k} \underline{A}X_i$$

oznacza zbiór elementów, które mogą być niewłaściwie zaklasyfikowane za pomocą zbiorów elementarnych przestrzeni A w podziale $C(X)$, natomiast

$$\mu_A C(X) = \frac{\mathrm{card}(N_A C(X))}{\mathrm{card}(X)} \tag{8}$$

oznacza stosunek liczby elementów, które mogą być niewłaściwie zaklasyfikowane do liczby wszystkich elementów.

Współczynnik $\mu_A C(X)$ nazwiemy <u>współczynnikiem dyspersji</u> podziału $C(X)$ w przestrzeni aproksymacji A.

Nietrudno zauważyć, że:

$$\mu_A C(X) = 1 - \alpha_A C(X).$$

Tak więc współczynniki $\alpha_A C(X)$ oraz $\mu_A C(X)$ określają jak dokładnie podział $C(X)$ może być aproksymowany zbiorami elementarnymi przestrzeni A.

Z praktycznego punktu widzenia istotne znaczenie ma nie tylko badanie zależności między atrybutami systemu informacyjnego S, ale także odpowiedź na konkretne pytanie - jak usunięcie np. określonego atrybutu ze zbioru Q zmienia daną klasyfikację lub wartość wprowadzonych powyżej pojęć?

W tym celu wprowadzimy pojęcie zbioru rozstrzygalnego przez atrybuty systemu informacyjnego S.

Niech będzie dany system informacyjny $S = \langle X, Q, V, \varrho \rangle$ oraz atrybut $q \in Q$ i pewien podzbiór $Y \subset X$.

Powiemy, że:

i) podzbiór $Y_q^+ = \underline{A}Y_Q \setminus \underline{A}Y_{Q \setminus \{q\}}$ jest <u>pozytywnie rozstrzygalnym</u> przez atrybut $q \in Q$;

ii) podzbiór $Y_q^- = \bar{A}Y_{Q\setminus\{q\}} \setminus \bar{A}Y_Q$ jest <u>negatywnie rozstrzygalnym</u> przez atrybut $q \in Q$.

Oczywiście pojęcia te można uogólnić na dowolne podzbiory zbioru Q. Wprowadzimy dwie miary związane z tymi pojęciami:

i) dla podzbiorów pozytywnie rozstrzygalnych przez atrybut $q \in Q$:

$$\beta^+_{Y_q} = \frac{\mathrm{card}(\underline{A}Y_Q) - \mathrm{card}(\underline{A}Y_{Q\setminus\{q\}})}{\mathrm{card}(\underline{A}Y_Q)} = 1 - \frac{\mathrm{card}(\underline{A}Y_{Q\setminus\{q\}})}{\mathrm{card}(\underline{A}Y_Q)}. \tag{9}$$

ii) dla podzbiorów negatywnie rozstrzygalnych przez atrybut $q \in Q$:

$$\beta^-_{Y_q} = \frac{\mathrm{card}(\bar{A}Y_{Q\setminus\{q\}}) - \mathrm{card}(\bar{A}Y_Q)}{\mathrm{card}(X) - \mathrm{card}(\bar{A}Y_Q)}. \tag{10}$$

Nietrudno zauważyć, że miary te mają następujące własności:

i) $0 \leqslant \beta^+_{Y_q} \leqslant 1$;

$\beta^+_{Y_q} = 0$, gdy usunięcie atrybutu q nie zmienia $\underline{A}Y$;

$\beta^+_{Y_q} = 1$, gdy Y, po usunięciu atrybutu q, jest podzbiorem wewnętrznie niedefiniowalnym w A.

ii) $0 \leqslant \beta^-_{Y_q} < 1$;

$\beta^-_{Y_q} = 0$, gdy usunięcie atrybutu q nie zmienia $\bar{A}Y$;

$\beta^-_{Y_q} = 1$, gdy Y, po usunięciu atrybutu q, jest podzbiorem zewnętrznie niedefiniowalnym w A.

Przytoczone powyżej pojęcia oraz związane z nimi własności pozwalają, dla danego systemu informacyjnego S, określić:

a) relację nierozróżnialności w $X \times X$ oraz wyznaczyć jej bloki podziału;
b) sprawdzać zależność atrybutów w opisie systemu S;
c) obliczyć redukcję systemu S;
d) rozwiązać zadanie aproksymacji lub klasyfikacji podzbiorów X.

3. PRZYKŁAD STEROWANIA PIECEM OBROTOWYM PRZEZ PALACZA

Rozpatrzymy sposób sterowania przez palacza piecem obrotowym do wypalania klinkieru. W tym celu scharakteryzujemy piec obrotowy jako obiekt sterowania. W dużym uproszczeniu piec obrotowy do wypalania klinkieru jest przeciwprądowym wymiennikiem ciepła, w kształcie długiego, metalowego cylindra (40 m - 230 m) o średnicy od 2 m do 7 m, nachylonego do poziomu

pod kątem od 3° do 5°. Z wyżej położonego końca (zimnego) do pieca podawany jest szlam (przy metodzie mokrej) lub mączka surowcowa (przy metodzie suchej), a z drugiego końca (gorącego) wdmuchiwany jest pył węglowy (lub inne paliwo np. gaz ziemny, ropa naftowa), który, tworząc mieszaninę z gorącym powietrzem z chłodnika, zapala się stanowiąc źródło energii cieplnej pieca.

Z punktu widzenia zjawisk fizykochemicznych piec obrotowy umownie możemy podzielić na 4 strefy idąc od zimnego do gorącego końca: strefa suszenia, strefa podgrzewania, strefa kalcynacji i strefa spiekania. Przy metodzie suchej produkcji klinkieru w piecu obrotowym występuje tylko strefa kalcynacji i strefa spiekania, w związku z czym piece są krótsze, ale o większych średnicach.

Celem sterowania piecem obrotowym jest otrzymanie klinkieru o odpowiednich własnościach fizycznych i chemicznych. Specyfika tego procesu polega na tym, że o jakości klinkieru dowiadujemy się dopiero po tzw. 28-dniowej próbie wytrzymałościowej cementu, dlatego, dla potrzeb sterowania, szuka się pewnych wskaźników pośrednio związanych z jakością klinkieru, których określanie na bieżąco, w procesie sterowania, jest możliwe.

Wskaźników takich jest wiele, a jednym z nich, najczęściej wykorzystywanym przez palaczy przy sterowaniu ręcznym piecem obrotowym, jest aktualny stan strefy spiekania. Palacz, analizując bieżący stan strefy spiekania, rozróżnia następujące stany pieca:

Stan 1: "piec bardzo słaby",
Stan 2: "piec słaby",
Stan 3: "piec słabnący lub wyostrzający się",
Stan 4: "piec ostry",
Stan 5: "piec przeostrzony".

Palacz zalicza piec do odpowiedniego stanu na podstawie obserwacji następujących atrybutów:

q_1 = temperatura w strefie spiekania;
q_2 = kolor strefy spiekania;
q_3 = granulacja klinkieru w strefie spiekania;
q_4 = kolor materiału we wnętrzu pieca.

Wartości atrybutu q_1 są odczytywane przez palacza w sterowni, co pozwala mu określić, w jakim przedziale znajduje się temperatura w strefie spiekania. Wartości atrybutów q_2, q_3, q_4 określane są przez palacza na podstawie oglądania wnętrza pieca obrotowego przez specjalny wziernik za pomocą odpowiedniego układu optycznego ze szkła kobaltowego.

Z praktyki przemysłowej przyjmiemy, że $V_{q_1} = \{1,2,3,4\}$, gdzie liczby 1, 2, 3, 4 oznaczają przedziały temperatur, jak to podano niżej:

1 - 1380 - 1420 [°C] ;
2 - 1420 - 1440 [°C] ;
3 - 1440 - 1480 [°C] ;
4 - 1480 - 1500 [°C] ;

$V_{q_2} = \{1,2,3,4,5\}$, gdzie liczby 1,2,3,4,5 oznaczają odpowiednio:

1 - szkarłat;
2 - ciemny róż;
3 - jasny róż;
4 - zdecydowany jasny róż;
5 - biel różana.

$V_{q_3} = \{1,2,3,4\}$, gdzie liczby 1,2,3,4 oznaczają odpowiednio:

1 - miał;
2 - miał z bryłkami;
3 - wyraźną granulację;
4 - bryły.

$V_{q_4} = \{1,2,3\}$, gdzie liczby 1,2,3 oznaczają odpowiednio:

1 - wyraźne ciemne pasma;
2 - niewyraźne ciemne pasma;
3 - brak ciemnych pasm.

Przykładowo, przy użyciu tych oznaczeń, do poszczególnych rozróżnianych przez palacza stanów pieca możemy zaliczyć następujące sytuacje:

Stan 1: "piec bardzo słaby" = $\{\langle 2,1,1,1\rangle$ lub $\langle 2,2,1,1\rangle$, lub $\langle 2,2,2,1\rangle$ lub $\langle 2,1,1,2\rangle\}$;

Stan 2: "piec słaby" = $\{\langle 3,1,3,2\rangle$ lub $\langle 3,1,2,2\rangle$ lub $\langle 3,2,2,2\rangle$ lub $\langle 3,3,3,1\rangle\}$;

Stan 3: "piec słabnący lub wyostrzający się" = $\{\langle 3,2,2,3\rangle$ lub $\langle 3,2,3,3\rangle$ lub $\langle 3,2,3,2\rangle\}$;

Stan 4: "piec ostry" = $\{\langle 4,2,3,3\rangle$ lub $\langle 4,1,3,3\rangle$ lub $\langle 4,3,3,2\rangle$ lub $\langle 4,2,4,3\rangle\}$;

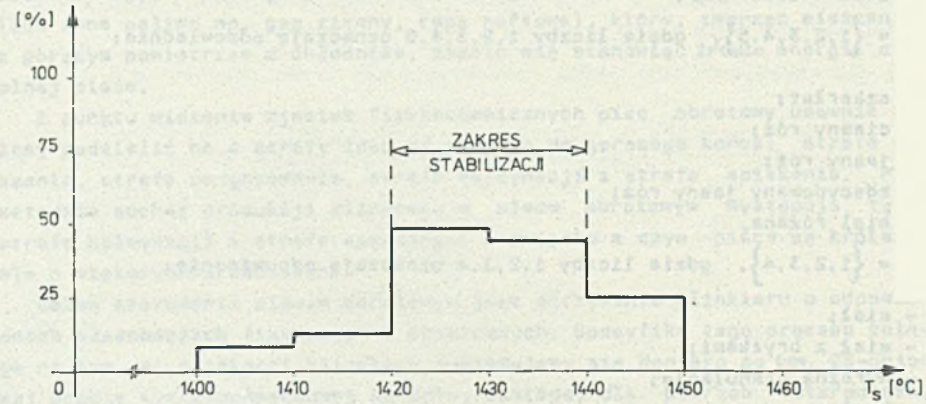
Stan 5: "piec przeostrzony" = $\{\langle 4,4,3,3\rangle$ lub $\langle 4,4,4,3\rangle$ lub $\langle 4,5,3,3\rangle$ lub $\langle 4,5,4,3\rangle\}$.

Zakwalifikowanie przez palacza pieca do jednego z tych stanów, na podstawie oceny bieżącej sytuacji, związane jest z wyborem przez niego odpowiedniego oddziaływania sterującego ze skończonego zbioru sterowań [1].

Zagadnienie to nie będzie przedmiotem analizy w niniejszej pracy, gdyż skoncentrujemy się w niej na problemach klasyfikacji przez palacza poszczególnych stanów pieca w oparciu o rozróżniane przez niego atrybuty.

Natomiast dla ilustracji przedstawimy zarejestrowany przez komputer histogram temperatury w strefie spiekania w czasie 8-godzinnego prowadze-

nia pieca obrotowego przez analizowanego palacza. Histogram ten może być pewnym wskaźnikiem pośrednim jego jakości sterowania. Pokazany jest na rys. 1.



Rys. 1. Histogram temperatury w strefie spiekania przy sterowaniu ręcznym przez palacza

4. ANALIZA I OCENA KLASYFIKACJI PALACZA

Obserwując sterowanie palacza piecem obrotowym, przy każdej ocenie przez niego sytuacji, można notować jej opis w przyjętym sposobie wartościowania atrybutów. W okresie zmiany (ok. 8 godz.) takich interwencji palacza zdarza się kilkadziesiąt (40-80) w zależności od kształtowanie się sytuacji w piecu. Zdobytą w ten sposób informację, o ocenie przez palacza sytuacji w piecu obrotowym, będziemy reprezentowali w postaci systemu informacyjnego S zdefiniowanego przez (1).

Poniżej, dla przykładu, przytaczamy pełny opis systemu informacyjnego S reprezentującego ocenę przez palacze sytuacji w piecu obrotowym w ciągu 8 godzin (22^{00}-6^{00} [1]).

x	q_1	q_2	q_3	q_4
1	3	1	3	2
2	3	2	3	2
3	3	1	3	2
4	4	2	3	2
5	4	2	4	2
6	4	2	4	3
7	4	1	4	3
8	4	1	4	3
9	4	1	3	2
10	4	3	3	2
11	3	1	3	2
12	3	1	3	2

x	q_1	q_2	q_3	q_4
13	3	1	3	2
14	3	3	3	2
15	3	3	2	2
16	3	1	2	2
17	3	2	2	2
18	3	2	3	2
19	3	2	3	2
20	4	2	3	2
21	4	2	4	2
22	4	2	4	3
23	4	1	4	3
24	4	1	3	3
25	4	1	3	2
26	4	3	3	2
27	3	3	3	2
28	3	3	3	2
29	3	3	2	2
30	3	3	2	2
31	3	1	2	2
32	3	2	2	2
33	3	2	3	2
34	3	2	3	2
35	3	2	3	3
36	4	2	3	3
37	4	2	4	3
38	4	1	4	4
39	4	1	3	3
40	4	1	3	2
41	4	1	3	2
42	4	3	3	2
43	4	3	3	2
44	3	3	2	2
45	3	3	2	2
46	3	1	2	2
47	3	2	2	2
48	3	2	3	2
49	3	2	3	2
50	3	2	3	3
51	3	2	3	3
52	3	2	3	3
53	4	1	3	3
54	4	3	3	3
55	3	3	2	3
56	3	3	2	2
57	3	3	2	2
58	2	3	2	2
59	2	3	2	1
60	2	3	1	1
61	2	1	1	1
62	2	2	1	1
63	2	2	2	1
64	3	2	3	1
65	3	2	3	2
66	3	1	3	2
67	3	1	3	2
68	3	1	3	2
69	3	1	3	2
70	3	1	3	2

W systemie tym istnieją następujące zbiory elementarne:

1: $\{1, 3, 11, 12, 13, 66, 67, 68, 69, 70\}$;
2: $\{2, 18, 19, 33, 34, 48, 49, 65\}$;
3: $\{4, 20\}$;
4: $\{5, 21\}$;
5: $\{6, 22, 37\}$;
6: $\{7, 23, 38\}$;
7: $\{8, 24, 39, 53\}$;
8: $\{9, 25, 40, 41\}$;
9: $\{10, 26, 42, 43\}$;
10: $\{14, 27, 28\}$;
11: $\{15, 29, 30, 44, 45, 56, 57\}$;
12: $\{16, 31, 46\}$;
13: $\{17, 32, 47\}$;
14: $\{35, 50, 51, 52\}$;
15: $\{36\}$;
16: $\{54\}$;
17: $\{55\}$;
18: $\{58\}$;
19: $\{59\}$;
20: $\{60\}$;
21: $\{61\}$;
22: $\{62\}$;
23: $\{63\}$;
24: $\{64\}$;

Palacz w następujący sposób zaklasyfikował poszczególne elementy uniwersum X do wyróżnionych przez niego stanów pieca, określając następującą rodzinę podzbiorów:

Stan 1: "piec bardzo słaby" = $\{58, 59, 60, 61, 62, 63, 64\}$;

Stan 2: "piec słaby" = $\{1, 13, 14, 15, 16, 17, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 44, 45, 46, 47, 54, 55, 56, 57, 66, 68, 69, 70\}$;

Stan 3: "piec słabnący lub wyostrzający się: = $\{2, 3, 11, 12, 19, 33, 34, 35, 48, 50, 51, 52, 65\}$;

Stan 4: "piec ostry" = $\{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 53\}$.

Podzbiory te oznaczymy odpowiednio przez Y_1, Y_2, Y_3, Y_4. Łatwo sprawdzić, że $Y_1 \subset X$ jest definiowalny, gdyż mamy $\underline{A}Y_1 = \bar{A}Y_1$. Podobnie $Y_4 \subset X$ jest definiowalny, gdyż mamy $\underline{A}Y_4 = \bar{A}Y_4$. Pozostałe podzbiory Y_2, Y_3 są w przybliżeniu definiowalne, gdyż dla nich mamy: $\underline{A}Y_2 \neq \emptyset$ i $\bar{A}Y_2 \neq X$, podobnie $\underline{A}Y_3 \neq \emptyset$ i $\bar{A}Y_3 \neq X$.

Wyniki obliczeń dokładności aproksymacji przedstawia tabela 1.

Tabela 1

Dokładność aproksymacji

Numer stanu	Liczba elementów	Liczba elementów dolnej aproksymacji	Liczba elementów górnej aproksymacji	Dokładność aproksymacji
1	7	7	7	1.
2	25	18	28	.64
3	15	12	22	.54
4	23	23	23	1.
$\alpha_A C(X) = \phi .85$		$\mu_A C(X) = \phi .15$		

Na dokładność podziału palacza istotny wpływ ma fakt, że dobrze klasyfikuje tylko dwa stany pieca obrotowego: Stan 1: "piec bardzo słaby", Stan 4: "piec ostry".

Ważne znaczenie praktyczne ma zbadanie zależności w zbiorze atrybutów rozróżnianych przez palacza. Tabela 2 przedstawia wpływ poszczególnych atrybutów na liczbę zbiorów elementarnych.

Tabela 2

Zbiory elementarne przy usuwaniu atrybutów

Usunięty atrybut	Żaden	q_1	q_2	q_3	q_4
Liczba zbiorów elementarnych	24	19	12	16	16

Zgodnie z wcześniej przytoczonymi pojęciami rozróżniany przez palacza zbiór atrybutów jest minimalny.

Tabela 3 ujmuje wyniki obliczeń dotyczących wpływu atrybutów na dokładność aproksymacji poszczególnych, rozróżnianych przez palacza podzbiorów oraz na dokładność jego klasyfikacji.

W oparciu o tabelę 3 łatwo zauważyć wpływ poszczególnych atrybutów na dokładność aproksymacji, rozróżnianych przez palacza podzbiorów oraz na dokładność jego klasyfikacji. Analizując tylko dwa stany pieca, które palacz dobrze klasyfikuje, widać, że:

i) o zakwalifikowaniu bieżącej sytuacji do stanu 1 - "piec bardzo słaby" decydują atrybuty q_1 i q_4;

ii) o zakwalifikowaniu bieżącej sytuacji do stanu 4 - "piec ostry" decydują atrybuty q_1, q_2, q_4.

Dokładniej ich wpływ możemy przeanalizować badając rozstrzygalność tych podzbiorów ze względu na interesujące nas atrybuty.

Tabela 3

Aproksymacja i klasyfikacja przy usuwaniu atrybutów

Numer stanu	Usunięty atrybut				
	żaden	q_1	q_2	q_3	q_4
1	1.00	0.43	1.00	1.00	0.31
2	0.64	0.22	0.34	0.33	0.53
3	0.54	0.00	0.16	0.14	0.00
4	1.00	0.50	0.75	1.00	0.80
$\alpha_A C(X)$	0.85	0.37	0.61	0.66	0.60
$\mu_A C(X)$	0.15	0.63	0.39	0.34	0.40

Dla podzbioru Y_1, odpowiadającego według terminologii palacza stanowi 1 - "piec bardzo słaby", wyniki obliczeń zamieszcza tabela 4.

Tabela 4

Rozstrzygalność przez atrybuty podzbioru Y_1

Usunięty atrybut	q_1	q_2	q_3	q_4
$\overset{+}{Y}_1$	0.14	0.0	0.0	0.14
$\overset{-}{Y}_1$	0.11	0.0	0.0	0.19

Z tabeli 4 widać, że atrybuty q_1, q_4 w podobny sposób wpływają na klasyfikację palacza, zaś atrybuty q_2, q_3 nie mają żadnego wpływu.

Dla podzbioru Y_4, odpowiadającego według terminologii palacza stanowi 4 - "piec ostry", wyniki obliczeń zamieszcza tabela 5.

Tabela 5

Rozstrzygalność przez atrybuty podzbioru Y_4

Usunięty atrybut	q_1	q_2	q_3	q_4
$\beta \overset{+}{Y}_4$	0.48	0.22	0.0	0.17
$\beta \overset{-}{Y}_4$	0.53	0.02	0.0	0.02

Z tabeli 5 widać, że największy wpływ na klasyfikację palacza ma atrybut q_1, a atrybut q_3 nie ma żadnego wpływu.

Analiza rozstrzygalności przez atrybuty poszczególnych podzbiorów ma tę podstawową własność, że możemy śledzić zmiany aproksymacji dolnej i górnej tych podzbiorów przy usuwaniu poszczególnych atrybutów, co ma istotne znaczenie praktyczne.

5. OCENA UZYSKANYCH WYNIKÓW I WNIOSKI

W niniejszej pracy starano się pokazać, że można wykorzystać zaproponowana przez Z. Pawlaka pojęcie systemu informacyjnego do reprezentacji wiedzy o sterowaniu przez palacza piecem obrotowym. Wiedzę tę można wykorzystać do analizy i oceny, proponowanej przez palacza, klasyfikacji rozróżnianych przez niego stanów pieca obrotowego.

Analiza ta pozwala odpowiedzieć na podstawowe pytania związane z wpływem rozróżnianych atrybutów na dokładność aproksymacji i klasyfikacji, rozstrzygalność poszczególnych podzbiorów, możliwość redukcji systemu.

Daje to możliwość nie tylko jakościowej, ale także ilościowej oceny zachowania się palacza przy sterowaniu piecem obrotowym. Szczególnie ważne znaczenie dla przyszłej implementacji pełnego modelu wnioskowania może mieć przypadek, gdy wszystkie określone przez palacza podzbiory, reprezentujące rozróżniane przez niego stany pieca obrotowego, będą definiowalne w przestrzeni aproksymacji $A = \langle X, \tilde{S} \rangle$.

Łatwo wtedy uzyskać ich opis zbiorami elementarnymi, co znacznie ułatwi implementację.

LITERATURA

[1] Mrózek A. i inni: Opracowanie A.2.1/76 problemu węzłowego 06.4. ZSAK PAN, Gliwice 1976.

[2] Mrózek A., Piwowarski M., Wełnicki L.: Modele wnioskowania, tablice decyzyjne i sterowanie. Podstawy Sterowania, t. 9, z. 3, 1978.

[3] Pawlak Z.: Rough sets, basic notions. ICS PAS Report, 434, Warszawa 1981.

[4] Pawlak Z.: Rough classification. ICS PAS Report 506, Warszawa 1983.

[5] Pawlak Z.: Classifications of objects by means of attributes. ICS PAS Report 492, Warszawa 1984.

[6] Pawlak Z.: Systemy informacyjne. Podstawy teoretyczne. WNT, Warszawa 1983.

Recenzent: Prof. dr hab. Zdzisław Pawlak

Wpłynęło do Redakcji: 22.02.1984 r.

АНАЛИЗ МОДЕЛИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ЭКСПЕРТОМ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ПРИБЛИЖЕННЫХ МНОЖЕСТВ

Р е з ю м е

В работе введено понятие теории приближенных множеств для идентификации, анализа и оценки модели принятия решений экспертом при управлении сложным технологическим объектом. Представлен пример оценки модели принятия решений экспертом для вращающейся печи на цементном заводе.

ANALYSIS OF THE HUMAN - EXPERT INFERENCE MODEL ACCORDING TO THE THEORY OF ROUGH SETS

S u m m a r y

The paper introduces notions of the theory of rough sets for identification, analysis and estimation of human - expert inference model within the domain of complex industrial plants control.

An example, referring to estimation of a human - expert inference model of a rotary kiln in a cement plant is discussed.