ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1979

Seria: HUTNICTWO z. 19 Nr kol. 607

Józef WOJNAROWSKI

Instytut Podstaw Konstrukcji Maszyn
Politechnika Śląska

ZASTOSOWANIE GRAFÓW I LICZB STRUKTURALNYCH W MODELOWANIU DRGAŃ MASZYN HUTNICZYCH

Streszczenie. W pracy sformułowano zagadnienie badania drgań maszyn hutniczych za pomocą grafów i liczb strukturalnych. Przy wykorzystaniu pojęć macierzy: odcięć i sztywności dynamicznej grafu przedstawiono sposób prowadzenia analizy widmowej. Dzięki zastosowaniu liczb strukturalnych w kodowaniu grafów pokazano możliwość pełnej algorytmizacji obliczeń charakterystyk dynamicznych maszyn. Rozważania zilustrowano na przykładzie walcarki.

1. WPROWADZENIE

Ze wzrostem techniki szybko rośnie znaczenie maszyn. Za pomocą maszyn realizujemy coraz to nowe zadania w nowych bardziej złożonych procesach wytwórczych, w trudnych warunkach wysokich lub niskich temperatur, w zakresie znacznych prędkości i dużych mocy, czy wreszcie w środowiskach szkodliwych dla zdrowia. Jest to wynikiem tendencji wykorzystania granicznych parametrów maszyn przy zachowaniu dokładności wytwarzanych produktów. Odpowiadająca temu rozwojowi współczesna teoria maszyn staje się podstawą teoretyczną budowy maszyn i jest związana z ogólnym postępem nauk ścisłych, jak również metod eksperymentalnych [1]. Przyspieszenie rozwoju budowy maszyn nastąpiło z wprowadzeniem mechanizmów w postaci rozmaitych kombinacji układów mechanicznych, hydraulicznych pneumatycznych, elektrycznych i elektronicznych.
W konsekwencji w dynamice maszyn, na przykład, rozważamy człony odkształcalne zamiast sztywnych, jak to było dawniej.

Uwzględniamy przy tym: własności lepkosprężyste materiału, luzy rzeczywiste w parach kinematycznych, zmienności mas członków i mechanizmów podczas cyklu pracy, intensywność krótkotrwałych obciążeń itp.

Zmienność ruchu maszyny jest zależna od odkształcalności członów. W szczególności mogą one być przyczyną drgań maszyn, podsystemów (podzespołów) i mechanizmów w czasie ruchu roboczego [2].

Ważnym więc i obecnie intensywnie rozwijanym działem dynamiki maszyn jest teoria drgań mechanizmów i maszyn. Drgania w maszynach hutniczych, wzbudzone przez różne siły działające okresowo lub przypadkowo, są jednym

z najistotniejszych czynników decydujących o wydajności i jakości produkcji, na przykład walcarek.

Następstwem drgań są dodatkowe naprężenia, których efektem jest przyspieszenie procesu zmęczenia członów maszyny, zmiana ruchu narzędzia i przedmiotu w procesie jego kształtowania, a także zakłócenie sygnałów w układach regulacji maszyn, co jest niezmiernie ważne w automatyzacji maszyn hutniczych.

Szczególnie niekorzystne zjawiska zachodzą w rezonansowych zakresach prędkości roboczych, przy których amplituda i odpowiednie naprężenia mogą osiągnąć krytyczne wartości. Z powyższego wynika, że znajomość i umiejętność wyznaczania częstości rezonansowych jest najważniejszym zagadnieniem w analizie drgań maszyn.

Badaniu drgań maszyn towarzyszy modelowanie zjawiska oraz analiza teoretyczna, poparta doświadczeniem, czyli proces studium dynamiki [3],w którym jednym z etapów jest zbudowanie modelu.

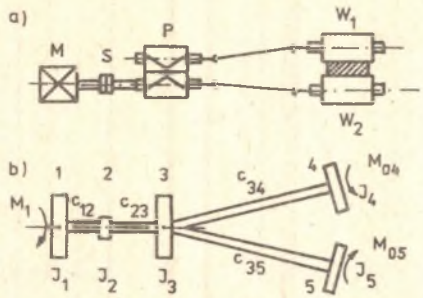
Oznaczmy odwzorowania izomorficzne układów S_1, S_2 odpowiednio przez S_1' i S_2'. Mówimy, że S_1 i S_2 modelują się wzajemnie bądź są swymi wzajemnymi modelami, jeśli układy te mają tę własność, że istnieje dla nich para układów izomorficznych S_1' i S_2'. Relacja więc "być modelem" jest relacją równoważnościową i na mocy jej symetryczności dowolny z izomorficznych układów możemy zastosować do modelowania innego układu.

Z ogólnego określenia modelu wynika poszukiwanie nowych metod modelowania jako sposobów badania układów konkretnych za pomocą modeli. Jedną z nich, intensywnie obecnie rozwijaną jest metoda grafów i liczb strukturalnych. Uzasadnić to można tym, że dzięki formalizmowi teorii grafów i liczb strukturalnych, który charakteryzuje się pełną algorytmizacją,istnieje możliwość w modelowaniu drgań maszyn względnie łatwego wykorzystania danych liczbowych. Mamy wtedy ułatwioną algorytmizację, programowanie i komputeryzowalność zadania, co jest bardzo ważne przy wykorzystaniu maszyn liczących, gdzie struktura danych zadania jest prostsza aniżeli w innych metodach.

2. MODELOWANIE DRGAŃ MASZYN ZA POMOCĄ GRAFÓW

Wprowadzamy pojęcie zbioru zbiorów podstawowego X elementów jednego rodzaju, którymi mogą być człony, łańcuchy kinematyczne stany układów, funkcje, przekształcenia, operatory i więzy. Dla dowolnej maszyny w pewnej ich klasie uszalamy zbiór elementów i określone na nim relacje, przy czym interesują nas wśród nich te, które są jednoznaczne.

W taki sposób maszynom jako systemom rzeczywistym przyporządkowujemy zbiory zbiorów X, opisujemy ich struktury C, a następnie modelujemy układami: abstrakcyjnym X, topologicznym X i konkretnym, np. grafem obciążonym $\underset{\circ\circ}{X}$ [4]. Dzięki zbudowaniu dla maszyny (rys. 1) jej modelu w po-

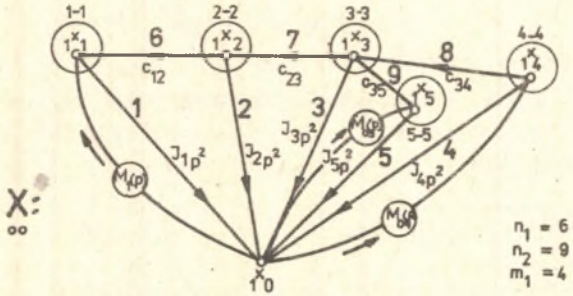


Rys.1. Schemat (a) i model (b) walcarki

M - silnik, S - sprzęgło, P --przekładnia W_1, W_2 - walce

staci grafu obciążonego $\underset{oo}{X}$ (biegunowego) (rys. 2) można w badaniu drgań zastosować teorię grafów i liczb strukturalnych [5]. Graf biegunowy $\underset{oo}{X}$ układu mechanicznego $S({}_1S, {}_2S)$ opisany na zbiorze sztywności dynamicznych $Z(p)$ lub podatności dynamicznych $Y(p)$ jego elementów określa własności fizyczne układu dzięki temu, że odwzorowuje strukturę równań różniczkowych ruchu i odpowiadające im równania algebraiczne w postaci układu równań odcięć:

$$ {}_2B\ {}_2S = 0 \qquad (1) $$



Rys. 2. Graf biegunowy walcarki:

n_1 - liczba wierzchołków, n_2 - liczba krawędzi bez krawędzi wymuszenia, 1-1,..., 5-5 - odcięcia grafu

i równań niezależnych konturów:

$$ {}_3B\ {}_1S = 0, \qquad (2) $$

gdzie:

${}_1S$, ${}_2S$ - macierze kolumnowe zmiennych przepływowych ${}_1s_1,\dots,{}_1s_{n_2}$ i biegunowych ${}_2s_1,\dots,{}_2s_{n_2}$, przyporządkowanych krawędziom grafu,

${}_2B$, ${}_3B$ - macierz odcięć i niezależnych konturów grafu,

n_2 - liczba krawędzi grafu.

Między podmacierzami odcięć cięciw $_{20}B$ i niezależnych konturów gałęzi $_{30}B$ istnieje zależność:

$$_{30}B = - {}_{20}B^T$$

gdzie $_{20}B^T$ - macierz transponowana macierzy odcięć cięciw $_{20}B$.

Uwzględniając w (1) równania biegunowe:

$$_2S = W(p) . {}_1S \tag{3}$$

i wyrażając zmienne biegunowe $_1S$ przez niezależne zmienne biegunowe $_{1\circ}S$ (współrzędne uogólnione), przyporządkowane gałęziom drzewa $\underset{\circ}{X}$, czyli:

$$_1S = {}_2B^T \; {}_{1\circ}S \tag{4}$$

otrzymujemy dla drgań swobodnych:

$$Z(p) \; {}_1S = 0, \tag{5}$$

gdzie:

$$Z(p) = {}_2B \; W(p) \; {}_2B^T \tag{6}$$

jest macierzą sztywności dynamicznych, opisaną przez macierz odcięć $_2B$ grafu, jej macierz transponowaną $_2B^T$ i macierz równań biegunowych $W(p)$.

Zgodnie z teorią równań jednorodnych równanie:

$$_2B \; W(p) . {}_2B^T = 0 \tag{7}$$

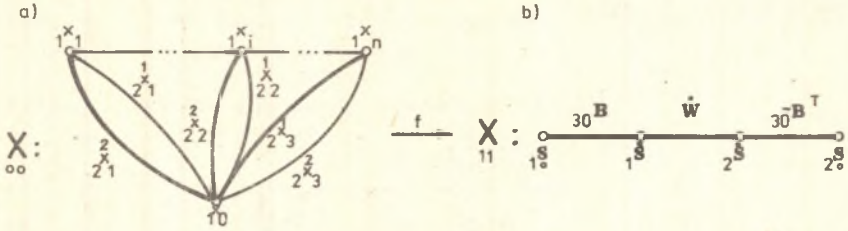
jest równaniem charakterystycznym układu mechanicznego i zarazem wyznacznikiem grafu biegunowego $\underset{\circ\circ}{X}$.

Jeśli chcemy wyznaczyć macierz podatności dynamicznych, wtedy graf biegunowy $\underset{\circ\circ}{X}$ możemy przekształcić w macierzowy graf przepływu sygnałów:

$$f : \underset{\circ\circ}{X} \longrightarrow \underset{11}{X}$$

a eksperyment numeryczny prowadzić w procedurach macierzowych [4].

Jeśli natomiast najpierw przekształcimy graf biegunowy do grafu z multidrzewem Lagrange'a [6], to macierzowy graf przepływu sygnałów przyjmuje postać pojedynczej krawędzi przedstawiającej relacje między zmiennymi przepływowymi wzbudzenia a zmiennymi biegunowymi badanej odpowiedzi układu (rys. 3).



Rys. 3. Graf biegunowy $\underset{oo}{X}$ z multidrzewem Lagrange'a (pogrubione krawędzie) i uzyskany z niego graf przepływu sygnału $\underset{11}{X}$ w postaci ścieżki prostej

Przez operacje inwersji ścieżki grafu uzyskujemy macierz operatorowych podatności modelu maszyny

$$Y(p) = -\left[{}_{30}B\, \overset{\circ}{W}(p)(-{}_{30}B^{T})\right]^{-1} \tag{8}$$

gdzie:

$\overset{\circ}{W}(p)$ - diagonalna macierz operatywnych sztywności dynamicznych wszystkich elementów, przyporządkowana przeciwdrzewu grafu.

W ten sposób wyznaczanie podatności dynamicznych układów sprowadza się w końcowym etapie do wyznaczania odwrotności transmitancji ścieżki prostej grafu przepływu sygnału $\underset{11}{X}$.

Na podstawie równania (7) opracowano program w języku Algol 1204 wyznaczania częstości drgań własnych. Danymi wejściowymi są liczba stopni swobody n, liczba krawędzi grafu - n_2, liczba wskazująca ilość sztywności - m_1 oraz liczby o_1, g_1 związane z dokładnością obliczeń i niezbędne dla organizacji programu.

Następnie wczytuje się momenty bezwładności, masy oraz sztywności zgodnie z macierzą równań biegunowych. Na końcu wczytuje się macierz odcięć.

Podobnie na podstawie zależności (8) można wyznaczyć funkcje podatności.

Dla pokazania organizacji obliczeń częstości drgań własnych walcarki (rys. 1) wyznaczono macierze ${}_2B$ i W(p) na podstawie grafu biegunowego tego układu (rys. 2).

Wyodrębniając niezależne odcięcia 1-1,...,5-5 macierz odcięć przyjmie postać:

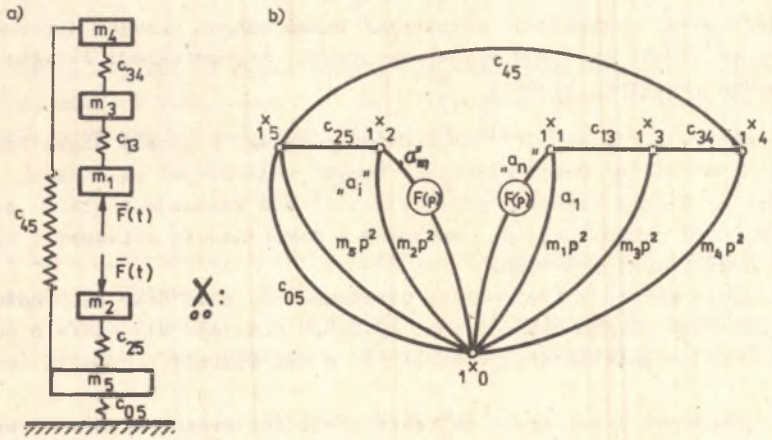
$$
{}_2B = \begin{array}{c} \\ 1\text{-}1 \\ 2\text{-}2 \\ 3\text{-}3 \\ 4\text{-}4 \\ 5\text{-}5 \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{array} \\
\begin{bmatrix}
1 & & & & & -1 & 0 & 0 & 0 \\
 & 1 & & 0 & & 1 & -1 & 0 & 0 \\
 & & 1 & & & 0 & -1 & -1 & -1 \\
0 & & & 1 & & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 & & & & 1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix} \end{array}
$$

*) oznaczenie krawędzi, **) oznaczenie odcięć.

Macierz współczynników biegunowych dla elementów biernych układu zapisujemy w postaci macierzy:

$$
W(p) = \begin{array}{c|c}
{}^{*)}\backslash\,{}^{*)} & \begin{array}{ccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{array} &
\begin{bmatrix}
I_1p^2 & & & & & & & & \\
 & I_2p^2 & & & & & & 0 & \\
 & & I_3p^2 & & & & & & \\
 & & & I_4p^2 & & & & & \\
 & & & & I_5p^2 & & & & \\
 & & & & & c_{12} & & & \\
 & 0 & & & & & c_{23} & & \\
 & & & & & & & c_{24} & \\
 & & & & & & & & c_{25}
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

*) oznaczenie krawędzi



Rys. 4. Model klatki walcowniczej (a) i jego graf biegunowy (b)
m_1, m_2 - zredukowane masy wałów: górnego i dolnego, m_3, m_4 - zredukowane masy: obudowy łożyska górnego i górnej części stojaka klatki, m_5 - zredukowana masa dolnej części stojaka i łożysk dolnego walca, c_{13}, c_{25}, c_{34}, c_{45}, c_{05} - odpowiednie zastępcze sztywności dyskretyzowanego układu, F(t) siła wzbudzająca

W szczególności jeśli dowolną maszynę hutniczą [7,8] opiszemy grafem $\underset{\circ\circ}{X}$, którego krawędziom przyporządkowano również elementy ze zbioru liczb naturalnych $a_1,\ldots,a_n$ (rys. 4), to można po obliczeniu liczby strukturalnej A grafu $\underset{\circ\circ}{X}$ wprost wyznaczyć:

1° sztywność dynamiczną i-tego elementu w maszynie

$$z_i = \frac{\det\limits_{Z} \dfrac{\partial^2 A}{\partial a_m \partial a_n}}{\det\limits_{Z} \dfrac{\partial}{\partial a_i}\left(\dfrac{\partial^2 A}{\partial a_m \cdot \partial a_n}\right)}, \tag{10}$$

2° Równanie charakterystyczne

$$\det_{Z} \frac{\partial^2 A}{\partial a_m \cdot \partial a_n} = 0 \tag{11}$$

3° Współczynniki głównych postaci drgań

$$r_{s(i)}\Big|_t = \frac{\operatorname*{Sim}\limits_{Z}\left(\dfrac{\partial A}{\partial a_n}, \dfrac{\partial A}{\partial a_s}\right)}{\operatorname*{Sim}\limits_{Z}\left(\dfrac{\partial A}{\partial a_n}, \dfrac{\partial A}{\partial a_t}\right)}, \tag{12}$$

4° Siłową funkcję przejścia

$$K_f = \frac{\operatorname*{Sim}\limits_{Z}\left(\dfrac{\partial A}{\partial a_i}, \dfrac{\partial A}{\partial a_n}\right)}{\det\limits_{Z} \dfrac{\partial^2 A}{\partial a_m \partial a_n}} \cdot z_{a_i}, \tag{13}$$

gdzie:

a_i, a_m, a_n - elementy liczby strukturalnej przyporządkowane i-tej krawędzi i krawędziom wymuszenia siłowego grafu,

Wyznaczone macierze i dane liczbowe umożliwiają wyznaczenie częstości drgań własnych przy zastosowaniu programu WIDMO CZĘSTOŚCI[x)].

3. WYZNACZENIE CHARAKTERYSTYK DYNAMICZNYCH MASZYN ZA POMOCĄ LICZB STRUKTURALNYCH

Znacznie wygodniejszy od metody kodowania grafu za pomocą macierzy odcięć jest sposób podstawiania go w reprezentacji liczby strukturalnej i funkcji wprowadzonych na tych liczbach [5,4].

x) Jest w dyspozycji Instytutu.

Zaletą tej metody jest to, że wszystkie działania przeprowadzamy na funkcjach wyznacznikowych, które są rozwiniętymi wyznacznikami macierzy sztywności lub podatności dynamicznych układu, dzięki czemu odpada pracochłonne rozwijanie wyznaczników macierzy.

Numerując krawędzie grafu, np. w sposób pokazany na rys. 2, można określić następujące liczby strukturalne jednowierszowe:

$$A_1 = [1,2], \quad A_2 = [2,6,7], \ldots, \quad A_5 = [5,9].$$

Ogólnie liczbę strukturalną grafu zapisujemy w postaci kanonicznej:

$$A = \prod_{i=1}^{n_1-1} A_i, \tag{9}$$

gdzie n_1 jest liczbą wierzchołków grafu.

$\det_Z$ - symbol funkcji wyznacznikowej,

$\frac{\partial A}{\partial a_n}$ $(\frac{\partial A}{\partial a_n})$ - symbol pochodnej (przeciwpochodnej) liczby strukturalnej A względem jej elementu a_n,

Sim_Z - symbol funkcji jednoczesności,

$z_{a_i} \in Z$ - sztywność dynamiczna przyporządkowana elementom a_i.

W procesie modelowania drgań maszyn hutniczych za pomocą grafów i liczb strukturalnych dokonujemy redukcji maszyn do układu sieciowego w postaci grafu biegunowego $\underset{\infty}{X}$, a następnie wyznaczamy sztywności lub podatności elementów układu. W następnym kroku obliczamy liczbę strukturalną i funkcje wyznacznikowe. W zależności od postawionego zadania wyznaczamy na podstawie podanych wzorów (10)-(13) interesujące nas charakterystyki dynamiczne.

Opracowane programy generowania liczby strukturalnej, funkcji wyznacznikowych i funkcji charakterystycznych, z uwagi na własność liczb strukturalnych ułatwiają prowadzenie eksperymentu numerycznego na maszynach cyfrowych.

4. ZAKOŃCZENIE

Współcześnie obserwujemy dążenie do pełnej automatyzacji tak zwanej inżynierii materiałowej, to znaczy do zautomatyzowanej produkcji, w szczególności wszelkich wyrobów hutniczych.

Metody algebraiczne są podsystemami automatów algebraicznych, gdzie graf jest identyfikowany w "software" systemów liczących, za pomocą których systemy - automaty hutnicze mają służyć do produkcji wyrobów - systemów złożonych.

LITERATURA

[1] Ziemba S., Muszyńska A.: Problemy dynamiki maszyn w: Dynamika maszyn. Praca zbiorowa, PAN, Ossolineum, Wrocław 1974, ss. 5-11.

[2] Osiecki J.: Elementy modelowania w dynamice maszyn. w: Dynamika maszyn. Praca zbiorowa. PAN, Ossolineum 1974, ss.12-48.

[3] Cannon R.H., Jr.: Dynamika układów fizycznych. WNT, Warszawa 1973 (tłum. książki - Dynamics of Physical Systems, Mc Graw Hill,Inc.1967)

[4] Wojnarowski J.: Graf i liczby strukturalne jako modele układów mechanicznych. Politechnika Śląska, PTMTS Oddz. Gliwice, z. 38, Gliwice 1977.

[5] Bellert S., Woźniacki H.: Analiza i synteza układów elektrycznych metodą liczb strukturalnych. WNT, Warszawa 1968.

[6] Świder J., Wojnarowski J.: Metoda fikcyjnych źródeł zmiennej biegunowej jako sposób wyznaczania podatności dynamicznej złożonych układów mechanicznych. Mechanika Teoretyczna i Stosowana z.2, 16, 1978, ss. 225-234.

[7] Sokołowskij W.U.,i inni: Dinamika krupnych maszin. Izd. "Maszinostrojenije", Moskva 1969.

[8] Świątoniowski A.: Zjawiska dynamiczne w konwencjonalnych klatkach walcowniczych. Praca doktorska, AGH, Kraków 1977.

ПРИМЕНЕНИЕ ГРАФОВ И СТРУКТУРНЫХ ЧИСЕЛ
ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ МАШИН

Р е з ю м е

В работе представлена проблема исследований колебаний металлургических машин при помощи графов и структурных чисел. При помощи понятий матрицы - отсечек и динамической жёсткости графа - представлен способ проведения спектрального анализа. Благодаря применению структурных чисел в кодировании графов, показана возможность полной алгоритмизации расчётов динамических характеристик машин. Рассуждения иллюстрируются на примере прокатного стана.

UTILIZATION OF GRAPHS AND STRUCTURAL NUMBERS IN METALLURGIC
PLATNS VIBRATIONS MODELLING

S u m m a r y

The problem of examining vibrations of metallurgic plants by means of graphs and structural numbers was formulated in the paper. Making the most of the matrix notions: out offs and dynamic rigidity of a graph the method of spectral analysis was presented. Owing to the utilization of structural numbers in graph coding, the possibility of full algorithmization of calculations of plants' dynamic characteristics was presented. The considerations were illustrated by an example of a rolling mill.