

Zygmunt RAFALSKI

Jan ŁUKOWSKI

KRZYWA UMOCNIEŃ I KRZYWA ODKSZTAŁCALNOŚCI GRANICZNEJ
JAKO CHARAKTERYSTYKI MATERIAŁOWE

Streszczenie. W niniejszym artykule scharakteryzowano metody wyznaczania krzywych umocnienia oraz krzywych odkształcalności granicznej, jak również podano najczęściej stosowane opisy matematyczne znalezionych doświadczalnie krzywych. Artykuł ma charakter przeglądowy.

1. Wstęp

Umocnienie materiałów jakie ma miejsce podczas obróbki plastycznej na zimno powoduje zmniejszenie jego podatności na dalsze odkształcenia plastyczne. Umocnienie opisywane jest za pomocą funkcji umocnienia, a odkształcalność za pomocą funkcji odkształcalności. Obrazem geometrycznym funkcji umocnienia jest krzywa umocnienia, a funkcji odkształcalności krzywa odkształcalności granicznej. Jeżeli stan naprężeń przy którym zachodzi odkształcenie, nie jest liniowy, to możemy korzystając z hipotez wyłączeniowych mówić o tzw. uogólnionej krzywej umocnienia. Krzywa umocnienia i krzywa odkształcalności granicznej stanowią podstawowe charakterystyki, na podstawie których technolog może projektować przebieg procesu kształtowania oraz regulować własności otrzymywanych wyrobów.

2. Krzywa umocnienia i metody jej wyznaczenia

Z punktu widzenia obróbki plastycznej interesujące jest uzależnienie naprężenia uplastyczniającego σ_p od odkształceń trwałych

2.1. Wybór miary odkształcenia

Umowne miary odkształcenia stosuje się na ogół do odkształceń nie przekraczających wydłużeń równomiernych w próbie jednoosiowego rozciągania. W procesach kształtowania obróbką plastyczną na zimno, mamy do czynienia z odkształceniami przekraczającymi znacznie granicę odkształceń równomiernych w próbie rozciągania oraz z materiałami wstępnie umocnionymi. Stąd też odkształcenia wyraża się przy pomocy odkształceń rzeczywistych φ określonych wzorem

$$\varphi_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \int_0^{\varphi} \sqrt{d\varphi_1^2 + d\varphi_2^2 + d\varphi_3^2} \quad (1)$$

Przyjęcie miary φ upraszcza obliczenia oraz pozwala uwzględnić uprzednie odkształcenia wstępne sumujące się arytmetycznie z zachodzącym odkształceniem φ_1 .

2.2. Metody wyznaczania krzywej umocnienia

Literatura ujmująca zagadnienia krzywej umocnienia pozwala wyodrębnić trzy grupy metod doświadczalnych wyznaczających krzywą naprężenia σ_p - odkształcenie.

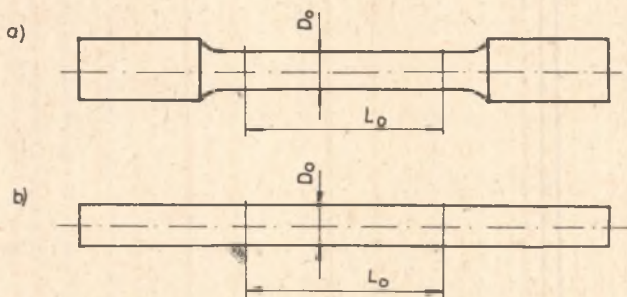
Do pierwszej grupy zaliczamy przeprowadzenie prostych prób wytrzymałościowych. Przydatne są tutaj próby jednoosiowego rozciągania, ściskania i skręcania, mniej próba zginania.

Do drugiej grupy zaliczamy metody wyznaczające naprężenie uplastyczniające σ_p metalu wstępnie odkształconego na drodze obróbki plastycznej (np. ciągnięcie, walcowanie, kucie). Otrzymane wyniki są zazwyczaj obciążone błędem, którego najważniejszą przyczynę stanowi niejednorodność odkształcenia wywołane tarciem.

Do trzeciej grupy zaliczamy przeprowadzenie specjalnych prób wytrzymałościowych przystosowanych do postaci badanego wyrobu, np. próba skręcania pierścieni wyciętych z blach. Metody te mogą mieć zastosowanie do wyznaczania zależności σ_p od odkształcenia tylko dla wyrobów, dla których były opracowane.

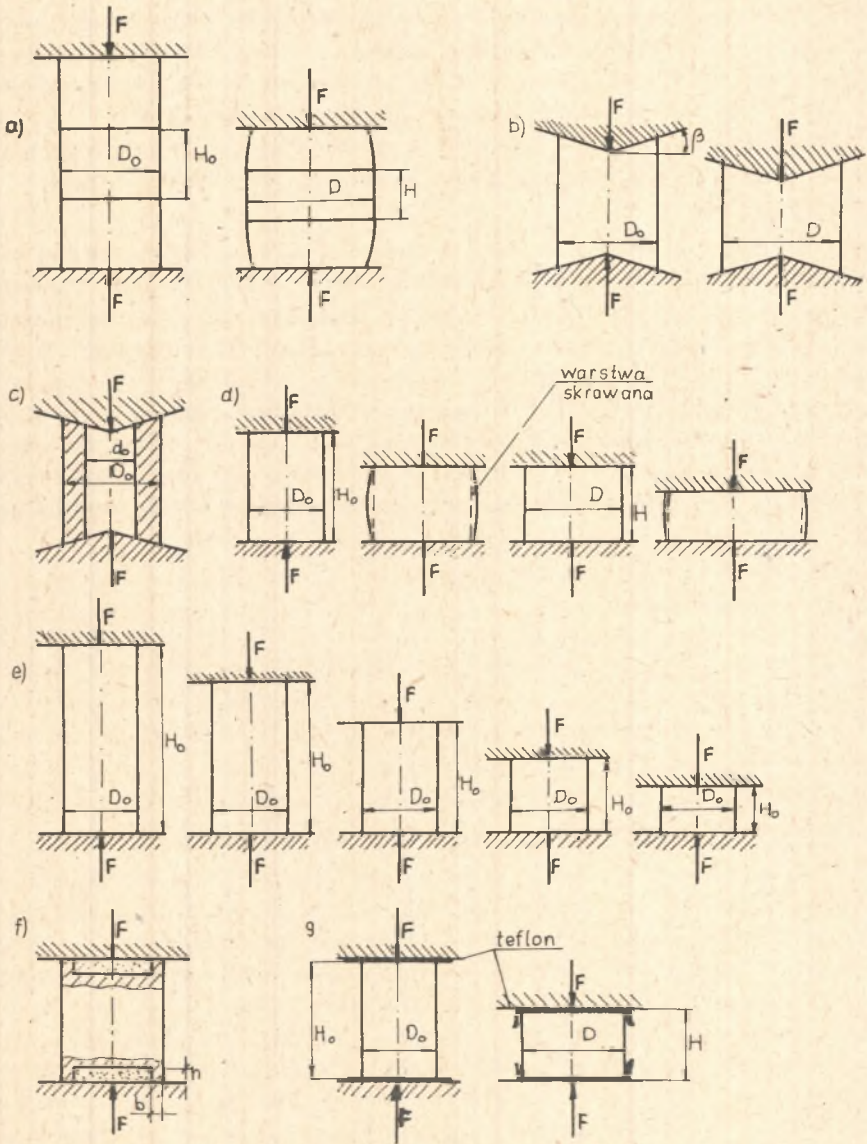
Metody grupy pierwszej

P r ó b a r o z c i ą g a n i a. Stosuje się dwa rodzaje próbek do badań, albo z główkami (rys. 1a), albo w postaci odcinków prętów (rys.1b).



Rys. 1. Rodzaje próbek używanych do wyznaczania krzywej umocnienia w próbie rozciągania

a) standardowa próbka z główkami na rozciąganie, b) próbka na rozciąganie w postaci prętów



Rys. 2. Rodzaje próbek używanych do wyznaczania krzywej umocnienia i przebieg procesu ściskania wg wybranych metod

a) stosowane próbki i ściskanie metodą Meyera i Nehla, b) stosowane próbki i ściskanie metodą Siebela-Pompa, c) próbki stosowane przez Lichariewa, d) stosowane próbki i przebieg ściskania metodą Taylora-Quiney'a e) próbki stosowane w metodzie Cooka-Larke'a, f) stosowane próbki i warunki równowagi przy ściskaniu metodą Chang-Rastiegajewa, g) stosowane próbki i przebieg ściskania z wykorzystaniem podkładek teflonowych

Pierwszy rodzaj próbek wymaga w trakcie rozciągania jednoczesnego pomiaru wielkości sił i średnicy rozciąganej próbki, co może utrudniać pomiary. Otrzymany wykres $F - \Delta L$ jest nieprzydatny do wyznaczania krzywej umocnienia. Dla próbek w postaci odcinków prętów otrzymywany wykres $F - \Delta L$ może służyć za podstawę obliczeń naprężeń σ_p i odkształceń pod warunkiem stosowania odpowiednio dużych przełożeń. W obydwu przypadkach dogodnie są pomiary tensometryczne.

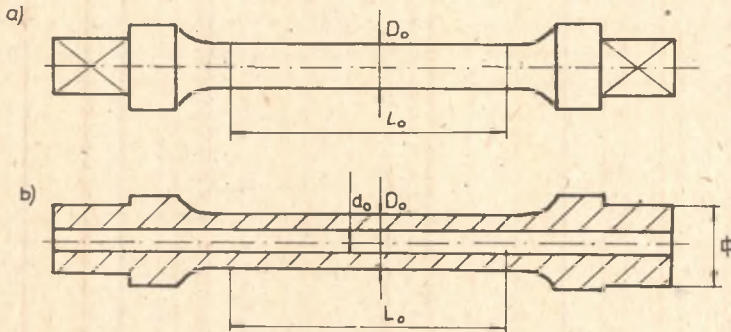
P r ó b a ś c i s k a n i a. W próbie ściskania wyznacza się krzywą umocnienia, dla odkształceń odpowiadających odkształceniom stosowanym w procesach obróbki plastycznej na zimno. Jednakże próba ta jest związana z występowaniem tarcia na powierzchniach czołowych odkształcanej próbki. Powoduje to powstanie w materiale trójosiowego stanu naprężeń, zamiast zakładanego jednoosiowego, co ujawnia się charakterystyczną beczkowatością ściskanych próbek. Dlatego też, od szeregu lat czyniono próby znalezienia takiej metody ściskania, która w możliwie wysokim stopniu zagwarantowałaby uzyskanie wyników nie obciążonych wpływem tarcia. Te najważniejsze metody to:

- metoda Meyer'a i Nehl'a (1926) (rys. 2a)
- metoda Siebel'a-Pomp'a (1927) (rys. 2b)
- metoda Lichariewa (1950) (rys. 2c)
- metoda Taylor'a-Quinney'a (1934) (rys. 2d)
- metoda Polakowskiego (1949)
- metoda Cook'a-Larke'a (1945) (rys. 2e)
- metoda Chang'a-Rastiegajewa (1961) (rys. 2f)
- metoda stosowania podkładek teflonowych (rys. 2g)
- metoda smarowania powierzchni czołowych dwusiarczkiem molibdenu.

P r ó b a s k r ę c a n i a umożliwia doświadczalne otrzymywanie zależności naprężenia σ_p - odkształcenie nawet dla dużych odkształceń przekraczających około dziesięciokrotnie odkształcenia równomierne w próbie rozciągania i około 2-5 krotnie odkształcenia w próbie ściskania, eliminując jednocześnie tarcie w części odkształcanej próbki. Stosuje się dwa rodzaje próbek: pełne (rys. 3a) i drążone (rys. 3b). Nierównomierny rozkład naprężeń w przekroju poprzecznym próbki pełnej, będący źródłem nieścisłości, jest praktycznie usunięty dla próbek drążonych. Krzywą umocnienia sporządza się we współrzędnych naprężenia styczne $\tau - \gamma$, gdzie γ jest odkształceniem postaciowym w zewnętrznych warunkach próbki. Transformacja krzywej umocnienia ze współrzędnych $\tau - \gamma$ do układu σ_p - odkształcenie liniowe jest najczęstszym źródłem nieścisłości zaciemniających możliwość porównywania wyników próby skręcania z wynikami z próby ściskania i rozciągania. Przyjmując, że odkształcany metal odpowiada przyjętym w teorii plastyczności założeniom stosuje się zależności

$$\sigma_p = \sqrt{3} \quad \varphi = \frac{\tau \gamma}{\sqrt{3}} \quad (2)$$

pozwalające przechodzić z krzywej w układzie τ - γ do krzywej w układzie σ_p - φ . Jednakże doświadczenia wykazują, że stosowanie zależności (2) dla metali rzeczywistych może prowadzić do nieścisłości.

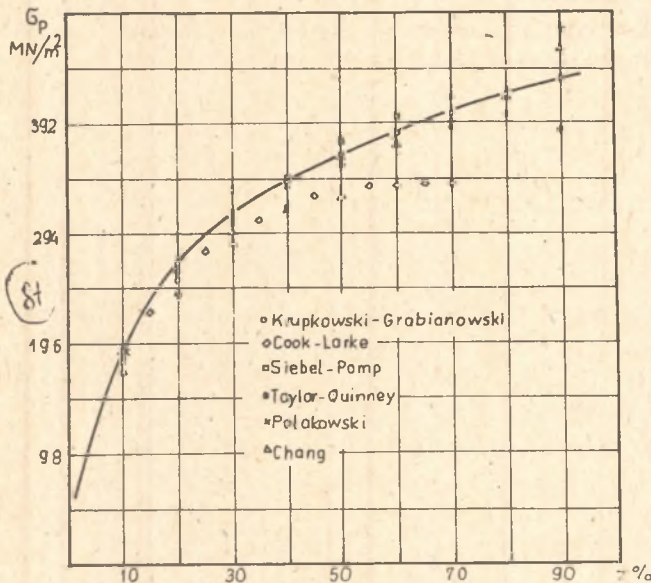


Rys. 3. Rodzaje próbek używanych do wyznaczenia krzywej umocnienia w próbie skręcania

a) próbka pełna, b) próbka drążona

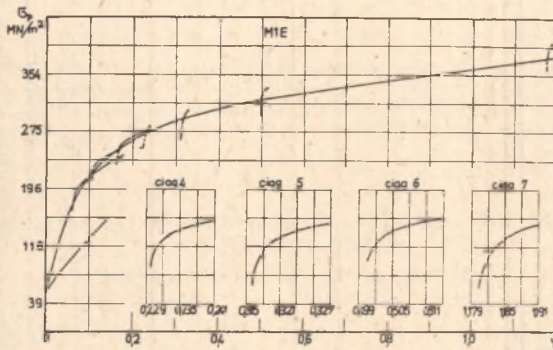
Metody grupy drugiej

Warunkiem uzyskania miarodajnych wyników jest zgodność kierunków odkształceń wtępnych i wtórnych wykluczających występowanie efektu Bauschingera. Spośród metod grupy drugiej na uwagę zasługują:



Rys. 4. Wzajemne położenie wyników pomiarów uzyskanych różnymi metodami ścisnienia [1]

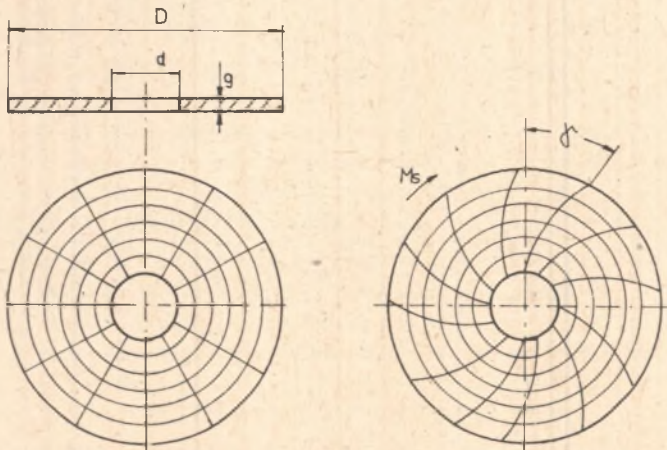
- a) metoda Krupkowskiego-Grabianowskiego zwana metodą "łagodnego młotowania". Próba daje wyniki bardzo bliskie wynikom prób ściskania należących do grupy pierwszej (rys. 4 [1]),
- b) metoda rozciągania próbek wstępnie umocnionych przez ciągnięcie (odcinki prętów) lub przez walcowanie (próbki płaskie wycięte z przewalcowanych na zimno blach lub taśm). Naprężenia σ_p uzyskane w próbie rozciągania próbek poddanych różnym odkształceniom wstępnym wyznaczają uogólnioną krzywą umocnienia (rys. 5).



Rys. 5. Uogólniona krzywa umocnienia uzyskana na drodze rozciągania próbek wstępnie odkształconych przez ciągnięcie prętów (badania własne autorów, MIE stan wyjściowy wyżarzony)

Metody grupy trzeciej

Tym metodom badania poddaje się najczęściej blachy cienkie lub taśmy. Dwie z nich zasługują na uwagę:



Rys. 6. Próbkki wycięte z blachy przed i po odkształceniu metodą skręcania

- a) metoda skręcania pierścienia wyciętego z blachy i utwierdzonego na zewnętrznym obrzeżu (rys. 6),
- b) metoda wypuklania za pomocą ciśnienia cieczy krążka blachy utwierdzonego na obwodzie.

2.3. Analityczny opis krzywych umocnienia

Znalezione doświadczalnie krzywe umocnienia wygodnie jest przedstawić w postaci analitycznej, stosując odpowiedni wzór aproksymujący. Najczęściej stosuje się wzory:

- dla odkształceń umownych ξ i z

a) przekształcony przez Konstona wzór Hodgkinsona

$$\sigma_p = k \cdot \xi^n, \quad (3)$$

b) wzór Krupkowskiego

$$\sigma_p = k [z_1 + (1 - z_1) z]^n, \quad (4)$$

- dla odkształceń rzeczywistych

a) wzory Ludwika

$$\sigma_p = \sigma_0 + k\varphi^n, \quad (5)$$

$$\sigma_p = k \cdot \varphi^n, \quad (6)$$

b) wzór Swifta

$$\sigma_p = k(\varphi + \varphi_0)^n, \quad (7)$$

gdzie: σ_0 , k , n , z_1 i φ_0 są stałymi^{x)} parametrami równań.

3. Krzywa odkształcalności granicznej i metody jej wyznaczenia

Zasadniczy wpływ na odkształcalność wywiera stan naprężeń. Jednakże istnieją trudności w ilościowym ustaleniu tego wpływu, bowiem trudno wybrać jeden, dostatecznie obiektywny wskaźnik stanu naprężeń. Wszystkie prace dążące do określenia odkształcalności można podzielić na cztery grupy^{xx)}.

^{x)} We wzorach (3-7) dla stałych materiałowych k i n użyto tych samych oznaczeń. Należy je rozumieć jako wielkość. Stałe te w miarę wzrostu odkształcenia będą się między sobą coraz bardziej różnić pod względem wartości.

^{xx)} Szczegółowy przegląd metod badania odkształcalności zawarł Grosman w pracy [4].

1. Ocenę odkształcalności przeprowadza się w oparciu o próby rozciągania, ściskania, skręcania czy uderności i opisuje pojedynczymi wskaźnikami (np. Z , czy ilością skręceń do utraty spójności).
2. Ocenę odkształcalności przeprowadza się w oparciu o zespół wskaźników, uzyskany w kilku próbach wytrzymałościowych (np. ściskanie i rozciąganie). Zespół wskaźników pozwala określać tzw. plastyczność średnią.
3. Określa się odkształcalność graniczną, wyznaczoną w próbkach imitujących warunki procesu obróbki plastycznej. Najbardziej rozpowszechnioną próbą jest próba dynamicznego ściskania imitująca proces kucia.
4. Określa się odkształcalność graniczną jako funkcję stanu naprężenia. Stan naprężenia charakteryzuje się wskaźnikiem k_G równym

$$k_G = \frac{\sigma_m}{\sigma_1}, \quad (8)$$

gdzie:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad - \text{jest naprężeniem średnim}$$

$$\sigma_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad - \text{jest naprężeniem zredukowanym liczonym wg hipotezy Hubera, a } \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \text{ są naprężeniami głównymi.}$$

Odształcenie prowadzące do utraty spójności liczy się wg wzoru (1), a krzywą odkształcalności granicznej przedstawia w układzie $\varphi_1 - k_G$.

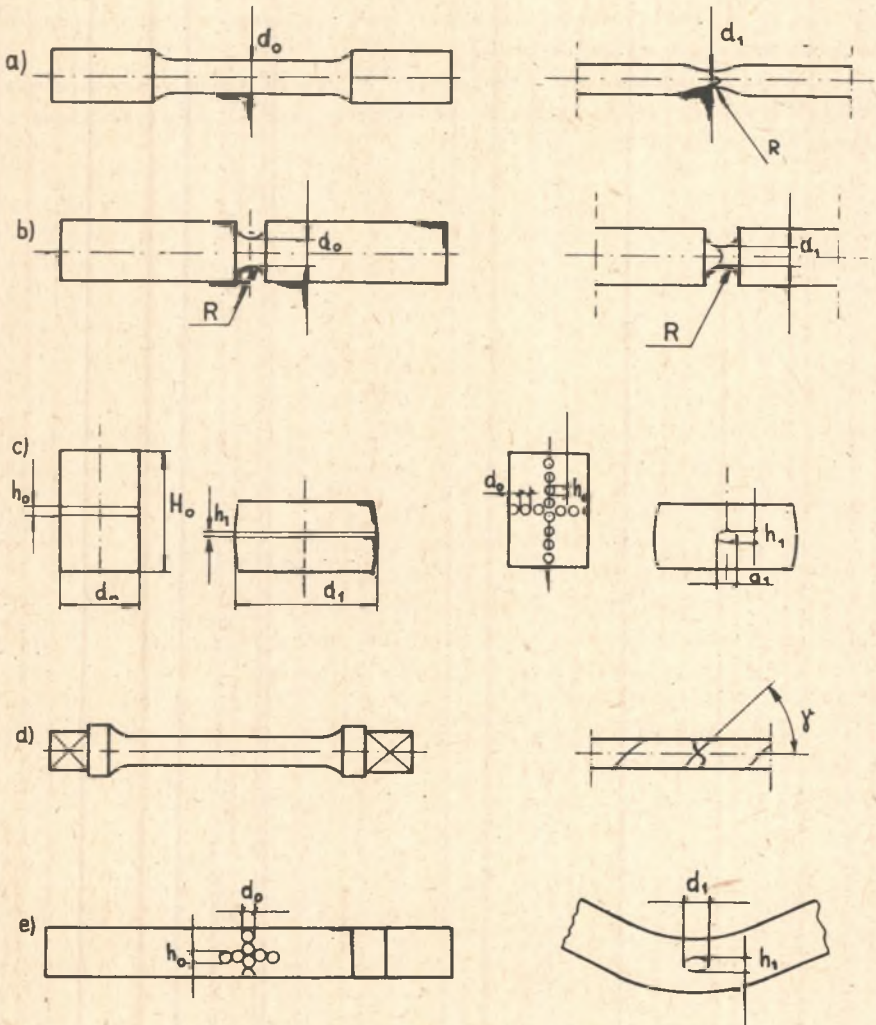
Wskaźnik stanu naprężenia k_G dla większości procesów obróbki plastycznej na zimno zawarty jest w granicach od $-0,6$ do 2 . Dlatego też, wyznaczenie funkcji odkształcalności granicznej materiału wymaga przyjęcia prób, w których wskaźnik stanu naprężenia mieści się w tym zakresie. Podany wyżej zakres stanu naprężeń realizuje się stosując następujące rodzaje próbek i sposoby odkształcenia (rys. 7):

- a) rozciąganie gładkich próbek cylindrycznych (rys. 7a), dla których $k_G \geq 0,33$,
- b) rozciąganie próbek cylindrycznych z wstępnie wykonanym wytoczeniem o promieniu R (rys. 7b); wskaźnik stanu naprężeń $k_G = f\left(\frac{d}{R}\right)$. Dla $d/R = 2$ $k_G \geq 0,83$, a dla $d/R = 4$ $k_G \geq 1,33$,
- c) ściskanie próbek walcowych o powierzchni cylindrycznej (rys. 7c), dla których $-0,58 \leq k_G < 0,2$.

Uzupełnieniem tych sposobów odkształcenia może być:

- a) skręcanie próbek okrągłych (rys. 7d), dla których $k_G = 0$,
- b) zginanie próbek o przekroju kwadratowym lub prostokątnym, dla których $0,25 \leq k_G \leq 0,5$.

Aby ograniczyć do minimum wpływ stanu powierzchni na odkształcalność graniczną, próbki winny być szlifowane z dokładnością co najmniej $0,32$



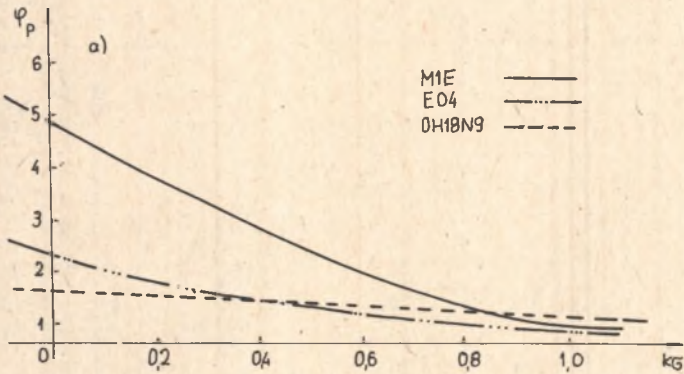
Rys. 7. Rodzaje próbek stosowanych do wyznaczenia krzywej odkształcalności granicznej (wg [2, 3])

a) gładkie próbki cylindryczne przeznaczone do badań na rozciąganie, b) próbki cylindryczne z wstępnie wykonanym wytoczeniem przeznaczone do badań na rozciąganie, c) próbki walcowe przeznaczone do badań na ściskanie, d) próbki przeznaczone do badań na skręcanie, e) próbki przeznaczone do badań na zginanie

W próbie ściskania z tarcieniem oraz w próbie zginania konieczne jest określenie maksymalnych odkształceń lokalnych. Wymaga to naniesienia na powierzchnię boczną próbek, w miejscach, gdzie przewidujemy wyętnięcie maksymalnych odkształceń lokalnych, siatki pomiarowej (rys. 7c i 7e).

W tabeli 1 zestawiono wzory pozwalające na określenie odkształcenia granicznego φ_p w chwili utraty spójności, jak i wskaźnika stanu naprężeń k_σ dla poszczególnych rodzajów prób i próbek.

Uzależnienie odkształceń granicznych φ_p od sposobów odkształcania opisywanych wskaźnikiem k_σ pozwala skonstruować krzywą odkształcalności granicznej $\varphi_p = f(k_\sigma)$ (rys. 8 [2, 3]).



Rys. 8. Znalezione doświadczalnie krzywe odkształcalności granicznej a) dla M1E, EO4 i OH18N9 (wg Grosmana [2]), b) dla walcówki w stanie surowym, stal niskowęglowa z borem (wg Grosmana i Łukowskiego [3])

Grosman [2] zaproponował jej aproksymację równaniem

$$\varphi_p = \frac{a}{(k - k_s)^c} \quad (9)$$

Funkcja $\varphi_p = f(k_G)$ posiada dwie asymptoty. Jedną asymptotę stanowi oś odciętych (k_G), a drugą prosta równoległa do osi rzędnych (φ_1), leżąca po stronie ujemnych wartości osi odciętych. Taką postać przebiegu krzywej uzasadnia się przesłankami fizykalnymi. W miarę jak stan naprężeń zbliża się do trójosiowego, równomiernego rozciągania, wskaźnik stanu $k_G \rightarrow \infty$. Zgodnie z hipotezami energii odkształcenia postaciowego Hubera i maksymalnych naprężeń stycznych. Treści dla trójosiowego równomiernego rozciągania, odkształcenie plastyczne nie może zachodzić ($\varphi_1 = 0$), a więc dla $k_G \rightarrow \infty$ $\varphi_p = f/k_G \rightarrow 0$.

Tabela 1

Wzory określające wielkość odkształcenia granicznego φ_p w chwili utraty spójności oraz wskaźnika stanu naprężeń k_G dla poszczególnych prób

Rodzaj próby	Wskaźnik k_G	Odkształcenie graniczne φ_p
Rozciąganie próbek cylindrycznych	$k_G = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{3}{4} \frac{d}{R} \right)$	$\varphi_p = 2 \ln \frac{d_0}{d_1}$
Ściskanie próbek cylindrycznych (tarcie suche)	$k_G = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{\sqrt{3} \sqrt{\varphi_1^2 + \varphi_1 \varphi_2 + \varphi_2^2}}$	$\varphi_p = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\varphi_1^2 + \varphi_1 \varphi_2 + \varphi_2^2}$
	$\varphi_1 = \ln \frac{h_0}{h_1}; \quad \varphi_2 = \ln \frac{d_1}{d_0}$	
Skrećanie pełnych próbek cylindrycznych	$k_G = 0$	$\varphi_p = \frac{\tau_{gr}}{\sqrt{3}}$
Zginanie	jak przy ścisaniu	

Badania przeprowadzone przez Erbla wykazały, że istnieje ciśnienie p_s , nazwane ciśnieniem spajania, dla którego możliwe jest praktycznie dowolnie duże odkształcenie. Ponieważ dla ciśnienia spajania $\sigma_m = -p_s$, wskaźnik stanu naprężenia odpowiadający ciśnieniu spajania $k_s = -\frac{p_s}{\sigma_1}$. Dla $k_G \rightarrow k_s$, $\varphi_p \rightarrow \infty$, tym samym istnieje podstawa do przyjęcia asymptoty pionowej.

4. Podsumowanie

Omówione metody doświadczalne należy uznać za wystarczające do opisu umocnienia i odkształcalności materiałów przeznaczonych do obróbki plastycznej na zimno. Podstawowe wyposażenie badawcze zapewnia ich realizację, a znalezione charakterystyki pomogą technologowi ustalać właściwe parametry procesu kształtowania.

LITERATURA

- [1] Krupkowski A., Grabianowski A.: Nowy sposób wyznaczania krzywej umocnienia metali przy użyciu młotowania. Archiwum Hutnictwa t. XIV 1969, s. 131-154.
- [2] Grosman F.: Badanie odkształcalności granicznej wybranych materiałów przeznaczonych do przeróbki plastycznej na zimno. Zeszyty Naukowe AGH Nr 457, Metalurgia i Odlewnictwo z. 63. Kraków 1974, s. 245-253.
- [3] Grosman F., Łukowski J.: Wpływ stanu materiału wsadowego do produkcji śrub na jego odkształcalność graniczną, Mechanik nr 11, 1974, s. 645-648.
- [4] Grosman F.: Przegląd metod badania odkształcalności, Hutnik nr 2, 1975, s. 90-94.

КРИВАЯ УПРОЧНЕНИЯ И КРИВАЯ ДЕФОРМИРУЕМОСТИ -- ХАРАКТЕРИСТИКИ МАТЕРИАЛОВ

Р е з ю м е

Эти две кривые являются основными характеристиками материалов деформированными холодной обработкой давлением благодаря которым технолог может разрабатывать процессы деформирования. В статье рассмотрены методы определения и математического описания выше указанных кривых. Статья имеет обзорный характер.

THE STRESS-STRAIN CURVE AND THE DEFORMABILITY CURVE AS THE MATERIAL FEATURES

S u m m a r y

These two curves are the basic features of the cold-moulded materials, due to which the forming process could be worked over by the technologist of the plastic working. The methods of determination as well as the mathematical description of the curves mentioned above are discussed in this article. The article has a survey character.