

Jerzy WOJTUSZEK

Instytut Informatyki Czasu Rzeczywistego
Politechniki Śląskiej

AUTOMATYCZNA KOREKTA JEDNOWARSTWOWYCH POŁĄCZEŃ
DRUKOWANYCH PROJEKTOWANYCH PRZEZ KOMPUTER

Streszczenie. Praca dotyczy wspomaganego komputerowo projektowania jednowarstwowych obwodów drukowanych i zaprezentowana została w niej metoda wytyczania połączeń nie zrealizowanych za pomocą konwencjonalnych metod automatycznego projektowania.

Podstawowym elementem tej metody jest rozwiązywanie tzw. problemu dwóch ścieżek dla grafów planarnych o znanej płaskiej reprezentacji geometrycznej.

1. WPROWADZENIE

Istniejące metody automatycznego projektowania obwodów drukowanych nie gwarantują wytyczenia wszystkich połączeń zadanych przez projektanta pakietu. W związku z powyższym, zaprojektowane automatycznie obwody drukowane wymagają zwykle ręcznej korekty, w czasie której projektant pakietu modyfikuje trasy zaprojektowanych połączeń, a następnie wytycza połączenia brakujące. Konieczność dokonywania ręcznej korekty wydłuża i komplikuje proces projektowy. Pociąga też za sobą potrzebę wyposażenia systemu automatycznego projektowania w wyspecjalizowane graficzne urządzenia wejścia - wyjścia.

Uzasadnione wydaje się zatem dążenie do co najmniej częściowego zastąpienia korekty ręcznej korektą automatyczną. Zagadnienie to (ang. rerouting, backtracing) rozpatrywane było m.in. w [1], [2], [3].

Celem niniejszej pracy jest zaprezentowanie pewnej metody automatycznej korekty przeznaczonej dla obwodów jednowarstwowych (lub pojedynczych warstw obwodów wielowarstwowych), opierającej się na rozwiązywaniu konfliktów pomiędzy parami połączeń. Konflikt pomiędzy parą połączeń sprowadzony został w pracy do tzw. problemu dwóch ścieżek w grafie.

Z uwagi na ograniczoną objętość pracy pominięto w niej dowody prezentowanych twierdzeń. Dowody tych twierdzeń lub twierdzeń im równoważnych można znaleźć w [1].

2. OGÓLNY OPIS PREZENTOWANEJ METODY

Punkty końcowe brakującego połączenia są odseparowane od siebie przez wcześniej zaprojektowane ścieżki drukowane. Wytyczenie brakującego połączenia wymaga więc zdeformowania tych ścieżek. W prezentowanej metodzie automatycznej korekty dąży się do wytyczenia każdego brakującego połączenia poprzez zdeformowanie tylko jednej z zaprojektowanych wcześniej ścieżek.

Postępowanie zmierzające do wytyczenia brakującego połączenia ma w ogólnym zarysie przebieg następujący:

1. Wyznaczenie zbioru ścieżek poddawanych próbom deformowania.
2. Próby deformowania kolejnych ścieżek należących do powyższego zbioru w taki sposób, aby możliwe stało się wytyczenie brakującego połączenia bez przecinania żadnej z zaprojektowanych ścieżek.

Jeżeli deformowanie danej ścieżki nie doprowadzi do pożądanego rezultatu, wówczas ścieżce przywracana jest pierwotna postać, po czym przystępuje się do deformowania następnej ścieżki. Postępowanie to kontynuowane jest aż do momentu pomyślnego zdeformowania którejś ze ścieżek należących do zbioru wyznaczonego w pierwszym kroku bądź też aż do wyczerpania się tego zbioru. Jeżeli dojdzie do drugiego z wymienionych przypadków, to brakujące połączenie wytyczane musi być ręcznie lub za pomocą innej metody automatycznej korekty. Gdy wytyczanie brakującego połączenia zakończy się pomyślnie, wówczas zdeformowana ścieżka może zostać zoptymalizowana ze względu na długość lub inne parametry, np. za pomocą algorytmu Lee [4].

Jak łatwo zauważyć, deformowanie danej ścieżki może zakończyć się pomyślnie tylko wtedy, gdy ścieżka ta jest osiągalna bez przecinania innych ścieżek z obu punktów końcowych brakującego połączenia. Tak więc wystarczy poddawać próbom deformowania tylko te ścieżki, które spełniają powyższy warunek. Procedura wyznaczania zbioru takich ścieżek jest przedstawiona w [1].

W proponowanej metodzie przyjmuje się, że wszystkie ścieżki jednowarstwowego obwodu drukowanego prowadzone są wzdłuż segmentów pewnej płaskiej siatki o regularnej strukturze nazywanej siatką modelową. Zakłada się, że segmenty tej siatki nie krzyżują się ze sobą. Dla każdej zdeformowanej ścieżki z określić można pewien spójny fragment siatki modelowej, którego zbiór węzłów tworzą węzły siatki modelowej, przez które przechodzi ścieżka z oraz wszystkie "wolne" węzły siatki modelowej osiągalne ze ścieżki z bez przecinania innych ścieżek drukowanych, do których zaliczamy węzły będące punktami końcowymi brakującego połączenia. Fragment ten można uważać za płaską reprezentację geometryczną pewnego grafu planarnego G .

Przez a_1, a_2 oznaczono wierzchołki tego grafu odpowiadające punktom końcowym ścieżki z , natomiast przez b_1, b_2 - wierzchołki odpowiadające

punktem końcowym brakującego połączenia. Zadanie deformowania ścieżki z sprowadzić można teraz do problemu wyznaczenia w grafie G pary nie przecinających się ścieżek, z których jedna łączy wierzchołki a_1, a_2 , natomiast druga - wierzchołki b_1, b_2 .

Problem ten nazywany jest problemem dwóch ścieżek - w skrócie PDS [5]. Jego rozwiązywanie jest najistotniejszym elementem proponowanej metody automatycznej korekty i zagadnieniu temu poświęcona będzie dalsza część pracy. W prezentowanej dalej metodzie rozwiązywania PDS graf G może być dowolnym grafem planarnym o znanej płaskiej reprezentacji geometrycznej.

3. PODSTAWOWE POJĘCIA STOSOWANE W ROZWIĄZYWANIU PDS

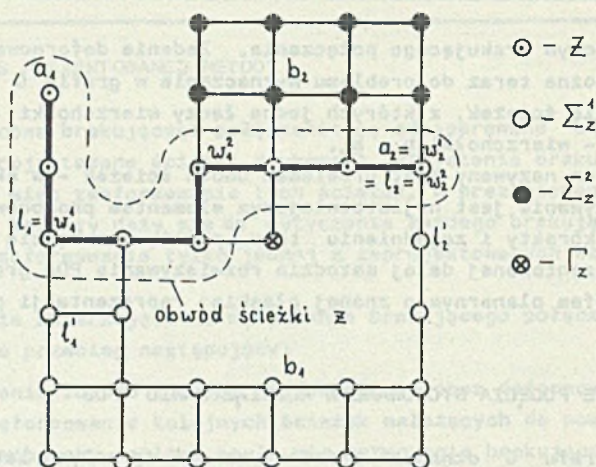
Ścieżki grafu G oznaczać będziemy za pomocą małych liter łacińskich. Fragment ścieżki s łączący wierzchołki k_1, k_2 , nazywany podścieżką ścieżki s , oznaczony będzie przez $s(k_1, k_2)$. Zapis typu $s = s(k_1, k_2)$ oznacza, że ścieżki s łączy wierzchołki k_1, k_2 . Zbiór wierzchołków występujących w ścieżce s oznaczony będzie przez S . Ten sam zbiór pomniejszony o wierzchołki końcowe ścieżki s oznaczać będziemy przez \bar{S} . Dla analogicznie określonych zbiorów wierzchołków występujących w podścieżce $s(k_1, k_2)$ stosowane będą oznaczenia $S(k_1, k_2)$ i $\bar{S}(k_1, k_2)$.

Ścieżkę $z = z(a_1, a_2)$ nie przechodzącą przez wierzchołki b_1, b_2 (wierzchołki określone w sformułowaniu PDS) taką, że dla każdej ścieżki $b = b(b_1, b_2)$ spełniony jest warunek $b \cap z \neq \emptyset$ nazywać będziemy ścieżką zaporową. Cięciwą ścieżki zaporowej z nazywać będziemy każdą ścieżkę $s = s(k_1, k_2)$ taką, że $S \cap z = \{k_1, k_2\}$. Przyjmijemy zasadę, że dla każdej cięciwy $s = s(k_1, k_2)$ ścieżki zaporowej z spełniony jest warunek $k_1 \in Z(a_1, a_2)$, tzn. wierzchołek k_1 położony jest w ścieżce z pomiędzy wierzchołkami a_1 i a_2 .

Dla danej ścieżki zaporowej z określić można następujące zbiory wierzchołków grafu G (rys. 1):

- 1) $\hat{\Sigma}_z^1$, $i = 1, 2$ - zbiór wierzchołków, które połączyć można z wierzchołkami b_i za pomocą ścieżki nie przecinającej się ze ścieżką z ,
- 2) $\Sigma_z^1 = \hat{\Sigma}_z^1 \cup \{b_i\}$, $i = 1, 2$,
- 3) $\Gamma_z = V - (\Sigma_z^1 \cup \Sigma_z^2 \cup z)$, gdzie V - zbiór wierzchołków grafu G ,
- 4) $Z(b_i)$, $i = 1, 2$ - zbiór wierzchołków występujących w ścieżce z , przyległych do wierzchołków należących do zbioru $\hat{\Sigma}_z^1$.

Sposób oznaczania wierzchołków należących do zbiorów Z , Σ_z^1 , Σ_z^2 , Γ_z wprowadzony na rys. 1 stosowany będzie na pozostałych rysunkach.



Rys. 1. Ilustracja pojęć zbiorów \sum_z^1 , Γ_z , obwodu ścieżki, krawędzi $e_1 = (\underline{1}_1, \underline{1}'_1)$, $e_2 = (\underline{1}_2, \underline{1}'_2)$ i wierzchołków w_1^1, w_2^1

W każdym ze zbiorów $Z(b_i)$, $i = 1, 2$, wyróżnimy (rys. 1) parę wierzchołków w_1^i, w_2^i takich, że:

$$|Z(\underline{a}_j, w_j^i)| = \min |Z(\underline{a}_j, k)|, \quad 1, j = 1, 2$$

$$k \in Z(b_i)$$

$|X|$ oznacza moc zbioru X .

Rozwiązaniem PDS nazywać będziemy parę ścieżek (a, b) , przy czym $a = a(\underline{a}_1, \underline{a}_2)$, $b = b(\underline{b}_1, \underline{b}_2)$ takich, że $A \cap B = \emptyset$.

Niech dana jest ścieżka zaporowa z oraz jej cięciwa $s = s(k_1, k_2)$. Zastępując w ścieżce z podścieżkę $z(k_1, k_2)$ cięciwą s , otrzymamy pewną ścieżkę $a = a(\underline{a}_1, \underline{a}_2)$, o której będziemy mówić, że pochodzi ona od cięciwy s . Jeżeli dla ścieżki z istnieje rozwiązanie PDS, tzn. istnieje ścieżka $b = b(\underline{b}_1, \underline{b}_2)$ taka, że $A \cap B = \emptyset$, wówczas o cięciwie s powiemy, że daje ona rozwiązanie PDS.

Niech dana jest płaska reprezentacja geometryczna grafu G nazywana dalej diagramem grafu G . Obwodem ścieżki zaporowej z (rys. 1) nazywać będziemy krzywą zamkniętą zwyczajną na diagramie grafu G przecinającą jednokrotnie wszystkie krawędzie $(\underline{1}, \underline{1}')$ takie, że $\underline{1} \in Z$, $\underline{1}' \notin Z$ i tylko te krawędzie. Przez $E(e_a, e_b)$, gdzie e_a, e_b - dowolne krawędzie przecinane przez obwód ścieżki z , oznaczać będziemy zbiór krawędzi przecinanych podczas poruszania się wzdłuż obwodu ścieżki z od krawędzi e_a do krawędzi e_b w kierunku dodatnim. Przyjmijemy przy tym, że $e_a, e_b \in E(e_a, e_b)$.

W grafie G wyróżnimy (rys. 1) parę krawędzi $e_1 = (\underline{1}_1, \underline{1}'_1)$, $e_2 = (\underline{1}_2, \underline{1}'_2)$ takich, że $\underline{1}_1, \underline{1}_2 \in Z$, $\underline{1}'_1, \underline{1}'_2 \in \sum_Z^1$ o tej właściwości, że wszystkie krawędzie $(\underline{1}, \underline{1}')$ takie, że $\underline{1} \in Z$, $\underline{1}' \in \sum_Z^1$ należą do zbioru $E(e_1, e_2)$, natomiast żadna z krawędzi $(\underline{1}, \underline{1}')$ takich, że $\underline{1} \in Z$, $\underline{1}' \in \sum_Z^2$ nie należy do zbioru $E(e_1, e_2)$.

Dla każdego wierzchołka $\underline{k} \in Z(\underline{b}_1)$ określić można parę krawędzi $e_1(\underline{k})$, $e_2(\underline{k})$ spełniających następujące warunki:

$$|E(e_1, e_1(\underline{k}))| = \min |E(e_1, e)|$$

$$e \in E(\underline{k})$$

$$|E(e_2(\underline{k}), e_2)| = \min |E(e, e_2)|$$

$$e \in E(\underline{k})$$

gdzie: $E(\underline{k})$ - zbiór wszystkich krawędzi $(\underline{1}, \underline{1}')$ takich, że $\underline{1} = \underline{k}$, $\underline{1}' \in \sum_Z^1$.

Przyjmijmy umowę, że lewą lub prawą stronę dowolnej ścieżki $a = a(\underline{a}_1, \underline{a}_2)$ nazywać będziemy strony określone podczas poruszania się na diagramie grafu G wzdłuż ścieżki a od wierzchołka \underline{a}_1 do \underline{a}_2 .

4. KONCEPCJA ROZWIĄZYWANIA PDS

W prezentowanej metodzie rozwiązywania PDS zakładając będziemy, że dana jest pewna ścieżka zaporowa w grafie G nazywana pierwotną ścieżką zaporową. Oczywiście, ścieżka odpowiadająca deformowanej ścieżce drukowanej z może spełniać rolę takiej ścieżki. Punktem wyjścia do rozwiązywania PDS będzie poniższe twierdzenie.

Twierdzenie 1. Jeżeli PDS jest rozwiązalny i ścieżka zaporowa z nie posiada cięciwy $t = t(\underline{p}_1, \underline{p}_2)$ takiej, że:

$$\bar{T} \subset \Gamma_Z \cup \sum_Z^2 \text{ i } Z(\underline{p}_1, \underline{p}_2) \cap Z(\underline{b}_1) \neq \emptyset, \quad (1)$$

to istnieje rozwiązanie (a, b) tego problemu, w którym ścieżka a pochodzi od cięciwy s ścieżki zaporowej z takiej, że $\bar{S} \subset \sum_Z^1$.

Właściwość rozwiązania PDS określoną w tw. 1, tzn. pochodzenie ścieżki a od cięciwy s takiej, że $\bar{S} \subset \sum_Z^1$, nazwiemy właściwością W1.

Zgodnie z tw. 1 proponowana dalej metoda rozwiązywania PDS składa się z dwóch etapów:

I. Zdeformowanie pierwotnej ścieżki zaporowej w celu otrzymania ścieżki zaporowej z nie posiadającej cięciwy $t = t(p_1, p_2)$ spełniającej warunek (1) (jak na rys. 1).

II. Poszukiwanie rozwiązania PDS o właściwości W_1 .

Sposób realizacji etapu I przedstawiony został w [1]. Polega on - w skrócie - na wyszukiwaniu cięciw ścieżki zaporowej spełniających warunek (1) i na zastępowaniu tymi cięciwami odpowiednich podścieżek ścieżki zaporowej.

Deformowanie pierwotnej ścieżki zaporowej w etapie I może zakończyć się znalezieniem rozwiązania PDS. Jeżeli przypadek taki nie zachodzi, wówczas, o ile jest spełniony warunek:

$$\bar{Z}(w_1^1, w_2^1) \cap Z(b_2) \neq \emptyset \quad (2)$$

będący oczywistym warunkiem koniecznym istnienia rozwiązania PDS o właściwości W_1 , przystępujemy do realizacji etapu II.

Niech dana jest ścieżka zaporowa z i jej cięciwa $s = s(k_1, k_2)$ taka, że $\bar{s} \subset \sum_z^1$. Cięciwa ta oraz podścieżka $z(k_1, k_2)$ tworzą na diagramie grafu G krzywą zamkniętą zwyczajną rozcinającą płaszczyznę diagramu na dwa obszary. Oznaczmy przez $\bar{\mathcal{R}}_1^s$ ten z obszarów, który nie zawiera punktu reprezentującego wierzchołek b_2 , natomiast przez $\bar{\mathcal{R}}_2^s$ - drugi z obszarów. Zbiory wierzchołków reprezentowanych przez punkty położone w obszarach $\bar{\mathcal{R}}_1^s, \bar{\mathcal{R}}_2^s$ oznaczone będą odpowiednio przez $\mathcal{R}_1^s, \mathcal{R}_2^s$.

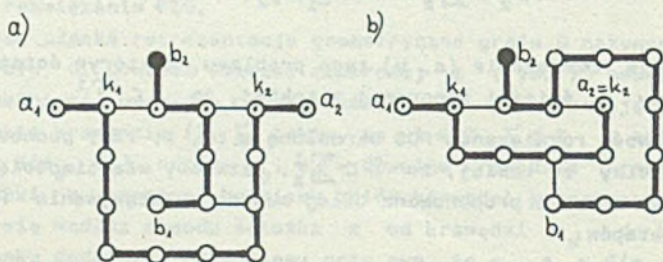
Korzystając z wprowadzonych wyżej pojęć, łatwo udowodnić następujące twierdzenie:

Twierdzenie 2. Każde rozwiązanie PDS o właściwości W_1 posiada jedną z następujących dodatkowych właściwości (rys. 2):

$$b_1 \in \mathcal{R}_1^s \quad (w2a)$$

lub

$$b_1 \in \mathcal{R}_2^s \quad (w2b)$$



Rys. 2. Przykłady rozwiązań PDS o właściwościach $W_1, W2a$ (rys. a) i $W_1, W2b$ (rys. b)

Realizacja etapu II składać się będzie zatem z dwóch podetapów:

- A. Poszukiwanie rozwiązania PDS o właściwościach $W1, W2a$.
 B. Poszukiwanie rozwiązania PDS o właściwościach $W1, W2b$.

Przejęcie do realizacji podetapu B następuje tylko wtedy, gdy podetap A zakończył się niepomyślnie.

W dalszych rozważaniach przyjmiemy założenie, że $\bar{Z}(\underline{l}_1, \underline{l}_2) \cap Z(\underline{b}_2) \neq \emptyset$. Przypadki niespełnienia tego założenia, przy jednoczesnym spełnieniu warunku (2) występują w grafach G utworzonych w sposób przedstawiony w p. 2 niezmiernie rzadko. Uwzględnienie takich przypadków jest możliwe bez wprowadzania żadnych istotnych elementów do dalszych rozważań [1], jednakże pociąga za sobą znaczne komplikacje opisu formalnego prezentowanej metody. Założymy też ponadto, że $\underline{l}_1 \in Z(\underline{a}_1, \underline{l}_2)$. W przeciwnym razie wystarczy zamienić ze sobą oznaczenia wierzchołków $\underline{a}_1, \underline{a}_2$, aby warunek ten był spełniony.

5. POSZUKIWANIE ROZWIĄZANIA PDS O WŁAŚCIWOŚCIACH $W1, W2a$

Twierdzenie 3. Jeżeli $\underline{k}_1, \underline{k}_2 \in Z(\underline{b}_1)$ i $\bar{Z}(\underline{k}_1, \underline{k}_2) \cap Z(\underline{b}_2) \neq \emptyset$, to istnieje cięciwa $s = s(\underline{k}_1, \underline{k}_2)$ ścieżki z ; przy czym $\bar{s} \subset \sum_z^1$, taka, że dla każdej cięciwy $t = t(\underline{k}_1, \underline{k}_2)$ ścieżki z takiej, że $\bar{t} \subset \sum_z^1$, spełniony jest warunek $\bar{t}_1^t \subset \bar{t}_1^s$.

Cięciwę s określoną w tw. 3 oznaczać będziemy przez $\dot{x}(\underline{k}_1, \underline{k}_2)$. Procedurę wyznaczania takiej cięciwy przedstawiono w [1].

Twierdzenie 4. Jeżeli istnieją rozwiązania PDS o właściwościach $W1, W2a$, to istnieje wśród nich rozwiązanie, w którym ścieżka a pochodzi od cięciwy

$$s = \dot{x}(\underline{l}_1, \underline{f}), \quad (W3a)$$

gdzie $\underline{f} \in Z(\underline{l}_2, \underline{a}_2) \cap Z(\underline{b}_1)$ lub od cięciwy

$$s = \dot{x}(\underline{f}, \underline{l}_2) \quad (W3b)$$

gdzie $\underline{f} \in Z(\underline{a}_1, \underline{l}_1) \cap Z(\underline{b}_1)$.

Powyższe twierdzenie pozwala na przyjęcie metody poszukiwania rozwiązania PDS o właściwościach $W1, W2a$ dzielącej się na dwie fazy:

- F1. Poszukiwanie rozwiązania o właściwościach $W1, W2a, W3a$.
 F2. Poszukiwanie rozwiązania o właściwościach $W1, W2a, W3b$.

Każdą z wymienionych faz zrealizować można poprzez wyznaczenie dla kolejnych wierzchołków $\underline{f} \in Z(\underline{1}_2, \underline{a}_2) \cap Z(\underline{b}_1)$ lub $\underline{f} \in Z(\underline{a}_1, \underline{1}_1) \cap Z(\underline{b}_1)$ ścieżek $a = a(\underline{a}_1, \underline{a}_2)$ pochodzących od cięciw odpowiednio $\dot{x}(\underline{1}_1, \underline{f})$ lub $\dot{x}(\underline{f}, \underline{1}_2)$, a następnie sprawdzanie, czy dla tych ścieżek istnieje rozwiązanie PDS. Zaprezentowane dalej twierdzenia umożliwiają zmniejszenie liczby sprawdzanych ścieżek a w obu fazach.

Twierdzenie 5. Jeżeli cięciwa $\dot{x}(\underline{p}_n, \underline{f}_n)$ nie daje rozwiązania PDS, to cięciwa $\dot{x}(\underline{p}, \underline{f})$ taka, że $E(e_1(\underline{p}), e_2(\underline{f})) \subset E(e_1(\underline{p}_n), e_2(\underline{f}_n))$ i $\underline{p}, \underline{f} \in Z(\underline{p}_n, \underline{f}_n)$ nie daje rozwiązania PDS o właściwościach $W1, W2a$.

Twierdzenie 6. Dana jest ścieżka $a_n = a_n(\underline{a}_1, \underline{a}_2)$ pochodząca od cięciwy $\dot{x}(\underline{p}_n, \underline{f}_n)$ przy czym $Z(\underline{b}_2) \cap Z(\underline{p}_n, \underline{f}_n) \neq \emptyset$ oraz cięciwa $\dot{x}(\underline{p}, \underline{f})$ taka, że $\underline{p}_n, \underline{f}_n \in Z(\underline{p}, \underline{f})$ i $E(e_1(\underline{p}), e_2(\underline{f})) \subset E(e_1(\underline{p}_n), e_2(\underline{f}_n))$.

Jeżeli cięciwa $\dot{x}(\underline{p}_n, \underline{f}_n)$ nie daje rozwiązania PDS i nie istnieje wierzchołek $\underline{k} \in \bar{A}_n(\underline{p}, \underline{f}) - \bar{A}_n(\underline{p}_n, \underline{f}_n)$, który można połączyć z wierzchołkiem \underline{b}_1 za pomocą ścieżki $t = t(\underline{b}_1, \underline{k})$ takiej, że $T \cap A_n = \{\underline{k}\}$ i dochodzącej do wierzchołka \underline{k} od prawej strony ścieżki a_n , to cięciwa $\dot{x}(\underline{p}, \underline{f})$ nie daje rozwiązania PDS o właściwościach $W1, W2a$.

Skoncentrujemy się dalej na realizacji fazy $F1$.

Uporządkujmy wierzchołki $\underline{f} \in Z(\underline{1}_2, \underline{a}_2) \cap Z(\underline{b}_1)$ w kolejności zwiększenia się $|E(e_2(\underline{f}), e_2)|$. Niech \underline{f}_n oznacza wierzchołek \underline{f} umieszczony na n -tej pozycji uporządkowania. Zgodnie z powyższym $\underline{f}_1 = \underline{1}_2$, ponieważ $e_2(\underline{1}_2) = e_2$. Biorąc pod uwagę, że $e_1(\underline{1}_1) = e_1$, łatwo wykazać, że jeżeli $k > n$, to $E(e_1(\underline{1}_1), e_2(\underline{f}_k)) \subset E(e_1(\underline{1}_1), e_2(\underline{f}_n))$.

Załóżmy, że ścieżki a pochodzące od cięciw $\dot{x}(\underline{1}_1, \underline{f})$ sprawdzane są w kolejności uporządkowania wierzchołków \underline{f} . Jeżeli zatem po sprawdzeniu ścieżki a_n odpowiadającej wierzchołkowi \underline{f}_n okaże się, że istnieją wierzchołki $\underline{f} \in Z(\underline{1}_2, \underline{f}_n) \cap Z(\underline{b}_1)$, dla których jeszcze nie sprawdzono ścieżki a , to zgodnie z tw. 5 możemy zaniechać sprawdzania ścieżek a dla tych wierzchołków.

Zgodnie z tw. 6, po sprawdzeniu ścieżki a_n odpowiadającej wierzchołkowi \underline{f}_n zaniechać można sprawdzania ścieżek a dla wierzchołków $\underline{f} \in Z(\underline{f}_n, \underline{a}_2) = A_n(\underline{f}_n, \underline{a}_2)$ takich, że w zbiorze $A_n(\underline{f}_n, \underline{f}) - \{\underline{f}\}$ nie istnieje wierzchołek \underline{k} , który połączyć można z wierzchołkiem \underline{b}_1 za pomocą ścieżki $t = t(\underline{b}_1, \underline{k})$ spełniającej warunek $T \cap A_n = \{\underline{k}\}$ i dochodzącej do wierzchołka \underline{k} od prawej strony ścieżki a_n .

Sprawdzenia, czy dla ścieżki a_n istnieje rozwiązanie PDS, możemy dokonać poprzez próbę wyznaczenia ścieżki $b = b(\underline{b}_1, \underline{b}_2)$ takiej, że $A_n \cap B = \emptyset$ za pomocą algorytmu Lee. Jeżeli próba zakończy się niepowodzeniem, a cechowanie wierzchołków w algorytmie Lee rozpoczniemy od wierzchołka \underline{b}_1 , wówczas po zakończeniu realizacji tego algorytmu wszystkie wierzchołki, które połączyć można z wierzchołkiem \underline{b}_1 za pomocą ścieżki u takiej, że $U \cap A_n = \emptyset$ będą ocechowane. Aby stwierdzić, czy dany wierzchołek $\underline{k} \in \bar{A}_n$ może zostać połączony z wierzchołkiem \underline{b}_1 za pomocą ścieżki t takiej, że

T $A_n = \underline{k}$ i dochodzącej do wierzchołka \underline{k} od prawej strony ścieżki \underline{a}_n , wystarczy sprawdzić, czy istnieje krawędź łącząca ten wierzchołek z wierzchołkiem odcachowanym i dochodząca do wierzchołka \underline{k} od prawej strony ścieżki \underline{a}_n .

Z przedstawionych rozważań wynika następująca procedura realizacji fazy F1:

K1. Niech $\underline{f} = \underline{1}_2$.

K2. Wyznacz cięciwę $\hat{x}(\underline{1}_1, \underline{f})$ oraz ścieżkę $\underline{a} = \underline{a}(\underline{a}_1, \underline{a}_2)$ pochodzącą od tej cięciwy.

K3. Wyznacz za pomocą algorytmu Lee ścieżkę $\underline{b} = \underline{b}(\underline{b}_1, \underline{b}_2)$ taką, że $A \cap B = \emptyset$, rozpoczynając cechowanie wierzchołków od wierzchołka \underline{b}_1 .

Jeżeli ścieżka \underline{b} istnieje, to KONIEC POZYTYWNY.

K4. Niech \exists oznacza zbiór wierzchołków $\underline{k} \in A(\underline{f}, \underline{a}_2) - \{\underline{a}_2\}$ połączonych z wierzchołkiem odcachowanym podczas realizacji algorytmu Lee za pomocą krawędzi dochodzącej do ścieżki \underline{a} od prawej strony. Wyznacz wierzchołek $\underline{g} \in \exists$ taki, że:

$$|Z(\underline{a}_1, \underline{g})| = \min |Z(\underline{a}_1, \underline{k})|$$

$$\underline{k} \in \exists$$

Jeżeli wierzchołek \underline{g} nie istnieje, tzn. $\exists = \emptyset$, to KONIEC NEGATYWNY.

K5. Wyznacz wierzchołek $\underline{f} \in Z(\underline{b}_1)$ taki, że:

$$|E(\underline{a}_2(\underline{f}), \underline{a}_2)| = \min |E(\underline{a}_2(\underline{k}), \underline{a}_2)|$$

$$\underline{k} \in Z(\underline{g}, \underline{a}_2) \cap Z(\underline{b}_1) - \{\underline{g}\}$$

Jeżeli wierzchołek \underline{f} nie istnieje, to KONIEC NEGATYWNY.

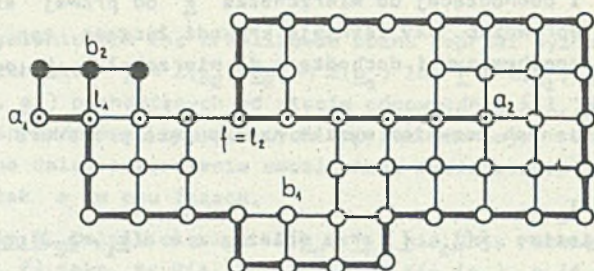
K6. Przejdź do K2.

Zakończenie realizacji procedury przez KONIEC NEGATYWNY: oznacza, że nie istnieje rozwiązanie PDS o właściwościach W1, W2a, W3a.

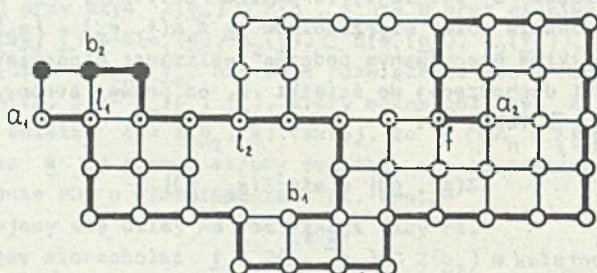
Procedura realizująca fazę F2 jest analogiczna do wyżej przedstawionej. Można w niej jednak pominąć sprawdzanie ścieżki \underline{a} pochodzącej od cięciwy $\hat{x}(\underline{1}_1, \underline{1}_2)$ jako że ścieżka ta została już sprawdzona w fazie F1.

Przykładowy przebieg fazy F1 zilustrowano na rys. 3. Jak widać, rozwiązanie PDS znalezione zostało po wyznaczeniu i sprawdzeniu dwóch ścieżek $\underline{a} = \underline{a}(\underline{a}_1, \underline{a}_2)$.

a)



b)



Rys. 3. Przykład poszukiwania rozwiązania PDS o właściwościach $W1, W2a, W3a$

6. POSZUKIWANIE ROZWIĄZANIA PDS O WŁAŚCIWOŚCIACH $W1, W2b$

Twierdzenie 7. Jeżeli $k_1, k_2 \in Z(b_1)$ i $Z(k_1, k_2) \cap Z(b_2) \neq \emptyset$, to istnieje cięciwa $s = s(k_1, k_2)$ ścieżki z, przy czym $\bar{s} \subset \sum_z^1$, taka, że dla każdej cięciwy $t = t(k_1, k_2)$ ścieżki z takiej, że $\bar{t} \subset \sum_z^1$ spełniony jest warunek $\tilde{\pi}_1^s \subset \tilde{\pi}_1^t$.

Cięciwę s określoną w tw. 7 oznaczać będziemy przez $\hat{y}(k_1, k_2)$. Procedurę wyznaczania takiej cięciwy przedstawiono w [1].

Zdefiniujmy parę wierzchołków $\underline{n}_1, \underline{n}_2 \in Z(b_1)$:

$$|E(e_1, e_1(\underline{n}_1))| = \min |E(e_1, e_1(\underline{n}))|$$

$$\underline{n} \in Z(\underline{w}_1^2, \underline{a}_2) - \{\underline{w}_1^2\}$$

$$|E(e_2(\underline{n}_2), e_2)| = \min |E(e_2(\underline{n}), e_2)|$$

$$\underline{n} \in Z(\underline{a}_1, \underline{w}_2^2) - \{\underline{w}_2^2\}$$

Twierdzenie 8. Jeżeli istnieją rozwiązania PDS o właściwościach $W1, W2b$, to istnieje wśród nich rozwiązanie, w którym ścieżka a pochodzi od cięciwy

$$s = \dot{y}(\underline{f}, \underline{n}_1), \quad (W3c)$$

gdzie $\underline{f} \in Z(\underline{a}_1, \underline{1}_1) - \{\underline{1}_1\}$ lub od cięciwy

$$s = \dot{y}(\underline{n}_2, \underline{f}), \quad (W3d)$$

gdzie $\underline{f} \in Z(\underline{1}_2, \underline{a}_2) - \{\underline{1}_2\}$.

Zgodnie z tw. 8, poszukiwanie rozwiązania PDS o właściwościach $W1, W2b$ odbywać się może w sposób podobny, jak poszukiwanie rozwiązania o właściwościach $W1, W2a$, a więc dzielić się ono będzie na dwie fazy:

F1. Poszukiwanie rozwiązania o właściwościach $W1, W2b, W3c$.

F2. Poszukiwanie rozwiązania o właściwościach $W1, W2b, W3d$.

Do realizacji obu wymienionych faz wykorzystać można następujące twierdzenia:

Twierdzenie 9. Jeżeli cięciwa $\dot{y}(\underline{p}_n, \underline{f}_n)$ nie daje rozwiązania PDS, to cięciwa $\dot{y}(\underline{p}, \underline{f})$ taka, że $E(e_2(\underline{p}_n), e_1(\underline{f}_n)) \subset E(e_2(\underline{p}), e_1(\underline{f}))$ i $\underline{p}, \underline{f} \in Z(\underline{p}_n, \underline{f}_n)$ nie daje rozwiązania PDS o właściwościach $W1, W2b$.

Twierdzenie 10. Dana jest ścieżka $a_n = a_n(\underline{a}_1, \underline{a}_2)$ pochodząca od cięciwy $\dot{y}(\underline{p}_n, \underline{f}_n)$, przy czym $Z(\underline{b}_2) \cap Z(\underline{p}_n, \underline{f}_n) \neq \emptyset$ oraz cięciwa $\dot{y}(\underline{p}, \underline{f})$ taka, że $\underline{p}_n, \underline{f}_n \in Z(\underline{p}, \underline{f})$ i $E(e_2(\underline{p}_n), e_1(\underline{f}_n)) \subset E(e_2(\underline{p}), e_1(\underline{f}))$.

Jeżeli cięciwa $\dot{y}(\underline{p}_n, \underline{f}_n)$ nie daje rozwiązania PDS i nie istnieje wierzchołek $\underline{k} \in \bar{A}_n(\underline{p}, \underline{f}) - \bar{A}_n(\underline{p}_n, \underline{f}_n)$, który można połączyć z wierzchołkiem \underline{b}_1 za pomocą ścieżki $t = t(\underline{b}_1, \underline{k})$ takiej, że $T \cap A_n = \{\underline{k}\}$ i dochodzącej do wierzchołka \underline{k} od lewej strony ścieżki a_n , to cięciwa $\dot{y}(\underline{p}, \underline{f})$ nie daje rozwiązania PDS o właściwościach $W1, W2b$.

Korzystając z powyższych twierdzeń i przeprowadzając rozumowanie analogiczne jak podczas poszukiwania rozwiązania PDS o właściwościach $W1, W2a, W3a$ dojść można do następującej procedury realizacji fazy F1:

K1. Niech $\underline{q} = \underline{1}_1$.

K2. Wyznacz wierzchołek $\underline{f} \in Z(\underline{b}_1)$ taki, że

$$|E(e_2(\underline{f}), e_2)| = \min |E(e_2(\underline{k}), e_2)|$$

$$\underline{k} \in Z(\underline{a}_1, \underline{q}) \cap Z(\underline{b}_1) - \{\underline{q}\}.$$

Jeżeli wierzchołek \underline{f} nie istnieje, to KONIEC NEGATYWNY.

- K3. Wyznacz cięciwę $\dot{y}(f, n_1)$ oraz ścieżkę $a = a(a_1, a_2)$ pochodzącą od tej cięciwy.
- K4. Wyznacz za pomocą algorytmu Lee ścieżkę $b = b(b_1, b_2)$ taką, że $A \cap B = \emptyset$ rozpoczynając cechowanie wierzchołków od wierzchołka b_1 . Jeżeli ścieżka b istnieje, to KONIEC POZYTYWNY.
- K5. Niech \exists oznacza zbiór wierzchołków $k \in Z(a_1, f) - \{a_1\}$ połączonych z wierzchołkiem o cechowaniu podczas realizacji algorytmu Lee za pomocą krawędzi dochodzącej do ścieżki a od lewej strony. Wyznacz wierzchołek $q \in \exists$ taki, że

$$|Z(q, a_2)| = \min |Z(k, a_2)|$$

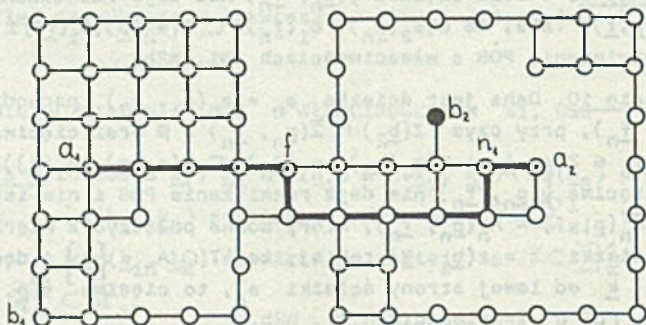
$$k \in \exists$$

Jeżeli wierzchołek q nie istnieje, to KONIEC NEGATYWNY.

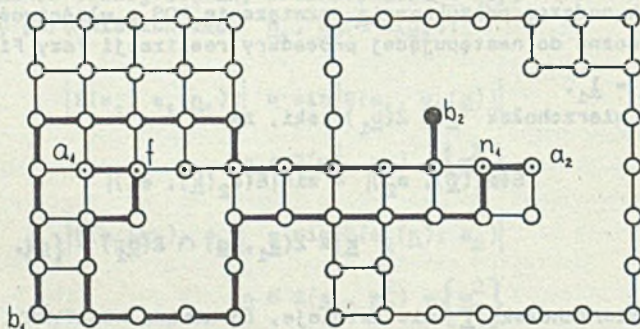
K6. Przejdź do K2.

Zakończenie realizacji procedury przez KONIEC NEGATYWNY oznacza, że nie istnieje rozwiązanie PDS o właściwościach W1, W2b, W3c. Procedura realizująca fazę F2 jest analogiczna do wyżej przedstawionej.

a)



b)



Rys. 4. Przykład poszukiwania rozwiązania PDS o właściwościach W1, W2b, W3c

Przykładowy przebieg fazy F1 zilustrowano na rys. 4. Rozwiązanie PDS znalezione zostało po wyznaczeniu i sprawdzeniu dwóch ścieżek $a = a(a_1, a_2)$. Łatwo sprawdzić, że dla przypadku przedstawionego na rys. 4 nie istnieją rozwiązania PDS o właściwościach W1, W2a oraz W1, W2b, W3d.

7. UWAGI KOŃCOWE

Jak już wspomniano, zasadniczym elementem zaprezentowanej metody automatycznej korekty połączeń drukowanych jest rozwiązywanie PDS. W chwili przystępowania do rozwiązywania tego problemu dana jest ścieżka zaporowa $z = z(a_1, a_2)$ będąca zwykle najkrótszą ścieżką w grafie G łączącą wierzchołki a_1, a_2 nie przechodzącą przez wierzchołki b_1, b_2 . Najprostszym sposobem rozwiązywania PDS w takiej sytuacji jest wyznaczenie ścieżki $b = b(b_1, b_2)$ będącej najkrótszą ścieżką w grafie G łączącą wierzchołki b_1, b_2 nie przechodzącą przez wierzchołki a_1, a_2 , a następnie przystąpienie do wyznaczenia ścieżki $a = a(a_1, a_2)$ takiej, że $A \cap B = \emptyset$ [2]. Sposób ten nie gwarantuje jednak rozwiązania PDS nawet wtedy, gdy problem ten jest rozwiązalny, czego przykładem są problemy z rys. 3, 4.

Metoda rozwiązywania PDS zaprezentowana w pracy zapewnia znalezienie rozwiązania tego problemu, o ile rozwiązanie takie istnieje. Możemy więc stwierdzić, że opracowana metoda automatycznej korekty gwarantuje wytyczenie każdego brakującego połączenia poprzez zdeformowanie jednego tylko z wcześniej zaprojektowanych połączeń, jeżeli tylko istnieje taka możliwość. Złożoność rozwiązywania PDS pozwala sądzić, że opracowanie analogicznej metody automatycznej korekty opierającej się na rozwiązywaniu konfliktów pomiędzy większą niż dwa liczbą połączeń jest praktycznie rzecz biorąc niemożliwe.

Rezultaty pracy wykorzystane zostały w programie projektowania połączeń drukowanych opracowanym dla mikrokomputera Mera-60. Wyniki projektowania z wykorzystaniem zaprezentowanej metody zostały porównane z wynikami otrzymanymi podczas projektowania bez automatycznej korekty oraz podczas projektowania z wykorzystaniem wspomnianej wyżej metody automatycznej korekty z [2]. W odniesieniu do projektowania bez automatycznej korekty, metoda proponowana w pracy pozwoliła zmniejszyć o 61% liczbę nie wytyczonych połączeń. Przyrost liczby wytyczonych połączeń uzyskany za pomocą przedstawionej metody automatycznej korekty okazał się o 33% większy od przyrostu uzyskanego za pomocą metody z [2].

LITERATURA

- [1] Wojtuszek J.: Metoda automatycznej korekty połączeń drukowanych pakietów elektronicznych M.C. Praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 1983.
- [2] Abrajtis L.B., Szejnaukas R.I., Żyłewicz W.A.: Awtomatizacja projektowania EWM, Moskwa 1978.
- [3] Kinniment D.J., Weston L.J.: An evaluation of conventional and back-tracing algorithms for routing printed circuit boards. International conference of computer aided desing, San Diego 1979.
- [4] Akers S.B.: Wyznaczanie ścieżek połączeń, [w:] Automacyjne projektowanie maszyn cyfrowych pod red. M.E. Breuera, Warszawa 1976.
- [5] Shiloach Y.: A polynomial solution to the undirected two path problem. Journal ACM, vol. 27, 1980, nr 3.

Recenzent: Prof. dr inż. Maciej Stolarski

Wpłynęło do Redakcji: 2.05.1984 r.

АВТОМАТИЧЕСКАЯ КОРРЕКТИРОВКА ОДНОСЛОЙНЫХ ПЕЧАТНЫХ
СОЕДИНЕНИЙ ПРОЕКТИРОВАННЫХ ПРИ ПОМОЩИ ЭВМ

Р е з ю м е

В статье представлено машинное проектирование однослойных печатных плат. Представлен метод трассировки соединений не проведённых классическими методами автоматизированного проектирования. Основой этого метода является решение т.н. задачи двух дорожек для планарных графов с известным геометрическим представлением.

REROUTING OF SINGLE-LAYER PRINTED WIRING
BOARDS DESIGNED BY COMPUTER

S u m m a r y

This paper deals with computer-aided design of single-layer printed wiring boards and presents a method for wires routing, that were not realized with the use of conventional methods for automatic routing. Solving of the so-called two path problem for planar graphs with known geometrical representation is the basic element of the method.