ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Seria: HUTNICTWO z. 14

Nr kol. 545

Franciszek FIKUS, Romuald KADZIMIERZ Tadeusz WIDERA

UPROSZCZONA ANALIZA POLA MAGNETYCZNEGO W DOZOWNIKU ELEKTRODYNAMICZNYM

> Streszczenie. Analiza pola magnetycznego w dozowniku elektrodynamicznym do ciekłego metalu. Do obliczenia pola magnetycznego układów prądu przemiennego ograniczonych żelazem wykorzystano teorię stałego pola magnetycznego ograniczonego żelazem. Przykład obliczenia dla dozwonika elektrodynamicznego do ciekłego metalu.

### 1. Wstęp

Czynnikiem mającym duży wpływ na jakość odlewów oraz automatyzację procesów w nowoczesnej odlewni jest dozowanie ciekłego metalu o ściśle określonej ilości i temperaturze. Stosowane obecnie tzw. dozowanie mechaniczne [1], polegające na wlewaniu metalu do form odlewniczych z przechylanego pojemnika, jest mało wydajne i uciążliwe, stwarza znaczne zagrożenie warunków bezpieczeństwa pracy.

W świecie prowadzone są intensywne badania nad opracowaniem innych metod dawkowania ciekłego metalu, które byłyby pozbawione wad, jakie posiada dozowanie mechaniczne. Jednym ze sposobów wymuszenia wypływu płynnego metalu jest wykorzystanie zjawiska występowania sił działających na ciecz elektrycznie przewodzącą, umieszczoną w polu elektromagnetycznym.

W Instytucie Metalurgii Politechniki Śląskiej opracowano, opatentowano i zbudowano urządzenie dozujące ciekły metal pod nazwą "dozownik elektrodynamiczny". Prototyp poddaje się aktualnie próbom eksploatacyjnym w warunkach przemysłowych. Celem doskonalenia urządzenia potrzebna jest znajomość rozkładu pola magnetycznego, którego ścisła analiza jest bardzo skomplikowana i w praktyce inżynierskiej mało przydatna.Duże zastosowanie natomiast mogą mieć metody uproszczone.

W artykule przedstawiono zastosowanie jednej z nich do obliczenia pola magnetycznego w dozowniku elektrodynamicznym.

### 2. Budowa i działanie dozownika

Na schemacie dozownika elektrodynamicznego (rys. 1) uzwojenie wzbudnika 1 zasilane prądem przemiennym umieszczone jest na środkowej kolumnie rdzenia magnetycznego 3. Nad wzbudnikiem znajduje się koncentryczny kanał roboczy 2, połączony ze zbiornikiem ciekłego metalu 4. W górnej części kanał zakończony jest lejem wylewowym 5.





Rys. 1. Schemat dozownika elektrodynamicznego

1 - wzbudnik, 2 - kanał roboczy, 3 - rdzeń magnetyczny, 4 - zbiornik na ciekły metal, 5 - lej wylewowy, 6 - ciekły metal, 7 - forma,  $I_1$  - prąd wzbudnika,  $I_2$  - prąd indukowany w ciekłym metalu,  $\beta_1$  - strumień magnetyczny związany z prądem wzbudnika,  $\beta_2$  - strumień magnetyczny związany z prądem indukowanym w ciekłym metalu, F - siła działająca na ciekły metal w kanale roboczym

Napięcie przemienne przyłożone do uzwojenia wzbudnika powoduje przepływ prędu I<sub>1</sub>. Pręd I<sub>1</sub> wytwarza strumień magnetyczny  $p_1$  zamykający się przez rdzeń, ciekły metal w kanale roboczym, zwany dalej wsadem oraz powietrze.

Przemienny strumień  $p_1$  indukuje we wsadzie prąd I<sub>2</sub> o gęstości J<sub>2</sub>. Z prądem tym związany jest strumień  $p_2$ . Superpozycja pól magnetycznych pochodzących od prądów wzbudnika i wsadu daje wypadkowe pole magnetyczne o induckji B<sub>w</sub> (strumień pola wypadkowego  $p_w$  na rys. 1 nie jest zaznaczony).

Wzajemne oddziaływanie prędu I<sub>2</sub> i pola magnetycznego o indukcji B<sub>w</sub> powoduje powstanie sił działających na częsteczki ciekłego metalu. Siłę od-

#### Uproszczona analiza pola magnetycznego...

działywania pola na element objętości wsadu dV, w którym występuje gęstość prędu J<sub>o</sub>,można wyznaczyć z równania

$$dF = (\bar{J}_{2} \times \bar{B}_{w}) dV.$$
 (1)

Wektory  $\bar{B}_w$  i  $\bar{J}_2$  sę funkcjami czasu oraz położenia w przestrzeni zajmowanej przez ciekły metal w kanale roboczym. Pręd  $I_2$  oraz składowa poprzeczna indukcji magnetycznej, oznaczona przez  $B_{pw}$ , wywołują siłę F, podnoszącą metal w kanale roboczym. Z chwilą, gdy poziom jego znajdzie się powyżej dolnej krawędzi leja wylewowego, metal zaczyna grawitacyjnie wypływać na zewnątrz. Z teorii oraz praktyki pomiarowej wiadomo, że przestrzenny rozkład indukcji magnetycznej oraz gęstość prędu we wsadzie nie jest równomierny.



Rys. 2. Laboratoryjny dozownik elektrodynamiczny w czasie dawkowania

Z przeprowadzonych pomiarów [2] wynika, że składowa B<sub>pw</sub> jak i J<sub>2</sub> osięgają największe wartości w dolnej części wsadu, malejąc szybko wzdłuż jego wysokości. W związku z tym również i siły działające na częsteczki ciekłego metalu są największe u dna wsadu.

Celem otrzymania bardziej równomiernego rozkładu sił wzdłuż wysokości wsadu należy za pomocą dodatkowych uzwojeń wytworzyć pomocnicze prądy we wsadzie oraz pomocnicze pole poprzeczne.

Nie jest znana metoda, która pozwalałaby określić parametry i miejsce usytuowania tych uzwojeń. Obliczenie rozkładu pola megnetycznego dla przypadku najprostszego (rys. 1) może być podstawą do przewidywania wpływu uzwojeń dodatkowych na kształt pola w dozowniku oraz przebieg gęstości prędu we wsadzie.

### 3. Analiza pola magnetycznego w dozowniku

# 3.1. <u>Metoda obliczania pola megnetycznego w dozowniku</u>. Założenia upraszczające

Przedstawiony na rys. 1 schemat dozownika zastąpiono układem wsad-wzbudnik (rys. 3). Obliczenie rozkładu pola magnetycznego tego układu przepro-





Rys. 3. Uproszczony schemat dozownika

1 - wzbudnik, 2 - wsad, 3 - rdzeń magnetyczny, h wysokość wsadu, s - szerokość wzbudnika, c - prosta, wzdłuż której obliczono rozkład składowej poprzecznej indukcji magnetycznej

wadzone zostanie przy użyciu metody uproszczonej. Polega ona na wykorzystaniu, w analizie pola magnetycznego układów pradu przemiennego ograniczonych żelazem, teorii stałego pola magnetycznego [3]. Obecność stali uwzględnia się przez wprowadzenie tzw. odbicia zwierciadlanego prędu w jej powierzchni. Uproszczenie to jest możliwe wszędzie tam, gdzie efekt wysokiej przenikalności magnetycznej żelaza znacznie przewyższa efekt reakcji prądów wirowych, indukowanych w odbijającej powierzchni stali przez pole przemienne.

Gdy prąd przemienny przepływa w pobliżu rdzenia magnetycznego zblachowanego w ten sposób, że nie mogą w nim swobodnie powstawać prądy wirowe, pole magnetyczne wytworzone przez ten prąd ma podobny obraz jak pole wytworzone przez pred stały przepływający w pobliżu powierzchni żelaza. Inny kształt natomiast przyjmuje pole w przypadku przewodu wiodącego prąd przemienny, umieszczonego w pobliżu masywnej powierzchni metalowej lub rdzenia zblachowanego równolegle do toru przepływu prądu. W tym układzie obraz pola zależy zarówno od przewodności właściwej metalu, w pobliżu. którego przepływa prąd jak i częstotliwości pradu.

Indukcja magnetyczna na powierzchni masywnej płyty stalowej przy częstotliwości 50 Hz jest nieco mniejsza niż przy pełnym jednoimiennym odbiciu, jak gdyby prąd odbity stanowił 0,7-0,8 prądu rzeczywistego [3]. Tak więc przy prądzie przemiennym pole magnetyczne w pobliżu masywnej powierzchni stalowej można w przybliżeniu wyznaczyć, tak jak przy prądzie stałym, zmniejszając nieco prąd odbity.

Celem dalszego ułatwienia analizy pola magnetycznego układu wsad-wzbudnik (rys. 3) przyjęto następujące uproszczenia:

#### Uproszczona analiza pola magnetycznego...

- składowa poprzeczna indukcji magnetycznej obliczona zostanie w punktach leżęcych na prostej c, poprowadzonej wzdłuż zewnętrznej powierzchni wsadu (rys. 3). Obecność rdzenia magnetycznego uwzględniona zostanie przez wprowadzenie odbicia zwierciadlanego prędu wsadu i wzbudnika jedynie od środkowej kolumny tego rdzenia,
- przenikalność magnetyczną rdzenia przyjęto równą nieskończoności, wobec czego prąd odbity będzie równy prądowi rzeczywistemu,



Rys. 4. Rozkład gęstości prędu wsadu 1 – krzywa otrzymana z pomiarów, 2 – rozkład przyjęty do obliczeń, 0,17a – wartość gęstości prędu rozłożonego równomiernie na całej wysokości wsadu h, 0,83a – wartość gęstości prędu rozłożonego równomiernie na odcinku h, wysokości wsadu

- przebieg gęstości prądu J<sub>o</sub> wzdłuż wysokości wsadu założono jak na rys. 4 (linia przerywaną na tym rysunku zaznaczono przebieg  $J_2 = f(h)$ zdjęty pomiarowo). Analiza pola magnetycznego przy przyjeciu pomierzonego rozkładu gestości pradu we wsadzie [2] prowadziłaby do obliczania skomplikowanych całek.Dla wzbudnika natomiast przyjęto równomierny rozkład gęstości pradu wzdłuż całej szerokości,
- cylindryczny wsad zastąpiono prostoliniowym odcinkiem nieskończenie cienkiej szyny o wysokości równej wysokości wsadu h [3], [4]. Szyna modelująca wsad przewodzi pręd o rozkładzie gęstości J<sub>2</sub> jak na rys. 4,
- koncentryczne uzwojenie wzbudnika zastąpione zostało również prostoliniowym odcinkiem nieskończenie cienkiej szyny, której szerokość równa jest szerokości wzbudnika s. Przez szynę tę przepływa prąd o równomiernym rozkładzie gęstości J<sub>1</sub> =  $\frac{I_1 z_1}{z_1}$ ,
- analiza rozkładu składowej poprzecznej indukcji magnetycznej przeprowadzona zostanie dla płaskiego układu wsad-wzbudnik. Otrzymane wyniki będę słuszne dla układu walcowego o dostatecznie dużym promieniu krzywizny.

Przyjmując wyżej wymienione założenia dochodzi się do modelu obliczeniowego układu wsad-wzbudnik przedstawionego na rys. 5.



Rys. 5. Model obliczeniowy dozownika

1 – szyna modelująca wzbudnik, 1' – odbicie zwierciadlane wzbudnika, 2 – szyna modelująca wsad, 2' – odbicie zwierciadlane wsadu, oś x – prostopadła do płaszczyzny rysunku

# 3.2. Potencjał wektorowy oraz składowe indukcji magnetycznej dla modelu obliczeniowego

Pola magnetycznego będzie się poszukiwać za pośrednictwem potencjału wektorowego A związanego z natężeniem pola A zależnością: `

$$rot \bar{A} \simeq \mu \bar{H} = \bar{B}, \qquad (2)$$

W układzie współrzędnych prostokątnych

$$\operatorname{rot} \bar{A} = \left(\frac{\partial A_{z}}{\partial y} - \frac{\partial A_{y}}{\partial z}\right) \bar{1} + \left(\frac{\partial A_{x}}{\partial z} - \frac{\partial A_{z}}{\partial x}\right) \bar{1} + \left(\frac{\partial A_{y}}{\partial x} - \frac{\partial A_{x}}{\partial y}\right) \bar{k}$$
(3)

Jeżeli tor strugi prądowej jest równoległy do osi x to:

$$A_{z} = A_{y} = 0; \quad \overline{A} = A_{y}(y,z) \quad \overline{i}, \quad (4)$$

czyli

$$rot \bar{A} = \frac{\partial A}{\partial z} \bar{J} - \frac{\partial A}{\partial y} \bar{k}, \qquad (5)$$

gdzie dla uproszczenia zapisu przyjęto:

 $A_{y}(y,z) = A$ 

Na podstawie (2) i (5) składowe indukcji magnetycznej mają postać:

$$B_x = 0; \quad B_y = \frac{\partial A}{\partial z}; \quad B_z = -\frac{\partial A}{\partial y}$$
 (6)

Przyjmując oznaczenia jak na rys. 5, potencjał wektorowy  $A_u^{(x)}$  wzbudnika wyraża się zależnością [5], [6]:

$$A'_{u} = \frac{\mu_{0}}{2\pi} \frac{I_{1} z_{1}}{s} \int_{0}^{s} \ln r_{1} dy' =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 z_1}{s} \int_0^s \ln\left[(y' - y)^2 + z^2\right] dy'$$
(7)

Po rozwiązaniu (7), wyrażenie na potencjał wektorowy przyjmuje postać:

$$A'_{u} = \frac{\mu_{0}}{4\pi} \frac{I_{1} z_{1}}{s} \left\{ (s-y) \ln \left[ (s-y)^{2} + z^{2} \right] + y \ln(y^{2}+z^{2}) + 2z \left[ (arctg \frac{s-y}{z} + arctg \frac{y}{z} \right] - 2s \right\}$$
(8)

Z uwagi na (6) i (8) składowe indukcji magnetycznej B są równe:

$$B'_{xu} = 0$$
 (9)

$$B'_{yu} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 z_1}{s} 2 \left[ \operatorname{arc} tg \frac{s-y}{z} + \operatorname{arc} tg \frac{y}{z} \right]$$
(10)

$$B'_{zu} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 z_1}{s} \ln \frac{(s-y)^2 + z^2}{y^2 + z^2}$$
(11)

Dla odbicia zwierciadlanego prądu wzbudnika w rdzeniu magnetycznym potencjał wektorowy A<sup>"</sup> oraz składowe indukcji magnetycznej B<sup>"</sup> wyrażają się zależnościami:

X) Indeksem u będzie się oznaczać wielkości związane ze wzbudnikiem, natomiast indeksem m związane ze wsadem. Znak prim dotyczy wielkości związanych z prędami I, oraz I2, zaś znak bis związanych z odbiciem zwierciadlanym tych prędów.

F. Fikus, R. Kazimierz, T. Widera

$$A_{u}^{"} = \frac{\mu_{0}}{4\pi} \frac{I_{1}' z_{1}}{s} \left[ (s+y) \ln \left[ (s+y)^{2} + z^{2} \right] - y \ln(y^{2}+z^{2}) + 2z \left[ \arccos \frac{s+y}{z} - \arccos \frac{y}{z} \right] - 2s \right]$$
(12)

 $B_{XU}^{"} = 0$  (13)

$$B_{yu}'' = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1' Z_1}{s} 2 \left[ \text{arc tg } \frac{s+y}{z} - \text{arc tg } \frac{y}{z} \right]$$
(14)

$$B_{zu}'' = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1' z_1}{s} \ln \frac{(s+\gamma)^2 + z^2}{\gamma^2 + z^2}$$
(15)

Stosując zasadą superpozycji oraz przyjmując wcześniej postawione założenie, że  $I'_1 = I_1$  wyrażenia na składowe indukcji magnetycznej uzyskuje się w postaci

$$B_{xu} = B'_{xu} + B''_{xu} = 0$$
 (16)

(19)

$$B_{yu} = B_{yu}' + B_{yu}'' = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I_1 z_1}{s} \cdot 2(\operatorname{arctg} \frac{s-y}{z} + \operatorname{arctg} \frac{s+y}{z})$$
(17)

$$B_{zu} = B_{zu}^{l} + B_{zu}^{"} = \frac{\mu_0}{43l} \frac{I_1 Z_1}{s} \ln \frac{(s-y)^2 + z^2}{(s+y)^2 + z^2}$$
(18)

Wyznaczenie składowych indukcji pola magnetycznego pochodzącego od prądu wsadu płynącego w kierunku przeciwnym do prądu wzbudnika jest bardziej skomplikowane. Prąd we wsadzie nie jest rozłożony równomiernie na całej wysokości wsadu. Przebieg jego gęstości podzielić można ma dwie części, o różnych wartościach (rys. 4):

- 0,83a A/cm rozłożoną równomiernie na odcinku h<sub>1</sub> wysokości weedu,
 - 0,17a A/cm rozłożoną równomiernie na całej wysokości wsadu b,

gdzie a oznacza wartość maksymalną gęstości prądu wsadu.

Potencjał wektorowy związany z prądem rozłożonym równomiernie na wysokości h, wyraża się zależnością:

$$A_{mh_{1}}^{I} = -\frac{\mu_{0}}{4\pi} 0,83a \left[ (h_{1} + z_{0} - z) \ln \left[ (h_{1} + z_{0} - z)^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y - y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})$$

+ 2(y-y<sub>0</sub>) 
$$\left[ \operatorname{arc tg} \frac{n_1 + z_0 - z}{y - y_0} + \operatorname{arc tg} \frac{z - z_0}{y - y_0} \right] - 2h_1$$

### Uproszczona analiza pola magnetycznego...

Wobec (6) i (19) składowe indukcji magnetycznej są równe:

$$B'_{xmh_1} = 0$$
 (20)

$$B'_{y \equiv h_{1}} = \frac{\mu_{0}}{4\pi} 0,83a \ln \frac{(h_{1}+z_{0}-z)^{2} + (y-y_{0})^{2}}{(z-z_{0})^{2} + (y-y_{0})^{2}}$$
(21)

$$B_{zmh_{1}}^{\prime} = \frac{\mu_{0}}{4\pi} 0,83a \cdot 2 \left[ \operatorname{arc} tg \frac{h_{1}+z_{0}-z}{y-y_{0}} + \operatorname{arc} tg \frac{z-z_{0}}{y-y_{0}} \right]$$
(22)

Analogicznie potencjał wektorowy związany z prądem rozłożonym równomiernie na całej wysokości wsadu h ma postać:

$$A_{mh}^{I} = -\frac{\mu_{0}}{4\pi} 0,17a \left[ (h+z_{0}-z) \ln \left[ (h+z_{0}-z)^{2} + (y-y_{0})^{2} \right] + (z-z_{0}) \ln \left[ (z-z_{0})^{2} + (y-y_{0})^{2} \right] + 2(y-y_{0}) x$$
(23)  
$$\times \left[ \arctan tg \frac{h+z_{0}-z}{y-y_{0}} + \arctan tg \frac{z-z_{0}}{y-y_{0}} \right] - 2h \right]$$

Na podstawie (23) oraz (6) składowe indukcji magnetycznej są równe:

$$B_{xmh} = 0 \tag{24}$$

$$B'_{ymh} = \frac{\mu_0}{4\pi} 0,17a \ln \frac{(h+z_0-z)^2 + (y-y_0)^2}{(z-z_0)^2 + (y-y_0)^2}$$
(25)

$$B'_{zmh} = \frac{\mu_0}{4\pi} 0,17a \cdot 2 \left[ arc tg \frac{h+z_o-z}{y-y_o} + arc tg \frac{z-z_o}{y-y_o} \right]$$
(26)

Dla odbicia zwierciadlanego prądu wsadu w rdzeniu magnetycznym potencjały wektorowe oraz składowe indukcji magnetycznej mają odpowiednią postać:

$$A_{mh_{1}}^{''} = -\frac{\mu_{0}}{4\pi} 0,83a' \left[ (h_{1}+z_{0}) \ln \left[ (h_{1}+z_{0}-z)^{2} + (y+y_{0})^{2} \right] + (z-z_{0}) \ln \left[ (z-z_{0})^{2} + (y+y_{0})^{2} \right] + 2(y+y_{0}) \times (27) \right] \times \left[ \arctan \left[ \frac{h_{1}+z_{0}-z}{y-y_{0}} + \arctan \left[ \frac{z-z_{0}}{y+y_{0}} \right] - 2h_{1} \right]$$

$$B_{xmh_1}^{"} = 0$$
 (28)

$$B_{ymh_{1}}^{''} = \frac{\mu_{0}}{4\pi} 0,83a' \ln \frac{(h_{1}+z_{0}-z)^{2} + (y+y_{0})^{2}}{(z-z_{0})^{2} + (y+y_{0})^{2}}$$
(29)

$$B_{zmh_{1}}^{''} = \frac{\mu_{o}}{4\pi} 0,83a' \cdot 2\left[arc tg \frac{h_{1}+z_{o}-z}{y+y_{o}} + arc tg \frac{z-z_{o}}{y+y_{o}}\right]$$
(30)

$$A_{mh}^{"} = -\frac{\mu_{0}}{4\pi} 0.17 a' \left[ (h + z_{0} - z) \ln \left[ (h + z_{0} - z)^{2} + (y + y_{0})^{2} \right] + (z - z_{0}) \ln \left[ (z - z_{0})^{2} + (y + y_{0})^{2} \right] + (31)$$

+ 2(y+y<sub>0</sub>) 
$$\left[ \operatorname{arc tg} \frac{h+z_0-z}{y+y_0} + \operatorname{aro tg} \frac{z-z_0}{y+y_0} \right] - 2h$$

$$B''_{ymh} = \frac{\mu_0}{4\pi} 0,17a' \ln \frac{(h+z_0-z)^2 + (y+y_0)^2}{(z-z_0)^2 + (y+y_0)^2}$$
(33)

$$B_{zmh}'' = \frac{\mu_0}{4\pi} 0,17a' 2 \left[ arc tg \frac{h+z_0-z}{y+y_0} + arc tg \frac{z-z_0}{y+y_0} \right]$$
(34)

Stosując zasadę superpozycji oraz przyjmując wcześniej postawione założenie, że a'= a, wypadkowe składowe indukcji magnetycznej związanej z prądem rozłożonym równomiernie na wysokości h<sub>1</sub> są równe:

$$B_{ymh_1} = B_{ymh_1}^i + B_{ymh_1}^{ii} = 0$$
 (35)

$$B_{ymh_{1}} = B_{ymh_{1}}' + B_{ymh_{1}}'' = \frac{\mu_{0}}{4\pi} 0,83a \left[ \ln \frac{(h_{1}+z_{0}-z)^{2} + (y-y_{0})^{2}}{(z-z_{0})^{2} + (y-y_{0})^{2}} + \ln \frac{(h_{1}+z_{0}-z)^{2} + (y+y_{0})^{2}}{(z-z_{0})^{2} + (y+y_{0})^{2}} \right]$$
(36)

В

$$B_{zmh_{1}} = B'_{zmh_{1}} + B''_{zmh_{1}} = \frac{\mu_{o}}{4\pi} 0,83a \ 2 \left[ arc \ tg \ \frac{h_{1} + z_{o}^{-7}z}{y - y_{o}} + \frac{h_{1} + h_{1} + h_{1}^{2}}{y - y_{o}} + \frac{h_{1} + h_{1}^{2}}{y - h_{1}^{2}}{y - h_{1}^{2}}{y - h_{1}^{2}}{y - h_{1}^$$

Wypadkowe składowe indukcji magnetycznej związanej z prądem rozłożonym równomiernie na całej wysokości wsadu są równe:

$$B_{xmh} = B'_{xmh} + B''_{xmh} = 0$$
(38)  

$$mh = B_{ymh} + B''_{ymh} = \frac{\mu_0}{4\pi} 0,17a \left[ \ln \frac{(h=z_0-z)^2 + (y-y_0)^2}{(z-z_0)^2 + (y-y_0)^2} + (h+z_0-z_0)^2 + (y+y_0-z_0)^2 + (y-y_0-z_0)^2 + (y-y_0-z_0)^$$

$$= \ln \frac{(h+z_0-z)^2 + (y+y_0)^2}{(z-z_0)^2 + (y+y_0)^2} \right]$$

$$B_{zmh} = B'_{zmh} + B''_{zmh} = \frac{\mu_0}{4\pi} 0,17a \ 2 \left[ arc \ tg \ \frac{h + z_0 - z}{y - y_0} + \frac{h + z_0 - z}{y - y_0} + \frac{h + z_0 - z}{y - y_0} \right]$$
(40)

+ arc tg 
$$\frac{1+2}{y+y_0}$$
 + arc tg  $\frac{2-2}{y-y_0}$  + arc tg  $\frac{1-2}{y+y_0}$ 

Składowe indukcji magnetycznej wywołanej całkowitym prądem wsadu są odpowiednio równe:

$$B_{\text{XB}} = B_{\text{XB}h_1} + B_{\text{XB}h} = 0$$
(41)

$$B_{ym} = B_{ymh_1} + B_{ymh} = \frac{\mu_0}{4\pi} = \left[0,83 \left[\ln \frac{(h_1 + z_0 - z)^2 + (y - y_0)^2}{(z - z_0)^2 + (y - y_0)^2}\right]\right]$$

+ 
$$\ln \frac{(h_1 + z_0 - z)^2 + (y + y_0)^2}{(z - z_0)^2 + (y + y_0)^2} + 0,17 \left[ \ln \frac{(h + z_0 - z)^2 + (y - y_0)^2}{(z - z_0)^2 + (y - y_0)^2} + (42) \right]$$

+ 
$$\ln \frac{(h+z_0-z)^2 + (y+y_0)^2}{(z-z_0)^2 + (y+y_0)^2} \right]$$

F. Fikus, R. Kadzimierz, T. Widera

$$B_{zm} = B_{zmh_{1}} + B_{zmh} = \frac{\mu_{0}}{4\pi} 2a \left[ 0,83 \left( \text{arc tg } \frac{h_{1} + z_{0} - z}{y - y_{0}} + \right. \right. \right]$$
  
+ arc tg  $\frac{h_{1} + z_{0} - z}{y + y_{0}}$  + arc tg  $\frac{z - z_{0}}{y - y_{0}}$  + arc tg  $\frac{z - z_{0}}{y + y_{0}} \right)$  + (43)

+ 0,17 
$$\left( \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{h+z_{o}-z}{y-y_{o}} + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{h+z_{o}-z}{y+y_{o}} + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{z-z_{o}}{y-y_{o}} + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{z-z_{o}}{y+y_{o}} \right) \right]$$

Suma (17) i (42) określa wypadkową składową poprzeczną indukcji magnetycznej, czyli:

$$B_{pw} = B_{yu} + B_{ym} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[ \frac{I_1 z_1}{s} 2 \left( \operatorname{arc} tg \frac{s-y}{z} + \operatorname{arc} tg \frac{s+y}{z} \right) + s \left[ 0.83 \left( \ln \frac{(h_1 + z_0 - z)^2 + (y - y_0)^2}{(z - z_0)^2 + (y - y_0)^2} + \ln \frac{(h_1 + z_0 - z)^2 + (y + y_0)^2}{(z - z_0)^2 + (y + y_0)^2} \right) + s \right]$$

$$+ 0.17 \left( \ln \frac{(h + z_0 - z)^2 + (y - y_0)^2}{(z - z_0)^2 + (y - y_0)^2} + \ln \frac{(h + z_0 - z)^2 + (y + y_0)^2}{(z - z_0)^2 + (y + y_0)^2} \right) \right]$$

$$(44)$$

# 3.3. <u>Obliczenie rozkładu składowej poprzecznej indukcji magnetycznej</u> w prototypie dozownika

Na podstawie [2] przyjęto do obliczeń następujące dane wymiarowe dozownika (rys. 5)

Ponadto z pomiarów dokonanych na urządzeniu prototypowym wynika, że przepływ wzbudnika jest dwukrotnie większy od przepływu wsadu. Obliczenia przeprowadzono przy założeniu, że a = 1 A/cm a wyniki odniesione do wartości maksymalnej składowej poprzecznej indukcji magnetycznej B<sub>pw</sub> przedstawiono wykreślnie w postaci następujących zależności:

 $-B_{ymh_1} = f(z) wg (36) \text{ oraz } B_{ymh} = f(z) wg (39) (rys. 6)$ 

$$- \frac{B_{ym}}{ym} = f(z) wg (42) \text{ oraz } \frac{B_{yu}}{yu} = f(z) wg (17) (rys. 7)$$
  
$$- \frac{B_{ym}}{B_{yw}} = f(z) wg (44) (rys. 8).$$



$$\frac{B_{ymh_1}}{B_{pw max}} = \frac{B_{ymh_1}}{B_{pw max}}; \quad \frac{B_{ymh}}{B_{pw max}} = \frac{B_{ymh}}{B_{pw max}}$$

Z porównania przebiegu krzywej  $B_{pw} = f(z)$  (rys.8) z krzywą otrzymaną pomiarowo [2] wynika, że mimo przyjęcia daleko idących uproszczeń, obliczony rozkład składowej poprzecznej indukcji magnetycznej metodą przedstawioną w artykule jest zadowalająco zbieżny z rozkładem uzyskanym na podstawie pomiarów.



Rys. 7. Rozkład składowych Bym i Byu wzdłuż wysokości wsadu B. B



-

### 4. LITERATURA

- [1] Fikus F.: Modele i prototypy urządzeń do transportu ciekłego metalu. Praca II Seminarium: Rola badań laboratoryjnych w nowoczesnej technologii. Politechnika Śląska, Katowice-Wisła 1972.
- [2] Fikus F., Chruślicki W., Gorczyński L.: Dozownik elektrodynamiczny. Sesja Naukowa Dnia Hutnika, Politechnika Śl., Katowice 1973.

[3] Turowski J.: Elektrodynamika techniczna. WNT, Warszawa 1968.

[4] Jezierski E.: Transformatory, Podstawy teoretyczne, WNT Warszawa 1965.

- [5] Binns K.J., Lawrenson P.J.: Analysis and computation of electric and magnetic field problems. Pergamon Press, Oxford 1963.
- 6 Goworkow W.A.: Pola elektryczne i magnetyczne. WNT, Warszawa 1962.

## УПРОЩЕННЫЙ АНАЛИЗ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОМ ДОЗАТОРЕ

### Резюме

Анализ магнитного поля в электродинамическом дозаторе к жидкому металлу. В расчете магнитного поля систем переменного тока ограниченных железом использовано теорию постоянного магнитного поля ограниченного железом.

Пример расчета для электродинамического дозатора к жидкому металлу.

## SIMPLIFIELD ANALYSIS OF THE MAGNETIC FIELD IN AN ELECTRODYNAMIC FEEDER

#### Summary

The analysis of the magnetic field in an electrodynamic feeder for liquid metals. The theory of the constant magnetic field surrounded by iron has been used to estimate the magnetic field of the alternating current systems surrounded by iron.

The example of calculation for an electrodynamic feeder for liquid metals has been presented in the article.