ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1990

Seria: GÓRNICTWO z. 191 Nr kol. 1095

Mirosław CHUDEK
Stanisław OLEKSY
Zdzisław KOHUTEK

Politechnika Śląska, Gliwice

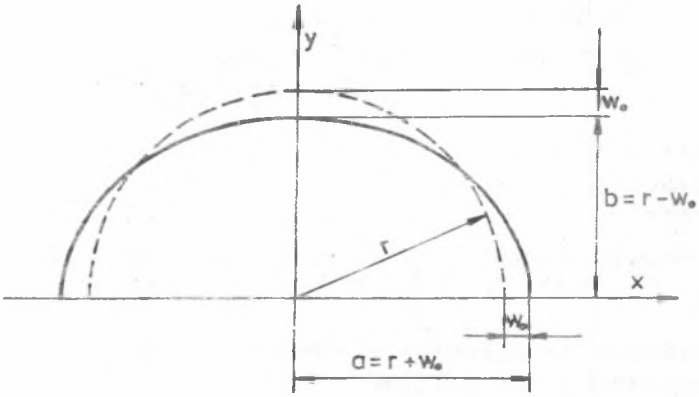
USTALENIE ZALEŻNOŚCI POMIĘDZY TOLERANCJĄ WYKONANIA SZYBU A SIŁAMI WEWNĘTRZNYMI W JEGO OBUDOWIE

Streszczenie. W pracy dokonano analizy wpływu tolerancji wykonania szybu o przekroju kołowym na powstanie w jego obudowie dodatkowych sił wewnętrznych i związanych z nimi naprężeń. Założono, że przekrój poprzeczny szybu został wykonany z tolerancją w_0 i przyjął kształt elipsy. W obliczeniach stanu naprężenia przyjęto dla szybu na danej głębokości model płaskiego eliptycznego pierścienia o prostokątnym przekroju poprzecznym znajdującego się pod działaniem zrównoważonego obciążenia zewnętrznego. Z punktu widzenia statyki pierścień taki jest układem jednokrotnie statycznie niewyznaczalnym. Do obliczenia jednej niewiadomej, którą jest moment zginający, wykorzystano metodę sił. Znając przebieg momentu gnącego i siły podłużnej, określono ekstremalne wartości mimośrodu. Na drodze rozważań analitycznych wykazano, że wartość mimośrodu jest równa tolerancji wykonania szybu. Wielkość mimośrodu wpływa na rodzaj i poziom naprężeń. Gdy wartość mimośrodu zdeterminowanego tolerancją przekroczy 1/6 grubości obudowy, powstają w niej naprężenia rozciągające, do przenoszenia których obudowa murowa jest nieprzystosowana. Aby takie przypadki nie zachodziły, przedział tolerancji wykonania szybów należy powiązać z jej grubością.

WPROWADZENIE

W obudowie szybu o idealnym kształcie kołowym obciążonej równomiernym ciśnieniem zewnętrznym występują tylko naprężenia ściskające [3]. W rzeczywistości ze względów technologicznych kształt szybu odbiega od kołowego, co potwierdzają pomiary geodezyjne szybów zgłębionych. Odstępstwo to powoduje powstanie w obudowie szybu dodatkowych sił wewnętrznych. Szczególnie niebezpieczne są momenty gnące, które przy przekroczeniu pewnych wielkości powodują pojawienie się w murowej obudowie szybu naprężeń rozciągających.

W niniejszej pracy podjęto próbę ustalenia wpływu tolerancji wykonania na powstawanie w obudowie szybu dodatkowych sił wewnętrznych i związanych z nimi naprężeń. Zakładamy, że przekrój poprzeczny szybu został wykonany z tolerancją w_0 i przyjął kształt elipsy (rys. 1).

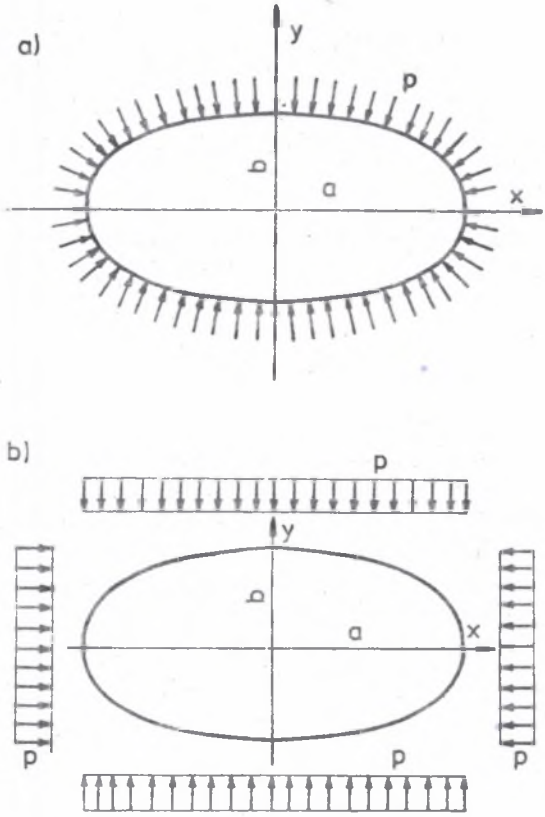


Rys. 1. Szyb wykonany z tolerancją w_o
Fig. 1. Shaft made with a tolerance w_o

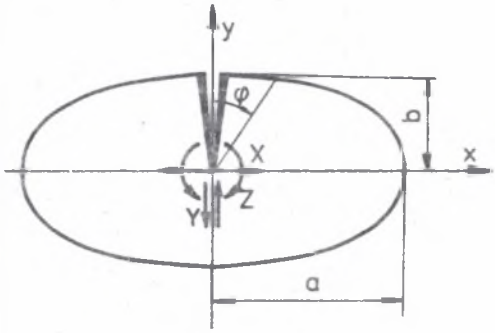
Na drodze rozważań teoretycznych określona zostanie graniczna wartość w_o, po przekroczeniu której w obudowie szybu równomiernie obciążonej pojawią się naprężenia rozciągające.

ANALIZA STATYCZNO-WYTRZYMAŁOŚCIOWA

W przypadku równomiernego obciążenia obudowy szybu o kształcie poprzecznym nieznacznie odbiegającym od kołowego, zagadnienie wyznaczania stanu naprężenia w jego obudowie staje się zagadnieniem złożonym.
Przeanalizowane rozwiązania dla osiowej symetrii obciążenia nasunęły w tym przypadku przyjęcie dla szybu na danej głębokości modelu płaskiego eliptycznego pierścienia o prostokątnym przekroju poprzecznym, znajdującego się pod działaniem zrównoważonego obciążenia zewnętrznego. Przyjmujemy, że obciążenie to jest ciągłe i równomiernie rozłożone i skierowane prostopadle do zewnętrznej powierzchni pierścienia. Obciążenie równomiernie rozmieszczone na zewnętrznej powierzchni pierścienia zastępujemy równoważnym mu obciążeniem równomiernym względem dwóch jego osi (rys.2). W rozpatrywanym przypadku symetrii układu i obciążenia względem osi pierścień jest układem jednokrotnie statycznym niewyznaczalnym [6]. Siły poprzeczne w przekrojach pokrywających się z osiami symetrii są równe zero, a siły podłużne w tych przekrojach oblicza się z równań rzutów na oś symetrii sił działających na połowę pierścienia.



Rys. 2. Schemat obciążenia obudowy szybu
Fig. 2. Shaft support loading diagram



Rys. 3. Układ zastępczy do obliczenia wielkości nadliczbowych i sił wewnętrznych w pierścieniu eliptycznym

Fig. 3. Replacement system for calculations of supernumerary quantities and external forces in an elliptical ring

Do obliczenia jednej niewiadomej, którą jest moment zginający, wykorzystano metodę sił [5] .Rozwiązanie metodą sił polega ogólnie na zastąpieniu układu statycznie niewyznaczalnego pewnym podstawowym układem statycznie wyznaczalnym z nadliczbowymi siłami hiperstatycznymi X_i, zaczepionymi w miejscu odrzuconych więzów.
Rozpatrując układ zastępczy statycznie wyznaczalny przedstawiony na rys.3, w którym biegun sprężysty jest w miejscu przecięcia osi elipsy, nieznany moment zginający wyznaczymy poprzez rozwiązanie kanonicznego równania metody sił :

$$\delta_{zz} Z + \Delta_{zp} = 0 \quad , \qquad (1)$$

gdzie:

Z - niewiadomy moment zginający,
δ_{zz} - przemieszczenie (obrót) od obciążenia (momentu) jednostkowego,
Δ_{zp} - przemieszczenie (obrót) od obciążeń (momentów) zewnętrznych.

Równanie elipsy ma postać :

$$y = k' \sqrt{a^2 - x^2} \quad , \qquad (2)$$

$$k' = \frac{b}{a} = \frac{r - w_o}{r + w_o} \quad ,$$

gdzie:

r - promień szybu w połowie grubości obudowy,
a - dłuższa półoś elipsy,
b - krótsza półoś elipsy,
w_o - tolerancja wykonania przekroju poprzecznego szybu.

Wprowadzamy współrzędne biegunowe (eliptyczne):

$$x = a \sin\varphi \qquad dx = a \cos\varphi \, d\varphi$$
$$y = k' a \cos\varphi \qquad dy = -k' a \sin\varphi \, d\varphi \qquad (3)$$

Obliczamy pomocniczą wielkość, jaką jest ds - długość elementu łuku elipsy :

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} = a \sqrt{1 - k^2 \sin^2\varphi} \; d\varphi \quad , \qquad (4)$$

gdzie:

$$k^2 + k'^2 = 1 \longrightarrow k = \sqrt{1 - k'^2}$$

k - mimośród elipsy.

Przemieszczenie δ_{zz} obliczamy z uproszczonego wzoru Maxwella i Mohra :

$$\delta_{zz} = \int_0^s \frac{M_z^2}{EJ} ds , \qquad (5)$$

gdzie:

M_z - moment od sił jednostkowych $M_{zz}^2 = 1$,
E - moduł Younga materiału pierścienia,
J - moment bezwładności przekroju poprzecznego pierścienia,
s - górna granica całkowania,

Po uwzględnieniu powyższych danych w równaniu (5) oraz wprowadzeniu zależności (4) na ds - wartość współczynnika δ_{zz} wyniesie :

$$\delta_{zz} = \frac{1}{EJ} \int_0^{2\pi} a\sqrt{1 - k^2\sin^2\varphi}\, d\varphi =$$

$$= 4\frac{1}{EJ} a \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2\sin^2\varphi}\, d\varphi = 4\frac{1}{EJ} a\, E(k) , \qquad (6)$$

gdzie:

E(k) - całka eliptyczna typu :

$$E(\varphi, k) = \int_0^{\varphi} \sqrt{1 - k^2\sin^2\varphi}\, d\varphi . \qquad (7)$$

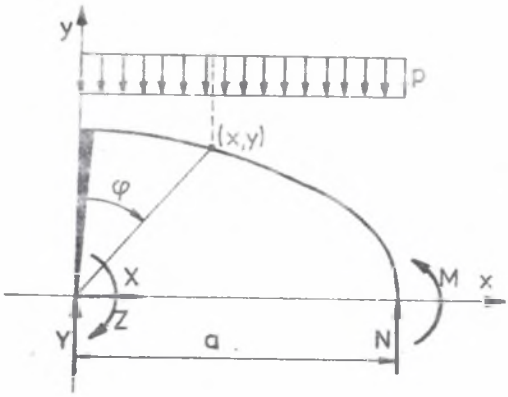
Jeżeli całkowanie przebiega w granicach 0 ÷ $\pi/2$, wspomniana całka nazywa się zupełną pierwszego rodzaju i jest oznaczana następująco :

$$E(\pi/2, k) = E(k) . \qquad (8)$$

Przy obliczeniu przemieszczeń od obciążeń zewnętrznych skorzystano z zasady superpozycji, rozpatrując oddzielnie działanie obciążenia p na półosie a i b elipsy pierścienia. Wtedy :

$$\Delta_{zp} = \Delta^{a}_{zp} + \Delta^{b}_{zp} \qquad (9)$$

W oznaczeniach powyższych wskaźnik "a" u góry symbolu współczynnika oznacza, że jest to przemieszczenie spowodowane obciążeniem ⊥ do osi a, a wskaźnik "b" obciążeniem ⊥ do osi b .



Rys. 4. Schemat do obliczenia przemieszczeń spowodowanych obciążeniem prostopadłym do osi a

Fig. 4. Diagram for calculating displacements caused by loads perpendicular to axis a

Biorąc pod uwagę fragment pierścienia przedstawiony na rys.4, określimy przemieszczenie Δ^{a}_{zp}. Moment zginający od obciążenia zewnętrzengo wyrazi się związkiem :

$$M^{a}_{p} = -\frac{px^2}{2} ,$$

$$x = a \sin\varphi ,$$

stąd :

$$M^{a}_{p} = -\frac{1}{2} p a^2 \sin^2\varphi \qquad (10)$$

Przemieszczenie Δ^a_{zp} zgodnie z uproszczonym wzorem Maxwella i Mohra będzie miało następującą wartość:

$$\Delta^a_{zp} = \int_0^s \frac{M^a_p M_z}{E J} ds = \frac{1}{E J} \int_0^{2\pi} - \frac{1}{2} p a^2 \sin^2\varphi \, a\sqrt{1-k^2\sin^2\varphi} \, d\varphi$$

$$\Delta^a_{zp} = - \frac{1}{E J} \frac{2pa^3}{3k^2} \left[E(k)(2k^2-1) + k'^2 K \right]) \qquad (11)$$

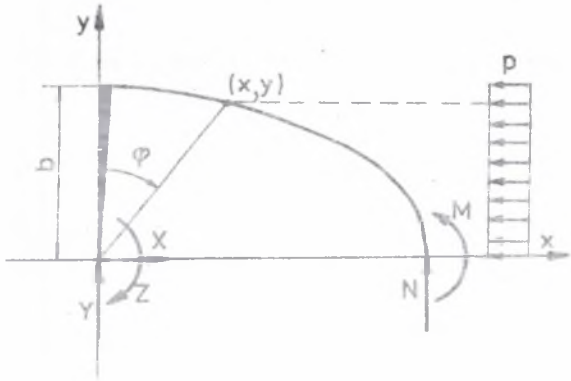
gdzie:

K - całka eliptyczna drugiego rodzaju.

$$K = F(\pi/2, k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2\sin^2\varphi}} \qquad (12)$$

Przemieszczenie Δ^b_{zp} określamy rozpatrując fragment pierścienia przedstawiony na rys.5 . Równanie momentów od obciążenia zewnętrznego przyjmuje postać :

$$M^b_p = - \frac{p}{2} (b-y)^2 = - \frac{p}{2}(b - k'a \cos\varphi)^2 \qquad (13)$$



Rys. 5. Schemat do obliczenia przemieszczeń spowodowanych obciążeniem prostopadłym do osi b

Fig. 5. Diagram for calculating displacements caused by loads perpendicular to axis b

Mając określone równanie momentów obliczamy przemieszczenie Δ^{b}_{zp} tak jak Δ^{a}_{zp}. Wartość jego wynosi:

$$\Delta^{b}_{zp} = -\frac{1}{EJ}\,\frac{2pab^2}{3k^2}\left[(4k^2+1)\,E(k) - k'^2K\right] \qquad (14)$$

Znając wartości przemieszczeń od obciążenia jednostkowego (zależność 6) i obciążenia zewnętrznego (zależność 11 i 13), z równania (1) wyznaczamy niewiadomy moment zginający Z :

$$Z = -\frac{\Delta_{zp}}{\delta_{zz}} = -\frac{\Delta^{a}_{zp}+\Delta^{b}_{zp}}{\delta_{zz}}$$

$$Z = \frac{p}{6k^2\,E(k)}\left\{a^2\left[E(k)(2k^2-1) + k'^2K\right] + b^2\left[E(k)(4k^2+1) - k'^2K\right]\right\} \qquad (15)$$

Obliczamy pozostałe wielkości nadliczbowe, tj. siłę podłużną X i siłę poprzeczną Y.
Z równania rzutów na oś poziomą sił działających na fragment pierścienia (rys.4) wynika, że :

$$X = p\,b \qquad (16)$$

Natomiast Y jako siła poprzeczna leżąca w przekroju pokrywającym się z osią symetrii (y) jest równa zero.

$$Y = 0 \qquad (17)$$

Po wyznaczeniu wielkości nadliczbowych obliczamy interesujący nas moment wewnętrzny w dowolnym przekroju pierścienia stosując następującą zależność :

$$M = M^{a}_{p} + M^{b}_{p} - Xy + Z \qquad (18)$$

Wprowadzając do powyższej zależności wyprowadzone wyrażenia na M_p, X i Z przyjmuje ona następującą postać :

$$M_\varphi = -\frac{1}{2}\, p\left[a^2\sin^2\varphi + (b - k'a\cos\varphi)\right] - pabk'\cos\varphi +$$

$$+ \frac{p}{6k^2E(k)}\left\{a^2\left[E(k)(2k^2-1) + k'^2K\right] + b^2\left[E(k)(4k^2+1) - k'^2K\right]\right\} \tag{19}$$

Opierając się na otrzymanej zależności (19) sporządzamy przebieg wewnętrznych momentów zginających w obudowie szybu. Przebieg ten ograniczony ze względu na symetrię układu do jednej ćwiartki pierścienia przedstawiony jest na rys.6 .
Wynika z niego, że moment gnący ekstremalne wartości przyjmuje w przekrojach leżących na osiach przyjętego układu współrzędnego, tj. dla $\varphi = 0^o$ i $\varphi = 90^o$, a jego wartość zależy od wielkości obciążenia obudowy i stosunku półosi elipsy. Jest on spowodowany mimośrodowym działaniem sił podłużnych w rozpatrywanych przekrojach. Znając wielkości ekstremalne momentu M oraz siły podłużnej N dla $\varphi = 0$ i $\varphi = \pi/2$, określimy w tych przekrojach wartości mimośrodu jak niżej :

a) dla $\varphi = 0$

$$N = p\cdot b = p(r - w_o)$$

$$\frac{M_\varphi}{N_\varphi} = \frac{1}{3}\,\frac{a^2-b^2}{b} - \frac{1}{6}\,\frac{a^2}{b} + \frac{K}{6\,E(k)}\,b =$$

$$= \frac{1}{3}\,\frac{4rw_o}{r-w_o} - \frac{1}{6}\,\frac{r^2+2rw_o+w_o^2}{r-w_o} + \frac{K}{6E(k)}\,(r-w_o) =$$

$$= \frac{4}{3}\,\frac{w_o}{1-\frac{w_o}{r}} - \frac{1}{6}\,\frac{r+2w_o+\frac{w_o^2}{r}}{1-\frac{w_o}{r}} + \frac{K}{6E(k)}\,r\,\frac{(1-\frac{w_o}{r})^2}{1-\frac{w_o}{r}} =$$

$$= \frac{1}{1-\frac{w_o}{r}}\left[\frac{4}{3}\,w_o - \frac{1}{6}\left(r+2w_o+\frac{w_o^2}{r}\right) + \frac{K}{6E(k)}\,r\left(1-\frac{w_o}{r}\right)\right]$$

Przy założeniu, że $w_o \ll r$, wartości wyrażeń $\frac{w_o}{r}$ i $\frac{w_o^2}{r}$ są tak małe, iż w dalszych rozważaniach można je pominąć.
Na podstawie analizy przebiegu wartości całek K i E(k) [2] można zauważyć, że w przedziale $w_o \in (0;\ 0{,}9)$ ich stosunek $\frac{K}{E(k)}$ jest bliski jedności, natomiast gdy w_o zmierza do zera, to $\frac{K}{E(k)}$ dąży do 1 .

Uwzględniając powyższe spostrzeżenia otrzymujemy :

$$\frac{M_{\varphi=0}}{N_{\varphi=0}} \approx w_o \tag{20}$$

b) dla $\varphi = \pi/2$

$$N_\varphi = p \cdot a = p(r + w_o)$$

$$\frac{M_\varphi}{N_\varphi} = \frac{1}{6}\,\frac{b^2-a^2}{a^2} - \frac{1}{6}\,a + \frac{k}{6E(k)}\,\frac{b^2}{a} =$$

$$= -\frac{1}{6}\,\frac{4rw_o}{r+w_o} - \frac{1}{6}(r+w_o) + \frac{K}{6E(k)}\,\frac{r^2-2rw_o+w_o^2}{r+w_o} =$$

$$= -\frac{2}{3}\,\frac{w_o}{1+\frac{w_o}{r}} - \frac{1}{6}\,r\,\frac{(1+\frac{w_o}{r})^2}{1+\frac{w_o}{r}} + \frac{K}{6E(k)}\,\frac{r-2w_o+w_o\frac{w_o}{r}}{1+\frac{w_o}{r}} =$$

$$= \frac{1}{1-\frac{w_o}{r}}\left[-\frac{2}{3}\,w_o - \frac{1}{6}r(1+\frac{w_o}{r}) + \frac{K}{6E(k)}\,(r-2w_o+w_o\frac{w_o}{r})\right]$$

Czyniąc **takie same** założenia jak w przypadku analizy w punkcie a, uzyska się :

$$\frac{M_{\varphi=\pi/2}}{N_{\varphi=\pi/2}} \approx -w_o \tag{21}$$

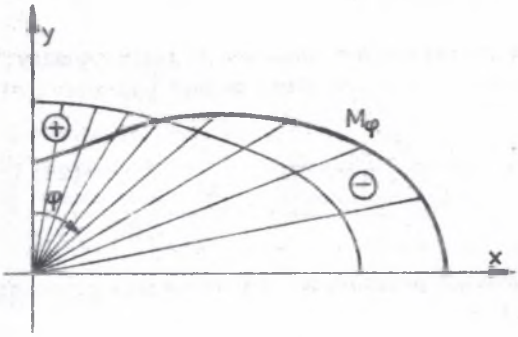
W uogólnieniu otrzyma się zatem :

$$\frac{M_{\varphi=0\,:\,\varphi=\pi/2}}{N_{\varphi=0\,:\,\varphi=\pi/2}} = |w_o| \tag{22}$$

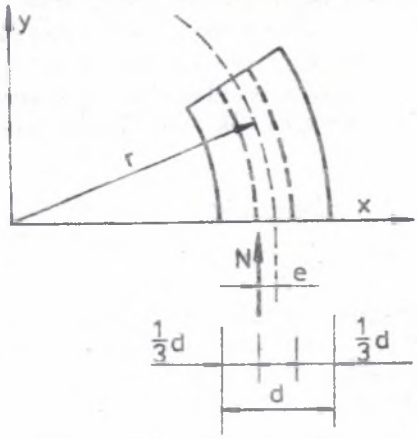
Wykazano więc, że wartość mimośrodu równa się tolerancji wykonania szybu, czyli :

$$e = w_c \tag{23}$$

Wielkość mimośrodu wpływa na rodzaj i poziom naprężeń. Skrajne wartości naprężeń normalnych w rozpatrywanych prze-



Rys. 6. Przebieg wewnętrznych momentów gnących
Fig. 6. Course of the internal bending moment



Rys. 7. Powstawanie momentów gnących w przekrojach łuku
Fig. 7. Formation of bending moments in arch section

krojach łuku (pierścienia) traktowanego jako pręt słabo zakrzywiony określa zależność :

$$\sigma = \frac{N}{A} \mp \frac{M}{W} , \qquad (24)$$

gdzie:

A - pole przekroju pierścienia ,

W - wskaźnik przekroju na zginanie.

Dla pierścienia o przekroju prostokątnym, z jakim tu mamy do czynienia, zależność (24) przybiera postać [4] :

$$\sigma = \frac{N}{A} \left(1 \mp \frac{6e}{d}\right) , \qquad (25)$$

gdzie:

d - szerokość prostokąta odpowiadająca grubości obudowy,

e - mimośród działania siły wypadkowej.

Z analizy wyrażenia (25) wynika, że dla $e < 1/6\ d$, tj. gdy wypadkowa nie wychodzi ze środkowej jednej trzeciej przekroju, czyli z tzw. rdzenia przekroju w łuku występują tylko naprężenia ściskające (por.rys.7). Przy $e > 1/6\ d$ w łuku pojawiają się naprężenia rozciągające do przenoszenia, których obudowa murowa szybu jest nieprzystosowana.

ZAKOŃCZENIE

Z przeprowadzonych rozważań wynika, że wartość mimośrodu powodującego powstanie w obudowie szybu momentu gnącego jest równa tolerancji wykonania jego przekroju poprzecznego. Aby więc w kołowej obudowie szybu równomiernie obciążonej nie wystąpiły naprężenie rozciągające spowodowane momentami gnącymi, tolerancja jego wykonania musi spełniać warunek :

$$|w_o| \leqslant 1/6\ d \qquad (26)$$

Prowadzone badania wykazały, że zakres tolerancji wykonania szybów należy powiązać z grubością jego obudowy. Ma to istotne znaczenie w przypadku stosowania obudów szybowych o nieznacznych grubościach [1].

LITERATURA

[1] Borecki M.,Chudek M.,Ledwoń J.: Stateczność ścianki cylindrycznej obudowy szybowej. Przegląd Górniczy nr 1, 1975.

[2] Bronsztejn I.,Siemiendiajew : Poradnik encyklopedyczny matematyka. PWN, Warszawa 1968.

[3] Chudek M.: Zagadnienie grubości i stanu naprężeń kołowej obudowy szybów w zależności od ciśnienia wody przepływowej przez nią ruchem laminarnym. Praca doktorska,Gliwice Politechnika Śląska 1962.

[4] Dyląg Z.,Filip F.,Krzemińska-Niemiec E.: Mechanika budowli Tom 1 i 2, PWN, Warszawa 1980.

[5] Jakubowicz A.,Orłoś Z.: Wytrzymałość materiałów Wydawnictwa Naukowo-Techniczne. Warszawa 1984.

[6] Rakowski G.,Solecki R.: Pręty zakrzywione - obliczenia statyczne. Arkady, Warszawa 1965

Recenzent: Doc. dr hab. inż. Jan Walaszczyk

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ДОПУСКОМ ВЫПОЛНЕНИЯ СТВОЛА И ВНУТРЕННИМИ СИЛАМИ В ЕГО КРЕПИ

Р е з ю м е

В работе проанализировано влияние допуска выполнения ствола с круговым сечением на образование в его крепи дополнительных внутренних сил и связанных с ними напряжений.

Принято, что поперечное сечение ствола выполнено с допуском w_o в форме эллипса. В расчетах состояния напряжений для ствола на данной глубине принята модель плоского эллиптического перстня с прямоугольным поперечным сечением, которая находится под воздействием равномерной внешней нагрузки. С точки зрения статики,

такой перстень является системой однократно статически неопределенным . Для расчета одной неизвестной, которой является изгибающий момент, используется метод сил. Зная прохождение изгибающего момента и продольной силы, определяются экстремальные величины эксцентриситета. В ходе аналитических рассуждений показано, что величина эксцентриситета влияет на вид и уровень напряжений. Когда величина эксцентриситета, детериминированная допуском, превысит I/6 толщины крепи, в ней возникают растягивающие напряжения, для переноса которых каменная крепь не приспособлена. Чтобы такие случаи не происходили, раздел допуска выполнения ствола следует связывать с ее толщиной.

SETTLEMENT OF DEPENDENCES BETWEEN A TOLERANCE OF A SHAFT BUILDING AND INTERNAL FORCES IN ITS CASING

S u m m a r y

This work analyses the influence of circular section shaft building's tolerance on rising additional forces in its casing and stresses connected with them. It was assumed that the shaft's cross-section was made with w_o tolerance and it took an ellipse shape. A model of a rectanguler cross-section flat eliptic ring being under an effect of an external balance load, was taken on in calculations of a stress state for the shaft in a given depth. From a point of view of statics, sometimes such ring is a statically undeterminate system. A force method was made use of to calculate one unknown which is a bending moment. Knowing a course of a bending moment and a longitudinal force, eccentric extreme values were determined. Analysing the problem it was shown that the eccentric value is equal to the tolerance of the shaft's building. The eccentric value has an effect on a type and a level of stresses. When the eccentric value determined by the tolerance exeeds 1/6 of the casing thickness, there appear tensile stresses to transmit which the brick casing is not adapted. To avoid such cases, an interval of shaft building's tolerance should be connected with its thickness.