ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1979

Seria: HUTNICTWO z. 19 Nr kol. 607

Izabella HYLA, Józef ŚLEZIONA

Instytut Inżynierii Materiałowej
Politechnika Śląska

ZASTOSOWANIE ROZKŁADU WEIBULLA DO OKREŚLENIA WYTRZYMAŁOŚCI POŁĄCZENIA WŁÓKNO-OSNOWA W MATERIALE KOMPOZYTOWYM

Streszczenie. W pracy wykorzystano rozkład Weibulla do oceny wytrzymałości połączenia komponentów w kompozycie aluminium drut stalowy. Dokonano opisu statystycznego rozkładu wytrzymałości połączenia drut/osnowa w zależności od długości drutu dla trzech różnych średnic. Wyznaczone stałe rozkładu pozwalają na funkcyjny opis wytrzymałości połączenia w zależności od długości drutu.

1. WSTĘP

Można przyjąć, że podstawową cechą wyróżniającą materiały kompozytowe, spośród innych grup materiałów, jest ich niejednorodność zarówno w obszarze mikro- jak i makro struktury, Jest ona wynikiem zamierzonej i celowej działalności człowieka. Niejednorodność ta jest jedną z głównych przyczyn stwarzających konieczność wprowadzania pewnych zmian do tradycyjnych określeń i zależności, stosowanych dotychczas przy opisie własności mechanicznych materiałów. I tak np. zniszczenie materiału kompozytowego nie zawsze przejawia się w postaci powstawania widocznych przełomów, ale również bardzo często, szczególnie w przypadku kompozytów włóknistych, wyrazić się może utratą połączenia pomiędzy komponentami.

Dlatego też ocena wytrzymałości tego połączenia staje się sprawą bardzo istotną z punktu widzenia zarówno projektowania jak i eksploatacji tych materiałów.

2. CZĘŚĆ TEORETYCZNA

Wytrzymałość połączenia włókno-osnowa jest funkcją całego szeregu czynników, do których zaliczyć należy przede wszystkim: fizykochemiczne własności powierzchni rozdziału, charakterystyki mechaniczne włókien i osnowy, orientację włókien względem kierunku obciążenia oraz kształt i rozmiar włókna.

Jak z tego widać, w obrębie tego samego kompozytu istnieje dodatkowo możliwość sterowania wytrzymałością połączenia poprzez określenie odpowiednich parametrów włókien zbrojących. Za parametr taki uważa się stosunek długości włókna do jego średnicy - L/d lub dla danej średnicy długość włókna.

Biorąc pod uwagę fakt, że w miarę zwiększania długości włókna rośnie również prawdopodobieństwo wzrostu defektów na granicy rozdziału oraz odpowiednich zmian rozkładu naprężeń, można przyjąć, że istnieje prawdopodobieństwo P dla $L > L_0$, określające warunek $\tau < \tau_t$ (wytrzymałość połączenia jest mniejsza lub równa wytrzymałości obliczeniowej otrzymanej dla określonej długości L_0), co można zapisać:

$$P = \left\{ L > L_0, \quad \tau < \tau_t \right\} \tag{1}$$

W teorii wytrzymałości materiałów stosowane są różne analityczne wyrażenia określające gęstość rozkładu prawdopodobieństwa wytrzymałości. Najbardziej znany jest rozkład Weibulla [1], który dla rozpatrywanego zagadnienia można przedstawić w postaci:

$$f(\tau) = L\alpha\tau^{\beta-1} \exp\left\{ - L\alpha\tau^{\beta} \right\} \tag{2}$$

gdzie:

α, β - parametry charakterystyczne funkcji rozkładu,
L - długość włókna,
τ - naprężenie styczne na granicy włókno-osnowa.

Dla połączeń charakteryzowanych tą funkcją średnią wytrzymałość połączenia o określonej długości znaleźć można z wyrażenia:

$$\bar{\tau}_L = \int_0^{\infty} \tau \left[f(\tau) \right] d\tau \tag{3}$$

Podstawiając (2) do (3) i całkując otrzymamy:

$$\bar{\tau}_L = \alpha\, L^{-\frac{1}{\beta}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right). \tag{4}$$

gdzie:

Γ - funkcja gamma.

Logarytmując równanie (4) otrzymamy:

$$\lg \tau_L = -\frac{1}{\beta} \lg \alpha + \lg \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) - \frac{1}{\beta} \lg L. \tag{5}$$

Postać (5) daje zależność liniową wytrzymałości połączenia od długości włókna, co ułatwia wyznaczenie współczynników α i β.

W przedstawionej pracy współczynniki te wyznaczono dla kompozytu Al-drut stalowy, przeprowadzając w tym celu specjalne badania modelowe.

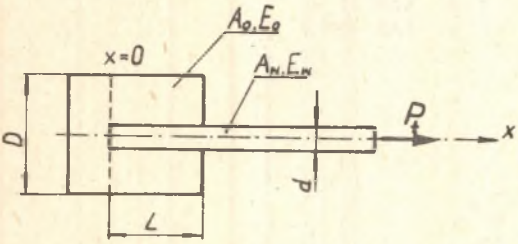
3. CZĘŚĆ DOŚWIADCZALNA

Materiałami użytymi do badań było Al - o czystości technicznej oraz drut stalowy D35.

Stosowano druty o trzech różnych średnicach: ϕ 2,5 mm, ϕ 3,25 mm i ϕ 4,00 mm. Przed wprowadzeniem drutu do formy powierzchnia jego była czyszczona mechanicznie, odtłuszczana i topnikowana. Kompozyt otrzymywano technologią zalewania ciekłym metalem specjalnej formy z przygotowanym uprzednio zbrojeniem.

Badania prowadzono na próbkach pokazanych schematycznie na rys. 1. Na rysunku tym zaznaczono również niektóre wielkości występujące w podanych wzorach oraz początek, kierunek i zwrot osi x. Zgodnie z [5] maksymalne naprężenie tnące w przedstawionym modelu określone jest zależnością:

$$\tau_{max} = \frac{K \cdot P_t}{R\sqrt{a}} \operatorname{ctgh}(\sqrt{a} \cdot L), \quad (6)$$



gdzie:

$$a = \frac{H}{R}$$

$$R = \frac{1}{A_w E_w} - \frac{1}{A_o E_o}$$

$$H = C \cdot K$$

Rys. 1. Schematyczne przedstawienie badanej próbki

P_t - maksymalna siła obciążająca,

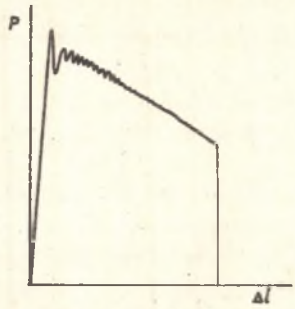
K - stała, związana z charakterystykami mechanicznymi badanych materiałów,

C - obwód włókna zbrojącego,

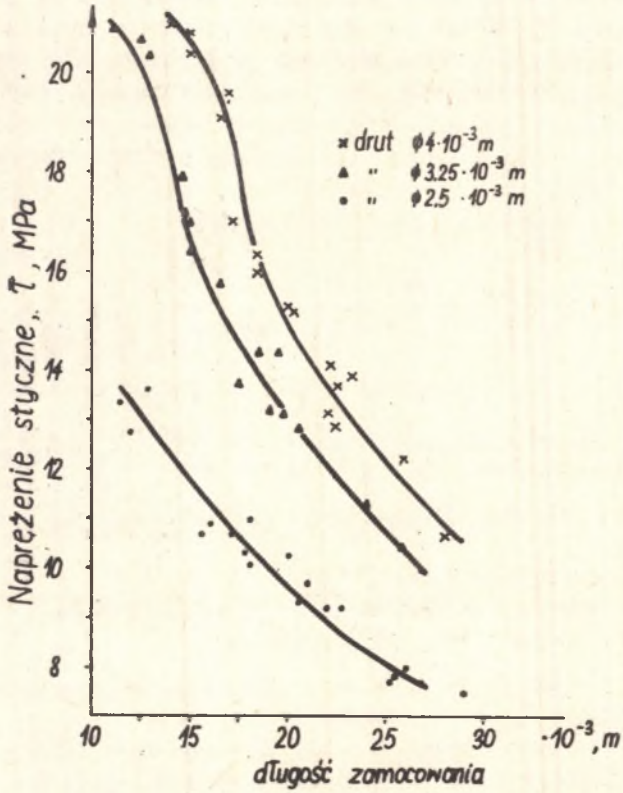
A_w, A_o - powierzchnia przekroju odpowiednio włókna i osnowy,

E_w, E_o - moduły sprężystości włókna i osnowy.

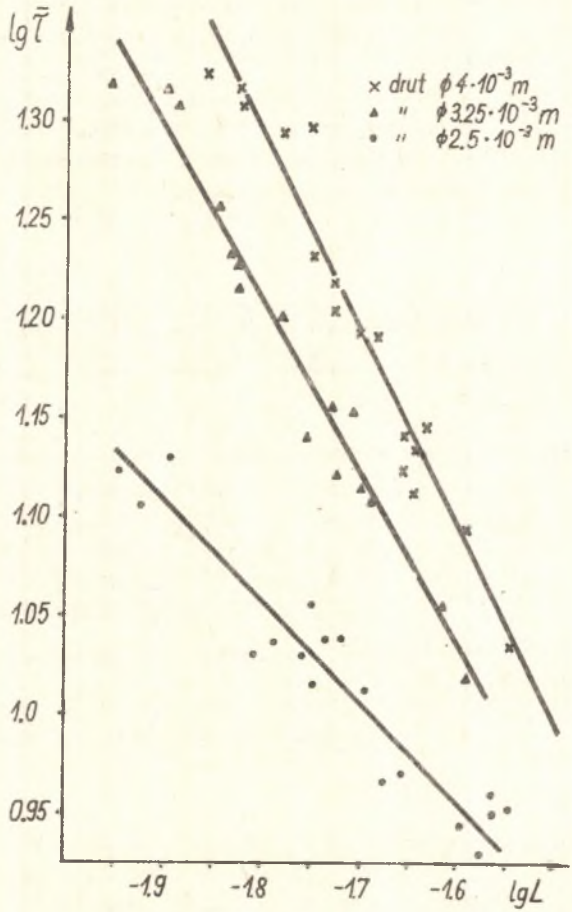
Typowy wykres wyciągania, na podstawie którego możemy wyznaczyć maksymalną siłę obciążającą P_t, przedstawiono na rys. 2.
Natomiast wyniki uzyskane z badań, a wyrażające zależność naprężeń stycznych τ od długości kontaktowej L wyciąganego włókna i jego średnicy ujęto w formie wykresów na rys. 3. Analiza przydatności, a tym samym poprawności przyjęcia do rozważań funkcji rozkładu Weibulla wymagała przedstawienia wyznaczanej zależności w układzie podwójnie logarytmicznym. Dlatego też na rys. 4 wyniki uzyskane z przeprowadzonych badań zebrano w formie wykresów w układzie $\lg\tau$- $\lg L$.



Rys. 2. Typowy wykres wyciągania drutu z osnowy aluminiowej



Rys. 3. Zmiana wytrzymałości połączenia Al - drut stalowy w zależności od długości zamocowania i średnicy drutu



Rys. 4. Zależność $\tau = f(L)$ we współrzędnych logarytmicznych

4. ANALIZA WYNIKÓW I WNIOSKI KOŃCOWE

Jak widać z wykresów przedstawionych na rys. 2 i 3 istnieje wyraźne zróżnicowanie poziomu powstających naprężeń stycznych w odniesieniu do poszczególnych średnic drutów zbrojących.

W miarę wzrostu średnicy drutu obserwuje się wyraźne przesunięcie w kierunku wyższych naprężeń, a więc mocniejszego połączenia, ale równocześnie zauważyć można gwałtowniejszy spadek naprężenia przy wzroście długości włókna.

W układzie podwójnie logarytmicznym poszczególne punkty, uzyskane poprzez badania eksperymentalne, układają się wzdłuż pewnych prostych, z

czego można wnioskować, że zależność $\lg\tau$-$\lg L$ wyraża się określoną funkcją liniową. Podobny wniosek wynika z analizy równania (5), a zatem można uznać, że przyjęta funkcja rozkładu Weibulla może znaleźć zastosowanie w analizowanym problemie.

W związku z tym, wykorzystując równanie (5) oraz uzyskane eksperymentalnie dane, określono współczynniki α i β, a następnie związek zachodzący pomiędzy τ i L dla poszczególnych średnic drutów zbrojących. Obliczone wartości współczynników zebrano w tablicy 1.

Tablica 1

Obliczone stałe rozkładu Weibulla dla kompozytu aluminium - drut stalowy dla różnej średnicy drutu

średnica drutu mm	α	β	β^{-1}
2,5	0,949	1,6923	0,5909
3,25	5,95	1.1485	0.8707
4,0	70,75	0.9625	1.040

Natomiast na podstawie równań (10), (11), (12) przedstawiono otrzymane zależności funkcyjne dla ϕ = 2,5 mm

$$\tau_L = 1{,}048\ L^{-0{,}5909},\ \text{MPa} \tag{10}$$

dla ϕ = 3,25 mm

$$\tau_L = 0{,}733\ L^{-0{,}8707},\ \text{MPa} \tag{11}$$

dla ϕ = 4,00 mm

$$\tau_L = 0{,}316\ L^{-1{,}04},\ \text{MPa}. \tag{12}$$

Przeprowadzone badania i obliczenia pozwalają na sformułowanie następujących wniosków:

1. Wielkość naprężeń stycznych w płaszczyźnie granicznej maleje wraz ze wzrostem długości włókna.

2. Zwiększenie średnicy włókna zbrojącego wpływa na zwiększenie wartości naprężeń stycznych, ale równocześnie powoduje zwiększenie gradientu zmian naprężeń ze zmianą długości kontaktowej włókna.

3. Przy znanym rozkładzie statystycznym naprężenia stycznego na granicy rozdziału włókno-osnowa można określić funkcję opisującą wpływ długości włókna na wytrzymałość połączenia.

LITERATURA

[1] Gercbach I.B., Kordowski Ch.B.; Modele niezawodnościowe obiektów technicznych, WNT, Warszawa 1968.

[2] Razruszenije nemetałłow i kompozitnych materiałów Razruszenije T. 7 cz. 1 s. 314. Izd.Mir, Moskwa 1976.

[3] Kelly B.U.: Wysokoprocznyje materiały.Moskwa. Metałłurgia 1976.

[4] Friedrich E., Pompe W., Kopjow I.M.: J.of.Mat.Sc. Nr 12. 1974.

[5] Lawrance P.: J. of Materials Sc Nr 7, 1972.

ПРИМЕНЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЙБУЛЛА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОЧНОСТИ СОЕДИНЕНИЯ ВОЛОКНО-ОСНОВА В КОМПОЗИЦИОННОМ МАТЕРИАЛЕ

Р е з ю м е

В работе использовано распределение Вейбулла для оценки прочности соединения компонентов в композиции алюминий-стальная проволока. Дано статистическое описание распределения прочности соединения проволока-матрица в зависимости от длины провоки для трёх разных диаметров. Определенные постоянные распределения позволяют дать функциональное описание прочности соединения в зависимости от длины проволоки.

APPLICATION OF WEIBULL'S STATISTICAL METHOD OF ESTIMATION OF THE CONNECTION STRENGTH OF COMPONENTS IN COMPOSITE MATERIALS

S u m m a r y

Weibull's statistical method of the connection strength of components in the composite Al-steel wire was used in this paper.

Also, the statistic description of the varying strength of the wire-matrix connection depending on the length of wire was carried out for three different diameters.

The calculated constants enable to describe functionally the connection strength depending on the length of wire.