ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1978

Seria: HUTNICTWO z. 15 Nr kol. 546

Andrzej SOBAŃSKI

Instytut Inżynierii Materiałowej

BŁĄD WSKAŹNIKA NORMALNEJ ANIZOTROPII PLASTYCZNEJ BLACH

Streszczenie. Przedstawiono wskaźniki służące do oceny normalnej anizotropii plastycznej blach i taśm przeznaczonych do tłoczenia. Wyprowadzono wzory dla względnych błędów pojedynczego wyniku wskaźników anizotropii Lankforda, Lankforda-Heyera, Krupkowskiego i Larsona i na ich podstawie oceniono wpływ wymiarów próbek, dokładności pomiarów szerokości, grubości i długości, stosowanego przy rozciąganiu wydłużenia oraz poziomu wskaźnika anizotropii. Ustalono praktyczne wnioski przydatne dla opracowania metodyki pomiaru współczynnika anizotropii w próbie rozciągania.

Metody pomiaru wskaźnika anizotropii plastycznej

Zasadnicze znaczenie normalnej anizotropii plastycznej blach i taśm w procesach ich kształtowania jest przyczyną publikowania wielu prac dotyczących również metod jej badania. W polskim piśmiennictwie zajmowali się tym zagadnieniem m.in. Krupkowski [1], Truszkowski [2] i Turno [3], którego praca zawiera szczególnie obszerne naświetlenie problemu.

Normalną anizotropię plastyczną blachy określają zmiany szerokości i grubości wyciętej z niej próbki (rys. 1) poddanej rozciąganiu w zakresie wydłużenia równomiernego.

Lankford, Snyder i Bauscher [5] jako miarę anizotropii normalnej przyjęli stosunek odkształceń rzeczywistych:

$$r = \frac{\varphi_b}{\varphi_g} = \frac{\ln \frac{b}{b_o}}{\ln \frac{g}{g_o}} = \frac{\lg \frac{b_o}{b}}{\lg \frac{g_o}{g}}. \tag{1}$$

Wcześniej Krupkowski [1] zaproponował wskaźnik:

$$k = \frac{\left(\frac{b_o}{b}\right)^2 - 1}{\left(\frac{g_o}{g}\right)^2 - 1}. \tag{2}$$

Larson [6] jako miarę przyjął stosunek odkształceń względnych:

$$r_{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_g} = \frac{1 - \frac{b}{b_o}}{1 - \frac{g}{g_o}} \tag{3}$$

W wielu pracach badano zależność wskaźników anizotropii od wydłużenia próbki, stwierdzając zarówno ich wzrost [2, 7] jak i zmniejszenie się [8, 9] ze wzrostem odkształcenia. Dlatego Jegaden i współpracownicy [7] wprowadzili współczynnik anizotropii chwilowej:

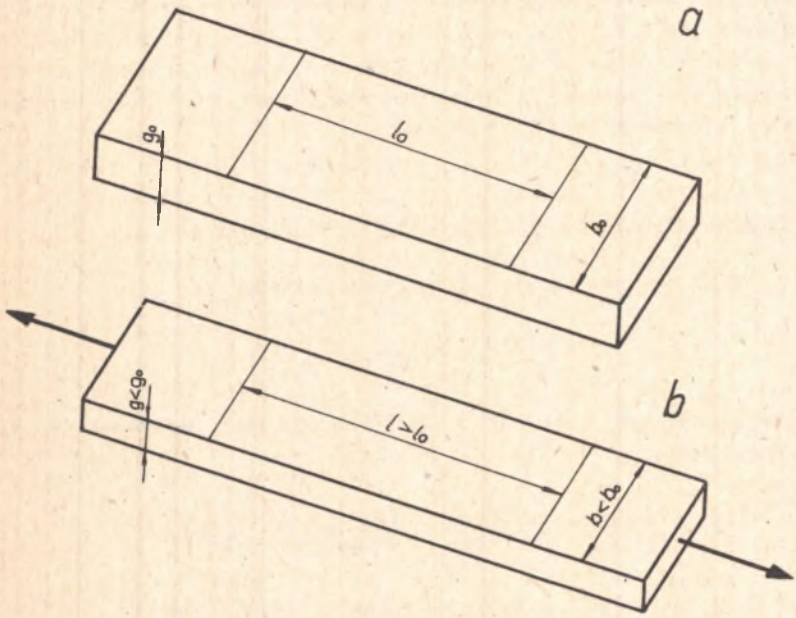
$$\varrho = \frac{d\varphi_b}{d\varphi_g} = \frac{db}{dg} \cdot \frac{g}{b} \tag{4}$$

Ponieważ wskaźniki r, k oraz ϱ mogą zależeć od wielkości odkształcenia, Truszkowski [2] zaproponował ekstrapolowanie tych wielkości do wartości odpowiadających zerowemu wydłużeniu. Uzasadnił również, że są one w tym przypadku równe sobie i są cechą materiału. Ze względu na trudność i pracochłonność wyznaczenia ekstrapolowany wskaźnik anizotropii nie znalazł zastosowania w praktyce.

Inni autorzy, np. Wybo [10], wykazują stałość r, zwłaszcza dla wydłużeń bliskich granicznemu równomiernemu. Schmidt i Hüskes [11] stwierdzili nawet równość wskaźników anizotropii wyznaczonych na częściach próbki wydłużonej równomiernie i w obszarze szyjki. Turno [3] i Schneider [8] wykazali, że dla tego samego materiału w różnych seriach prób r wzrasta, obniża się lub jest niezależne od wielkości wydłużenia, w każdym jednak przypadku korelacje te są mało istotne.

Można wnioskować, że ewentualne zróżnicowanie r spowodowane jest głównie błędem pomiaru, większym w przypadku małych wydłużeń. Dlatego należałoby próbkę rozciągać do granicznego wydłużenia równomiernego, którego wartość nie jest jednak z góry znana. Konieczne jest zatem przyjmowanie wartości mniejszej, gwarantującej jednorodne odkształcenie całej próbki. Inną możliwością jest rozciąganie próbki do zerwania i pomierzenie szerokości i grubości na częściach wystarczająco odległych od szyjki [12, 13]. Z braku pewności o równomierności odkształceń w mierzonej części sposób ten należy uważać za przybliżony. Wielokroć zwracano uwagę [3, 7, 8], że duży błąd r wynika z małej dokładności pomiaru grubości, zmienności tego wymiaru wzdłuż i w poprzek próbki oraz zmieniającej się z wydłużeniem chropowatości powierzchni.

Burns i Heyer [14] pierwsi zastąpili pomiar grubości pomiarem długości, nanosząc na próbkę dwa znaki w odległości l_o (rys. 1).



Rys. 1. Próbka do pomiaru współczynnika anizotropii przed rozciąganiem (a) i rozciągnięta w zakresie wydłużeń równomiernych (b)

Uwzględniając zasadę stałej objętości:

$$\frac{g_o}{g} = \frac{b}{b_o}\,\frac{l}{l_o}, \tag{5}$$

ze wzoru (1) otrzymujemy postać:

$$r = \frac{\lg \frac{b_o}{b}}{\lg \frac{b \cdot l}{b_o \cdot l_o}} = \frac{\lg \frac{b_o}{b}}{\lg \frac{l}{l_o} - \lg \frac{b_o}{b}}, \tag{6}$$

nazywaną współczynnikiem Lankforda-Heyera.

Pomimo podejmowanej próby [3], w Polsce nie znormalizowano sposobu pomiaru współczynnika anizotropii r. IDDRG (International Deep Drawing Research Group) zaleca [3, 4] stosowanie próbki płaskiej nieproporcjonalnej bez główek o szerokości 20 mm z dwoma znakami odległymi o 20 lub 50 mm naniesionymi w środku długości pomiarowej. Szerokość należy mierzyć z dokładnością 0,01 mm, a odległość pomiędzy znakami z dokładnością nie mniejszą niż 0,1 mm przed i po wydłużeniu próbki o 20 ± 1%.

Istotne znaczenie anizotropii blach i taśm uzasadnia celowość dalszych prac dla jej pełniejszego zbadania, w tym również analizy metod pomiaru.

Błąd pojedynczego pomiaru wskaźnika r w ograniczonym zakresie analizowany był dotychczas przez Atkinsona i Mac Leana [15] oraz Schneidera [8]. W dalszej części pracy podjęto analizę tego problemu dla różnych wskaźników anizotropii w zależności od zmiennego wydłużenia, poziomu r oraz geometrii próbki i dokładności jej pomiaru.

Błąd pojedynczego wyniku wskaźników anizotropii normalnej

Jeśli r (lub k) jest w ogólnej postaci funkcją:

$$r = f(b_o, b, g_o, g), \tag{7}$$

to błąd bezwzględny Δr jest równy różniczce zupełnej wyrażonej w skończonych przyrostach:

$$\Delta r = \left|\frac{\partial f}{\partial b_o}\right|\Delta b_o + \left|\frac{\partial f}{\partial b}\right|\Delta b + \left|\frac{\partial f}{\partial g_o}\right|\Delta g_o + \left|\frac{\partial f}{\partial g}\right|\Delta g \tag{8}$$

gdzie Δb_o, Δb, Δg_o, Δg są błędami pomiaru tych wielkości.

W przypadku wzoru Lankforda (1) otrzymamy:

$$\Delta r = \frac{1}{\ln\frac{g_o}{g}}\left(\frac{\Delta b_o}{b_o} + \frac{\Delta b}{b}\right) + \frac{\ln\frac{b_o}{b}}{\ln^2\frac{g_o}{g}}\left(\frac{\Delta g_o}{g_o} + \frac{\Delta g}{g}\right) \tag{9}$$

Uwzględniając zależność (1), błąd względny jest równy:

$$\delta r = \frac{\Delta r}{r} = \frac{1}{\ln\frac{b_o}{b}}\left(\frac{\Delta b_o}{b_o} + \frac{\Delta b}{b}\right) + \frac{1}{\ln\frac{g_o}{}}\left(\frac{\Delta g_o}{g_o} + \frac{\Delta g}{g}\right) \tag{10}$$

Przekształcając równość (5) do postaci:

$$\ln\frac{g_o}{g} + \ln\frac{b_o}{b} = \ln\frac{l}{l_o} = \varphi \tag{11}$$

z układu równań (1) i (11) mamy:

$$l = l_o \exp\varphi \tag{12}$$

$$b = b_o \exp\left(-\frac{r\varphi}{r+1}\right) \tag{13}$$

$$g = g_o \exp\left(-\frac{\varphi}{r+1}\right) \tag{14}$$

Gdy $\Delta b_o = \Delta b$, $\Delta g_o = \Delta g$, co mamy, stosując ten sam przyrząd pomiarowy, to z (10), uwzględniając (13) i (14), otrzymamy:

$$\delta r = B\frac{\Delta b}{b_o} + G\frac{\Delta g}{g_o} \tag{15}$$

gdzie:

$$B = \frac{r+1}{r\varphi}\left(\exp\frac{r\varphi}{r+1} + 1\right)$$

i

$$G = \frac{r+1}{\varphi}\left(\exp\frac{\varphi}{r+1} + 1\right).$$

Względny błąd pojedynczego wyniku współczynnika r zależy więc od względnych błędów pomiaru szerokości i grubości próbki, stosowanego wydłużenia φ, wartości samego współczynnika r oraz od postaci funkcji $B = B(\varphi,r)$ i $G = G(\varphi,r)$, które umownie nazwano funkcjami błędu szerokości B i grubości G.

Jeśli $r = \text{const.}$, to dla istotnych w praktyce $\varphi < 0{,}5$

$$\frac{dB}{d\varphi} = -\frac{r+1}{2}\left[1 + \left(1 - \frac{r\varphi}{r+1}\right)\exp\frac{r\varphi}{r+1}\right] < 0$$

i

$$\frac{dG}{d\varphi} = -\frac{r+1}{\varphi 2}\left[1 + \left(1 - \frac{\varphi}{r+1}\right)\exp\frac{\varphi}{r+1}\right] < 0.$$

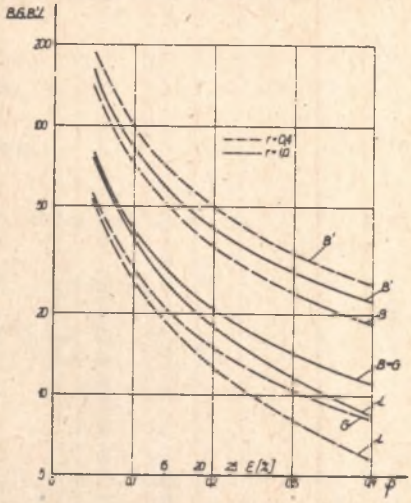
Funkcje B i G maleją ze wzrostem φ, co dla $r = 0{,}4$ i $r = 1$ pokazano na rys. 2. Wyjaśnia to celowość zwiększenia stosowanego wydłużenie φ dla zmniejszenia błędu r.

Jeśli $\varphi = \text{const.}$, to:

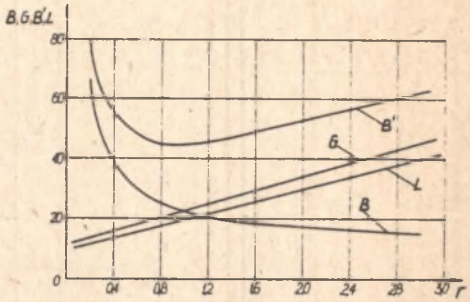
$$\frac{dB}{dr} = -\frac{1}{r^2\varphi}\left[1 + \left(1 - \frac{r\varphi}{r+1}\right)\exp\frac{r\varphi}{r+1}\right] < 0$$

i

$$\frac{dG}{dr} = \frac{1}{\varphi}\left[1 + \left(1 - \frac{\varphi}{r+1}\right)\exp\frac{\varphi}{r+1}\right] > 0,$$



Rys. 2. Zależność funkcji błędów dla wzoru Lankforda od wydłużenia rzeczywistego próbki przy stałej wartości r



Rys. 3. Zależność funkcji błędów dla wzoru Lankforda od współczynnika anizotropii normalnej r przy stałym wydłużeniu ε = 20%

zatem ze wzrostem r funkcja błędu szerokości B maleje, a grubość wzrasta. Dla φ = 0,1823, co odpowiada wydłużeniu ε = 20%, funkcje B(r) i G(r) pokazano na rys. 3. Z wykresu można wnioskować, że dla zmniejszenia błędu współczynnika r dokładność pomiaru grubości jest szczególnie istotna w przypadku spodziewanych dużych wartości r. Dokładność pomiaru szerokości ma natomiast większe znaczenie dla małych wartości r.

W przypadku wyznaczania r wzorem Lankforda-Heyera (6), postępując jak poprzednio, otrzymamy dla błędu bezwzględnego:

$$\Delta r' = \frac{r^2 \ln \frac{l}{l_o}}{\ln^2 \frac{b_o}{b}}\left(\frac{\Delta b_o}{b_o} + \frac{\Delta b}{b}\right) + \frac{r^2}{\ln \frac{b_o}{b}}\left(\frac{\Delta l_o}{l_o} + \frac{\Delta l}{l}\right) \tag{16}$$

Uwzględniając związki (12) i (13), przy równej dokładności pomiarów przed i po rozciąganiu próbki: $\Delta l_o = \Delta l$ i $\Delta b_o = \Delta b$, po przekształceniach dla błędu względnego otrzymamy wzór:

$$\delta r = B' \frac{\Delta b}{b_o} + L \frac{\Delta l}{l_o}, \tag{17}$$

w którym:

$$B' = \frac{(r+1)^2}{r}\left[1 + \exp \frac{r\varphi}{r+1}\right],$$

$$L = \frac{r+1}{\varphi}\left[1 + \exp(-\varphi)\right],$$

są funkcjami błędu szerokości B i długości L.

Funkcja B' jest $(r + 1)$ razy większa od funkcji B ze wzoru (15) i przy stałym r maleje ze wzrostem φ (rys. 2) podobnie jak B lecz z większą intensywnością. Dla stałego wydłużenia φ (rys. 3) funkcja B' przy $r < 1$ maleje, a przy $r > 1$ rośnie.

W ogólności błąd wnoszony przez pomiar szerokości jest większy dla r ze wzoru (6) niż ze wzoru podstawowego (1).

Funkcja błędu L rośnie, gdy wzrasta r, co widać z jej postaci. Badając natomiast funkcję L przy r = const. i $\varphi > 0$, mamy:

$$\frac{dL}{d\varphi} = -\frac{r+1}{\varphi^2}\left[1 + 2\exp(-\varphi)\right] < 0$$

zatem maleje ona z wydłużeniem (rys. 2). Poza tym funkcja L jest zawsze mniejsza od funkcji błędu grubości G ze wzoru (15), gdyż dla każdego $\varphi > 0$ i $r > 0$:

$$\frac{L}{G} = \frac{\exp\varphi + 1}{\exp\varphi + \exp\varphi\frac{r+2}{r+1}} < 1$$

W wyniku analogicznego postępowania względny błąd wzoru Krupkowskiego (2) można wyrazić zależnością podobną do zależności (15), w której funkcje błędu szerokości B_k i grubości G_k są równe:

$$B_k = \frac{2\exp\frac{2r\varphi}{r+1}}{\exp\frac{r\varphi}{r+1} - 1},$$

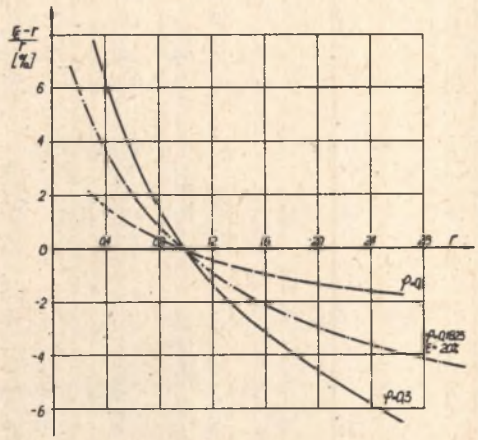
$$G_k = \frac{2\exp\frac{2\varphi}{r+1}}{\exp\frac{\varphi}{r+1} - 1}.$$

Łatwo wykazać, że dla $r > 0$ i $\varphi > 0$ $B_k > B$ i $G_k > G$, co pozwala stwierdzić, że wskaźnik anizotropii Krupkowskiego jest obarczony większym błędem niż wskaźnik Lankforda.

Rozkładając licznik i mianownik wzoru (1) w szeregi Taylora w otoczeniach punktów $b_o/b = 1$ i $g_o/g = 1$ i ograniczając się pierwszymi ich wyrazami, otrzymamy:

$$r \approx \frac{1 - \frac{b}{b_o}}{r - \frac{g}{g_o}} = r_e$$

Współczynnik anizotropii według Larsona jest więc przybliżoną wartością współczynnika Lankforda, przy czym $r_\varepsilon > r$ dla $r > 1$ i $r_\varepsilon < r$ dla $r < 1$.



Rys. 4. Porównanie współczynników anizotropii Larsona r_ε i Lankforda r dla różnych wydłużeń próbki φ

Pokazane na rys.4 różnice pomiędzy r_ε i r w przedziale istotnych dla praktyki wartości r i φ są mniejsze od 3%. Postępując jak w przypadku wzoru Lankforda, dla błędu względnego współczynnika anizotropii Larsona otrzymamy zależność podobną do (15), w której funkcje błędu są równe:

$$B_\varepsilon = \frac{\exp\frac{r\varphi}{r+1} + 1}{\exp\frac{r\varphi}{r+1} - 1},$$

$$G_\varepsilon = \frac{\exp\frac{\varphi}{r+1} + 1}{\exp\frac{\varphi}{r+1} - 1}$$

Dla $r > 0$ i $\varphi > 0$ $B_\varepsilon < B$ i $G_\varepsilon < G$. Przykładowo przy wydłużeniu próbki o $\varepsilon = 20\%$, czyli $\varphi = 0{,}1823$, B_ε jest mniejsze od B o 1,5% dla $r = 1$ i o 6,0% dla $r = 2$.

Podobnie jak we wzorze Lankforda również we wzorze Larsona pomiar grubości można zastąpić pomiarem długości. Uwzględniając (5) ze wzoru (3), otrzymamy:

$$r_\varepsilon = \frac{1 - \frac{b}{b_o}}{1 - \frac{b_o l_o}{b \cdot l}} \tag{18}$$

Dla błędu względnego otrzymamy zależność podobną do (17), w której funkcje błędu szerokości i długości są równe:

$$B'_\varepsilon = \left(1 + \frac{\exp\frac{r\varphi}{r+1} - 1}{\exp\frac{\varphi}{r+1} - 1}\right)\frac{\exp\frac{r\varphi}{r+1} + 1}{\exp\frac{r\varphi}{r+1} - 1},$$

$$L_\varepsilon = \frac{\exp(-\varphi) + 1}{\exp\frac{\varphi}{r+1} - 1}.$$

Rozwijając w szeregi funkcje wykładnicze, można wykazać, że $B'_\varepsilon \approx (r+1)B$ oraz $L_\varepsilon \approx G - (r+2)$, zatem $B'_\varepsilon > B_\varepsilon$ i $L_\varepsilon < G_\varepsilon$. Wzajemne korelacje pomiędzy funkcjami błędu wzoru Larsona są więc podobne do pokazanych na rys. 2 i 3 zależności dla funkcji błędu B, G, B i L wzoru Lankforda, przy czym zawsze $B_\varepsilon < B$, $G_\varepsilon < G$, $B'_\varepsilon < B$ i $L_\varepsilon < L$, choć różnice te są nieznaczne. Oznacza to, że przy równej dokładności pomiarów błąd względny r_ε jest mniejszy niż w przypadku r.

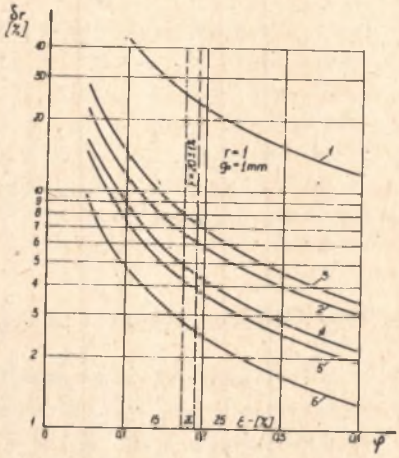
Wpływ wymiarów próbki i dokładności ich pomiaru na wielkość błędu

Zgodnie ze wzorami (15) i (17) względny błąd współczynnika anizotropii normalnej r zależy od przeanalizowanych funkcji błędu B, G, B' i L (a te z kolei od φ i r) oraz wymiarów próbki b_o, g_o, l_o i błędów ich pomiaru Δb, Δg i Δl. Możliwy do popełnienia maksymalny błąd pojedynczego wyniku wynika więc z doboru próbki i metod jej pomiaru oraz zastosowanego przy rozciąganiu wydłużenia.

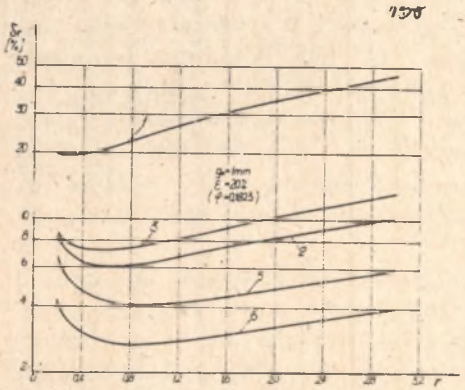
Szerokość próbki b_o jest zgodnie z PN ograniczona do 12,5 mm dla $g_o < 2$ mm i 20 mm dla $g_o > 2$ mm, chociaż wspomniane IDDRG zaleca $b_o = 20$ mm również dla $g_o \leq 2{,}0$ mm. Długość pomiarowa, zgodnie z przytoczoną literaturę, przyjmowana jest w granicach $20 < l_o < 50$ mm.

Błędy bezwzględne wymiarów próbek zależą głównie od dokładności stosowanych narzędzi pomiarowych. Grubość i szerokość bez trudności może być zmierzona mikromierzem normalnym z błędem Δg lub $\Delta b = 0{,}01$ mm, a przy użyciu mikromierza z czujnikiem $\Delta g = 0{,}002$ mm. Długość pomiarową l_o można zmierzyć prosto suwmiarką z błędem $\Delta l = 0{,}1$ mm lub dokładniej mikroskopem warsztatowym z błędem $\Delta l = 0{,}01$ mm. Większa dokładność pomiaru Δb, Δg i Δl zawsze zmniejsza błąd względny δr. Bliższe określenie wzajemnych zależności może być wyjaśnione przez analizę funkcji (15) i (17).

Ze wzrostem wydłużenia φ błąd δr maleje, co pokazano na rys. 5 dla próbek o $g_o = 1$ mm z materiału o anizotropii $r = 1$. Zwiększenie wydłużenia od $\varphi = 0{,}05$ do 0,1 zmniejsza błąd o około 50%, a od 0,25 do 0,3 o około 20%. Jest więc istotne, aby stosowane wydłużenie było większe od $\varphi = 0{,}15$. W tym świetle przyjmowane za IDDRG dla blach ze stali głębokotłocznych wydłużenie 20% ($\varphi = 0{,}1823$) jest uzasadnione, chociaż dla metali o dużym wydłużeniu równomiernym należy go zwiększać. Przy 20% wydłużeniu próbek o szerokości $b_o = 12{,}5$ mm i pomiarze grubości z dokładnością $\Delta g = 0{,}01$ mm błąd $\delta r = 24{,}5\%$, co wielokrotnie przewyższa błędy przy innych sposobach pomiaru; zwiększenie dokładności do $\Delta g = 0{,}002$ mm zmniejsza błąd do 6,4%. Błędy δr w metodzie pomiaru długości są znacznie mniejsze: 7,7% przy $\Delta l = 0{,}1$ mm i 4,4% przy dziesięciokrotnym zwiększeniu dokładności do $\Delta l = 0{,}01$ mm. Stosunkowo nieduża różnica wskazuje na istotny w tym przypadku wpływ szerokości próbki, ze zwiększeniem której do $b_o = 20$ mm błąd maleje do 2,7%.



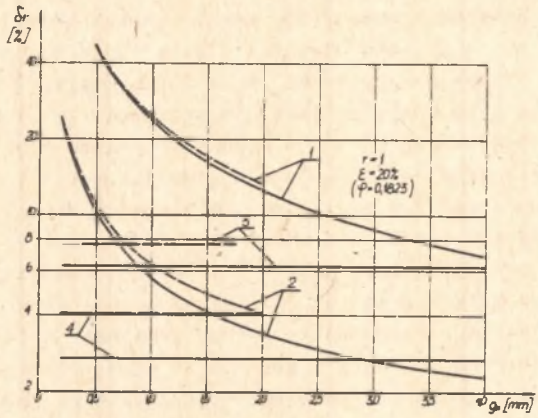
Rys. 5. Błąd względny δr w zależności od wydłużenia φ. Próbki o szerokości b_o = 12,5 i grubości g_o = 1 mm z materiału o r = 1. Dokładność pomiaru szerokości Δb = 0,01 mm. Krzywe na wykresie:
1 - pomiar grubości, Δg = 0,01 mm; Δg = 0,001 mm; 2 - pomiar grubości, Δg = 0,002 mm; 3 - pomiar długości, l_o = 50 mm, Δl = 0,1 mm; 4 - pomiar długości, l_o = 20 mm, Δl = 0,01 mm; 5 - pomiar długości, l_o = 50 mm, Δl = 0,01 mm; 6 - jak 5, lecz b_o = 20 mm



Rys. 6. Błąd względny δr w zależności od r przy stałym wydłużeniu ε = 20% (φ = 0,1823). Poszczególne krzywe dla wymiarów próbek i dokładności pomiaru jak na rys. 5

Ze wzrostem współczynnika r jego błąd δr w zakresie małych wartości obniża się, a dla większych wzrasta w przybliżeniu prostoliniowo, co pokazano na rys. 6 dla próbek o grubości g_o = 1 mm i stałego wydłużenia ε = 20%. Ogólne prawidłowości wpływu dokładności pomiaru Δg i Δl są podobne jak w przypadku stałego r (rys. 5). Jest natomiast charakterystyczne, że ze wzrostem r błąd wzrasta szybciej przy metodzie pomiaru grubości. Zwiększając r od 1,0 do 2,5 przy pomiarze długości z dokładnością Δl = 0,01 mm błąd wzrasta o 40%, a dla grubości z dokładnością Δg = 0,01 mm o 70%. Przy przechodzeniu do dokładniejszych metod pomiaru minimum błędu δr przesuwa się w stronę większych wartości r.

Zależność błędu δr od grubości g_o dla stałej anizotropii r = 1 i wydłużenia ε = 20% oraz dokładności pomiaru szerokości Δb = 0,01 mm pokazano na rys. 7. Przy wyznaczaniu r metodą pomiaru grubości z jej



Rys. 7. Błąd względny δr w zależności od grubości g_o próbek o szerokości b_o = 20 mm (linia ciągła) i b_o = 12,5 mm (przerywana) przy stałych wartościach r = 1, ε = 20% i Δb = 0,01 mm
1 - pomiar grubości, Δg = 0,01 mm, 2 - Δg = 0,002 mm, 3 - pomiar długości l_o = 50 mm, Δl = 0,1 mm, 4 - Δl = 0,01 mm

wzrostem błąd stale maleje (krzywe 1 i 2 - rys. 7), w metodzie pomiaru długości od grubości nie zależy (proste 3 i 4). Różnice błędów dla próbek o szerokości 20 mm (linie ciągłe) i 12,5 mm (przerywane) są istotniejsze w metodach o większej dokładności. Przecięciu odpowiedniej krzywej z prostą odpowiada graniczna grubość g_{min}, powyżej których błąd δr metody pomiaru grubości jest mniejszy od błędu $\delta' r$ metody pomiaru długości.

Porównanie metod pomiaru grubości z dokładnością Δg = 0,002 mm z pomiarem długości Δl = 0,1 mm daje g_{min} = 0,75 mm dla próbek b_o = 12,5 mm i 0,87 mm dla b_o = 20 mm.

Przy analogicznym porównaniu Δg = 0,002 mm i Δl = 0,01 mm g_{min} = = 2,90 mm. W ogólnym przypadku grubość graniczną można wyznaczyć, porównując prawe strony wzorów (15) i (17) dla błędów δr i $\delta' r$:

$$g_{min} = \frac{\left(1 + \exp \frac{\varphi}{r+1}\right) \Delta g}{\frac{\Delta b}{b_o}\left(1 + \exp \frac{r\varphi}{r+1}\right) + \frac{\Delta l}{l_o}\left(1 + \exp[-\varphi]\right)} \tag{19}$$

Analiza funkcji (19) wykazuje, że g_{min} słabo zależy od r malejąc z jego wzrostem, natomiast dla istotnych w praktyce wielkości b_o, l_o, Δb, Δl i Δg oraz $r < 3$ rośnie ze wzrostem φ. Dla nieprzewidzianej wartości r grubość graniczną można wyznaczyć przy r dążącym do zera, co dla wydłużenia ε = 20% daje:

$$g_{min} = \frac{1{,}32\ \Delta g}{1{,}2\,\frac{\Delta b}{b_o} + 1{,}1\,\frac{\Delta l}{l_o}} \tag{20}$$

Porównanie na podstawie wzoru (20) metod pomiaru grubości z dokładnością $\Delta g = 0{,}002$ mm i pomiaru długości z bazą $l_o = 50$ mm i $\Delta l = 0{,}01$ mm wskazuje, że dla próbek o szerokości $b_o = 20$ mm mierzonych z $\Delta b = 0{,}01$ mm pierwsza z nich jest dokładniejsza dla grubości $g > 3{,}2$ mm. Metodę pomiaru grubości z dokładnością $\Delta g = 0{,}002$ mm należy więc uznać za przybliżoną i jako taką stosować dla blach o grubości powyżej 1,0 mm. Pomiar grubości z dokładnością $\Delta g = 0{,}01$ mm należy odrzucić, gdyż stwarza on możliwość maksymalnych błędów wielokroć większych niż w innych metodach, przekraczających 50% dla małych grubości blachy i niskich wartości r. Choć prawdopodobieństwo zaistnienia tak oszacowanych maksymalnych błędów pojedynczego wyniku jest ograniczone, to jednak wykazane prawidłowości dotyczą również błędów rzeczywistych i odchylenia standardowego będącego miarą rozrzutu wyników. Na te ostatnie wpływają dodatkowo niejednorodność materiału, niestałość warunków oraz ilość prób.

Podsumowanie

Przeprowadzona analiza błędów pozwala sformułować wnioski istotne dla metodyki pomiaru normalnej anizotropii plastycznej blach i taśm.

1. O błędzie pojedynczego wyniku decyduje wprost względny błąd pomiarów szerokości i grubości lub długości pomiarowej próbki, a także stosowane wydłużenie, poziom wartości wskaźnika anizotropii oraz zróżnicowana dla omawianych wzorów postać funkcji błędu.

2. Wyznaczanie współczynnika anizotropii sposobem pomiaru długości jest dokładniejsze niż przez pomiar grubości. Dla osiągnięcia zadowalających wyników długość i szerokość należy mierzyć z dokładnością $\Delta l = 0{,}01$ mm i $\Delta b = 0{,}001$ mm. Wskazane jest użycie próbek o szerokości 20 mm i długości pomiarowej 50 mm. Dodatkową zaletą tej metody jest niezależność błędu od grubości.

3. Metodę pomiaru grubości z dokładnością $\Delta g = 0{,}002$ mm ze względu na prostotę można dopuścić jako przybliżoną, szczególnie dla grubości powyżej 2 mm. Pomiar z dokładnością $\Delta g = 0{,}01$ mm daje bardzo duże błędy, rosnące gwałtownie ze zmniejszeniem grubości blachy.

4. Ze wzrostem wydłużenia próbki błąd maleje ze zmniejszającą się intensywnością. Pożądane wydłużenie powinno być równe 20%.

5. Współczynnik anizotropii Larsona przy równej dokładności pomiarów obarczony jest błędem mniejszym niż współczynnik Lankforda. Ze względu na małą różnicę r i r_ε oraz prostszą postać funkcji można go stosować na równi ze współczynnikiem Lankforda.

LITERATURA

[1] Krupkowski A., Kawiński S.: Hutnik, t. 16 (1949), s. 418.

[2] Truszkowski W.: Bull. Acad. Polon. Sci., Ser. sci. techn. t.15 (1967), s. 717 oraz s. 805.

[3] Turno A.: Obróbka plastyczna, t. 8 (1969), s. 385.

[4] Marciniak Z.: Odkształcenia graniczne przy tłoczeniu blach. WNT, Warszawa 1971.

[5] Lankford W.T., Snyder C.U., Bauscher A.: Steel Process, t. 35 (1949), s. 550.

[6] Larson T.: Translations ASM, t. 57 (1964), s. 620.

[7] Jegaden G., Boinchet J., Rocquet P.: Mem. Sci. Rev. Metall. t. 58, (1962), s. 272.

[8] Schneider Ch.: Metalurgia Italiona (1968), s. 775.

[9] Grumbach M., Pomey G.: Mem. Sci. Rev. Metall, t. 61 (1965), s. 343.

[10] Wybo M.: Centr. National de Recherches Metall., 1965, s. 59.

[11] Schmidt W., Hustes H.: DEW - Techn. Ber., t. 13 (1973), s. 130.

[12] Misiołek Z.: Mem. Sci. Rev. Metallurg. t. 68 (1971), s. 155.

[13] Saripov E.I. i inni: Issledowanie processov prokatnogo i trubnogo proizwodstwa, Nauc. Trudy Moskovs. Inst. Stali i Spłavov, t. 65, Metallurgia, Moskwa 1972, s. 16.

[14] Burns R.S., Heyer R.H.: Obróbka plastyczna, 1963, s. 216.

[15] Atkinson M.: Sheet Metal Ind., 1967, s. 167.

ПОГРЕШНОСТЬ ПОКАЗАТЕЛЯ НОРМАЛЬНОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ АНИЗОТРОПИИ ЖЕСТИ

Р е з ю м е

Рассмотрены формулы, определяющие нормальную пластическую анизотропию жести предназначенной для штамповки. Выведены зависимости погрешностей единичного результата показателей анизотропии Ланкфорда, Ланкфорда - Хайера, Крупковского и Лорсена и на этой основе произведена оценка размеров образцов, точность их измерений, применяемого удлинения, а также уровень показателя анизотропии. Намечены указания пригодные для методики измерения анизотропии.

THE ERROR OF THE INDEX OF THE NORMAL PLASTIC ANISOTROPY OF THE METAL SHEET

S u m m a r y

The indices which are applied to estimate the normal plastic anisotropy of the drawing sheets have been described in this paper.

The formulae for the relative errors of the single result anisotropy indices Lankford, Lankford-Heyer, Krupkowski and Larson were derived and on their basis the influence of the samples dimensions, the accuracy of the width measurement, thickness and length, elongation adapting with the tension as well as index of anisotropy an these errors were estimated. The practical conclusions, which are useful to the method of measurement anisotropy coefficient elaboration in the tension test have been settled.