

Franciszek FIKUS
Alicja KUREK
Bogdan GRUDZIŃSKI
Zygmunt SZCZEPAŃSKI

Instytut Inżynierii Materiałowej
Politechnika Śląska

OBLICZANIE INDUKCYJNEGO UKŁADU GRZEJNEGO
PŁYTA-WZBUDNIK Z BOCZNIKIEM MAGNETYCZNYM

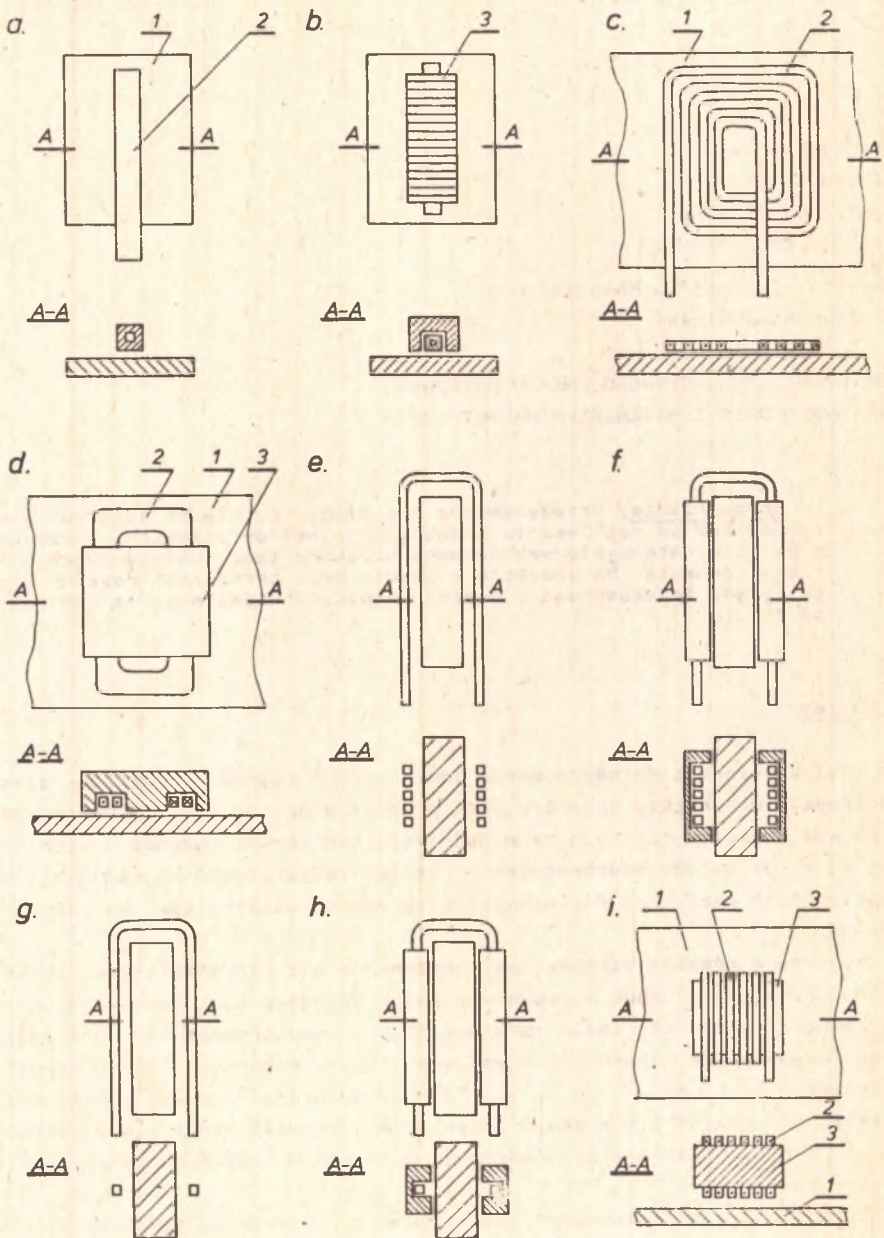
Streszczenie. Przedstawiono przykłady rozwiązań konstrukcyjnych wzbudników do nagrzewania indukcyjnego wsadów płaskich. Korzystając z pojęcia potencjału wektorowego uzyskano tzw. metodą szeregu Fouriera równania na indukcję w płycie oraz określono rozkład gęstości prądu indukowanego i gęstość powierzchniową mocy na powierzchni płyty.

1. Wstęp

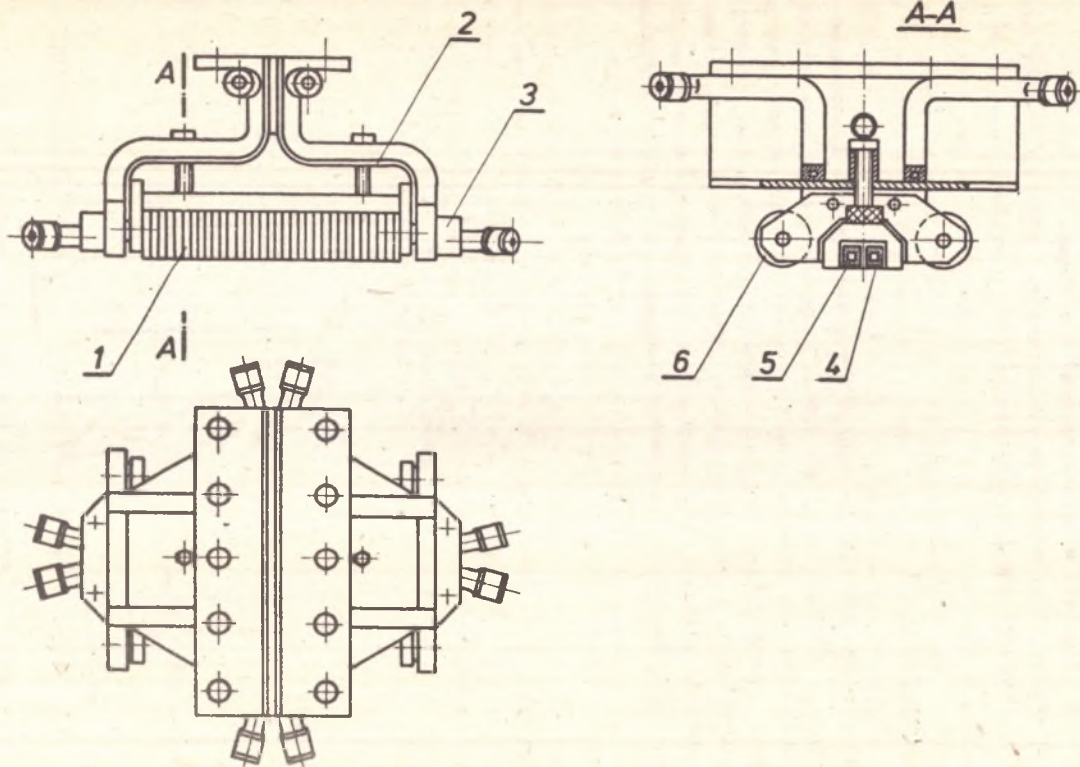
W elektrotermii do nagrzewania indukcyjnego wsadów płaskich stosuje się zwykle wzbudniki, schematycznie przedstawione na rys. 1. Do podstawowych wad układów grzejnych ze wzbudnikami bez rdzeni magnetycznych (rys. 1a, c, e, g) należy nierównomierny rozkład temperatury we wsadzie, mały współczynnik mocy $\cos \varphi$ i niewielka sprawność elektryczna, wynosząca ok. 40-60%.

Występuje również niepożądane nagrzewanie się konstrukcji wsporczej i części podajników wsadu spowodowane polem magnetycznym, zamykającym się na zewnątrz wzbudnika (pole rozproszenia). Niedogodności te można zmniejszyć, wyposażając wzbudnik w rdzeń magnetyczny wykonany z blach transformatorowych (rys. 1b, d, f, h, j). Rdzenie powodują ograniczenie wpływu zjawisk brzegowych i tym samym zwiększają sprawność elektryczną dochodzącą do 75-80%. Stosowane są również do wyrównania rozkładu temperatury na powierzchni wsadu.

Zagadnieniem o podstawowym znaczeniu przy obliczaniu indukcyjnych układów grzejnych jest analiza pola elektromagnetycznego. W literaturze rozwiązano dotychczas przypadki z rys. 1a [2, 3], 1c, d [5] metodą szeregu i całki Fouriera oraz 1e, g [4] - metodą całki Fouriera. W niniejszej pracy analizowany będzie układ z rdzeniem magnetycznym, przedstawiony schematycznie na rys. 1b.



Rys. 1. Indukcyjne układy do nagrzewania wadów płaskich
 1 - wad (płyta), 2 - uzwojenie wzbudnika, 3 - rdzeń magnetyczny
 a, c, e, g - bez rdzenia magnetycznego, b, d, f, h, j - z rdzeniem magnetycznym



Rys. 2. Rozwiązanie techniczne wzbudnika do posuwowego hartowania blach stalowych

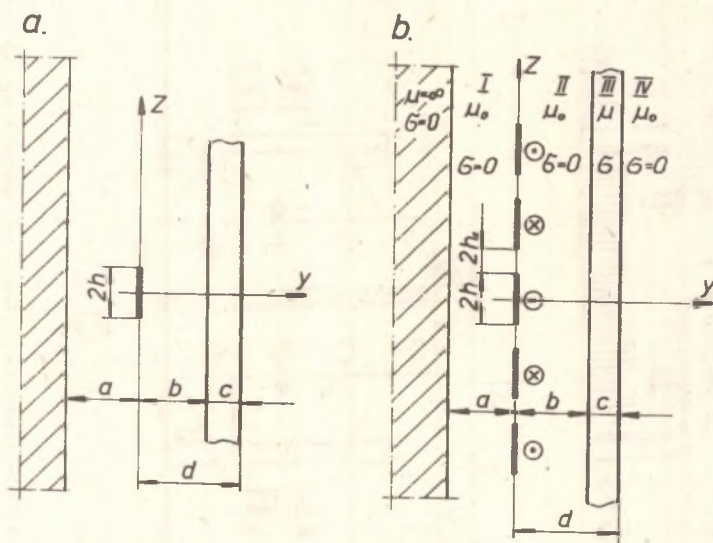
1 - rdzeń magnetyczny, 2 - doprowadzenia prądowe, 3 - doprowadzenie wody chłodzącej, 4 - uzwojenie, 5 - chłodnica wodna, 6 - rolki prowadzące

Przykładowe rozwiązanie techniczne wzbudnika tego typu do posuwowego hartowania blach stalowych pokazano na rys. 2 [6]. Uzwojenie jednozwojowe wykonane jest z profilowanego przewodu (4) chłodzonego wodą. Rdzeń magnetyczny składa się z blach transformatorowych o grubości 0,1-0,35 mm. Przewodzenie wzbudnika po powierzchni blachy za pomocą rolek (6) zapewnia utrzymanie stałej odległości między wzbudnikiem i wsadem.

Do obliczeń użyje się metody szeregu Fouriera ze względu na jej małą pracochłonność i dostateczną dla celów technicznych dokładność.

2. Model obliczeniowy

Ze względu na skończone wymiary wszystkich elementów układ wsad-wzbudnik z rdzeniem magnetycznym (rys. 1b) jest trudny do ścisłej analizy matematycznej. Duże problemy sprawia ponadto uwzględnienie rzeczywistego kształtu rdzenia magnetycznego, co jest wprawdzie możliwe, lecz prowadziłoby do otrzymania bardzo skomplikowanych wzorów końcowych, nieprzydatnych do praktycznych obliczeń. Układ zastępuje się dlatego modelem obliczeniowym (rys. 3a), dla uzyskania którego przyjęto następujące założenia upraszczające:



Rys. 3. Model obliczeniowy układu płyta-wzbudnik
a) z pojedynczym wzbudnikiem, b) dla metody szeregu Fouriera

- płyta jest nieskończenie rozległa wzdłuż osi x i z (oś x jest prostopadła do płaszczyzny rysunku).

- wzbudnik jest nieskończenie długi wzdłuż osi x ,
- wzbudnik o skończonej grubości q zastąpiono folią o grubości pomijalnie małej,
- przenikalność magnetyczna oraz konduktywność płyty nie zależą od wielkości natężenia pola magnetycznego i temperatury,
- rdzeń magnetyczny stanowi półprzestrzeń o przenikalności magnetycznej nieskończenie dużej ($\mu = \infty$) i konduktywności równej zero ($\sigma = 0$).

Model ten ściślej odpowiada układowi z uzwojeniem wielozwojowym i płaskim rdzeniem magnetycznym (rys. 1j). Efekt grzejny w tym wzbudniku wywołują jedynie dolne zwoje, górne są tylko źródłem strat, powodując jego małą ekonomiczność. Stosowanie go jest uzasadnione jedynie w tych przypadkach, gdy użycie wzbudników innych typów staje się utrudnione, lub niemożliwe. W przypadku układu grzejnego z rys. 1b model obliczeniowy bardziej odbiega od rzeczywistości, gdyż nie uwzględnia wpływu końców (zębów) rdzenia magnetycznego.

Należy się jednak spodziewać, że spowodowany tym założeniem błąd będzie niewielki, szczególnie wzdłuż wysokości wzbudnika $2h$, a więc w obszarze, w którym wymagana jest ze względów technologicznych znajomość rozkładu wielkości elektromagnetycznych i temperatury z dużą dokładnością.

W metodzie szeregu Fouriera pojedynczy, istniejący w rzeczywistości wzbudnik zastępuje się systemem nieskończenie wielu wzbudników (rys. 3b), ułożonych obok siebie w równych odległościach. Przyjęto, że kierunki prądów systemu wzbudników są na przemian przeciwne. Przy ustalaniu wielkości zastępczych szczelin powietrznych a i b w modelach obliczeniowych z rys. 3a i b założono, że cały prąd płynący przez wzbudnik koncentruje się w warstwie o grubości równej głębokości wnikania δ .

Wówczas:

$$a = a' - \frac{1}{2}\delta,$$

$$b = b' - \frac{1}{2}\delta,$$

gdzie:

a' i b' - wymiary rzeczywiste szczelin.

3. Potencjał wektorowy i indukcja magnetyczna w płycie

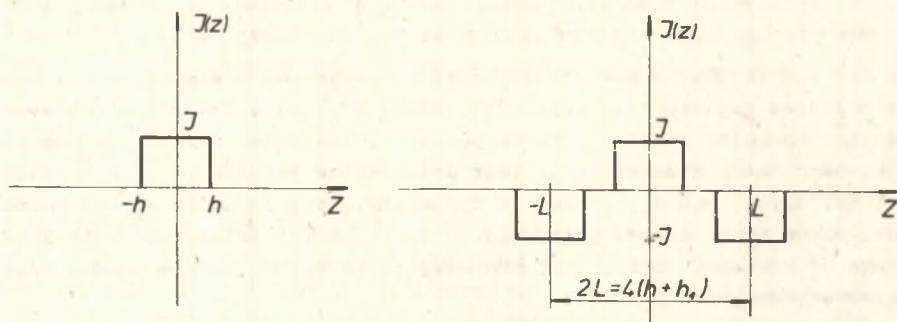
W oparciu o znane z teorii pola elektromagnetycznego równania Maxwella dla analizowanego układu otrzymuje się równanie potencjału wektorowego [3]

$$\frac{\partial^2 A(y,z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A(y,z)}{\partial z^2} - j\beta^2 \cdot A(y,z) = 0, \quad (1)$$

gdzie:

$$\beta^2 = \omega \mu \sigma \quad (2)$$

$$\omega = 2\pi f.$$



Rys. 4. Rozkład gęstości prądu

a) pojedynczego wzbudnika, b) systemu nieskończenie wielu wzbudników

Podobnie jak w [3], zakłada się, że rozkład gęstości prądu systemu wzbudników (rys. 4b) można rozwinąć w szereg Fouriera

$$J(z) = \frac{4J}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \cos \frac{(2n+1)\pi h}{L} \cos \frac{2n+1\pi z}{L}, \quad (3)$$

przy czym $J = \frac{NI}{2h}$,

gdzie:

- J - gęstość prądu wzbudnika,
- $2L = 4(h+h_1)$ - okres funkcji gęstości prądu,
- $2h$ - wysokość wzbudnika,
- $2h_1$ - odległość między wzbudnikami.

Ogólne rozwiązanie równania (1) we wszystkich strefach (I, II, III, IV) przyjmuje się w postaci [3]:

$$A(y, z) = \sum_{n=0}^{\infty} (C_k e^{P_k Y} + D_k e^{-P_k Y}) \cos \frac{k\pi z}{L}. \quad (4)$$

Wykorzystując warunki brzegowe dla poszczególnych stref obliczeniowych [3] wyznacza się rozwiązania szczegółowe. Dla obszaru III ($b \leq y \leq d$) potencjał wektorowy jest określony przez wyrażenie^{x)}:

$$A_x^{III} = \frac{2 N I \mu_0}{\pi r h} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \operatorname{ch} ka \cos kh_1}{k(2n+1)M} \\ [q \operatorname{ch} p(y-d) - \operatorname{sh} p(y-d)] \cos kz. \quad (5)$$

Składową wzdłużną B_z i poprzeczną B_y wektora indukcji magnetycznej można obliczyć z definicji potencjału wektorowego: [3]

$$B_z^{III} = - \frac{\partial A_x^{III}}{\partial y} = \frac{2 N I \mu_0}{\pi r h} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q(-1)^{n+1} \operatorname{ch} ka \cos kh_1}{(2n+1)M} \cdot \\ \cdot [q \operatorname{sh} p(y-d) + \operatorname{ch} p(y-d)] \cdot \cos kz. \quad (6)$$

$$B_y^{III} = - \frac{\partial A_x^{III}}{\partial z} = \frac{2 N I \mu_0}{\pi r h} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \operatorname{ch} ka \cos kh_1}{(2n+1)M} \cdot \\ \cdot [q \operatorname{ch} p(y-d) - \operatorname{sh} p(y-d)] \sin kz, \quad (7)$$

gdzie:

$$M = [\operatorname{sh} pc + q \cdot \operatorname{ch} pc] \operatorname{sh} k(a+b) + [q \operatorname{sh} pc + \operatorname{ch} pc] q \cdot \operatorname{ch} k(a+b), \\ q = \frac{p \mu_0}{k \mu}, \\ p = \sqrt{k^2 + j\omega \mu \sigma} \\ k = \frac{(2n+1)\pi}{2(h+h_1)}. \quad (8)$$

4. Gęstość prądu indukowanego i moc wydzielana w płycie

Gęstość prądu indukowanego w płycie posiada jedynie składową w osi x i wyraża się zależnością: [2]

$$J_x^{III}(y,z) = -j\omega \sigma A_x^{III}(y,z). \quad (9)$$

^{x)} Podano jedynie związki określające rozkład wielkości elektromagnetycznych w obszarze II, gdyż jest on najbardziej interesujący z punktu widzenia grzejnictwa indukcyjnego.

Po podstawieniu wzoru (4) do równania (9) otrzymuje się:

$$J_x^{III}(y, z) = \frac{2NI_0 j \omega G}{\sigma h} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \operatorname{ch} ka \cdot \cos kh_1}{k(2n+1)M} \cdot [q \operatorname{ch} p(y-d) - sh p(y-d)] \cos kz. \quad (10)$$

Gęstość powierzchniową strumienia mocy określa zespolony wektor Poyntinga [7], który dla rozpatrywanego przypadku ma postać:

$$\vec{S} = - \frac{j\omega}{2\mu} \left[\vec{A}_x^{III} \vec{B}_z^{III} \right]_{y=b} = P_s + jQ_s, \quad (11)$$

gdzie:

\vec{B}_z^{III} - wektor zespolony sprzężony z \vec{B}_z^{III} ,

P_s - gęstość powierzchniowa mocy czynnej wnikającej do wadłu przez powierzchnię $y = b$ $\left[\frac{W}{m^2} \right]$.

Do rozwiązania równanie przewodnictwa cieplnego oraz wyznaczenia rozkładu temperatur w nagrzewanym wadłzie niezbędna jest znajomość gęstości objętościowej mocy czynnej. Oblicza się ją z zależności:

$$P_V = \frac{1}{G} \left| J_x^{III} \right|^2 \quad (12)$$

gdzie:

J_x^{III} - gęstość prądu indukowanego we wadłzie dana wzorem (10).

5. Obliczenie rozkładu temperatury w płycie

Przedstawione wyżej związki stanowią podstawę do rozwiązania zagadnienia termokinetycznego, tzn. wyznaczenia rozkładu temperatur we wadłzie.

W [1] obliczono niestacjonarne źródłowe pole temperatury dla przypadku nagrzewania płyty o skończonej grubości c , wysokości $2l$ i nieskończenie rozległej w kierunku osi x . Otrzymane tam związki mogą być wykorzystane do wyznaczenia pola temperatur w analizowanym przypadku (rys. 1b). Gęstość objętościową mocy czynnej, określoną wzorem (12), należy wtedy aproksymować funkcją analityczną, np. podobnie jak w [1] wyrażeniem:

$$P_V(z) = a(1 + \cos b_z), \quad (13)$$

gdzie:

a, b - stałe.

6. Przykłady obliczeniowe

W metodzie szeregu Fouriera dokładność obliczeń zależy w znacznej mierze od właściwego doboru odległości $2h_1$ między wzbudnikiem rzeczywistym i hipotetycznym (rys. 3b). Jeżeli odległość $2h_1$ jest zbyt mała, wówczas dokładność obliczeń jest niewielka. W przeciwnym przypadku (tzn. gdy odległość $2h_1$ jest zbyt duża) szereg staje się wolnozbieżny, należy więc uwzględnić dużo wyrazów szeregu, co zwiększa czas obliczeń.

Zagadnienie to zbadano w [5] na przykładzie wielkości składowej wzdłużnej indukcji magnetycznej B_z^{III} i stwierdzono, że już przy $h_1 : h > 3$ zmiany indukcji przy wzroście odległości między wzbudnikami są minimalne (ok. 1%).

Tablica 1

Wymiary i wartości parametrów układu grzejnego

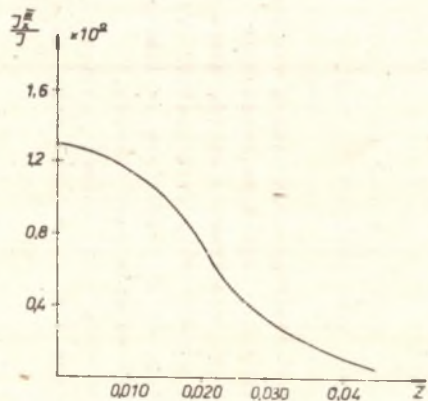
a	b	c	d	h	h_1	G	f	μ	μ_0	y	z
[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[S/m]	[Hz]	[H/m]	[H/m]	[m]	[m]
0005	0005	0010	0015	0020	0080	$1,1 \cdot 10^6$	2500	$4\pi \cdot 10^{-7}$	$4 \cdot 10^{-7}$	0005	0 0005 0010 0020 0040

Na podstawie wzorów (6), (10) i (11) wyznaczono rozkład gęstości prądów indukowanych oraz gęstości powierzchniowej mocy czynnej na powierzchni płyty, tzn. przy $y = b$ dla układów grzejnych o wymiarach podanych w tablicy 1. Otrzymane wyniki przedstawiono na rys. 5 i 6. Na rys. 7 pokazano zmierzony i obliczony rozkład składowej wzdłużnej indukcji magnetycznej B_z^{III} dla $y = b$. Z porównania obu krzywych wynika, że zbieżność wyników jest dobra, a błąd nie przekracza 6%.

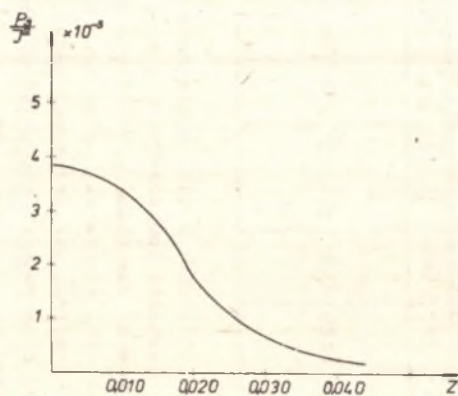
7. Podsumowanie

W pracy przedstawiono analizę matematyczną wielkości elektromagnetycznych w indukcyjnym układzie grzejnym wzbudnik z boczniakiem magnetycznym (rys. 1b). Do obliczeń zastosowano metodę szeregu Fouriera, dzięki której wzory końcowe mają stosunkowo prostą postać. Przy odpowiednim doborze stosunku $h_1 : h$ szeregi są szybkozbieżne, wystarczy więc uwzględnić w obliczeniach tylko kilka wyrazów początkowych.

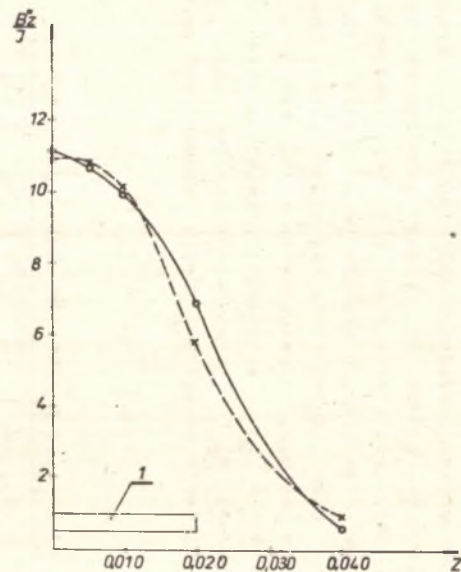
W połączeniu z opracowaną w [1] metodą rozwiązania zagadnienia termokinetycznego wyprowadzone w pracy związki mogą znaleźć zastosowanie do



Rys. 5. Rozkład gęstości prądu indukowanego w płycie



Rys. 6. Rozkład gęstości powierzchniowej mocy czynnej wnikażącej do płyty



Rys. 7. Porównanie wyników obliczeniowych i pomiarowych składowej wzdłużnej indukcji magnetycznej

x - wyniki obliczeniowe, o - wyniki pomiarowe, 1 - wzbudnik

określenia rozkładu temperatury nagrzewanej płyty oraz doboru optymalnych parametrów układu grzejnego. Z porównania wyników obliczeniowych i pomiarowych wynika, że dokładność metody jest rzędu kilku procent, a więc w zupełności wystarczy do obliczeń technicznych.

LITERATURA

- [1] FIKUS F.: Miejscowe indukcyjne nagrzewanie rur w procesach obróbki plastycznej. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Hutnictwo z. 9, Gliwice 1976.
- [2] FIKUS F., GUDRA P., SAJDAK C.: Pasmowe nagrzewanie indukcyjne płyt. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Hutnictwo z. 6, Gliwice 1976, ss. 165-167.
- [3] FIKUS F., SAJDAK C.: Jednostronne nagrzewanie indukcyjne płyty wzbudnikiem o skończonej wysokości. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, z. 51, Gliwice 1976, ss. 77-88.
- [4] FIKUS F., SAJDAK C., WIECZOREK T.: Rozkład pola elektromagnetycznego i mocy w płaskiej nagrzewnicy indukcyjnej. Archiwum Elektrotechniki 1977, z. 4, t. XXVI, ss. 835-844.
- [5] SAJDAK C.: Analiza pola elektromagnetycznego w indukcyjnym układzie grzejnym płyta-wzbudnik. Archiwum Elektrotechniki 1977 z. 4, t. XXVI, ss. 825-834.
- [6] SŁUCHOCKI J. A. E., RYSKIN S. E.: Induktory dla indukcyjnego nagrzewania. Energija 1974, Leningrad.
- [7] TUROWSKI J.: Elektrodynamika techniczna, WNT Warszawa 1968.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНДУКТИВНОЙ НАГРЕВАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ПЛИТА-ИНДУКТОР
С МАГНИТНЫМ ШУНТОМ

Р е з ю м е

В статье приводятся примеры конструкторских решений индукторов для индуктивного нагрева плоских лист. Воспользуясь понятием векторного потенциала, получено так называемый методом ряда Фурье, уравнения на индукцию в плите и определено распределение плотности индуктированного тока и поверхностную плотность на поверхности плиты.

THE CALCULATION OF INDUCTIVE HEATING SYSTEM "PLATE-INDUCTOR"
WITH MAGNETIC SHUNT

S u m m a r y

Examples of designs of the inductor for inductive heating of flat charges are given. Using the notion of vector potential, a series of Fourier was used to obtain the equations for induction in the plate. The distribution of induced current density and surface of power on the plate surface were also defined.