ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1979

Seria: HUTNICTWO z. 19 Nr kol. 697

Tadeusz LAMBER, Jerzy OKRAJNI,
Wiesław CHLADEK, Donat RENOWICZ

Instytut Inżynierii Materiałowej
Politechnika Śląska

MODELOWANIE PÓL TEMPERATUR I NAPRĘŻEŃ W KOKILACH ŻELIWNYCH WYWOŁANYCH UDAREM CIEPLNYM

Streszczenie: W pracy, analizując impulsowy kontakt płytki z ciekłym metalem przedstawiono sposób modelowania pól temperatur i naprężeń w kokilach żeliwnych. Załączone wykresy ilustrują uzyskane wyniki badań.

1. WPROWADZENIE

Złożoność zjawisk występujących w czasie eksploatacji kokil odlewniczych utrudnia ocenę ich niezawodności i trwałości. Stawiane im przy tym wymagania w zakresie własności technologicznych i eksploatacyjnych, takie jak: dobra lejność, obrabialność, przewodzenie ciepła, żaroodporność i żarowytrzymałość, odporność na utlenianie i zmęczenie cieplne, stabilność cech geometrycznych są trudne do jednoczesnego uzyskania.

Trudności te wywołane są istnieniem dużych gradientów temperatur na powierzchni wnęki formy, wskutek czego powstaje zmienne pole naprężeń, sprzyjające szybkiemu utlenianiu warstwy wierzchniej materiału a w konsekwencji powodujące niszczenie powierzchni wnęki formy. Dlatego też w ocenie materiału przeznaczonego na kokile ważną rolę odgrywa znajomość jej pól temperatur i naprężeń wywołanych udarem cieplnym. Badania takie z uwagi na trudności techniczne możliwe są jednak do prowadzenia na odpowiednich próbkach i w warunkach wywołujących w materiale zjawiska zbliżone do występujących w czasie eksploatacji.

W pracy w celu identyfikacji wyników badań podjęto próbę modelowania rozkładu temperatur i naprężeń kokili, poddanej udarowi cieplnemu.

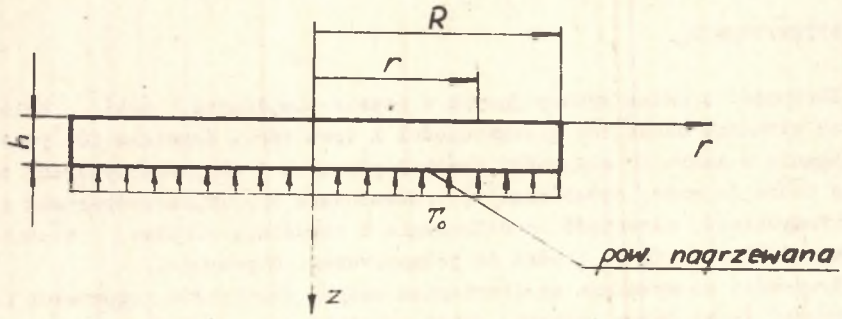
2. POLE TEMPERATUR I NAPREŻEŃ W PRÓBKACH WYWOŁANE UDAREM CIEPLNYM

Trudności w opisie analitycznym rozkładu temperatur i naprężeń cieplnych w kokilach komplikują jednoznaczną interpretację współzależności zja-

wisk wywołanych okresowym kontaktem z ciekłym metalem. W warunkach badań laboratoryjnych wymaga to dobrania odpowiednich próbek, których kształt umożliwiałby opis występujących na obiekcie pól temperatur i naprężeń cieplnych. Wymiary i kształt stosowanych próbek winny umożliwić prowadzenie badań struktury, utleniania i chemicznego oddziaływania ciekłego metalu na warstwę wierzchnią próbki z uwzględnieniem wpływu naprężeń cieplnych.

Dla oceny oddziaływania naprężeń cieplnych na własności eksploatacyjne wyznaczono teoretycznie pola temperatur oraz naprężeń, wynikające z udaru cieplnego wywoływanego doprowadzeniem próbki do kontaktu z ciekłym metalem. Próbka w postaci płytki kołowej (rys. 1) została wykonana z materiału, z jakiego wykonuje się kokile żeliwne do produkcji rusztowin.

W analizie teoretycznej na powierzchni grzanej próbki założono udar cieplny w postaci skokowej zmiany temperatury do wartości 700°C. W chwili początkowej przed zetknięciem się próbki z ciekłym metalem ustalono, że posiada ona temperaturę 300°C. Założenia te przyjęto na podstawie pomiarów eksploatacyjnych.



Rys. 1. Postać konstrukcyjna modelowej próbki z zaznaczoną temperaturą na powierzchni grzania

Na powierzchni cylindrycznej oraz powierzchni przeciwległej do powierzchni grzanej założono swobodną wymianę ciepła. Dla przyjętego modelu (rys. 1) pole temperatur określa znane równanie przewodnictwa cieplnego:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{1}$$

przy warunkach brzegowych

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial r} &= -\frac{\alpha}{\lambda} T && \text{dla } r = R \\ \frac{\partial T}{\partial z} &= \frac{\alpha}{\lambda} T && \text{dla } z = 0 \\ T &= T_o && \text{dla } z = h \end{aligned} \tag{2}$$

i warunku początkowym

$$T(r,z,0) = 0 \tag{3}$$

gdzie:

- T - temperatura dowolnego punktu próbki,
- r - współrzędna promieniowa,
- z - współrzędna osiowa,
- t - czas,
- T_0 - temperatura powierzchni grzanej,
- α - współczynnik przewodnictwa temperaturowego,
- λ - współczynnik przewodnictwa cieplnego.

Dla dalszej analizy wprowadzono współrzędne bezwymiarowe:

$$\xi = \frac{z}{h}; \quad \varrho = \frac{r}{h}; \quad \tau = \frac{\alpha T}{h^2}$$

$$\varrho_1 = \frac{R}{h}; \quad \gamma = \frac{a}{\lambda} h$$

gdzie:

- h - grubość próbki,
- R - promień próbki,
- a - współczynnik wnikania ciepła.

W nowych współrzędnych równanie (1) przyjmie postać:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \varrho^2} + \frac{1}{\varrho}\frac{\partial T}{\partial \varrho} + \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} = \frac{\alpha T}{\gamma^2} \tag{4}$$

Stosując jednostronne przekształcenie Laplace'a otrzymamy:

$$\frac{\partial^2 T^*}{\partial \varrho^2} + \frac{1}{\varrho}\frac{\partial T^*}{\partial \varrho} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial \xi^2} = sT^* \tag{5}$$

przy warunkach przegowych:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial T}{\partial \varrho} = -\gamma T'' && \text{dla} \quad \varrho = \varrho \\ &\overline{}^{T} = T && \text{dla} \quad \xi = 0 \\ &T = \frac{T_0}{s} && \text{dla} \quad \xi = h \end{aligned} \tag{6}$$

Rozwiązanie równania (5) przyjęto w postaci iloczynu dwóch funkcji:

$$T^* = F(\varrho) \cdot \Phi(\xi, s) \tag{7}$$

Podstawiając funkcję (7) do równania (5) rozdzielono zmienne i sprowadzono zagadnienie do rozwiązania układu równań różniczkowych:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \varrho^2} + \frac{1}{\varrho}\frac{\partial F}{\partial \varrho} + \beta^2 F = 0, \tag{8}$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} - (s + \beta^2)\Phi = 0, \tag{9}$$

Rozwiązanie równania (8) przewidziano w postaci:

$$F = A \cdot J_0(\beta \varrho) \tag{10}$$

gdzie:

A - stała całkowania,

J_0 - funkcja Bessela zerowego rzędu pierwszego rodzaju.

Rozwiązanie równania (9) założono w formie funkcji:

$$\Phi = B_1 ch(\sqrt{s + \beta^2} \cdot \xi) + B_2 sh(\sqrt{s + \beta^2} \cdot \xi) \tag{11}$$

B_1, B_2 - stałe całkowania.

Zatem rozwiązaniem równania (5) będzie funkcja

$$T = J_0(\beta \varrho)\left[C\, ch(\sqrt{s + \beta^2} \cdot \xi) + D\, sh(\sqrt{s + \beta^2} \cdot \xi)\right] \tag{12}$$

$$C = A \cdot B_1; \quad D = A \cdot B_2$$

Pierwszy z warunków brzegowych jest spełniony, jeżeli β jest pierwiastkiem równania:

$$J_1(\beta \varrho_1) - \frac{\alpha}{\beta} J_0(\beta \varrho_1) = 0 \tag{13}$$

gdzie:

J_1 jest funkcją Bessela pierwszego rzędu pierwszego rodzaju.

Pierwiastki równania (13) zestawiono w tablicy 1.

Jeżeli prawdziwe jest rozwiązanie (12), to rozwiązaniem równania (5) może także być funkcja:

$$T = \sum_{n=1}^{\infty} J_0(\beta \varrho)\left[C_n ch(\xi \cdot \sqrt{s + \beta_n^2}) + D_n\, sh(\xi \cdot \sqrt{s + \beta_n^2})\right] \tag{14}$$

Stałe całkowania C_n i D_n wyznaczono z warunków brzegowych:

Tablica 1

n	1	2	3	4	5
β_n	0,1234	0,7767	0,4088	2,0386	2,6677

Stałe całkowania C_n i D_n wyznaczono z warunków brzegowych:

$$C_n = \frac{L_n \sqrt{s+\beta_n^2}}{s\left(\sqrt{s+\beta_n^2}\,\mathrm{ch}\sqrt{s+\beta_n^2} + \gamma\,\mathrm{sh}\sqrt{s+\beta_n^2}\right)}$$

$$D_n = \frac{L_n \gamma}{s\left(\sqrt{s+\beta_n^2}\,\mathrm{ch}\sqrt{s+\beta_n^2} + \gamma\,\mathrm{sh}\sqrt{s+\beta_n^2}\right)}$$

gdzie:

$$L_n = \frac{2 \cdot T_o \cdot J_1(\beta \varrho_1)}{\varrho_1\left[J_o^2(\beta_n \varrho_1) + J_1^2(\beta_n \varrho_1)\right]}$$

Przechodząc od postaci operatorowej do oryginału zastosowano przekształcenie:

$$T(\varrho,\xi,\tau) = \sum_k \frac{A(s_k)}{B(s_k)}\, e^{s_k \tau} \tag{15}$$

gdzie:

s_k - pierwiastki mianownika równania (14),

$A(s_k)$ - licznik wyrażenia dla $s = s_k$,

$B(s_k)$ - pochodna mianownika dla $s = s_k$.

Pierwiastki mianownika s_k wyznaczono z równania:

$$\mathrm{th}\sqrt{s+\beta_n} + \frac{\sqrt{s+\beta_n^2}}{\gamma} = 0 \tag{16}$$

Podstawiając $\mu_k = i\sqrt{s+\beta_n^2}$ sprowadzono równanie (16) do postaci:

$$\mathrm{tg}\mu_k + \frac{\mu_k}{\gamma} = 0 \tag{17}$$

$$s = -(\mu_k^2 + \beta_k^2) \quad k = 2,3,4$$

$$s_1 = 0$$

Pierwiastki równania (17) zestawiono w tablicy (2).

Tablica 2

k	2	3	4	5	6
μ_k	1,5959	4,72086	7,8591	10,9992	14,14

Ostatecznym rozwiązaniem zagadnienia będzie równanie w postaci:

$$T = \sum_{n=1} \left[\frac{L_n \beta_n ch(\beta_n \xi) + \gamma sh(\beta_n \xi)}{\beta_n ch \beta_n + \gamma sh \beta_n} + \right.$$

$$\left. + \sum_{k=2}^{\infty} \frac{2 L_n \left[\mu_k \cos(\mu_k \xi) + \gamma \sin(\mu_k \xi)\right] e^{-(\mu_k^2 + \beta_n^2)\tau}}{2\mu_k \cos \mu_k + 2\gamma \sin \mu_k - (\mu_k^2 + \beta_n^2)\left[\sin \mu_k \frac{\gamma+1}{\mu_k} \cos \mu_k\right]} \right] J_o(\ _n) \tag{18}$$

Pole temperatur określone ostatnim równaniem podczas nagrzewania ilustruje rys. 2a, natomiast w czasie chłodzenia rys. 3a. Przedstawiono na nich wyniki obliczeń dla próbki o stosunku wymiarów $\vartheta_1 = 5$.

Rozkład temperatur w funkcji zmiennej (rys. 2b, 3b) z niewielkim błędem można aproksymować za pomocą wielomianu:

$$T = A\xi^4 + B\xi^3 + C\xi^2 + D\xi + E \tag{19}$$

Współczynniki równania dobrano tak, aby funkcja określała temperaturę w pięciu punktach. W ten sposób otrzymano wielomiany charakteryzujące pole temperatur w próbce dla trzech kolejnych chwil czasowych podczas nagrzewania.

$t_1 = 0,25$ s,

$$T_1 = 2303,94\xi^4 - 3103,89\xi^3 + 1383,94\xi^2 - 183,99\xi + 300; \tag{20}$$

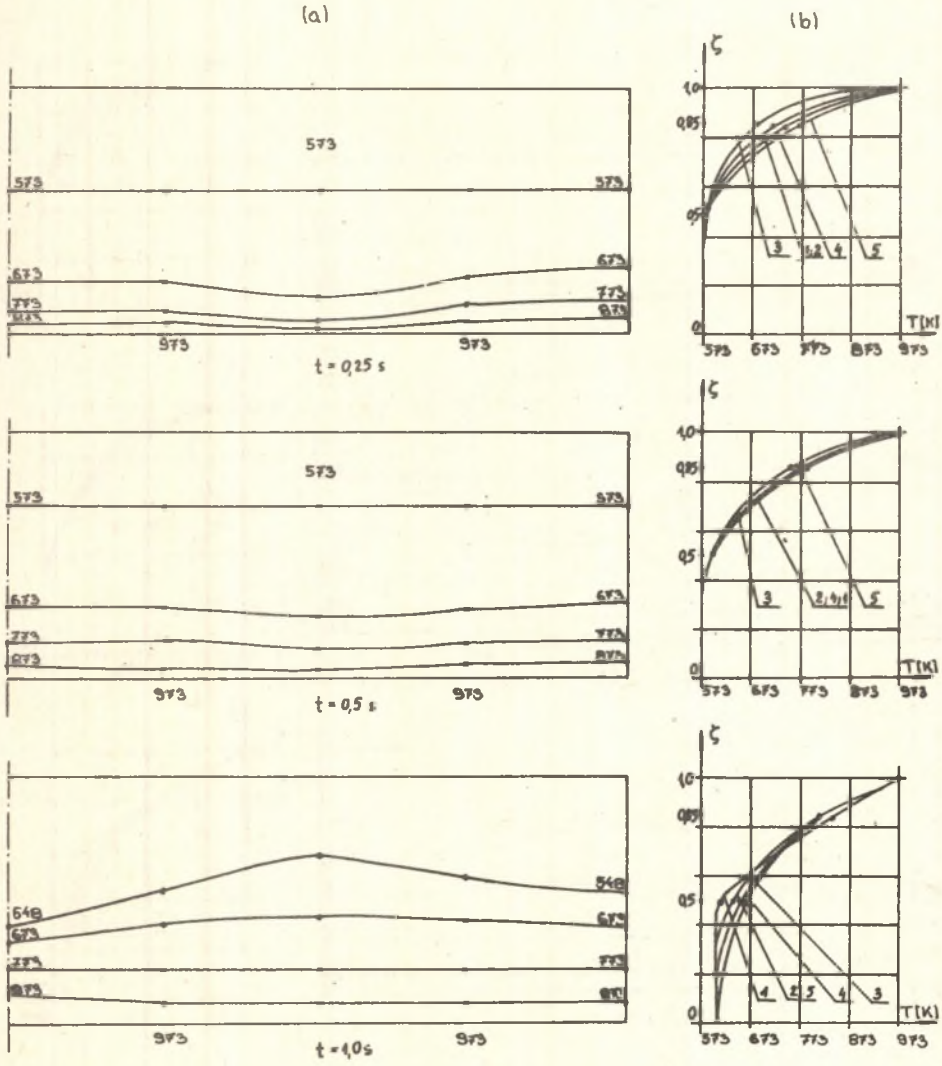
$t_2 = 0,5$ s,

$$T_2 = 1665,73\xi^4 - 2381,70\xi^3 + 1297,51\xi^2 - 181,55\xi + 300; \tag{21}$$

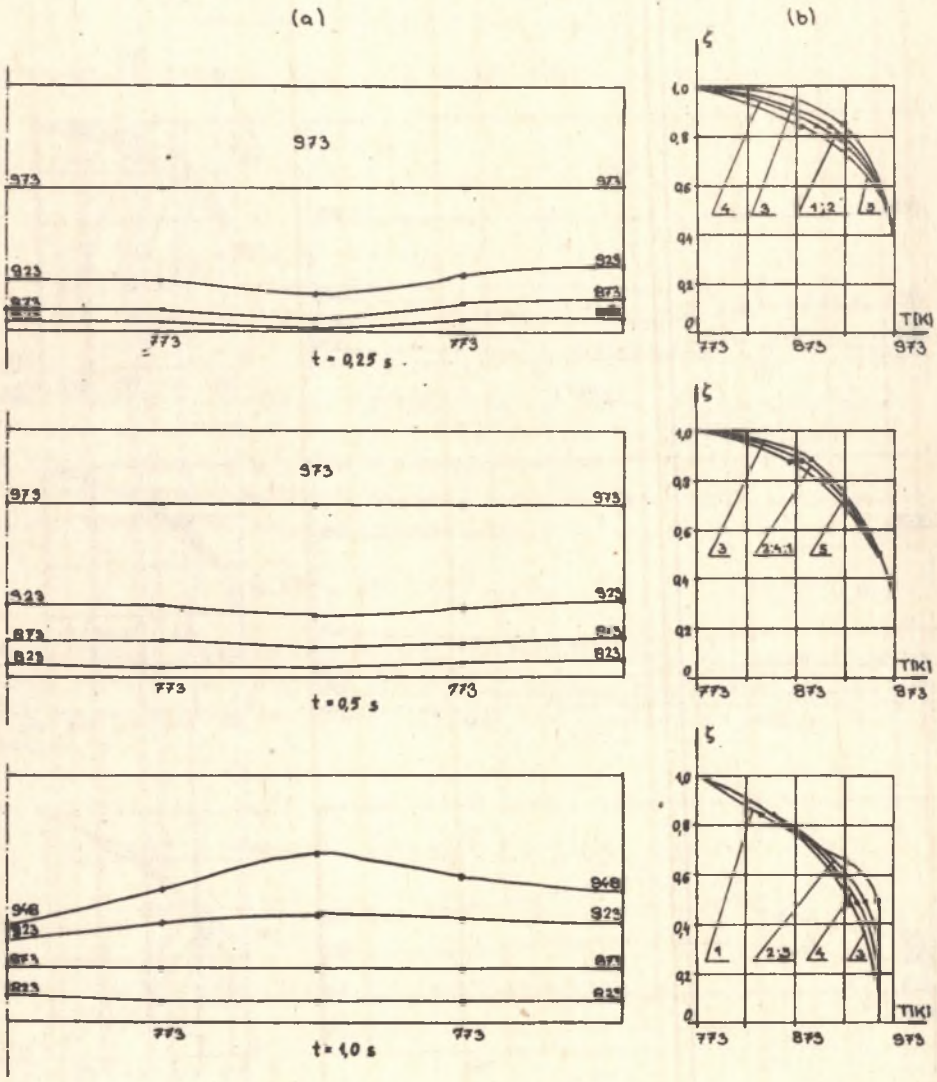
$t_3 = 1,0$ s,

$$T_3 = -1075,63\xi^4 + 2949,02\ ^3 - 2061,18\xi^3 + 587,79\xi + 300; \tag{22}$$

Dla tych samych liczbowych wartości trzech chwil czasowych podczas chłodzenia wielomiany (20, 21, 22) przyjmą postać:

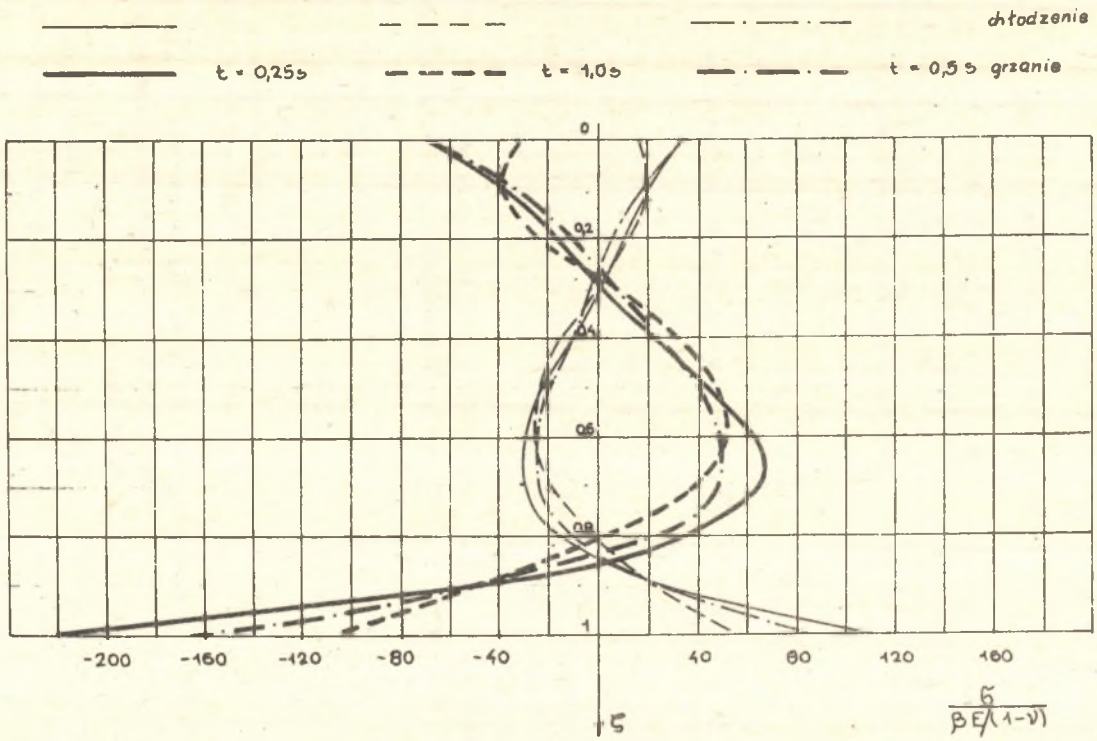


Rys. 2. Pole temperatur w modelowej próbce w czasie grzania
a - przebieg izoterm, b - zależności temperatury od współrzędnej ξ dla ustalonego promienia, dla trzech chwil cyklu grzania



1 - ϱ = 0 ; 2 - ϱ = 1,25 ; 3 - ϱ = 2,5 ; 4 - ϱ = 3,75 ; 5 - ϱ = 5

Rys. 3. Pole temperatur w modelowej próbce w czasie chłodzenia a - przebieg izoterm, b - zależność temperatury od współrzędnej ζ dla ustalonego promienia, dla trzech chwil cyklu chłodzenia



Rys. 4. Pole naprężeń w próbce dla wybranych chwil czasowych w jednym cyklu grzanie-chłodzenie

$$T_1 = -1151{,}97\xi^4 + 1551{,}95\xi^3 - 691{,}97\xi^2 + 92{,}00\xi + 200; \tag{23}$$

$$T_2 = -832{,}87\xi^4 + 1190{,}85\xi^3 - 648{,}76\xi^2 + 90{,}78\xi + 200; \tag{24}$$

$$T_3 = 537{,}82\xi^4 - 1474{,}51\xi^3 + 1030{,}59\xi^2 - 293{,}90\xi + 200; \tag{25}$$

Pole naprężeń określono funkcją f( ), spełniającą równanie różniczkowe (1):

$$\frac{d^2}{2}\left[f(\xi) + \frac{\alpha E}{1-\nu}(T-T_o)\right] = 0 \tag{26}$$

Warunki brzegowe na powierzchni walcowej założono w postaci całkowej:

$$\int_o^h \sigma_n \, dz = 0 \qquad \int_o^h \sigma_n \, z dz = 0 \tag{27}$$

Rozwiązując równanie (26) i uwzględniając warunki brzegowe (27) wyznaczono funkcję $f(\xi)$:

$$\sigma_\varrho = \sigma_\varphi = f(\xi) \tag{28}$$

Dla wybranych chwil czasowych w jednym cyklu grzanie-chłodzenie wykonano obliczenia numeryczne wartości naprężeń. Wyniki obliczeń numerycznych naprężeń ilustruje rys. 4.

Przeprowadzając cały ciąg badań na opisanych próbkach można określić odporność materiału na udary lub niszczenie cieplne oraz określić wpływ wielokrotnego kontaktu z ciekłym metalem na strukturę warstwy wierzchniej materiału [2]. Jest to już zagadnienie wykraczające poza tematykę artykułu.

WNIOSKI

Na podstawie otrzymanych rozwiązań dla pola temperatur i naprężeń wywołanych w jednym cyklu grzania i chłodzenia oraz wyników numerycznych obliczeń wynikają następujące wnioski:

1. Nagrzewanie i chłodzenie jednej z powierzchni zewnętrznych płytki wywołuje w niej zmienne pola temperatur, scharakteryzowane zależnością $T = T(\varrho, \xi, \tau)$. Największe gradienty temperatur i odpowiadające im największe naprężenia występują w warstwie kontaktującej, w chwili początkowej grzania jak i chłodzenia (rys. 4).

2. Cykliczna zmiana pola temperatur powodować będzie, zgodnie z ustalonymi związkami, zmiany składowych stanu naprężenia w rozważanych punktach płytki, tak przy grzaniu jak i przy chłodzeniu.

3. Przy znanych rozkładach temperatur i naprężeń możliwa będzie właściwa interpretacja zjawisk zachodzących w materiale kokili w czasie kontaktu z ciekłym metalem, co umożliwi określenie kryteriów doboru materiału o optymalnych własnościach eksploatacyjnych.

LITERATURA

[1] Kovalenko A.D.: Izbrannyje trudy. Izdatelstvo "Naukowa Dumka", Kijev 1976.

[2] Praca badawcza Instytutu Inżynierii Materiałowej Politechniki Śląskiej: Ocena odporności materiałów na kruche pękanie poddanych działaniu zmiennych pól temperatur. Katowice 1976.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛЕЙ ТЕМПЕРАТУР И НАПРЯЖЕНИЙ В ЧУГУННЫХ КОКИЛЬНЫХ ФОРМАХ, ВЫЗВАННЫХ ТЕПЛОВЫМ УДАРОМ

Р е з ю м е

В работе проведён анализ импульсного контакта плитки с жидким металлом, и на основания этого анализа представлен способ моделирования полей температур и напряжений в чугунных кокильных формах. Приложенные диаграммы иллюстрируют полученные результаты исследований.

MODELLING THE TEMPERATURE FIELDS AND STRESSES IN CASTING PERMANENT MOULDS CAUSED BY THERMAL SHOCK

S u m m a r y

In the paper, analysing the impulse contact of a plate with liquid metal, the method of modelling the temperature fields and stresses in casting permanent moulds was presented.

The research results are illustrated by the diagrams.