Grzegorz WOJNAR

## ZASTOSOWANIE CIĄGŁEJ TRANSFORMATY FALKOWEJ I ROZKŁADU WIGNERA-VILLE'A DO WYKRYWANIA USZKODZEŃ KÓŁ O ZĘBACH ŚRUBOWYCH

Streszczenie. W przypadku kół o zębach śrubowych czystym uszkodzeniem jest pęknięcie podstawy zęba, a w konsekwencji jego wyłamanie. W artykule przedstawiono metodę wykrywania tego typu uszkodzenia w przypadku przekładni o wysokiej całkowitej liczbie przyporu. Analizom poddawano sygnały prędkości drgań poprzecznych wałów przekładni uzyskane w wyniku badań doświadczalnych. Badania te uzupełniono badaniami symulacyjnymi, w których wykorzystano zidentyfikowany model dynamiczny przekładni zębatej w układzie napędowym.

# THE APPLICATION OF CONTINUOUS WAVELET TRANSFORM AND TIME-FREQUENCY ANALYSIS FOR DAMAGE DETECTING IN HELICAL TOOTH GEAR

**Summary.** The paper presents results of laboratory investigation, numerical simulation and application of time-frequency analysis (pseudo - Wigner-Ville Transform) in diagnostics of damage detecting in helical tooth gear. The laser vibrometer was used for non-contact measurement of shaft transversal vibration. Dynamical model of toothed gear working in power transmission system was used to computer simulation.

#### 1. WSTĘP

Diagnozowanie przekładni zębatych jest trudnym i złożonym problemem, którym zajmuje się wielu naukowców w kraju [3,4,9,10] i zagranicą [1,7,8]. Większość publikacji jest jednak poświęcona wykrywaniu uszkodzeń kół o zazębieniu prostym. Obecnie, ze względu na wiele zalet np. mniejszą emisję hałasu, powszechnie są stosowane przekładnie o zazębieniu śrubowym. Tego typu przekładnie cechują się wysoką całkowitą liczba przyporu, co znacząco utrudnia wykrywanie uszkodzeń kół. Jednym z typowych uszkodzeń przekładni jest pękniecie podstawy zęba, które prowadzi do jego wyłamania. W przypadku przekładni o zębach skośnych bardzo często następuje nie całkowite, lecz częściowe wyłamanie zęba, które często jest spowodowane odchyłką kierunku linii zęba. Dlatego w niniejszym artykule przedstawiono wyniki badań doświadczalnych oraz symulacyjnych, których celem było sprawdzenie przydatności ciągłej transformaty falkowej *(CWT)* i pseudotransformaty Wignera-Ville'a do wykrywania tego typu uszkodzeń kół o zębach śrubowych.

#### 2. STANOWISKO BADAWCZE I UKŁAD POMIAROWY

Badania doświadczalne prowadzono na stanowisku pracującym w układzie mocy krążącej (rys. 1). W skład stanowiska wchodzą dwie przekładnie: badana i zamykająca, o jednakowych przełożeniach i rozstawie osi. Przekładnia zamykająca napędzana jest silnikiem elektrycznym o mocy 15 [kW]. Schemat stanowiska przedstawiono na rys. 1a. Parametry geometryczne kół zębatych, zamontowanych w badanej przekładni, przedstawiono w tabl. 1.

W trakcie badań badana przekładnia pracowała jako reduktor. Mierzono prędkości drgań poprzecznych jej wałów, również synchronicznie rejestrowano sygnały odniesienia zgodne z obrotami wałów. Sygnał drganiowy oraz sygnał z układu synchronizacji uśredniania próbkowano z częstotliwością 25600 Hz i zapisywano na dysku twardym komputera. W trakcie badań, mających na celu wykrywanie uszkodzeń kół zębatych, utrzymywano temperaturę oleju w przekładni na poziomie 328  $\pm 2$  K.



- Rys. 1. a) Schemat stanowiska mocy krążącej: 1 przekładnia zamykająca, 2 przekładnia badana,
  3 sprzęgło napinające, 4 czujnik położenia kątowego wałów, 5 jednostka logiczna,
  6 analizator sygnałów DSPT SigLab, 7 komputer, 8 vibrometr laserowy OMETRON VH300+, 9 silnik napędzający, b) przekładnia badana
- Fig. 1. a) Diagram of FZG testing stand: 1 closing transmission with high strength gears, 2 tested transmission system, 3 tightening clutch, 4 shaft angle position sensors, 5 logic unit, 6 DSPT SigLab signal analyzer, 7 computer, 8 laser vibrometer OMETRON VH300+, 9 electric motor, b) tested gear

Tablica 1

#### Parametry geometryczne kół zębatych zamontowanych w badanej przekładni

Liczba zębów zębnika z <sub>1</sub>	19
Liczba zębów koła z <sub>2</sub>	30
Kąt pochylenia linii zęba $\beta$ [°]	15
Szerokość kół b [mm]	56
Moduł normalny m <sub>n</sub> [mm]	3,5
Współczynnik przesunięcia zarysu zębnika x1	0,5
Współczynnik przesunięcia zarysu koła x2	0,295
Odległość osi [mm]	91,5

Wzorując się na uszkodzeniu przedstawionym w [6] zamodelowano częściowe wyłamanie zęba zębnika (rys. 2). Strzałką wskazano linię u podstawy zęba zębnika, na której znajdują się punkty współpracy z wierzchołkiem koła.



Linia początku współpracy . stopy zębnika z wierzchołkiem koła

- Rys. 2. Uszkodzenie zęba zębnika
- Fig. 2. Damage of pinion tooth

### 3. ANALIZA WYNIKÓW BADAŃ DOŚWIADCZALNYCH

Do wykrywania uszkodzenia przedstawionego na rys. 2 zastosowano metody przetwarzania sygnału, bazujące na sygnale różnicowym [8,4,10] i rozkładzie WV (zależność (1)) i ciągłej transformacie falkowej (zależność (2)), ponieważ umożliwiały one wykrycie zarówno wykruszenia wierzchołka, jak i pęknięcia u podstawy zęba [4,10]:

$$WV(t,f) = \int_{-\infty}^{\infty} x \left( t + \frac{\tau}{2} \right) x^* \left( t - \frac{\tau}{2} \right) w(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau , \qquad (1)$$

gdzie:

- x'(t) sygnał zespolony sprzężony z x(t),
- w(t) funkcja wagi podobna do okna czasowego stosowanego w krótkoczasowej transformacie Fouriera (STFT).

$$C(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt.$$
<sup>(2)</sup>

W przypadku sygnałów ciągłych współczynnik skali  $a \in \mathbb{R}^+ \{0\}$ , parametr przesunięcia w dziedzinie czasu  $b \in \mathbb{R}$ . W przypadku sygnałów dyskretnych x(n), gdy:

$$t = (n-1) \cdot \Delta t, \tag{3}$$

gdzie: n=1,2,3,...,N; N - liczba próbek;  $\Delta t - \text{okres próbkowania,}$  $a=2^{l}, b=k 2^{l}, \text{ natomiast } C(a,b)=C(l,k).$ 

Badania doświadczalne prowadzono podczas pracy przekładni zębatej z dwoma różnymi częstotliwościami obrotowymi. W przypadku pracy przekładni z częstotliwością obrotową wału zębnika ( $f_{o1}$ ), wynoszącą około 46,71 Hz w widmach prędkości drgań poprzecznych wału zębnika, dominowała siedemdziesiąta pierwsza harmoniczna częstotliwości obrotowej wału zębnika, wynosząca około 3316 Hz, która została zidentyfikowana w pracy [5], jako  $3 \cdot f_z + 2 \cdot f_{bzz}$ , gdzie  $f_{bzz}$  jest częstotliwością charakterystyczną łożyska tocznego, związaną z współpracą elementów tocznych z jego bieżnią zewnętrzną. Z tego powodu podczas tworzenia sygnału różnicowego odfiltrowano również tę częstotliwość. Uszkodzony ząb zębnika (rys. 2) powoduje, w zakresie kąta obrotu wału 200÷225° (rys. 3a), wzrost wartości amplitud rozkładu czasowo-częstotliwościowego sygnału różnicowego prędkości drgań

poprzecznych wału zębnika. Efekty spowodowane uszkodzeniem są łatwiejsze do zaobserwowania w przypadku analizy zmian sumy  $S_{WV}(\phi)$ , obliczanej na podstawie wspomnianego rozkładu [10]. Wzrost wartości  $S_{WV}(\phi)$ w zakresie pracy uszkodzonego zęba występował zarówno podczas pracy przekładni z częstotliwością obrotową wału zębnika, wynoszącą 46,71 Hz (rys. 3b), jak i 24,67 Hz (rys. 4b). Na rys. 4 przedstawiono również zmiany wartości  $S_{WV}(\phi)$  w przypadku pracy przekładni bez uszkodzeń kół (a) i z uszkodzonym zębem zębnika (b).



Rys. 3. Rozkład czasowo-częstotliwościowy WV i suma  $S_{WV}(\phi)$  – sygnał różnicowy prędkości drgań poprzecznych wału zębnika w kierunku działania siły międzyzębnej – częściowe wyłamanie zęba – pomiar,  $f_{ol}$  = 46,71 Hz, Q = 3,9 MPa

Fig. 3. Time-frequency distribution WV and sum  $S_{WV}(\phi)$  – differential signal of pinion shaft transverse vibration velocity; measurement in direction of line of action – partial breaking off of pinion tooth –  $f_{ol} = 46,71$  Hz, Q = 3,9 MPa



Rys. 4. Suma S<sub>WV</sub>(φ): a) przekładnia bez uszkodzeń kół, b) częściowe wyłamanie zęba
 - sygnał różnicowy prędkości drgań poprzecznych wału zębnika w kierunku działania siły międzyzębnej - f<sub>o</sub>=24,67 Hz, Q=3,9 MPa

Fig. 4. Sum  $S_{WV}(\phi)$  a) gear without damage of wheel, b) partial breaking off of pinion tooth differential signal of pinion shaft transverse vibration velocity; measurement in direction of line of action -  $f_{ol}$ =24,67 Hz, Q=3,9 MPa Do analizy sygnału różnicowego stosowano trzy falki zespolone Gaus 2, Gaus 4, Shannon 2 3,0, ponieważ najwcześniej pozwalały one wykryć uszkodzenia kół zębatych opisane w [10]. Okazało się jednak, że w tym przypadku, w celu wykrycia uszkodzenia należało nieco skorygować przedział jednostek skali (A+B), w którym dokonywano sumowania współczynników  $C_{a,b}$ . Efekty spowodowane uszkodzeniem zębnika najłatwiej można było zaobserwować w sumie współczynników  $C_{a,b}$ , dokonanej w przedziale jednostek skali (A+B). Do celów diagnostycznych najbardziej użyteczne były falki bazowe:

- Shannon 2 3,0, gdy A=5, B=42 (rys. 5),
- Gaus 2, gdy A=1, B=10,
- i Gaus 4, gdy A=1, B=10.



- Rys. 5. Sumy modułów współczynników C<sub>a,b</sub> falka Shannon 2 3,0 uzyskane z sygnału różnicowego prędkości drgań poprzecznych wału zębnika w kierunku działania siły międzyzębnej częściowe wyłamanie zęba, pomiar: Q=3,9 MPa a)  $f_{ol}$  =46,71 Hz, b)  $f_{ol}$ =24,67 Hz
- Fig. 5. Sumy modułów współczynników C<sub>a,b</sub> falka Shannon 2 3,0 uzyskane z sygnału różnicowego prędkości drgań poprzecznych wału zębnika w kierunku działania siły międzyzębnej częściowe wyłamanie zęba, pomiar: Q=3,9 MPa a) f<sub>ol</sub> =46,71 Hz, b) f<sub>ol</sub>=24,67 Hz

#### 4. BADANIA SYMULACYJNE

Dalsze badania prowadzono wykorzystując zidentyfikowany model dynamiczny przekładni zębatej w układzie napędowym [3, 2]. W modelu szerokość zazębienia przekładni została podzielona na 18 jednakowych odcinków, co odpowiadało podziałowi pary kół na 18 par wąskich kół elementarnych o zębach prostych. W przypadku zębów skośnych pary kół elementarnych są przesunięte w fazie zazębienia odpowiednio do kąta pochylenia linii zęba na walcu zasadniczym  $\beta_b$ , a sztywność ich zazębienia odpowiada sztywności kół o zębach prostych i parametrach geometrycznych takich, jakie ma koło o zębach skośnych w przekroju czołowym. Dla każdego koła wyznaczane są współrzędne punktów współpracy par zębów na odcinku przyporu [3, 2]. Częściowe wyłamanie zęba takie jak przedstawione na rys. 2, uwzględniane jest w modelu przez przyjęcie zerowej sztywności wyłamanej części uszkodzonego zęba.

W celu analizy zachodzących zjawisk w pierwszym kroku rozważano przekładnię, której odchyłki wykonania są zerowe i nie ma wyłamania zęba. W sytuacji przedstawionej na rys. 6a w przyporze były aż trzy pary zębów, ponieważ poskokowa liczba przyporu [6]  $\varepsilon_{\beta}=1,318$ ; czołowa liczba przyporu  $\varepsilon_{\alpha}=1,33$ , a całkowita liczba przyporu  $\varepsilon_{c}=2,648$ .



Rys. 6. Położenie linii zęba na płaszczyźnie przyporu kół o zębach śrubowych: a) brak uszkodzeń kół, b) częściowe wyłamanie zęba

Fig. 6. Location of tooth line on the surface of action - wheels with helical teeth a) without damaged, b) partial breaking off of tooth

Jeżeli wystąpiło wyłamanie wynoszące 15,5 mm, co odpowiada zmniejszeniu poskokowej liczby przyporu do wartości  $\mathcal{E}_{\beta} = 1,024$  (pozostałą część zęba zaznaczono grubą linią), to tuż po wejściu w przypór uszkodzonego zęba, pomimo wystąpienia uszkodzenia, jeszcze przenoszą obciążenie trzy pary zębów. Nawet, gdy wyłamanie zęba wynosiło 28 mm, praktycznie wyjściu z przyporu nieuszkodzonego zęba nr 1 (rys. 6b) towarzyszyło wejście w przypór uszkodzonego zęba, zatem obciążenie w tej sytuacji przenoszone jest przez minimum dwie pary zębów (zaznaczono to na rys. 6b kółkiem), ponieważ  $\mathcal{E}_{\beta} = 0,659$ ,  $\mathcal{E}_{\alpha} = 1,33$ ,  $\mathcal{E}_{c} = 1,989$ . Dlatego w tym przypadku wykrycie włamania zęba było możliwe tylko, gdy stosowano wysokie obciążenie jednostkowe przekładni (rys. 8a). Wyłamanie zęba powyżej 28 mm (rys. 8) powoduje spadek  $\mathcal{E}_{c}$ , w przypadku uszkodzonego zęba poniżej wartości 2 i wtedy uszkodzenie to jest już łatwiej wykryć.



- Rys. 7. Położenie linii zęba na płaszczyźnie przyporu kół o zębach śrubowych częściowe wyłamanie zęba (43,5 mm)
- Fig. 7. Location of tooth line on the surface of action wheels with helical teeth; partial breaking off of tooth (43,5 mm)

Przeprowadzono symulacje częściowego wyłamania zęba zębnika o zazębieniu skośnym, w przypadku zastosowania w przekładni kompletu kół, których parametry geometryczne przedstawiono w tabl. 1. Symulowano częściowe wyłamanie zęba wynoszące 15,5, 28 i 43,5 mm.

### 5. ANALIZA WYNIKÓW BADAŃ SYMULACYJNYCH

Ze względu na to, że w sumach rozkładu  $WV - S_{WV}(\phi)$  i CWT- $S(\phi)$  widoczny był wzrost amplitudy w zakresie kąta obrotu wału, odpowiadającego współpracy uszkodzonego zęba, zastosowano miary  $M_{WWV}$  (zależność 4) i  $M_w$  (zależność 5):

$$M_{wWV} = \frac{S_{WVu}}{\overline{S}_{WVzw0}}, \qquad (4)$$

gdzie:

- $S_{\mu\nu\mu}$  najwyższa lokalna wartość maksymalna w  $S_{\mu\nu}(\phi)$  i odpowiadający jej kąt obrotu wału  $\phi_{\mu}$ ,
- $S_{WV_{2W0}}$  wartość średnia  $z_D$  najwyższych lokalnych wartości maksymalnych  $S_{WV}(\phi)$ , w przedziale:  $\phi \in \langle 0^{\circ}, \phi_u 0, 5\phi_z \rangle \cup (\phi_u + 0, 5\phi_z, 360^{\circ})$  dla kół bez uszkodzeń (nowych),
- $\phi_z$  kąt obrotu koła zębatego odpowiadający podziałce zasadniczej,
- $z_D$  liczba zębów diagnozowanego koła zębatego.

$$M_w = \frac{S'_u}{\overline{S'_{zw0}}},\tag{5}$$

gdzie:

- $S'_u$  najwyższa lokalna wartość maksymalna w  $S'(\phi) = |S(\phi) \overline{S(\phi)}|$  i odpowiadający  $S'_u$  kąt obrotu wału  $\phi_u$ ,
- $\overline{S(\phi)}$  wartość średnia  $S(\phi)$  w zakresie kąta obrotu wału zębnika 0÷360°,
- $S'_{zw0}$  wartość średnia z  $z_D$  najwyższych lokalnych wartości maksymalnych  $S'(\phi)$ w przedziale:  $\phi \in \langle 0^{\circ}, \phi_u - 0, 5\phi_z \rangle \cup (\phi_u + 0, 5\phi_z, 360^{\circ})$  dla kół bez uszkodzeń (nowych).

Na rys. 8a przedstawiono wpływ obciążenia, natomiast na rys. 9a przedstawiono wpływ częstotliwości obrotowej wału na miarę  $M_{wWV}$ , bazującą na WV, gdy koła zębate obarczone były cyklicznymi odchyłkami wykonania:  $f_1=9 \mu m$ ,  $f_2=6 \mu m$  oraz losowymi  $s_{1max}=s_{2max}=\pm9,6 \mu m$ . W przypadku wyższych obciążeń jednostkowych przekładni (Q) większa była dynamika wzrostu miary spowodowana częściowym wyłamaniem zęba. Gdy symulowane wyłamanie zęba wynosiło 28 mm, większy był względny wzrost miary bazującej na rozkładzie WV, przy niższej prędkości obrotowej zębnika (rys. 9a), ale w przypadku większego wyłamania zęba, wynoszącego 43,5 mm, dynamika wzrostu tej miary na skutek uszkodzenia, podobnie jak miary bazującej na CCWT, była większa w przypadku wyższej prędkości obrotowej zębnika (rys. 9).



- Rys. 8. Wpływ obciążenia jednostkowego przekładni na proponowaną miarę uszkodzenia uzyskaną na podstawie: a) rozkładu *WV ( M<sub>wWV</sub>*), b) CCWT i falki Shannon 2 3,0 (*M<sub>w</sub>*)
- Fig. 8. Influence of gear load (Q) on damage measure calculated the base: a) WV distribution ( $M_{wWV}$ ), b) continuous wavelet transform ( $M_{w}$ )



- Rys. 9. Wpływ częstotliwości obrotowej zębnika na miarę M<sub>w</sub> uzyskaną na podstawie: a) rozkładu WV,
  b) CCWT i falki Shannon 2 3,0
- Fig. 9. Influence of rotation frequency on damage measure calculated the base: a) WV distribution  $(M_{wWV})$ , b) continuous wavelet transform  $(M_w)$

#### 6. WNIOSKI

Na podstawie przeprowadzonych badań i analiz można stwierdzić, że:

- Zastosowanie metod czasowo-częstotliwościowych umożliwia wykrycie wczesnych stadiów częściowego wyłamania zęba kół o zazębieniu skośnym, mającymi wysoką całkowitą liczbę przyporu.
- Przy użyciu zaproponowanej miary możliwe jest wykrycie metodami drganiowymi częściowego wyłamania zęba, w przypadku zazębienia skośnego o wysokiej całkowitej liczbie przyporu.
- Wykrycie tego typu uszkodzenia zęba jest łatwiejsze w przypadku występowania wyższych obciążeń jednostkowych przekładni, które są obecnie powszechnie stosowane w przekładniach zębatych, ze względu minimalizację mas wirujących i dostępność wysokiej jakości materiałów konstrukcyjnych.

#### Literatura

 Dalpiaz G., Rivola A., Rubini R.: Dynamic Modeling of Gear System for Condition Monitoring and Diagnostics. Kongres Diagnostyki Technicznej, Gdańsk, 1996, (2), s. 185-192.

- 2. Łazarz B.: Zidentyfikowany model dynamiczny przekładni zębatej jako podstawa projektowania. Monograficzna Seria Wydawnicza Biblioteka Problemów Eksploatacji, Studia i Rozprawy, Katowice-Radom 2001.
- Łazarz B., Wojnar G.: Model dynamiczny układu napędowego z przekładnią zębatą. XVII Ogólnopolska Konferencja PRZEKŁADNIE ZĘBATE, Węgierska Górka 09.10 -11.10.2000, s. 101-108.
- 4. Lazarz B., Wojnar G.: Detection of Early Stages of Pinion Tooth Chipping in Transmission Gear. Machine Dynamics Problems 2003,vol. 27, No 3, s. 23-34.
- 5. Madej H.: Minimalizacja aktywności wibroakustycznej korpusów przekładni zębatych. Wydawnictwo i Zakład Poligrafii Instytutu Technologii Eksploatacji w Radomiu, Katowice-Radom 2003.
- 6. Müller L.: Przekładnie zębate obliczenia wytrzymałościowe. WNT, Warszawa 1972.
- Paya B.A., Esat I.I., Badi M.N.M.: Artificial Neural Network Based Fault Diagnostics of Rotating Machinery Using Wavelet Transforms as a Preprocessor. Mechanical Systems and Signal Processing. 11,1997, s. 751-765.
- Stewart R. M.: Some Useful Data Analysis Techniques For Gearbox Diagnostics. Report MHM/R/10/77, Machine Health Monitoring Group, Institute of Sound and Vibration Research, University of Southampton 1977.
- 9. Wilk A., Łazarz B., Madej H.: The application of wavelet analysis in the diagnosis of toothed wheels damages. Proceed. InterNoise'99, USA s. 933-938.
- 10. Wojnar G.: Wykrywanie uszkodzeń kół zębatych wybranymi metodami przetwarzania sygnałów drganiowych. Rozprawa doktorska, Politechnika Śląska 2004.

Recenzent: Prof. nzw. dr hab. inż. Zbigniew Dąbrowski