ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 2006
Seria: TRANSPORT z. 61 Nr kol. 1704

Elżbieta MACIOSZEK

POMIARY I ANALIZA ROZKŁADÓW ODSTĘPÓW CZASU POMIĘDZY POJAZDAMI PORUSZAJĄCYMI SIĘ PO JEZDNI MAŁEGO RONDA

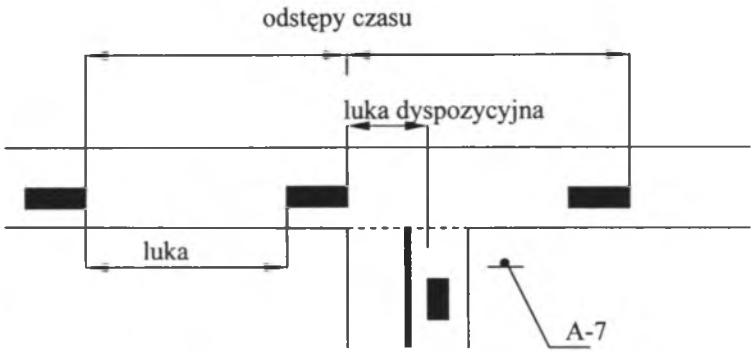
Streszczenie. Istota działania małych rond polega na wykorzystywaniu przez pojazdy dojeżdżające do linii podporządkowania wlotu luk (odstępów) czasu, występujących w potoku pojazdów na jezdni głównej. Dostępność odstępów w potoku nadrzędnym dla pojazdów na wlocie opisana jest przez rozkład odstępów w potoku nadrzędnym. Pojazdy, które po zgłoszeniu się na wlocie nie zastały luki akceptowanej zmuszone są do zwolnienia lub zatrzymania się i oczekiwania na bezpieczny odstęp. W artykule przedstawiono wyniki pomiarów rozkładów odstępów czasu pomiędzy pojazdami poruszającymi się po jezdni małego ronda, które są jednym z podstawowych elementów służących do wyznaczania przepustowości wlotów podporządkowanych.

MEASUREMENTS AND ANALYSIS OF GAPS DISTRIBUTIONS BETWEEN VEHICLES ON MAIN ROAD AT SMALL ROUNDABOUTS

Summary. Roundabouts have a circulating roadway around a central island. All vehicles entering a roundabout must yield to circulating vehicles. The theory describing merging operations at small roundabouts is called gap acceptance theory. The availability of gaps is described by a probability distribution of headways in major stream. A gap acceptance function describes the usefulness of headways as well as queue discharge. Article has been presented measurements and analysis of gaps distributions between vehicles on main road at small roundabouts.

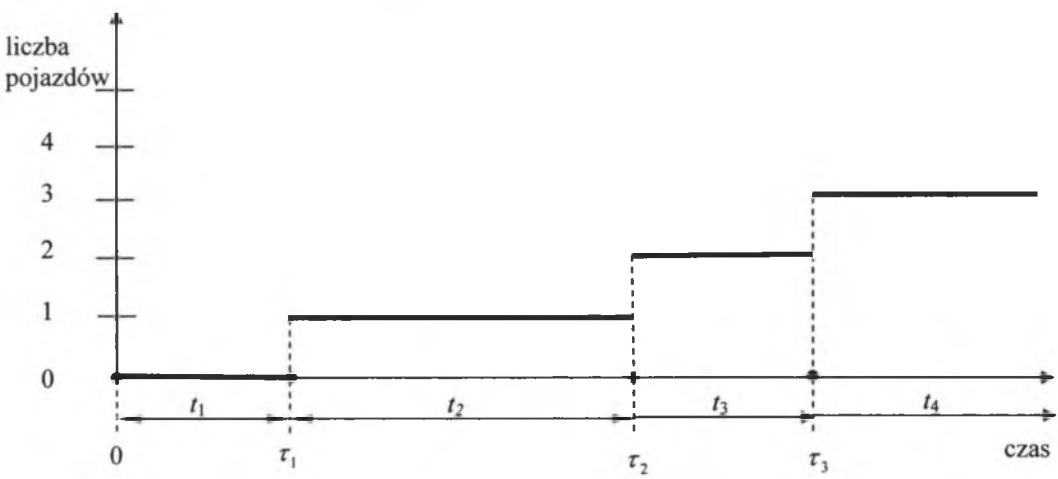
1. ODSTĘPY CZASU POMIĘDZY POJAZDAMI PORUSZAJĄCYMI SIĘ PO JEZDNI MAŁEGO RONDA

Tracz w pracy zbiorowej pod redakcją Krystka [4, s. 52] przedstawił definicję luki i luki dyspozycyjnej dla skrzyżowań bez sygnalizacji świetlnej w sposób następujący. Kierowca pojazdu osiągając wlot drogi podporządkowanej musi podjąć decyzję:
- albo włączyć się w strumień ruchu na drodze głównej w czasie, jaki dzieli go od najbliższego pojazdu dojeżdżającego do skrzyżowania na drodze głównej – jest to luka dyspozycyjna (rys. 1),
- albo czekać na odpowiedni odstęp czasu w potoku pojazdów na drodze głównej – jest to luka (rys. 1).



Rys. 1. Luka, odstęp i dyspozycyjna luka czasu
Fig. 1. Lag and gap between vehicles
Źródło: [4, s. 52].

Z matematycznego punktu widzenia proces zgłoszeń pojazdów jest opisany jako proces punktowy, gdzie każde przybycie jest punktem na osi czasu (rys. 2). Odstęp t_n jest interwałem czasu pomiędzy pojazdem *n-1* a pojazdem *n*. Każdy odstęp jest połączony z pojazdem, którego zgłoszenie się kończy bieżący interwał czasu.



Rys. 2. Zgłoszenia pojazdów jako proces punktowy
Fig. 2. Vehicle arrivals as a point process
Źródło: [5, s. 31].

Przyjęto, że luka jest to odstęp czasu pomiędzy tyłem pierwszego a przodem następnego pojazdu lub odstęp pomiędzy losową chwilą zgłoszenia się pojazdu na linii podporządkowania wlotu a losową chwilą zgłoszenia się następnego pojazdu na jezdni ronda. Na małych rondach pojazdy z wlotów podporządkowanych w czasie trwania luki „rozważają" możliwość włączenia się do potoku nadrzędnego.

Załóżmy, że pojazd „zgłasza się" na linii podporządkowania wlotu w czasie τ, poprzedni pojazd na jezdni ronda przejechał przez obszar kolizyjny w czasie τ_i, a następny pojazd na jezdni ronda przejedzie przez obszar kolizyjny w czasie τ_{i+1} (rys. 3). Czas od momentu

przejazdu poprzedniego pojazdu do momentu zgłoszenia się pojazdu na wlocie podporządkowanym jest nazywany tzw. luką niewykorzystaną, która wynosi:

$$B(\tau) = \tau - \tau_i \tag{1}$$

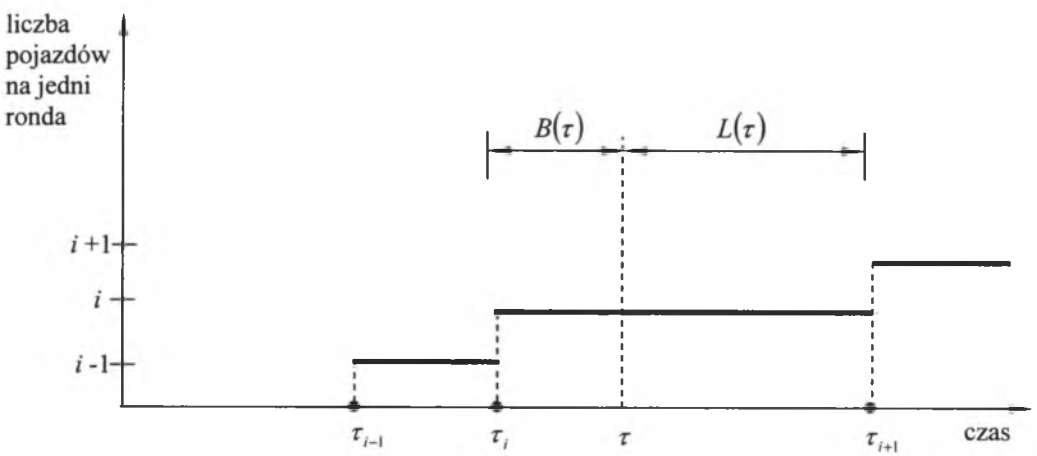
Natomiast czas od momentu zgłoszenia się pojazdu na wlocie podporządkowanym do momentu przyjazdu następnego pojazdu na jezdni ronda nazywany jest luką, która wynosi:

$$L(\tau) = \tau_{i+1} - \tau \tag{2}$$

Bieżący odstęp o czasie τ jest odstępem przed pojazdem $i+1$ tzn.:

$$T(\tau) = T_{i+1} = \tau_{i+1} - \tau_i = B(\tau) + L(\tau), \tag{3}$$

gdzie
$T(\tau)$ - bieżący odstęp o czasie τ.



Rys. 3. Luka niewykorzystana $B(\tau)$ i luka $L(\tau)$
Fig. 3. Backward waiting time $B(\tau)$ and lag $L(\tau)$
Źródło: [5, s. 32].

Jak już wspomniano, dostępność odstępów w potoku nadrzędnym dla pojazdów z wlotu opisana jest przez rozkład odstępów w potoku nadrzędnym. Dystrybuanta rozkładu odstępów określa prawdopodobieństwo, że losowo wybrany odstęp nie jest dłuższy niż zadana wartość:

$$F(t) = P\{T < t\} = \int_0^t f(g)d(g) \tag{4}$$

$$F(\infty) = P\{T < \infty\} = \int_0^\infty f(g)d(g) = 1, \tag{5}$$

gdzie
f(t) - funkcja gęstości rozkładu.

Ponieważ odstępy nie przyjmują wartości ujemnych, dolna granica w obydwu wyrażeniach wynosi zero. Na podstawie literatury można stwierdzić, że w analizach amerykańskich

dystrybuanta ta jest definiowana jako: $F(t)=P\{T \le t\}$, natomiast określenie takie jak powyższe, czyli $F(t)=P\{T < t\}$ stosowane jest w krajach europejskich. Dla rozkładów ciągłych w t obydwie definicje dają te same numeryczne wyniki.

Prawdopodobieństwo, że losowo wybrany odstęp jest większy niż zadana wartość określa tzw. negatywna dystrybuanta *R(t)*:

$$R(t)=P\{T \ge t\}=\int_t^{\infty} f(g)d(g)=1-F(t) \tag{6}$$

Wartość oczekiwaną *E[T]*, czyli średni odstęp można obliczyć jako:

$$E[T]=\bar{t}=\int_0^{\infty} tf(t)dt \tag{7}$$

Gdy $t < 0$ to $f(t) = 0$, stąd wartość oczekiwana może być także wyrażona za pomocą negatywnej dystrybuanty:

$$E[T]=\bar{t}=\int_0^{\infty}[1-F(t)]dt=\int_0^{\infty} R(t)dt \tag{8}$$

Równanie to udowodnił Ross [5 za Ross 2002] w następujący sposób:

$$\int_0^{\infty} R(t)dt=\int_0^{\infty}\int_t^{\infty} f(g)dgdt=\int_0^{\infty}\left(\int_0^{g} dt\right)f(g)dg=\int_0^{\infty} gf(g)dg \tag{9}$$

Dla n kolejnych odstępów oczekiwany czas ich trwania wynosi:

$$E[\tau_n]=n\cdot\bar{t} \tag{10}$$

Intensywność ruchu $\lambda=\frac{q}{3600}$ jest odwrotnością średniego odstępu $\lambda=n(E[\tau_n])^{-1}=\bar{t}^{-1}$,

gdzie

q - natężenie ruchu [P/h].

Luki, na jakie trafiają losowo zgłaszające się na wlocie pojazdy mają inny rozkład niż odstępy. Jeżeli $R(u)=P\{T > u\}$ jest negatywną dystrybuantą dla rozkładu odstępów i *E[T]* jest wartością oczekiwaną odstępu, to funkcję gęstości rozkładu luk można zapisać stosując równanie Polaczka – Chinczyna:

$$f_L(u)=\frac{R(u)}{E[T]}=\lambda\cdot R(u) \tag{11}$$

Z powyższego równania (11) można bezpośrednio wyznaczyć negatywną dystrybuantę dla luk:

$$R_L(u)=\lambda\cdot\int_u^{\infty} R(y)dy \tag{12}$$

Wartość oczekiwaną luki można wyrazić jako [5, s. 33]:

$$E[L]=\int_0^{\infty} uf_L(u)du=\frac{1}{E[T]}\cdot\int_0^{\infty} uR(u)du=\frac{1}{E[T]}\cdot\int_0^{\infty} u\int_u^{\infty} f(y)dydu=$$

$$=\frac{1}{E[T]}\cdot\int_0^{\infty}\left(\int_0^{y} udu\right)f(y)dy=\frac{1}{E[T]}\cdot\int_0^{\infty}\frac{y^2}{2}f(y)dy=\frac{E[T^2]}{2E[T]}=\frac{\bar{t}}{2}+\frac{\sigma_T^2}{2\bar{t}}, \tag{13}$$

gdzie:

σ_T^2 - wariancja odstępu,

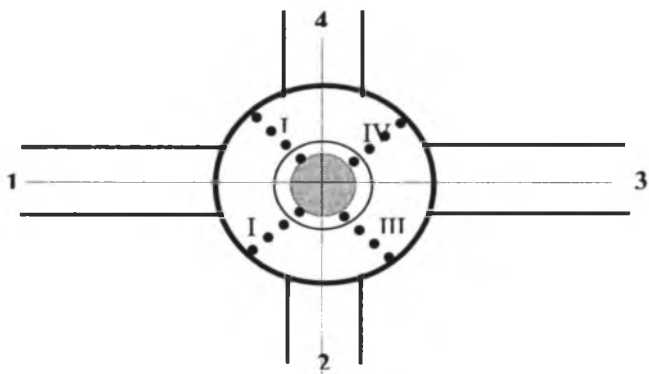
$\bar{t}$ - średni odstęp.

2. PRZEPROWADZONE POMIARY

Wykonano pomiary odstępów pomiędzy pojazdami poruszającymi się po jezdni małych rond. Obiektami badań były małe ronda w: Siemianowicach Śląskich, Radzionkowie, Świerklańcu, Piekarach Śląskich (I), Piekarach Śląskich (II), Tarnowskich Górach i Czeladzi. Pomiary wykonano z wykorzystaniem stopera w przekrojach podanych na rysunku 4. Badania przeprowadzono w następujących zakresach natężeń ruchu: 0÷100, 100÷200, 200÷300, 300÷400, 400÷500, 500÷600, 600÷700, 700÷800 [P/h]. Do analizy statystycznej wykorzystano następujące rozkłady teoretyczne:

- wykładniczy przesunięty,
- gamma,
- Erlanga,
- logarytmiczno-normalny.

Poprawność przyjętych założeń sprawdzono wykorzystując test χ^2 na poziomie istotności α =0,05. Obliczenia wykonano wykorzystując program *Statgraphics*. Dla przedstawionych powyżej zakresów natężeń ruchu określono: wartość średnią - $\bar{t}$ i wariancję - $D^2(T)$. Wyniki pomiarów zestawiono w tablicy 1.



Rys. 4. Schematyczne przedstawienie stanowisk pomiarowych do rejestrowania odstępów czasu pomiędzy pojazdami poruszającymi się po jezdni małego ronda
Fig. 4. Scheme of small roundabout with localisation places for getting datas

W budowanym modelu założono, że potoki pojazdów, wpływające z wlotów na jezdni ronda tworzą nowe rozkłady odstępów.

Według Wocha [11, s. 47-48] dla dużych gęstości potoku ruchu minimalne odstępy dążą do nowych stałych: $min(h_i) \rightarrow D$, a czasy czekania dążą do nowych rozkładów wykładniczych $w_i \rightarrow M$, rozkład nowego odstępu $h_i^{'}$ dąży do nowego przesuniętego rozkładu wykładniczego: $h_i^{'} \rightarrow D+M$. W takich przypadkach pojawia się nowa niezależność odstępów potoku ruchu.

Na podstawie analizy przeprowadzonych badań, minimalny odstęp czasu pomiędzy pojazdami na jezdni ronda w danym przekroju określono jako 2 [s].

Tablica 1

Wyniki opracowania statystycznego odstępów czasu pomiędzy pojazdami poruszającymi się po jezdni małego ronda

Zakres natężenia [P/h] / rozkład	$Q = 0 \div 100$ [P/h], $\sum n_i = 63P$, $\bar{t} = 50.68$ [s], $D^2[T]=48.92$			$Q=100 \div 200$[P/h], $\sum n_i = 154P$, $\bar{t} = 28.96$ [s], $D^2[T]=24.85$		
	parametry rozkładu	χ^2 z pomiarów	χ^2 krytyczne	parametry rozkładu	χ^2 z pomiarów	χ^2 krytyczne
wykładniczy przesunięty	$\bar{t} = 50.68$ $t_p = 2$	4.82	9.48	$\bar{t} = 28.96$ $t_p = 2$	15.58	19.67
gamma	a=1.01 b=0.02	4.58	7.81	a=1.15 b=0.04	18.27	18.30
Erlanga	k=1 a=0.01	9.98	7.81	k=2.0 a=0.03	25.58	18.30
logarytmiczno-normalny	m=4.20 $\sigma = 0.02$	4.82	7.81	m=1.54 $\sigma = 0.21$	10.63	16.91

Zakres natężenia [P/h] / rozkład	$Q=200 \div 300$[P/h], $\sum n_i = 252P$, $\bar{t} = 18.80$ [s], $D^2[T]=18.15$			$Q=300 \div 400$[P/h], $\sum n_i = 362P$, $\bar{t} = 12.67$ [s], $D^2[T]=10.28$		
	parametry rozkładu	χ^2 z pomiarów	χ^2 krytyczne	parametry rozkładu	χ^2 z pomiarów	χ^2 krytyczne
wykładniczy przesunięty	$\bar{t} = 18.80$ $t_p = 2$	18.68	24.99	$\bar{t} = 12.67$ $t_p = 2$	14.31	27.58
gamma	a=1.19 b=0.04	29.53	23.68	a=1.19 b=0.04	76.00	26.29
Erlanga	k=1.0 a=0.03	28.68	23.68	k=1.0 a=0.03	74.31	26.29
logarytmiczno-normalny	m=3.33 $\sigma = 0.95$	20.11	22.36	m=3.11 $\sigma = 0.38$	21.53	24.99

Zakres natężenia [P/h] / rozkład	$Q=400 \div 500$[P/h], $\sum n_i = 477P$, $\bar{t} = 5.41$ [s], $D^2[T]=5.54$			$Q=500 \div 600$[P/h], $\sum n_i = 587P$, $\bar{t} = 5.09$ [s] $D^2[T]=5.12$		
	parametry rozkładu	χ^2 z pomiarów	χ^2 krytyczne	parametry rozkładu	χ^2 z pomiarów	χ^2 krytyczne
wykładniczy przesunięty	$\bar{t} = 5.41$ $t_p = 2$	13.62	18.30	$\bar{t} = 5.09$ $t_p = 2$	12.25	12.59
gamma	a=1.0 b=0.02	126.94	16.91	a=1.03 b=0.04	134.82	11.07
Erlanga	k=1.0 a=0.01	123.62	16.91	k=1.0 a=0.01	10.25	11.07
logarytmiczno-normalny	m=4.66 $\sigma = 0.65$	13.40	19.67	m=2.95 $\sigma = 0.03$	12.62	14.06

cd. tablicy 1

Zakres natężenia [P/h] / rozkład	Q=600÷700[P/h] $\sum n_i = 698P$ $\bar{t} = 4.57$ [s], $D^2[T] = 4.39$			Q=700÷800[P/h], $\sum n_i = 763P$ $\bar{t} = 4.46$ [s], $D^2[T] = 5.18$		
	parametry rozkładu	χ^2 z pomiarów	χ^2 krytyczne	parametry rozkładu	χ^2 z pomiarów	χ^2 krytyczne
wykładniczy przesunięty	$\bar{t} = 4.57$ $t_p = 2$	34.62	35.17	$\bar{t} = 4.46$ $t_p = 2$	1563.93	41.33
gamma	a=1.60 b=0.05	208.11	32.67	a=4.63 b=0.84	845.01	36.41
Erlanga	k=2.0 a=0.06	29.21	31.41	k=5.0 a=0.91	869.76	35.17
logarytmiczno-normalny	m=32.35 $\sigma = 35.83$	26.46	32.67	m=5.50 $\sigma = 2.87$	878.16	35.17

Źródło: Opracowanie własne.

Z wartości χ^2 przedstawionych w tablicy 1 wynika, że na poziomie istotności $\alpha = 0{,}05$ następujące rozkłady spełniają wymogi statystyki w poszczególnych zakresach natężeń ruchu (tablica 2).

Tablica 2

Wyniki testów χ^2 dla wyróżnionych zakresów natężeń ruchu

Zakres natężenia w [P/h]	Rozkład, za pomocą którego na poziomie istotności $\alpha = 0{,}05$ można opisać ruch pojazdów na jednopasowych wlotach małych rond
0÷100	wykładniczy przesunięty, gamma, logarytmiczno-normalny
100÷200	wykładniczy przesunięty, gamma, logarytmiczno-normalny
200÷300	wykładniczy przesunięty, logarytmiczno-normalny
300÷400	wykładniczy przesunięty, logarytmiczno-normalny
400÷500	wykładniczy przesunięty, logarytmiczno-normalny
500÷600	wykładniczy przesunięty, Erlanga, logarytmiczno-normalny
600÷700	wykładniczy przesunięty, Erlanga, logarytmiczno-normalny
700÷800	-

Źródło: Opracowanie własne.

3. PODSUMOWANIE WERYFIKACJI HIPOTEZ STATYSTYCZNYCH

Jak pokazały analizy, powyższymi rozkładami prostymi można opisywać ruch o małym (około: 0-200 [P/h]) i średnim (około: 200-600 [P/h]) natężeniu ruchu pojazdów, przejeżdżających przez dany przekrój drogi. Jest to zgodne z wynikami badań, podanymi przez Tracza [8], Węgierskiego [10], Wolszczana [12], a także zgodne z wynikami otrzymanymi przez autorkę z pomiarów odstępów pomiędzy pojazdami zgłaszającymi się na wlotach wykonanych w 2003 roku [6] i w 2005 roku [7].

Potwierdzają to również opracowania zagraniczne np.: Bennett w pracy [2, s. 145] badał odstępy pomiędzy pojazdami na głównych ulicach zlokalizowanych na terenach miejskich i określił, że do natężenia 750 [P/h] pojazdy poruszają się nadal swobodnie. Następnie

stwierdził, że gdy pojazdy poruszają się swobodnie, to rozkład odstępów najlepiej opisuje rozkład wykładniczy. W sytuacjach, gdy ruch pojazdów nie jest w pełni swobodny, to rozkłady te nie spełniają już wymogu testu χ^2 i nie można nimi opisać potoku ruchu. Jak podaje literatura zagraniczna [9, s. 129-130] czy [1], w takich sytuacjach do opisu rozkładów odstępów czasu pomiędzy pojazdami wykorzystuje się rozkłady złożone, jak np.: rozkład Hyperlanga, który stanowi sumę ważoną przesuniętego rozkładu wykładniczego i rozkładu Erlanga.

Literatura

1. Akcelik R., Chung E.: Calibration of the bunched exponential distribution of arrival headways. Reprint with minor revisions. Road and Transport Research 3 (1), s. 42-59, 1994.
2. Bennett Ch., R.: A Speed Prediction Model For Rural Two-Lane Highways. Department of Civil Engineering, The University of Auckland, Auckland, New Zealand 1994.
3. Datka S., Suchorzewski W., Tracz M.: Inżynieria ruchu. Warszawa, WKŁ 1999.
4. Krysek R.: Symulacja ruchu potoku pojazdów. Wybrane zagadnienia. WKŁ, Warszawa 1980.
5. Luttinen Tapio R.: Capacity and Level of Service at Finnish Unsignalized Intersections. Helsinki 2004, Finnish Road Administration, Finnra Reports 1/2004.
6. Macioszek E. (wydane jako Duda E.): Analiza strumieni ruchu drogowego na wlocie małego ronda na podstawie odstępów czasu pomiędzy nadjeżdżającymi na wlot pojazdami. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. Nr 1607, seria Transport, z. 50, s. 73 - 80, 2003.
7. Macioszek E.: Charakterystyka ruchu na małych rondach w aspekcie systemu masowej obsługi. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. Nr 1688, seria Transport, z.58, s. 263-272.
8. Praca zbiorowa pod red. M. Tracza: Pomiary i badania ruchu drogowego. WKiŁ, Warszawa 1984.
9. Tanyel S., Yayla N.: A discussion of the parameters of Cowan M3 distribution for Turkey. Transportation Research Part A 37 (2003), s. 129-143.
10. Węgierski J.: Metody probabilistyczne w projektowaniu transportu szynowego. WKiŁ, Warszawa 1971.
11. Woch J.: Nowe ujęcie przepustowości drogi z porównaniem modeli. Materiały I Konferencji Naukowo – Technicznej na temat Systemy Transportowe, Teoria i praktyka. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej. Gliwice 2003, s. 43 - 72.
12. Wolszczan J.: Zastosowanie teorii masowej obsługi w transporcie samochodowym. WKiŁ, Warszawa 1970.

Recenzent: Dr hab. inż. Romuald Szopa
Prof. Politechniki Częstochowskiej